Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

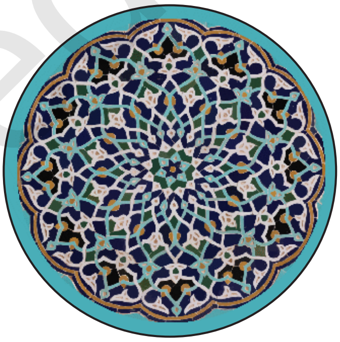
Б. Хайдаров, Э. Сариков, А. Кочкоров

ГЕОМЕТРИЯ 9

Жалпы орто билим берүүчү мектептердин 9-классы үчүн окуу китеби

Өзбекстан Республикасынын Элге билим берүү министрлиги тарабынан сунушталган

Толукталган жана кайра иштелген төртүнчү басылышы



Ташкент — 2019

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

UDK 514.1(075)
BBK 22.151ya7
X-18

Рецензенттер:

Шаниязова. М. - Сергели районундагы 300-АМЖББМ нин жогору категориялуу математика предмети мугалими.

Саибова. И. -Яшнабад районундагы 307-АМЖББМ нин жогору категориялуу математика предмети мугалими.

Тажиддинова. Ш. - Сергели районундагы 104-мектептин жогору категориядагы математика предмети мугалими.

Өзбекстан Республикасынын Илимдер академиясынын чыныгы мүчөсү, Физика-математика илимдеринин доктору, профессор
А. Аъзамовдун редакторлугу астында.

9-класста геометриянын планиметрия бөлүмүн- тегиздиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнүү улантылат. Ал жерден сен геометриялык алмаштыруулар, геометриялык фигуралардын окшоштугу, үч бурчтуктардын жактары менен бурчтары ортосундагы катыштар, айлананын узундугу жана тегеректин аянты, үч бурчтуктардагы жана айланадагы метрикалык катыштар менен таанышасың.

Бул окуу китебинин мазмуну туруктуу аксиомалык системанын негизине курулган. Бул жерде теориялык материалдар мүмкүнчүлүгүнүн барынча жөнөкөй жана түшүнүктүү тилде баяндалган. Бардык темалар менен түшүнүктөрдү түркүн-түмөн турмуштук мисалдар аркылуу ачып берилген. Ар бир темадан кийин берилген суроолор, далилдөөгө, эсептөөгө жана түзүүгө тиешелүү көптөгөн маселелер менен мисалдар окуучуларды чыгармачылык менен ой жүгүртүүгө үндөйт, ага алган билимдерин тереңдетүүдө жана бекемдөөдө жардам берет. Окуу китеби өзүнүн өзгөчө дизайны жана сабак материалдарынын көргөзмөлүү түрдө берилиши менен да өзгөчөлөнүп турат. Анда берилген сүрөттөр менен чиймелер сабактын материалын мыкты өздөштүрүүгө өбөлгө түзөт.

Республикалык максаттуу китеп фондунун каражаттары эсебинен ижара үчүн басылды.

© «Huquq va Jamiyat» Жоопгерчилиги Чектелген Коом көрүнүшүндөгү басмакана, 2014, 2019.
© Б. К. Хайдаров

ISBN 978-9943-5971-7-4

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

МАЗМУНУ

Кайталоо

1. Үч бурчтуктар жана төрт бурчуктар ... 6
2. Пифагор теоремасы жана анын колдонулуусу ... 9
3. Геометриялык фигуралардын периметри жана аянтын эсептөө боюнча маселелер... 13
4. 3D геометрия- мейкиндиктеги фигураларда планиметрия маселелери ... 18
5. Долбоор ишин аткаруу боюнча көрсөтмөлөр ... 26

I глава. Геометриялык алмаштыруулар жана окшоштуктар

6. Көп бурчтуктардын окшоштугу ... 28
7. Окшош үч бурчтуктар жана алардын касиеттери ... 30
8. Үч бурчтуктардын окшоштугунун биринчи белгиси ... 32
9. Үч бурчтуктардын окшоштугунун экинчи белгиси ... 34
10. Үч бурчтуктардын окшоштугунун үчүнчү белгиси ... 36
11. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын окшоштук белгилери ... 38
12. Окшоштук белгилеринин далилдөөлөр боюнча маселелерде колдонулушу ... 40
13. Практикалык көнүгүү жана колдонуу ... 42
14. Билимиңди сынап көр ... 44
15. Тегиздикте геометриялык алмаштыруулар. Арекет жана параллель которуу... 48
16. Окко салыштырмалуу симметрия ... 50
17. Борбордук симметрия жана буруу ... 52
18. Геометриялык фигуралардын окшоштугу ... 58
19. Окшош көп бурчтуктардын касиеттери ... 60
20. Гомотетия жана окшоштук ... 62
21. Окшош көп бурчтуктарды түзүү ... 64
22. Практикалык көнүгүү жана колдонуу... 66
23. Маселе чыгаруу ... 68
24. Билимиңди сынап көр ...71

II глава. Үч бурчтуктун жактары менен бурчтары ортосундагы байланыштар

25. 0° тан 180° ка чейин болгон бурчтардын синусу, косинусу, тангенси жана котангенси ... 76
26. Маселе чыгаруу ... 78
27. Үч бурчтуктун аянтын бурчтун синусу жардамында эсептөө ... 82
28. Синустар теоремасы ... 84
29. Косинустар теоремасы ... 86
30. Синустар жана косинустар теоремаларынын кээ бир колдонулуштары ... 88
31. Эки вектор ортосундагы бурч жана алардынскалярдык көбөйтүндүсү ... 90
32. Үч бурчтуктарды чыгаруу ... 94
33. Маселе чыгаруу ... 96
34. Практикалык көнүгүү жана колдонуу ... 98
35. Билимиңди сынап көр ...100

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

III глава. Айлананын узундугу жана тегеректин аянты
36. Айланага ичтен сызылган көп бурчтук 104
37. Айланага сырттан сызылган көп бурчтук 106
38. Туура көп бурчтук 108
39. Туура көп бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган айланалар 110
40. Туура көп бурчтуктардын жактары менен ичтен жана сырттан сызылган айланалар радиустарынын ортосундагы байланыш 112
41. Билиминди сынап көр 114
42. Айлананын узундугу 116
43. Айлана жаасынын узундугу. Бурчтун радиандык чени 118
44. Тегеректин аянты 120
45. Тегерек бөлүктөрүнүн аянттары 122
46. Практикалык көнүгүү жана колдонуу 124
47. Билиминди сынап көр 126

IV глава. Үч бурчтук жана айланадагы метрикалык катыштар
48. Кесиндилердин проекциясы жана пропорциялаштык 130
49. Пропорциялаш кесиндилердин касиеттери 132
50. Тик бурчтуу үч бурчтуктагы пропорциялаш кесиндилер 134
51. Берилген эки кесиндиге орто пропорциялаш болгон кесиндини түзүү 136
52. Айланадагы пропорциялаш кесиндилер 138
53. Практикалык көнүгүү жана колдонуу 140
54. Билиминди сынап көр 142
55. Жыйынтыктоочу текшерүү иши 145

Планиметрия боюнча негизги түшүнүктөр жана маалыматтар 147

Жооптор жана көрсөтмөлөр 154

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5-8-КЛАССТАРДА ӨТҮЛГӨНДӨРДҮ КАЙТАЛОО

Бул бөлүмдөгү көнүгүүлөр 5-8- класстарда үйрөнүлгөн геометриялык фигуралар жана алардын касиеттерин эске алуу үчүн берилген.

Бөлүмдө PISA жана TIMSS- окуучулардын билимин баалоонун эл аралык программалары көнүгүүлөрүнөн келтирилген.

Бул бөлүмдөгү материалдарды үйрөнүү натыйжасында төмөнкү билим жана көнүккөндүктөрдү жаңылап алууга болот:

√ 5-8-*класстарда геометриядан өтүлгөн темаларды кайталап, алган билимдериңди эсиңе түшүрөсүң жана ээ болгон көнүккөндүктөрүңдү бышыктайсың.*

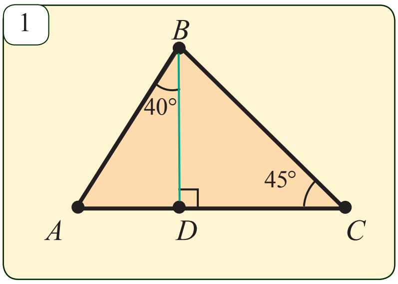
√ *PISA жана TIMSS- окуучулардын билимин баалоонун эл аралык программалары, көнүгүүлөрү менен таанышасың.*

√ *Бул сага 9-класста геометрияны үйрөнүүнү ийгиликтүү улантышыңа өбөлгө түзөт.*

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1 ҮЧ БУРЧТУКТАР ЖАНА ТӨРТ БУРЧУКТАР

Бул бөлүмдөгү маселелерди чыгарууда окуу китебинин аягында берилген негизги геометриялык фигураларга жана түшүнүктөргө тиешелүү маалыматтардан, ошондой эле алардын касиеттерин туюнткан формулалардан пайдалансаң болот.



1.1. ABC үч бурчтуктун BD бийиктиги жүргүзүлгөн (1-*сүрөт*). Эгерде $\angle ABD = 40°$, $\angle BCD = 45°$ болсо, үч бурчтуктун A жана B чокуларындагы бурчтарды тап.

Чыгарылышы. 1) Тик бурчтуу ABD үч бурчтукта $\angle ABD = 40°$ жана үч бурчтук ички бурчтарынын суммаси 180° ка барабар болгондуктан

$\angle A = 180° - (90° + 40°) = 50°$.

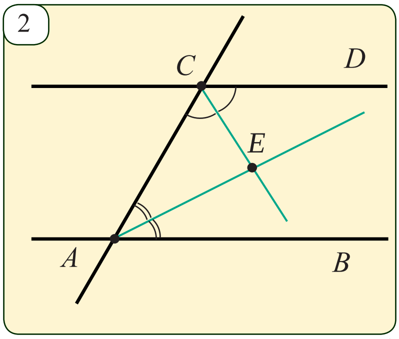
2) Тик бурчтуу BCD үч бурчтукта $\angle BCD = 45°$ болгондуктан

$\angle DBC = 180° - (90° + 45°) = 45°$.

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$ болгондуктан

$\angle B = 40° + 45° = 85°$.

Жообу: 50°, 85°.



1.2. Эки паралель түз сызыкты кесүүчү менен кесишкенде алынган ички бир жактуу бурчтардын биссектрисалары ортосундагы бурчту тап.

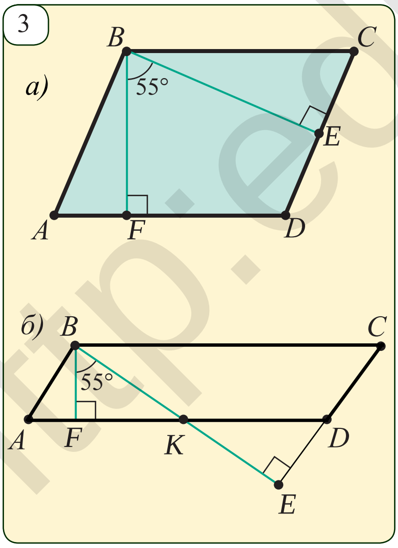
Чыгарылышы. AC түз сызык AB жана CD – параллель туз сызыктарды 2- сүрөттө берилгендей кесип өткөн болсун. Ички бир жактуу BAC жана ACD бурчтарынын биссектрисалары E чекитте кесишкен болуп, $\angle EAC = x$, $\angle ECA = y$ болсун. Анда, бурч биссектрисаларынын аныктамаси боюнча $\angle BAC = x + x = 2x$, $\angle ACD = y + y = 2y$. $AB || CD$ болгондуктан ички бир жактуу бурчтардын касиети боюнча,

$$2x + 2y = 180°, \qquad x + y = 90°.$$

Эми, ACE үч бурчтук ички бурчтарынын суммасы 180° болгондуктан

$\angle AEC = 180° - (x + y) = 180° - 90° = 90°$.

Жообу: 90°.



1.3. Эгерде параллелограммдын бир чокусунан анын эки жагына түшүрүлгөн бийиктиктердин ортосундагы бурч 55° ка барабар болсо, анда параллелограммдын бурчтарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Чыгаруу. Параллелограммдын BF жана BE бийиктиктеринин ортосундагы бурч 55° болсун (3-*сүрөт*). Сүрөттө көрсөтүлгөндөй эки учур: а) BE бийиктик CD жагына; б) BE бийиктик CD жагынын уландысына түшкөн болуусу мүмкүн.

а) учурда $BEDF$ төрт бурчтуктугунун бурчтарынын суммасы 360° болгондуктан,

$55° + 90° + \angle D + 90° = 360°.$ Бул жерден, $\angle D = 125°$.

б) учурда BE бийиктиктин AD жагы менен кесилиш чекити K болсун. Анда,

$$\angle DKE = \angle BKF = 90° - 55° = 35°.$$

Үч бурчтуктардын тышкы бурчтарынын касиети боюнча,

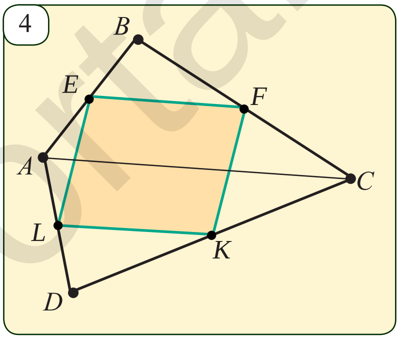
$$\angle ADC = \angle DKE + \angle KED = 35° + 90° = 125°.$$

Демек, эки учурда тең $\angle D = 125°$.

Анда, $\angle A = \angle C = 180° - \angle D = 55°$, $\angle B = \angle D = 125°$. *Жообу:* 55°, 125°, 55°, 125°.

1.4. Төрт бурчтуктун жактарынын ортолору параллелограммдын чокулары болуусун далилде.

Чыгарылышы. $ABCD$ төрт бурчтугунун AB, BC, CD жана DA жактарынын ортолору тиешелүү түрдө E, F, K жана L чекиттери болсун. AC диагоналды жүргүзөбүз (4-*сүрөт*). $EFKL$ - параллелограмм экендигин көрсөтөбүз.



EF кесинди ABC үч бурчтугунун, ал эми KL кесинди болсо ACD үч бурчтугунун орто сызыгы болот. Анда, үч бурчтуктун орто сызыгынын касиети боюнча,

$$EF \| AC,\ KL \| AC,\ EF = \frac{1}{2} AC,\quad KL = \frac{1}{2} AC.$$

Бул жерден $EF \| KL$ жана $EF = LK$. Ошондуктан, параллелограммдын белгилери боюнча $EFKL$ - параллелограмм.

1.5. ABC үч бурчтукта $\angle A = 47°$, $\angle C = 83°$ болсо, бурчтуктун үчүнчү ички бурчун жана тышкы бурчтарын тап.

1.6. ABC үч бурчтуктун AC жагына паралель түз сызык AB жана BC жактарды тиешелүү түрдө E жана F чекиттерде кесип өтөт. Эгерде $\angle BEF = 65°$ жана $\angle EFC = 135°$ болсо, ABC үч бурчтуктун бурчтарын тап.

1.7. ABC үч бурчтуктун биссектрисалары I чекитте кесишет. Эгерде $\angle A = 80°$ жана $\angle B = 70°$ болсо, AIB, BIC жана CIA бурчтарды тап.

1.8. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир тышкы бурчу 70° ка барабар. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.

1.9. ABC үч бурчтуктун AK биссектрисасы жүргүзүлгөн. Эгерде $\angle BAK = 47°$ жана $\angle AKC = 103°$ болсо, үч бурчтуктун бурчтарын тап.

1.10*. ABC үч бурчтуктун бийиктиктери H чекитте кесишет. Эгерде $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$ болсо, AHB, BHC жана CHA бурчтарын тап.

1.11. Үч бурчтуктун орто сызыктары аны төрт барабар үч бурчтуктарга бөлүшүн далилде.

1.12*. ABC үч бурчтукта CD медиананын уландысына ошол медианага барабар DE кесинди коюлган. AF медиананын уландысына AF медианага барабар FH кесинди коюлган. B, H, E чекиттер бир түз сызыкта жатышын далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

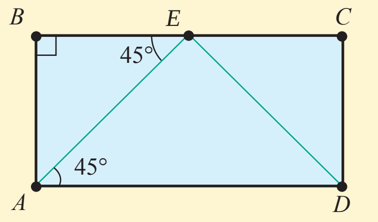
1.13. *ABC* тең капталдуу үч бурчтукта ($AB=BC$) *AN* жана *CK* биссектрисалар жүргүзүлгөн.
а) *KN* кесинди *AC* жакка параллель экендигин көрсөт.
б) $AK=KN=NC$ барабардыктын туура экендигин далилде.

1.14. *ABCD* тик бурчтугунун *A* жана *D* бурчтарынын биссектрисалары *BC* жагында кесилишет. Эгерде $AB = 4$ *см* болсо, анда бул тик бурчтуктун аянтын тап.

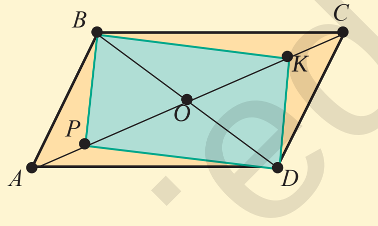
Чыгаруу. Тик бурчтуктун *A* жана *D* бурчтарынын биссектрисалары кесилишкен чекит *E* болсун (5-*сүрөт*). $\angle B = 90°$, $\angle BAE = 45°$ болгондуктан
$\angle AEB = 180° - 90° - 45° = 45°$. Башкача айтканда, *ABE* - тең капталдуу үч бурчтук. Анда, $AB = BE = 4$ (*cm*). Дал ушуга окшош $EC = CD = 4$ (*cm*)
экендигин көрсөтүүгө болот. Бул жерден $BC = BE + EC = 8$ (*cm*) жана
$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4 \cdot 8 = 32$ (cm^2). *Жообу:* 32 $см^2$.

1.15. Төрт бурчтуктун үч бурчу 47°, 83° жана 120° экендиги белгилүү. Анын төртүнчү бурчун тап.

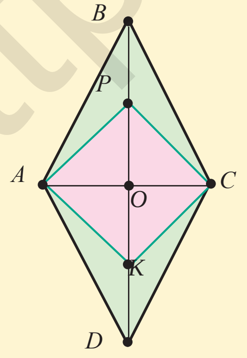
5



6



7



1.16. Параллелограммдын эки бурчунун суммасы 156° ка барабар. Анын бурчтарын тап.

1.17. Тик бурчтуктун диагоналдарынын арасындагы бурч 74°. Анын бир диагоналы менен жактарынын арасындагы бурчтарды тап.

1.18. Тең капталдуу трапециянын эки бурчунун айырмасы 40° ка барабар. Анын бурчтарын тап.

1.19. Ромбдун бурчтарынан бири экинчисинен үч эсеге чоң. Ромбдун бурчтарын тап.

1.20. *ABCD* тик бурчтугунун *A* бурчунун биссектрисасы *BC* жагын 2 *см* жана 6 *см* ге барабар болгон кесиндилерге бөлөт. Тик бурчтуктун периметрин тап.

1.21. Жактары 3 *см* жана 6 *см*, чоң жактарынын арасындагы аралык болсо 2 *см* болгон параллелограмм түз.

1.22. *ABCD* параллелограммынын *AC* диагоналында *P* жана *K* чекиттери алынган (6-*сүрөт*). Эгерде $OP=OB=OK$ болсо, анда *BKDP* тик бурчтук болуусун далилде.

1.23*. *ABCD* ромбдун *BD* чоң диагоналында *P* жана *K* чекиттери тандалган (7-*сүрөт*). Эгерде $OA=OP=OK$ болсо, анда *APCK* төрт бурчтуктугунун квадрат экендигин далилде.

1.24*. *ABCD* параллелограммынын *BD* диагоналында *P* жана *K* чекиттери тандалган (6-*сүрөт*). Эгерде $BP=KD$ болсо, анда *APCK* төрт бурчтугунун параллелограмм экендигин далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2 ПИФАГОР ТЕОРЕМАСЫ ЖАНА АНЫН КОЛДОНУЛУУСУ

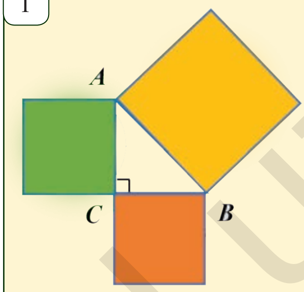
Бул белгилүү теореманын 3 түрдөгү туюнтмасын келтирип, аны эске алабыз.

а) тексттүү туюнтмасы: Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасынын квадраты катеттеринин квадраттарынын суммасына барабар.

б) математикалык туюнтмасы: ABC үч бурчтукта: $\angle C = 90°$, $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$ болсо, $c^2 = a^2 + b^2$ болот.

д) сүрөттүү туюнтмасы: (1-*сүрөт*).

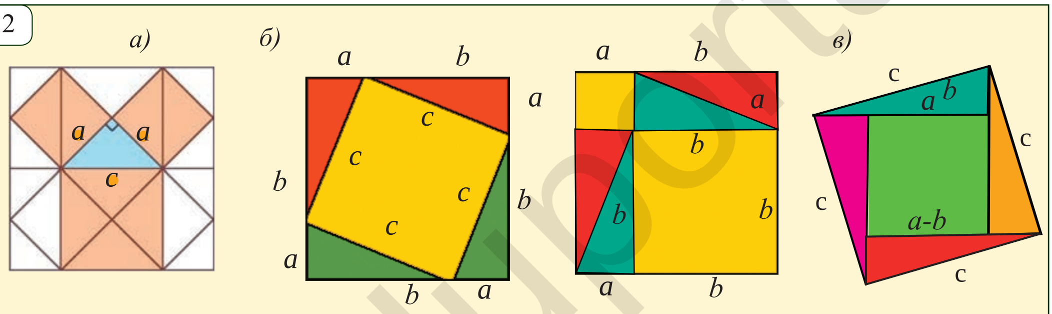
1



Маселелер жана тапшырмалар

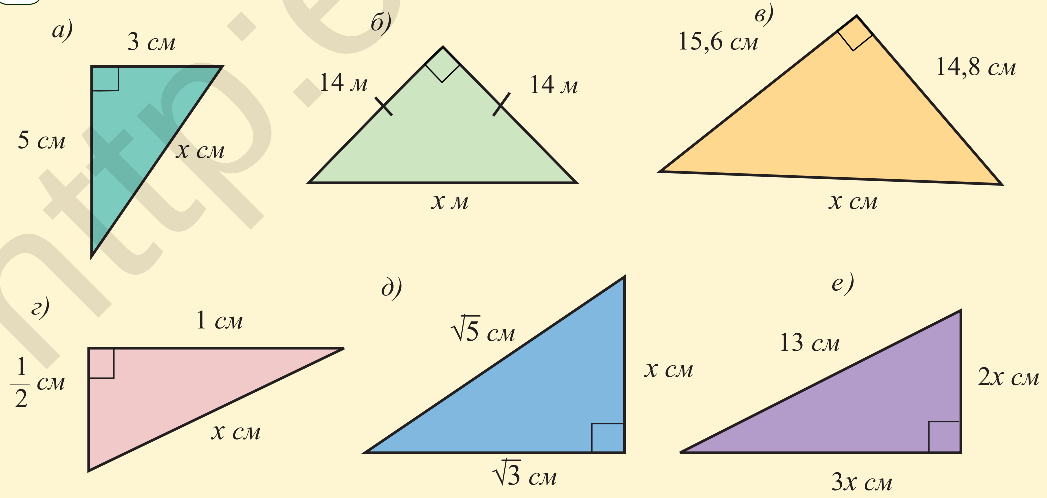
2.1. 2-сүрөттө келтирилген сүрөттөр негизинде Пифагор теоремасын бир канча далилдөөлөрүн көрсөт.

2



2.2. 3-сүрөттө берилгендер боюнча белгисизди тап.

3

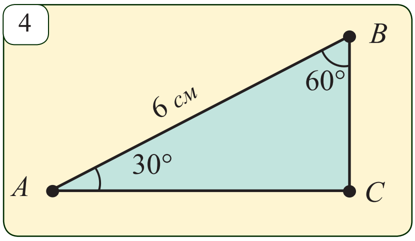


http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.3. *ABC* үч бурчтуктун *AB* жагы 6 *см*, *A* жана *B* бурчтары, тиешелүү түрдө, 30º жана 60º болсо, *ABC* үч бурчтуктун аянтын тап.



Чыгаруу. Үч бурчтуктун *C* бурчун табабыз: $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - (60° + 30°) = 90°$.

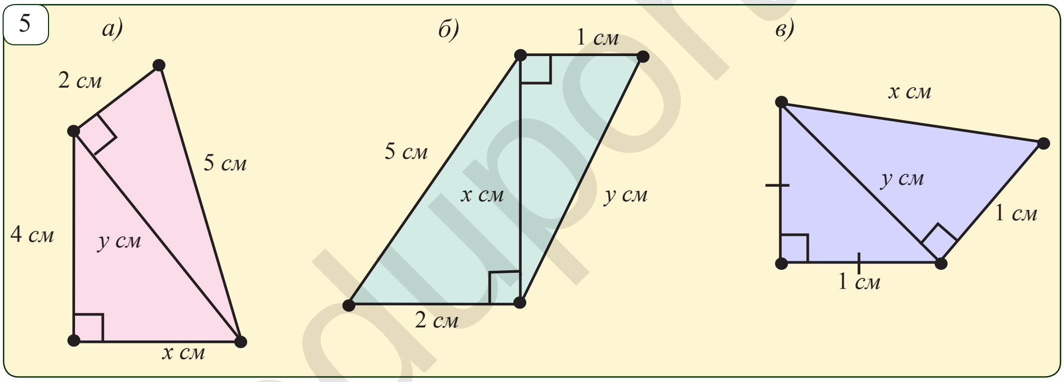
Демек, тик бурчтуу *ABC* үч бурчтуктун *AB* гипотенузасы 6 *см* жана *A* бурчу 30º экен. Тик бурчтуу үч бурчтукта 30º туу бурчтун карама-каршысында жаткан катет гипотенузанын жарымына барабар болгондугу үчүн, *BC*=3 *см* (4-*сүрөт*).

Пифагор теоремасынан пайдаланып *AC* катетти табабыз:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 6^2 - 3^2 = 27\ (см), \qquad AC = 3\sqrt{3}\ см.$$

Эми үч бурчтук аянтын табабыз:

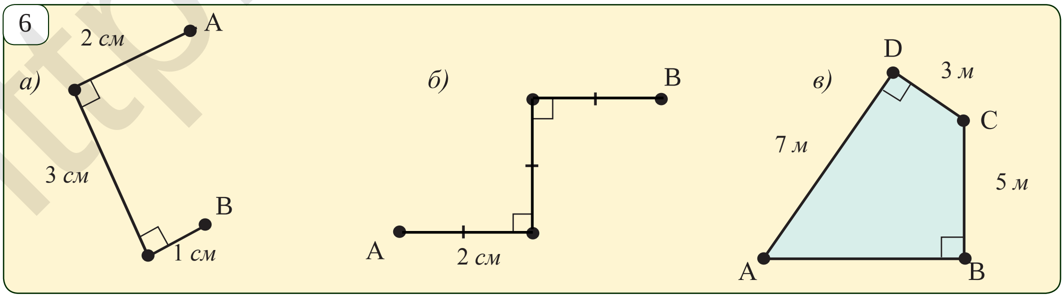
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3 = \frac{9\sqrt{3}}{2} (см^2).$$ *Жообу:* $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ $см^2$.



2.4. 5-сүрөттө берилгендер боюнча белгисизди тап.

2.5. Катеттери 15 *см* жана 20 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтук гипотенузасына түшүрүлгөн бийиктикти тап.

2.6 6-сүрөттө тиешелүү кесинди(лер)ни түзүп, белгисиз *AB* кесиндинин узундугун тап.



2.7. 7-сүрөттө берилгендерден пайдаланып тик бурчтуктун аянтын тап.

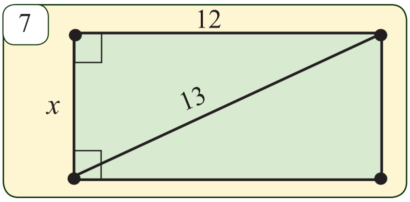
Чыгаруу. Тик бурчтуктун кичине жагын *x* менен белгилесек, анда Пифагор теоремасы боюнча: $x^2 + 12^2 = 13^2$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

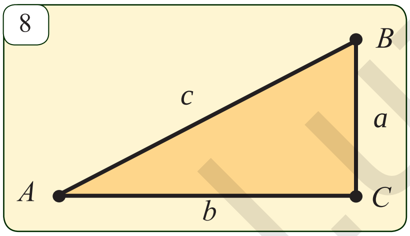
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$x^2 + 144 = 169$; $x^2 = 169 - 144 = 25$; $x = \pm 5$. Узундук оң чоңдук болгондугу үчүн $x = 5$ *см*. Анда тик бурчтуктун аянты

$S = a \cdot b = 5 \cdot 12 = 60$ (*см*²). *Жообу:* 60 *см*².

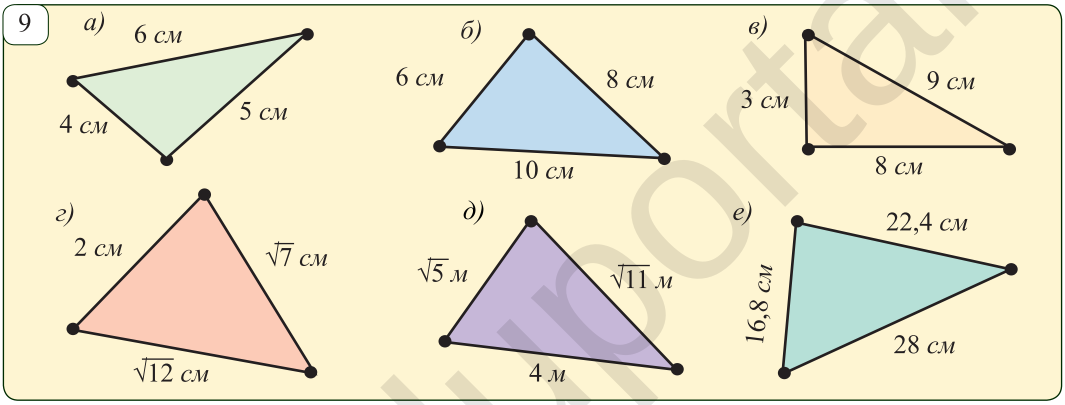


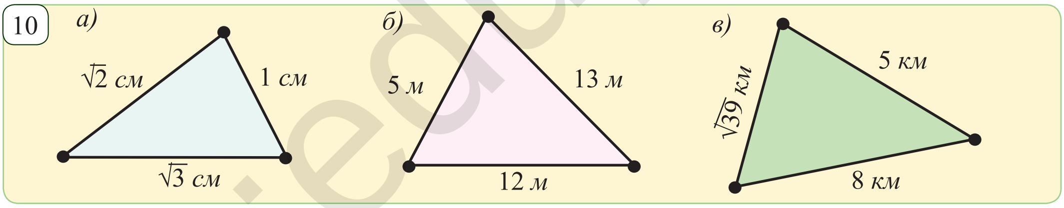
Теорема. Эгерде жактары *a, b* жана *c* болгон үч бурчтукта $c^2=a^2+b^2$ болсо, бул үч бурчтук тик бурчтуу болот (8-*сүрөт*).



2.8. 9-сүрөттөгү үч бурчтуктар түшүнүксүз сүрөттөлгөн. Алардын кайсы бири тик бурчтуу?

2.9. 10-сүрөттөгү үч бурчтуктар түшүнүксүз сүрөттөлгөн. Алардын кайсы бири тик бурчтуу?





2.10. 11-сүрөттө сүрөттөлгөн белгисиз аянтты тап.

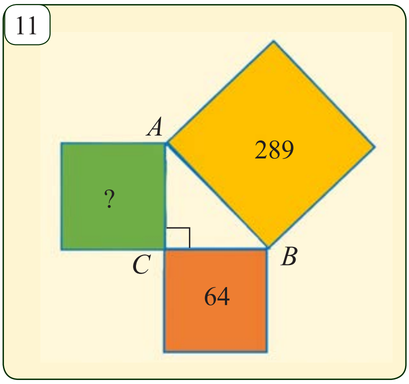
2.11. 12-сүрөттөгү ромбдун диагоналдары 6 *см* жана 8 *см* болсо, анын жагын тап.

2.12. 13-сүрөттөгү тең жактуу үч бурчтуктун жагы 6 *м* болсо, анын бийиктигин тап.

2.13. 14-сүрөттө сүрөттөлгөн фигуранын периметрин тап.

2.14. 15-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, белгисиз узундукту тап.

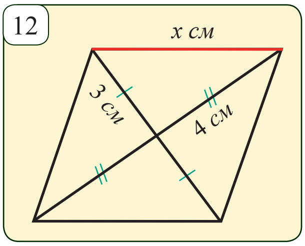
2.15. 16-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, *AB* кесиндинин узундугун тап.

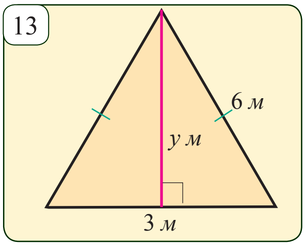


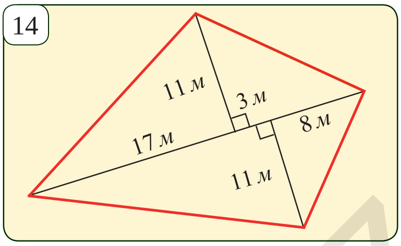
2.16. 17-сүрөттө сүрөттөлгөн жеркепенин алды бети тең жактуу үч бурчтук көрүнүшүндө. Берилгендерден пайдаланып, жеркепе негизинин аянтын тап.

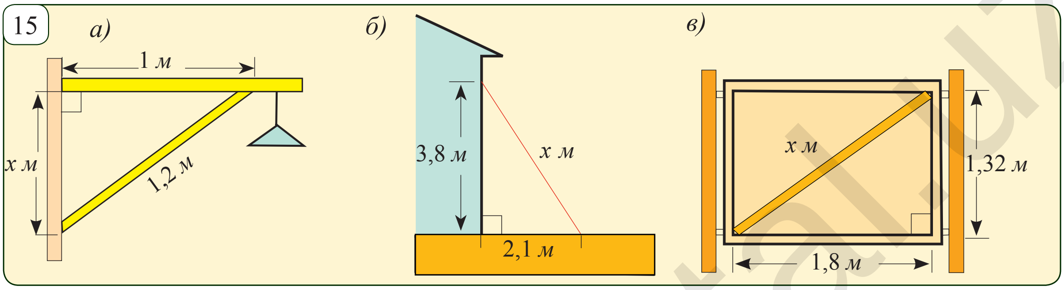
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

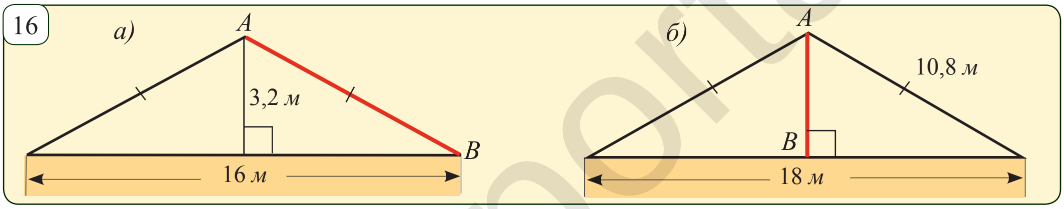
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

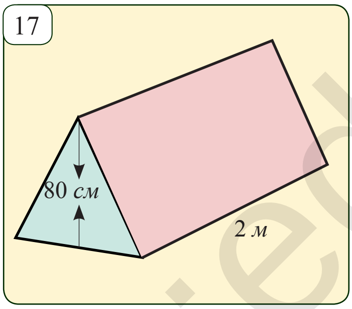


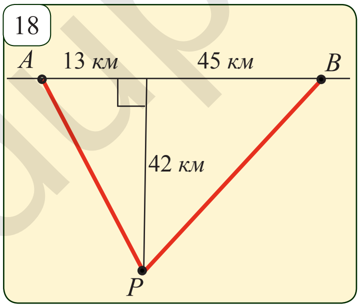


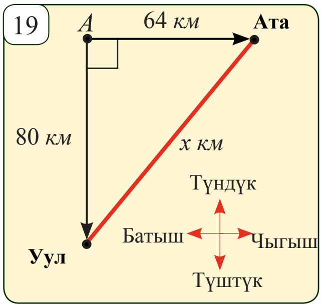












2.17. 18-сүрөттө *P* электр станциядан *A* жана *B* шаарларга зым тартышмак. Мунун үчүн канча зым керек болот?

2.18. А чекиттен атасы 16 *км/саат* ылдамдык менен чыгышка, уулу болсо 20 *км/саат* ылдамдык менен велосипедде түштүккө карай аракеттенип жатат (19-*сүрөт*). 4 саат өтүп алардын арасындагы аралык канча болот?

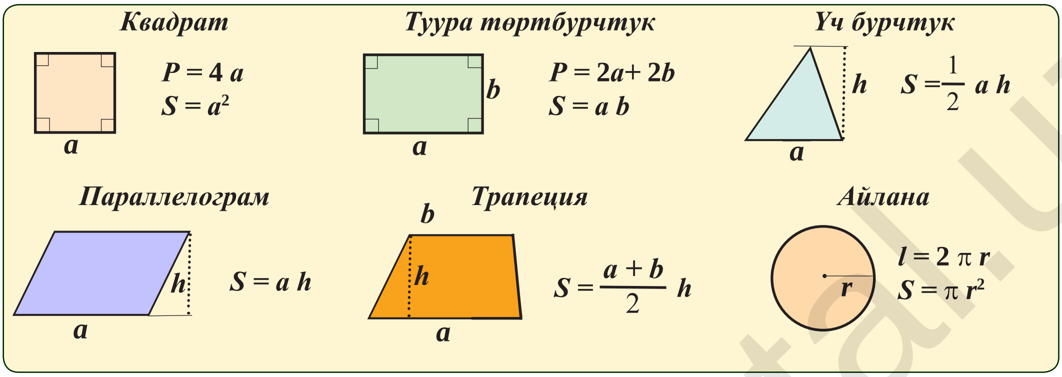
2.19. Эки капитан Жек жана Хук Жумавай аралынан өздөрүнүн кемелеринде жолго чыгышты (20-*сүрөт*). Биринчиси 15 *км/саат* ылдамдык менен түндүккө, экинчиси болсо 19 *км/саат* ылдамдык менен батышка сүзүп кетишти. 2 саат өтүп алардын арасындагы аралык канча болот?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

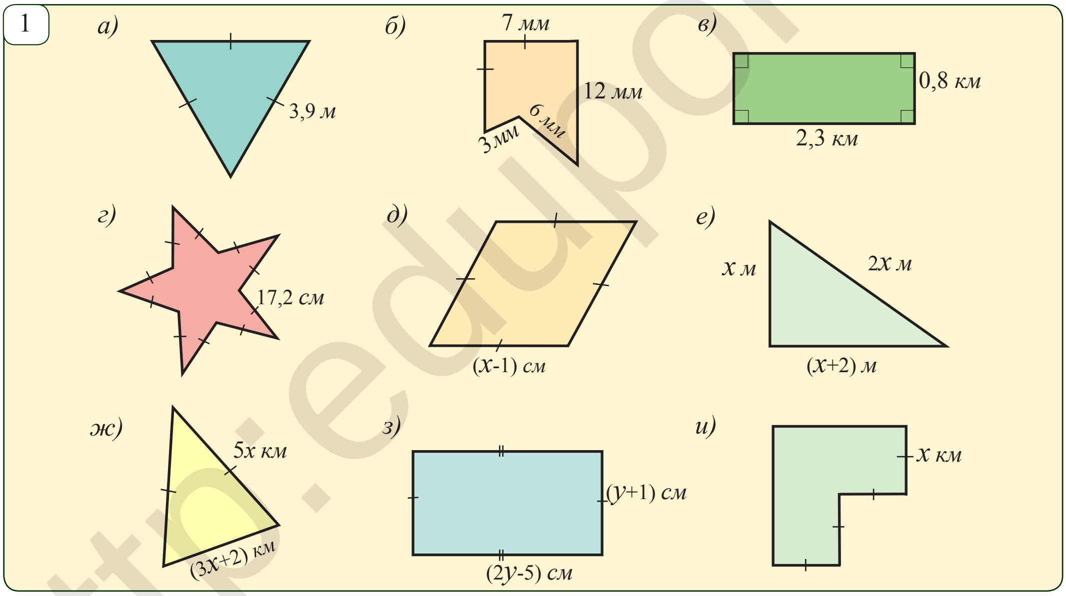
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3 ГЕОМЕТРИЯЛЫК ФИГУРАЛАРДЫН ПЕРИМЕТРИ ЖАНА АЯНТЫН ЭСЕПТӨӨ БОЮНЧА МАСЕЛЕЛЕР

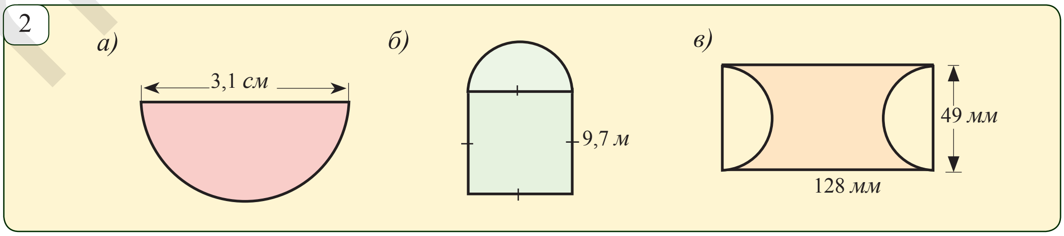
Төмөндө жалпак геометриялык фигуралардын периметри жана аянтын эсептөө боюнча маселелерди көрүп чыгабыз.



3.1. 1-сүрөттө сүрөттөлгөн көп бурчтуктардын периметрин эсепте.



3.2. 2-сүрөттө сүрөттөлгөн геометриялык фигуралардын периметрин (грандарынын узундугун) эсепте.



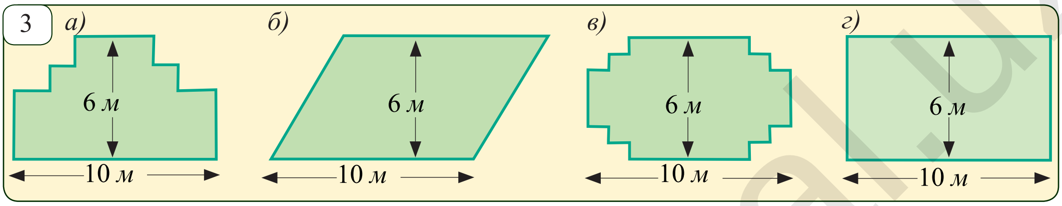
http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

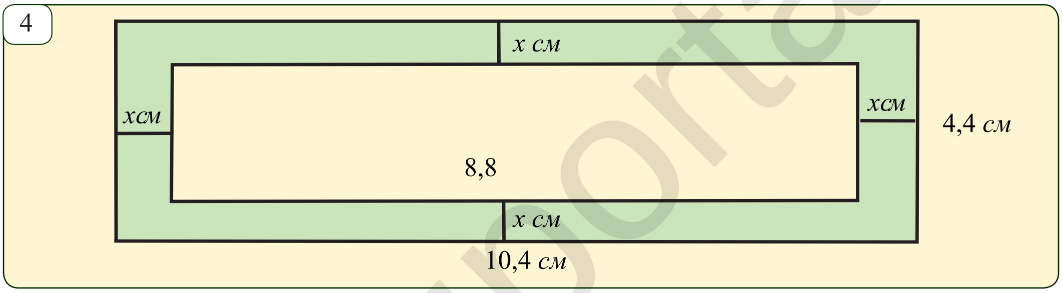
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3.3. 3-сүрөттө сүрөттөлгөн гүлзарды 32 *м* зым менен кармап болобу?

3.4. 4-сүрөттө бөлмөнүн шып жагы сүрөттөлгөн. Шыптын ички бөлүгүн ак, сырткы бөлүгүн болсо жашыл түскө боёш керек. 1. Сүрөттө белгиленген белгисиз кесинди узундугун тап. 2. Жашыл түскө боёлгон шып бөлүгүнүн аянтын тап. 3. Ак түскө боёлгон шып бөлүгүн аянтын тап.

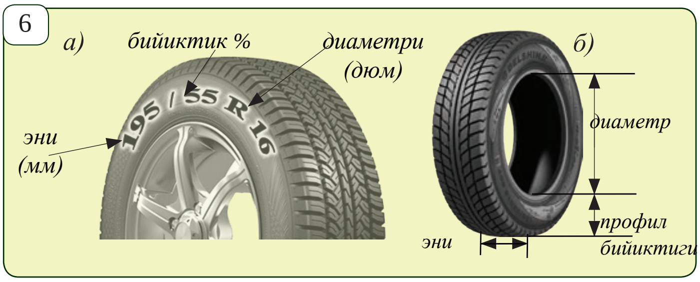
3.5. Велосипед дөңгөлөгүнүн диаметри 64 *см* (5-*сүрөт*). Ашраф велосипедде 100 *м* аралыкты басып өттү. Мында велосипеддин ар бир дөңгөлөгү канча жолу толук айланди? (Эскертүү: айлана узундугу $C=2\pi r$ формула менен эсептелет).





3.7. Автомобиль шинасынын сыртыдагы жазуу белгилүү өлчөмдөрдү билдирет (6.а-*сүрөт*). Мисалы, 195/55 R16 жазууда 195 саны шинанын кеңдигин *мм* де билдирет (6.б-*сүрөт*). Экинчи сан 55-шинанын профилинин бийиктигин шина кеңдигине катышынын пайызын билдирет. Биздин абалда шинанын профили 195 · 55 % = 107 мм = 10,7 *см*. R16 жазуу болсо, шина ички диаметрин дюмдардагы туюнтмасы. 1 дюм болжол менен 2,54 *см* экендигин эсепке алсак, биздин шинанын ички диаметри 16 · 2,54 = 40,64 *см* ге барабар болот.

Равон моделидеги Нексия автомобили шинасында 175/60 R15 жазуу бар. Бул автомобилдин шинасынын кеңдиги, профилинин бийиктиги, ички диаметри жана дөңгөлөктүн бийиктиги, башкача айтканда тышкы диаметрин сантиметрде аныкта.



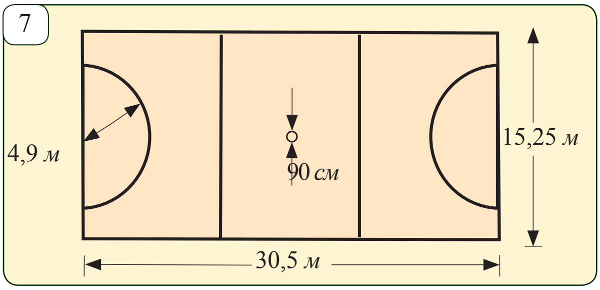
3.8. 7-сүрөттө берилген америкача футбол стадионун периметрин эсепте. Бул стадион талаасын белгилөө үчүн сызылуучу сызыктардын бардык узундугун тап.

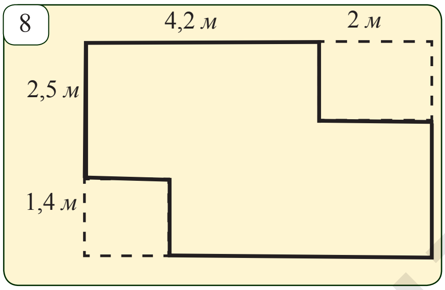
3.9. 8-сүрөттө сүрөттөлгөн жер талаасын периметрин тап.

http://eduportal.uz

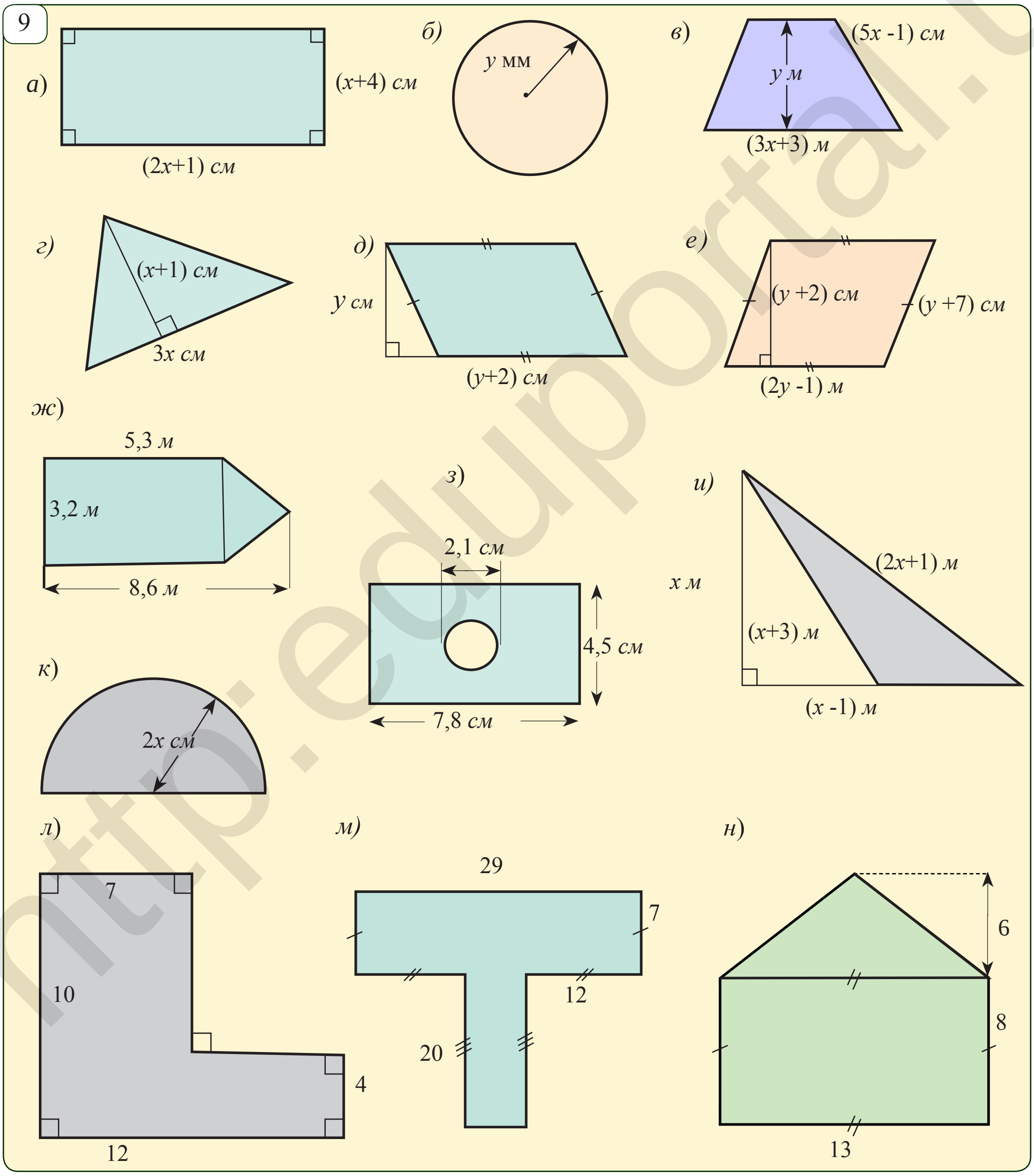
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



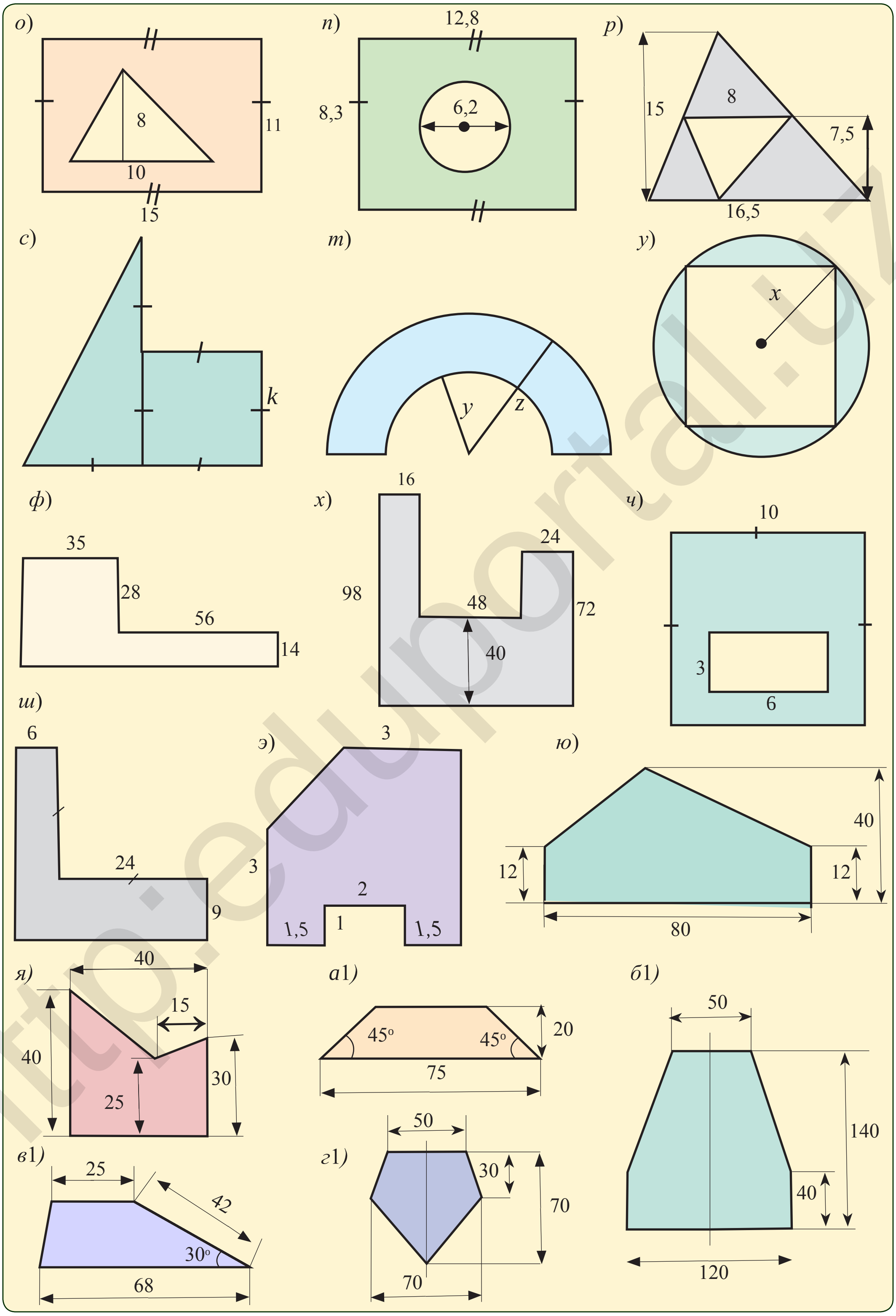


3.10. 9-сүрөттө сүрөттөлгөн түрдүү көрүнүштөгү талаалардын аянтын тап.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

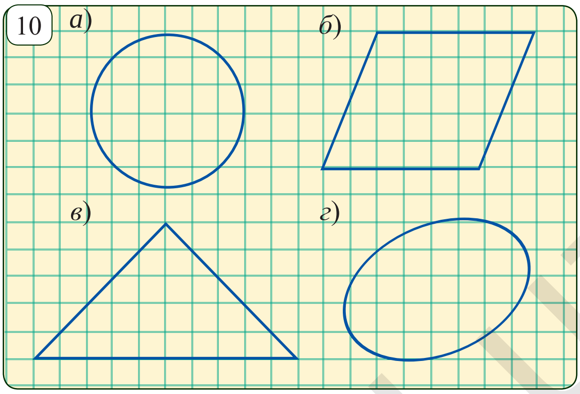
3.11. Практикалык тапшырма. 10-сүрөттө келтирилген фигураларды чакмак дептериңе чий. Алардын аянттарын табуу үчүн кандай усулдарды сунуштайсың? Дептердин чакмактарынан пайдаланып, алардын аянттарын болжол менен кандай аныктоо мүмкүн?

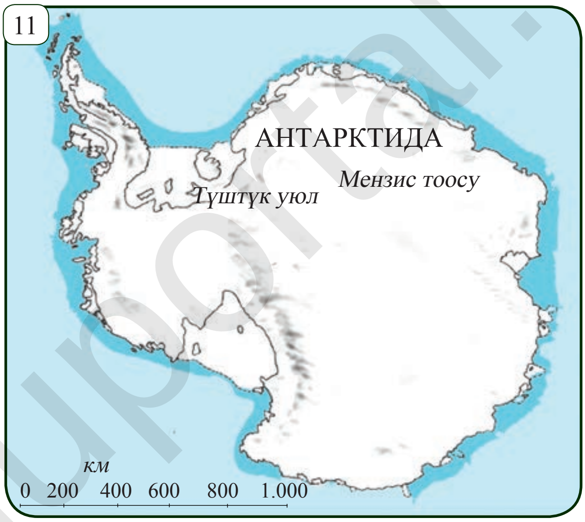
3.12. 11-сүрөттө Антарктида материгинин картасы келтирилген. Берилген масштабдан пайдаланып, жана тиешелүү жардамчы түзүүлөрдү аткарып, материктин аянтын болжол менен аныкта.

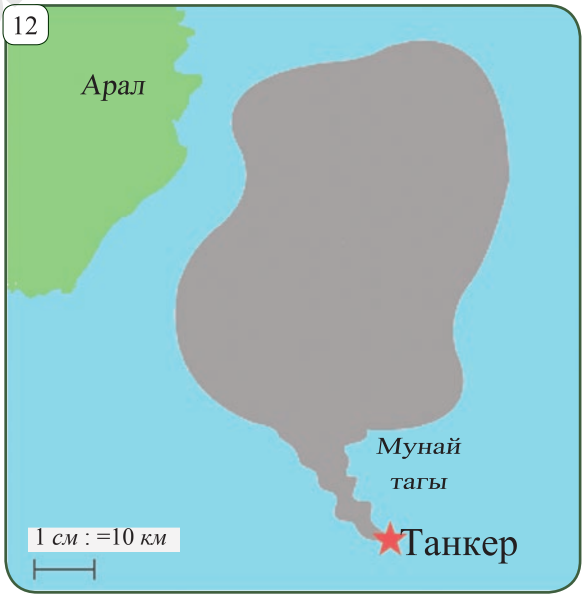
3.13. 12-сүрөттө нефть ташып кетип бараткан танкер аварияга жолугуп, деңиздин үстүндө чоң нефть изи пайда болду. Берилген масштабдан жана тиешелүү өлчөө иштерин аткарып, нефть изинин аянтын тап.

3.14. Бакчанын периметри 48 *м* болгон квадрат формасында. Аны 8 ге барабар тик бурчтук формасындагы участкаларга бөлүнгөн. Пайда болгон тик бурчтуу участкалардын а) жактарын б) аянтын аныкта. Участкалардын аянты бакчанын аянтынан канча пайызга кичине?

3.15. Периметри 20 *м*, туурасы узунунан 1,5 эсе узун болгон тик бурчтук формасындагы бакча кичине участкаларга бөлүнгөн. Эгерде участкалар а) квадрат б) тик бурчтук формасында болсо, алардын арасында аянты эң чоң болгонун өлчөмдөрүн аныкта.







*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

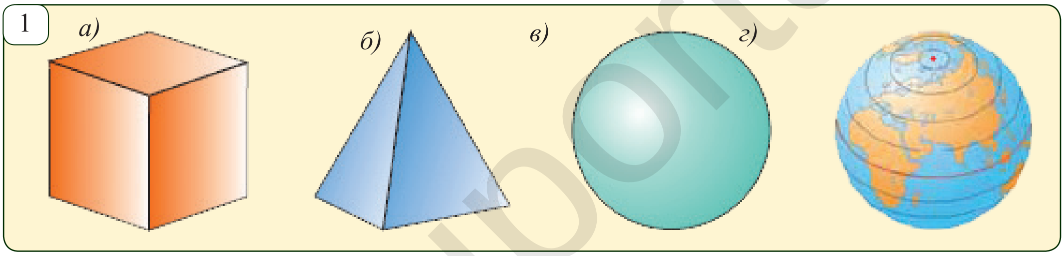
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4 3D ГЕОМЕТРИЯ – МЕЙКИНДИКТЕГИ ФИГУРАЛАРДА ПЛАНИМЕТРИЯ МАСЕЛЕЛЕРИ

Белгилүү болгондой, жалпак фигураларды геометриянын планиметрия бөлүмү, мейкиндиктеги телолорду стереометрия бөлүмү үйрөнөт. Мисалы, тик бурчтук-жалпак фигура болуп, анын туурасы жана узуну, башкача айтканда эки өлчөмү бар. Параллелепипед болсо мейкиндик фигурасы болуп, анын туурасы, узуну жана бийиктиги, башкача айтканда үч өлчөмү бар.

Мейкиндик телолору жөнүндө мурдагы класстарда түшүнүккө ээ болгонсуң. Аларды 10-11-класстарда стереометрия курсунда кеңири, системалуу түрдө үйрөнөсүң. Ушундай болсо да, стереометриянын бир канча маселелери барбы, аларды планиметрия жардамында да чыгаруу мүмкүн. Төмөндө планиметрияга тиешелүү ушундай 3D (3 demention – 3 өлчөмдүү) геометриялык маселелерди келтиребиз. Мейкиндик телолору жөнүндөгү негизги түшүнүктөрдү кыскача эскертип өтөбүз.

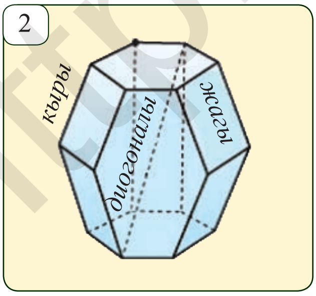
Мейкиндиктин чектелген бөлүгү мейкиндик телосу деп аталат. Мейкиндик телосунун чек арасына (кыртышына) анын сырты деп аталат. Мисалы, мейкиндик телосу- кубдун сырты 6 квадраттан, шардын сырты сферадан турат.

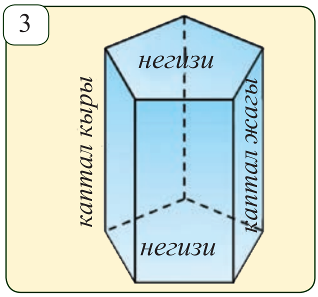


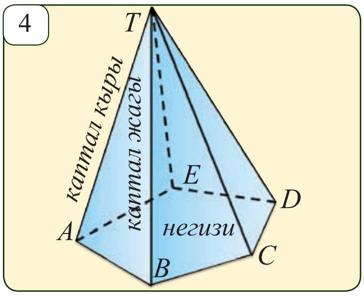
Эки сырттын кесилишинен сызык пайда болот. Мисалы, 1-сүрөттөгү куб жана пирамида кырлары ушундай тегиздиктердин кесилишинен пайда болгон. Сфера жана тегиздиктин кесилишинен болсо айлана пайда болот.

Эки сызыктын кесилишинен чекит пайда болот. Мисалы 1-сүрөттөгү куб жана пирамиданын кырлары кесилишинен чекиттер, башкача айтканда алардын чокулары пайда болот.

Көп жак деп жалпак көп бурчтуктар менен чектелген телого айтылат. Жалпак көп бурчтуктар бул көп жактын жактары, көп бурчтуктардын чокулары көп жактын чокулары, грандары болсо көп жактын кырлары деп аталат. Бир жакка тиешелүү болбогон чокуларын туташтыруучу кесинди көп жактын диагоналы деп аталат (2-*сүрөт*).







Призма деп эки жагы барабар көп бурчтуктан, башка жактары болсо параллелограммдардан түзүлгөн көп жакка айтылат (3-*сүрөт*). Тең жактар призманын негиздери, параллелограммдар болсо анын каптал жактары деп аталат. Негизинин грандарынын

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE
http://eduportal.uz

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

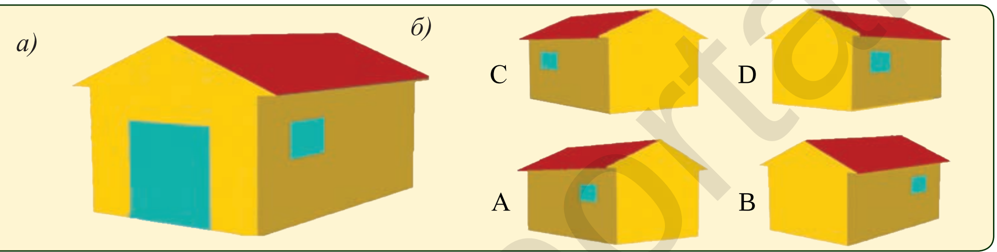
саны боюнча призма үч бурчтуктуу, төрт бурчтуктуу жана n-бурчтуктуу призмалар деп аталат.

Пирамида деп бир жагы көп бурчтуктан, башка жактары болсо бир чокуга ээ үч бурчтуктардан түзүлгөн көп грандык айтылат. Көп бурчтук пирамиданын негизи, үч бурчтуктар болсо, анын каптал жактары деп аталат. 4-сүрөттө *TABCDE* беш бурчтуктуу пирамида сүрөттөлгөн. *ABCDE* беш бурчтук пирамиданын негизи, *ATB, BTC, CTD, DTE* жана *ETA* үч бурчтуктар- анын каптал жактары, *T*- болсо анын чокусу.

4.1 5.а-сүрөттө гараж сүрөттөлгөн 5.б-сүрөттө болсо анын түрдүү жактардан көрүнүшү берилген. Алардан бир гана сүрөт ылдыйдагы гаражга тиешелүү. Бул көрүнүш кайсы?

4.2. 6.а- жана 6.б-сүрөттөрдө курулуштун каптал жагынан көрүнгөн сүрөттөлүшү келтирилген. 6.с-сүрөттө болсо курулуштун жогорудан көрүнүшү жана ага караган төрт чекит белгиленген. Кайсы чекиттен курулушка караганда 1) 6.а-сүрөттөгү; 2) 6.б-сүрөттөгү сүрөттөлүшүн көрүү мүмкүн?

5

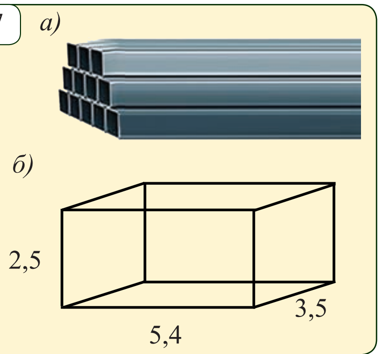


6

4.3. 12 даана 6 метрлүү трубалар бар (7.а-*сүрөт*). Алардын туурасы 3,5 *м*, узуну 5,4 *м* жана бийиктиги 2,5 *м* болгон тик бурчтуу параллелепипед формасындагы гараж каркасын даярдоо керек (7.б-*сүрөт*). Трубалар керектүү узундуктагы бөлүктөргө кесилип, уланат.

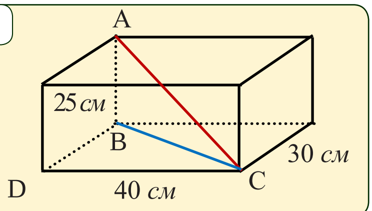
Эң аз каржылуу вариантта кесүүдө бул каркас үчүн канча труба кыркылып кетет?

7



4.4. Кээ бир аба жолдору компаниялары самолётторуна алып чыгылып бараткан жолоочуларын жүк калталарынын диагоналы узундугу 56 *см* ден чоң болбостугу керек. 8-сүрөттө сүрөттөлгөн тик бурчтуу параллелепипед формасындагы, өлчөмдөрү 40 *см* x 30 *см* x 25 *см* болгон жүк калтаны самолётко алып чыгуу мүмкүнбү?

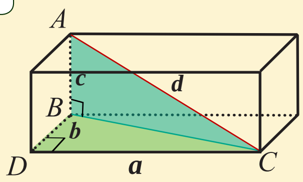
8



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9



$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Чыгаруу: Биринчи жүк калта негизиндеги ВС кесиндинин узундугун табабыз. Пифагордун теоремасы боюнча: $BC^2 = 40^2 + 30^2$.

ABC үч бурчтук тик бурчтуу үч бурчтук. Дагы Пифагордун теоремасынан пайдаланып, жүк калтанын диагоналын табабыз:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$,

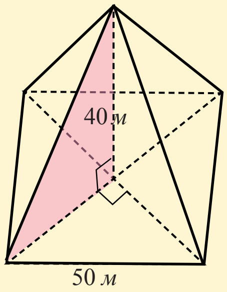
$AC^2 = 25^2 + 40^2 + 30^2 = 3125$. $AC =$ 55,9 *см*.

Жообу: Мүмкүн, себеби $AC < 56$ *см*.

Жогорудагы маселенин чыгарылуусунан жалпы абалда төмөнкү касиет келип чыгат. Аны Пифагордун теоремасын мейкиндиктеги аналогу (окшошу) деп атоого да болот. Бул касиетти өз алдынча далилдөөгө аракет жасап көр (9-*сүрөт*).

Теорема. Тик бурчтуу параллелепипеддин диагоналын квадраты анын үч өлчөмдөрү (узуну, туурасы жана бийиктиги) квадраттарынын суммасына барабар.

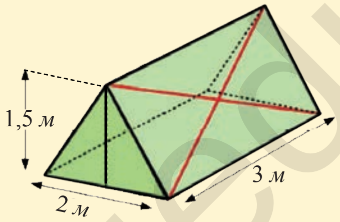
10



4.5. 10-сүрөттө сүрөттөлгөн туура пирамиданын бийиктиги 40 *м* ге барабар, негизи болсо жагы 50 *м* болгон квадраттан турат. Пирамиданын каптал кырын тап.

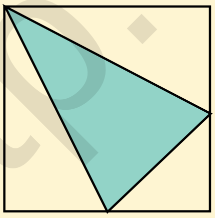
4.6. 11-сүрөттө сүрөттөлгөн призма формасындагы жеркепени тигүү үчүн канча материал керек болот?

11



4.7. Жагы 8 *см* ге барабар болгон квадрат формасындагы кагазды 12-сүрөттө көрсөтүлгөн сыяктуу бүктөп пирамида пайда кылынды. Пирамиданын көлөмүн тап.

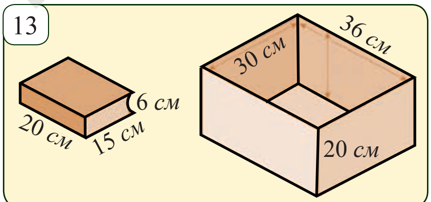
12



4.8. Тик бурчтуу параллелепипед формасындагы идишти ченөө аспаптарынан пайдаланбай туруп, эсептерди аткарбай туруп кандай кылып жарымына чейин суу менен толтуруу мүмкүн? Эгерде идиштин узуну 4 *см*, туурасы болсо бийиктигинен 0,5 *см* узун, бийиктиги болсо узунун 37,7 % ин түзсө, идиштеги суунун көлөмүн эсепте.

4.9. Бирдей өлчөмдөгү китептерди кутуга салуу керек (13-*сүрөт*). Бул кутуга канча китеп жай болот?

13



4.10. Эки аквариумга жогорку кырынан 10 *см* төмөн кылып суу куюлду (14-*сүрөт*). Кайсы аквариумда суу көп?

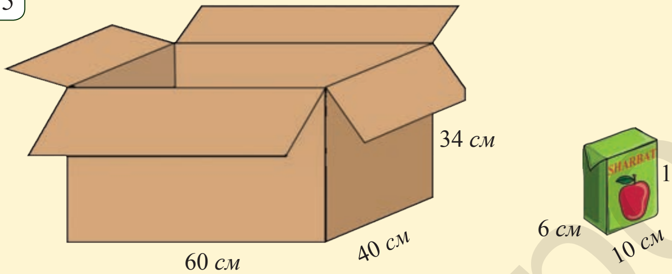
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

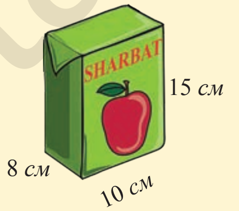
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

14

4.11. Кутуга канча пакет мөмө суусундугу жай болот (15-*сүрөт*)?

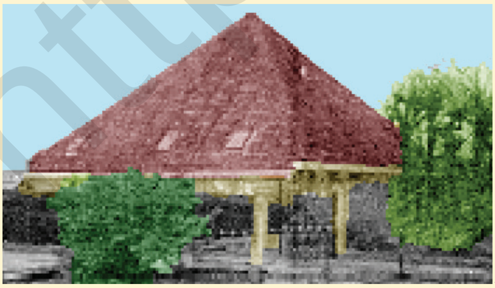
4.12. 1 литрдүү мөмө суусундугу пакети тик бурчтуктуу параллелепипед формасында (16-*сүрөт*). Бир пакет үчүн канча материал керек болот?

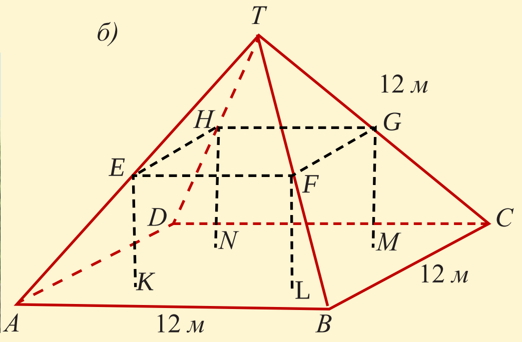
15


16


4.13. 17.а-сүрөттө сүрөттөлгөн үйдүн тамы пирамида формасында. Төмөндө окуучулар тарабынан бул үйдүн чиймеси (математикалык модели) чийилген (17.б-*сүрөт*) жана кээ бир кесиндилердин узундугу көрсөтүлгөн. Чийме боюнча тамдын негизи *ABCD* квадрат формасында. Тамдын кырлары *EFGHKLMN* тик бурчтуу параллелепипед формасындагы бетон блокко тирелген: *E- AT* кырдын, *F- BT* кырдын, *G- CT* кырдын жана *H- DT* кырдын ортолору. Пирамиданын бардык кырларынын узундугу 12 *м*.

1. Тамдын негизи *ABCD* квадраттын аянтын тап.
2. Бетон блоктун жактары –*EF* кесинди узундугун тап.

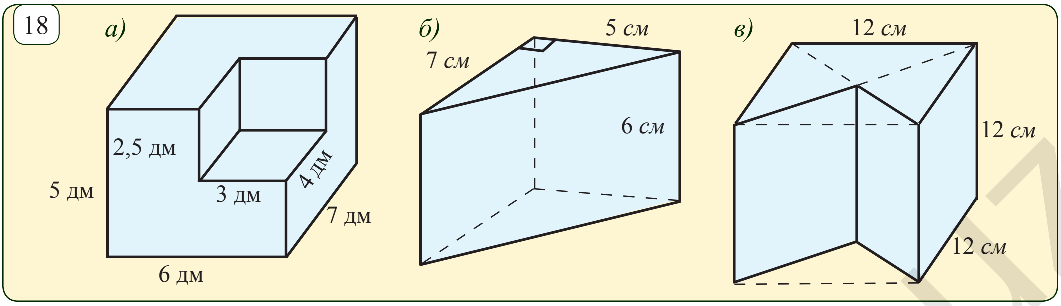
17
а)


б)


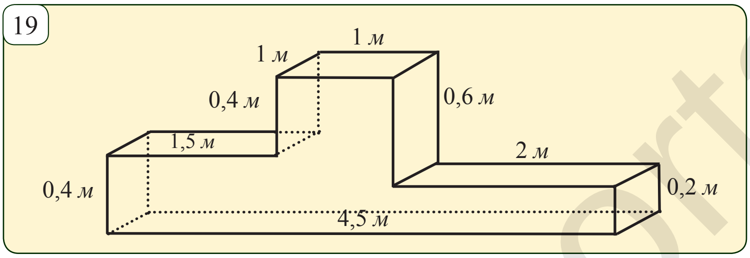
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

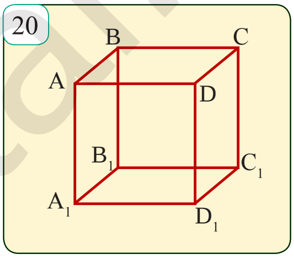
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4.14*. 18-сүрөттө сүрөттөлгөн жыгач бөлүктөрүнүн көлөмүн тап.

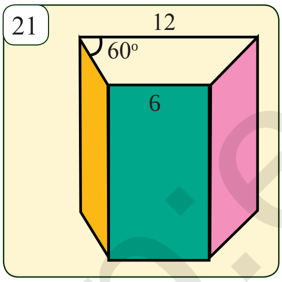


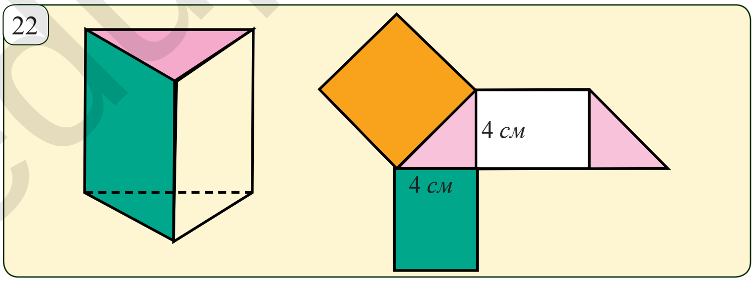
4.15. 19-сүрөттө спорт аренасындагы жеңүүчүлөр президуму сүрөттөлгөн. Берилгендерден пайдаланып, анын көлөмүн тап (бардык эки жактуу бурчтар тик)

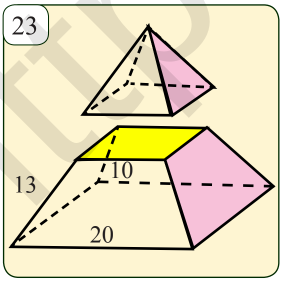




4.16. 20-сүрөттө тик бурчтуу параллелепипеддин AA_1DD_1 грандын периметри 20 *см*, $ABCD$ грандын- периметри 16 *см* болгон квадрат формасында. а) $ABCC_1D_1A_1$ сынык сызыктын узундугун б) DD_1C_1C грандын периметри жана аянтынын д) параллелепипеддин көлөмүн тап.







4.17. 21-сүрөттө сүрөттөлгөн туура призманын негизи тең капталдуу трапеция формасында. Трапециянын негиздери 12 *см* жана 6 *см*, негизидеги тар бурчтарынан бири 60° ка барабар. Эгерде призма чоң граны квадрат формасында болсо, анын толук бетинин аянтын тап.

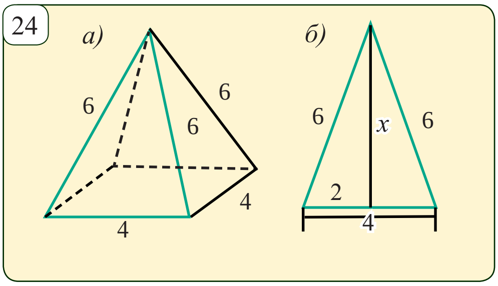
4.18. 22-сүрөттө призма жана анын жайылмасы берилген. Эгерде призма чоң граны квадрат формасында болсо, анын толук бетинин аянтын тап.

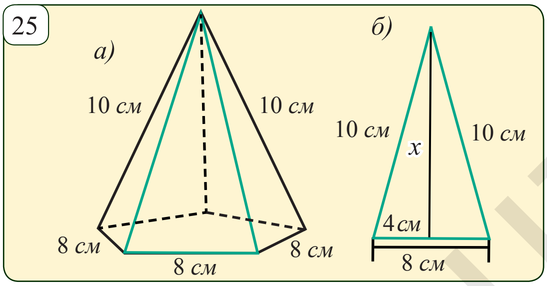
4.19. 23-сүрөттөгү тең жактуу төрт бурчтуктун пирамида негизине параллель болгон тегиздик менен кесилгенде, кесилген пирамида пайда болду. Кесилген пирамида негиздеринин жактары 20 *см* жана 10 *см*, каптал кырлары 13 *см* болсо, анын толук бетин тап.

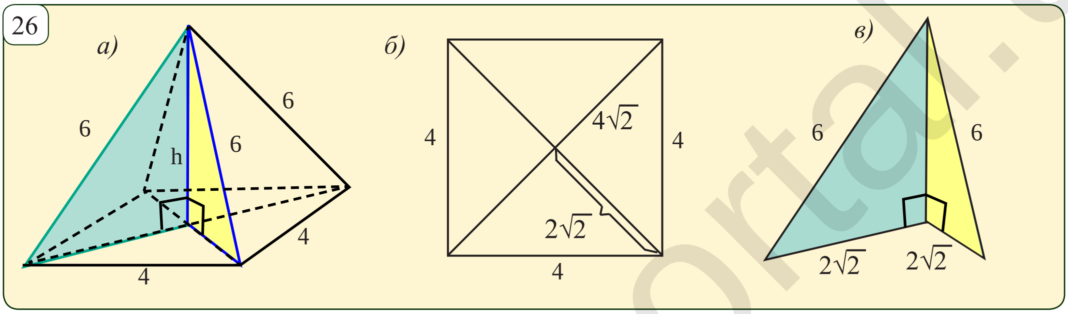
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

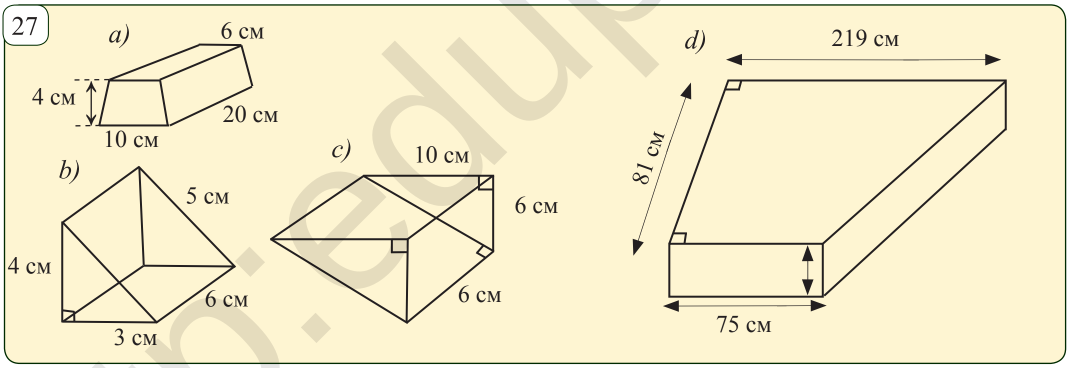
4.20. 24-26-сүрөттөрдө берилген маалыматтар жана жардамчы чиймелер негизинде белгисиз чоңдуктарды тап.







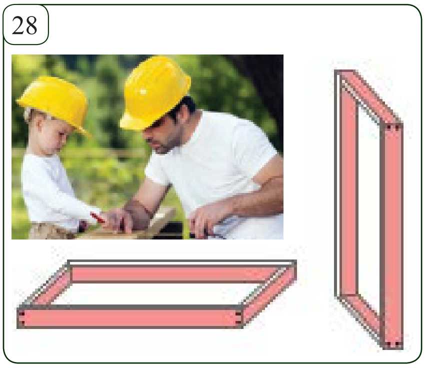
4.21. 27-сүрөттө берилген маалыматтар негизинде көп грандардын толук бетин жана көлөмүн тап.



Геометрия жана жыгач устачылыгы

Узундугу 2 *м* 20 *см*, туурасы 12 *см* жана калыңдыгы 2 *см* болгон рейкалардан ата жана уул туурасы 1 *м* узуну 1 *м* 80 *см* болгон рама жасамак.

1. Бул раманы жасоо планын түз.
2. Жасалган раманы тик бурчтук формасында экенин а) бурчтуу линейка б) рулетка жардамында кандай текшерүү мүмкүн.
3. 4 даана раманы жасоо үчүн нече даана рейка керек болот? (28-*сүрөт*).



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

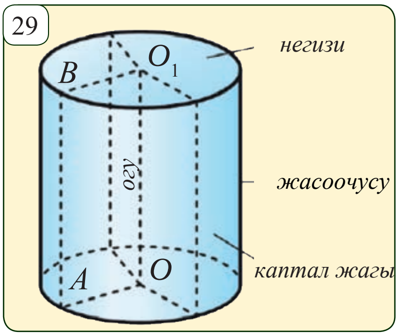
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

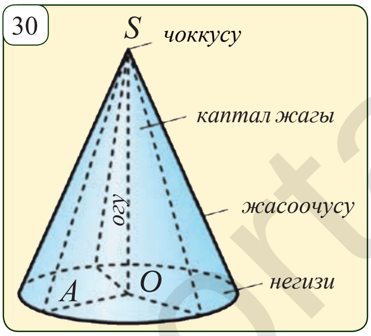
Мейкиндиктеги фигуралардын дагы бир бөлүмдөрүнөн бири – бул айлануу телолору. Аларга цилиндр, конус жана шар кирет.

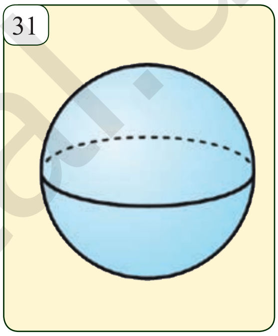
Тик бурчтукту бир жагынын айланасында айландыруудан пайда болгон телого цилиндр деп аталат. 29-сүрөттө цилиндрдин элементтери: негиздери, түзүүчүсү, огу жана каптал бети сүрөттөлгөн.

Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир катетинин айланасында айландыруудан пайда болгон телого конус деп аталат. 30-сүрөттө конустун чокусу, каптал бети, түзүүчүсү жана негизи сүрөттөлгөн.

Тегеректин өзүнүн диаметринин айланасында айландыруудан пайда болгон телого шар деп аталат (31-*сүрөт*).

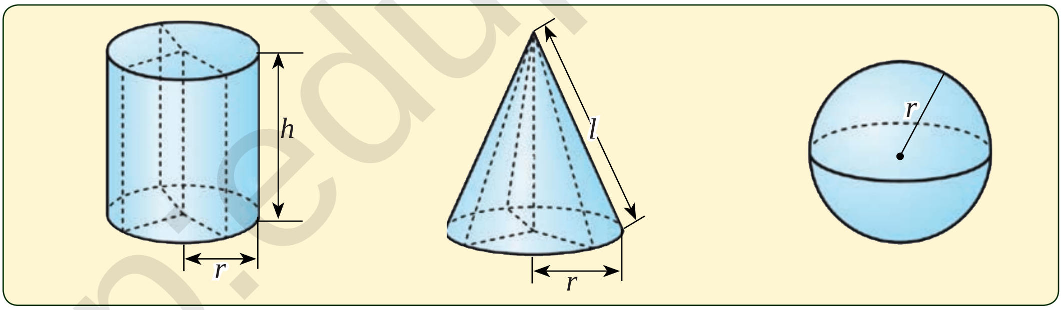






Бул айландырууда айлана пайда кылган бет сфера деп аталат. Белгилүү болгондой, шардын бети сфера формасында болот. Сфера борборунан анын каалагандай чекитине чейин болгон аралык анын радиусун аныктайт.

Айлануу телолорун каптал жана толук бетинин аянтынын формулалары:



Цилиндр

$S_{каптал} = 2\pi rh$

$S_{бүт} = 2S_{негиз} + S_{уон} =$

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Конус

$S_{каптал} = \pi rl$

$S_{бүт} = S_{негиз} + S_{каптал} =$

$= \pi r^2 + \pi rl$

Шар

$S = 4\pi r^2$

1- мисал

$h = 5$ *см*, $r = 6$ *см* болсо,

$S_{каптал} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \approx$

$\approx 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 6 = 565 (см^2)$.

2- мисал

$r = 5$ *см*, $l = 12$ *см* болсо,

$S_{бүт} = \pi r^2 + \pi rl \approx$

$\approx 3,14 \cdot 5^2 + 3,14 \cdot 5 \cdot 12 =$

$= 267 (см^2)$.

3- мисал

$r = 8$ *см* болсо,

$S = 4 \cdot \pi r^2 \approx$

$\approx 4 \cdot 3,14 \cdot 8^2 =$

$= 803,84 (см^2)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Төмөндө планиметрия жардамында чыгарыла турган айлануу телолоруна тиешелүү маселелерди карап чыгабыз.

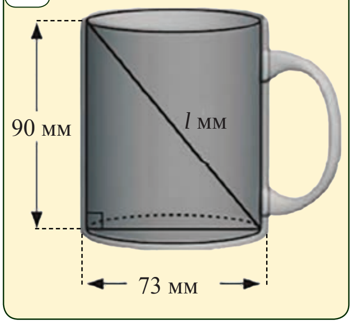
4.22. Шар борборунан анын бетинде жаткан 4 чекитке чейин болгон аралыктардын суммасы 24 *см* ге барабар. Шардын диаметрин тап.

4.23. Нурисламдын чашкасы (кофе иче турган идиши) нын бийиктиги 90 *мм*, негизинин диаметри 73 *мм* ге барабар (32-*сүрөт*). Кофеге салынган шекер же сүттү аралаштыганда Нурисламдын колу күйбөстүгү үчүн кашыктын узундугу эң азы менен канча болушу керек?

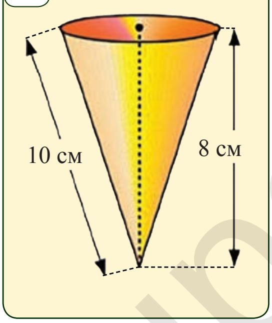
Чыгаруу: Кашыктын узундугун 32-сүрөттөгү сыяктуу l деп алсак, анда Пифагор теоремасы боюнча: $l^2 = 73^2 + 90^2 = 13429$ га ээ болобуз. Мындан $l = 115{,}9$ *мм*.

Жообу: кашыктын узундугу 116 *мм* ден аз болбостугу керек.

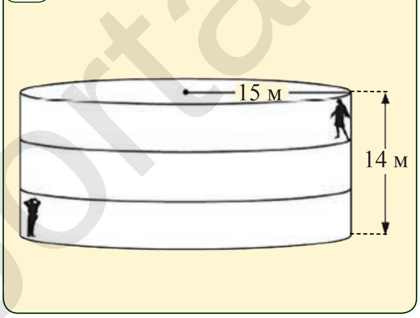
32



33



34



4.24. 33-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, конус формасындагы бал каймак идишинин негизинин радиусун тап. Анын сыйымдуулугун тап.

4.25. 34-сүрөттө сүрөттөлгөн Лондон шаарындагы Шекспир Глобус театры цилиндр формасында. Сүрөттө берилгендерден пайдаланып, театрдын төмөнкү бурчундагы актёрдун үнү жогоруда турган көрүүчүлөргө жетип баруусу үчүн канча аралыкты өтүүсүн тап?

4.26. 35-сүрөттө сүрөттөлгөн цилиндр формасындагы идиштин бийиктиги 12 *см*, кеңдиги болсо 8 *см*. Ылдыйкы негизинин борборунда жылчык бар. Бул идиштен суусундук ичүү үчүн салынган түтүктүн узундугу канча болуусу керек? Түтүктүн көрүнүп турган бөлүгүнүн узундугу 2 *см*.

35

4.27. Жезден даярдалган бийиктиги 30 *см* болгон конус эритилип, андан цилиндр даярдалды. Эгерде конус жана цилиндр негиздери барабар айланалардан түзүлгөн болсо, пайда болгон цилиндрдин бийиктигин тап.

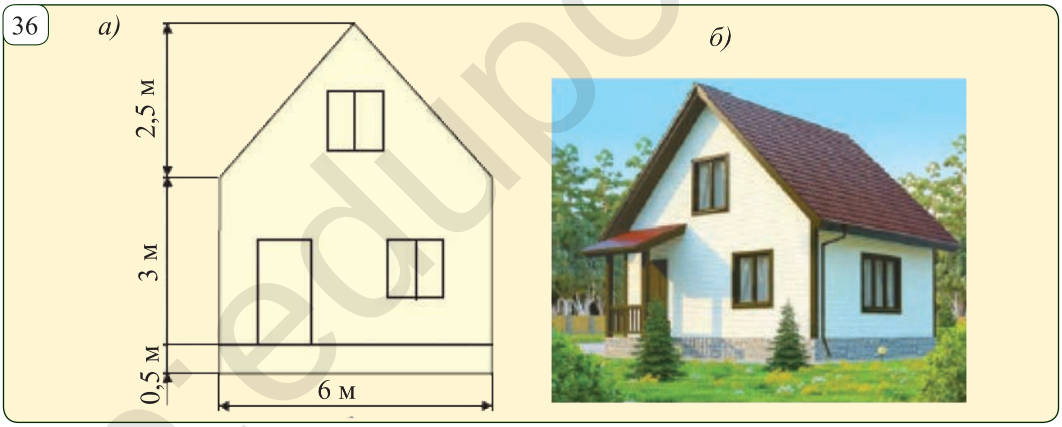
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5 ДОЛБООР ИШИН АТКАРУУ БОЮНЧА КӨРСӨТМӨЛӨР

Долбоор ишинин темасы боюнча окуучулар өз алдынча болуп же 3-4 кишилик топ болуп иштөөлөрү мүмкүн. Долбоор иши окуу жылы аягында өткөрүлө турган жактоо (кичине конференция) менен аякталат. Долбоор иши боюнча иш процесси төмөнкү окуу иштерин өз ичине алышы мүмкүн: изилдөө иштерин пландаштыруу, тапшырмаларды өз ара бөлүштүрүү,окуу максаттарын белгилөө, керектүү маалыматтарды издеп табуу, темага тиешелүү көйгөйлөрдүн чыгарылыштарын табуу, алардан эң оптималдуусун тандоо жана аны негиздөө, түрдүү учурларда суроолор же тажрыйбалар өткөрүү, долбоор ишинин натыйжалары боюнча маалымат даярдоо, өз иштерин анализ кылуу жана баалоо, долбоор ишинин жактоосу үчүн презентация даярдоо жана аны жактоо. Окуучулар долбоор иши боюнча изилдөөлөрдү жыл бою сабактардан бош убакыттарында өз алдынча аткаруулары керек.

Долбоор ишинин темалары практикалык, теориялык жана изилдөө көрүнүшүндө болушу мүмкүн. Практикалык жумушта геометриядан үйрөнүлгөн билим жана көнүккөндүктөрдү турмуштагы көйгөйлөрдү (кейстерди) чыгарууга колдонулат. Теориялык долбоор иштеринде болсо геометриянын кандайдыр темасы тереңирээк үйрөнүлөт. Изилдөө жумуштарында болсо, кандайдыр стандарттык эмес геометриялык маселе же турмуштагы көйгөйдү чыгаруу үстүндө кичине илимий изилдөө алып барылат.



Практикалык долбоор ишинин үлгүсү

Проект тапшырмасы. 36-сүрөттө сүрөттөлгөн дачанын үй дубалын боёо керек. Үйдү куруу планы (тапшырмага кошумча кылынат) негизинде бул жумушту аткаруу үчүн эң аз каржылуу (арзан) проектти иштеп чык.

Долбоор ишинин аткаруу убакытында окуучулар үйдүн планын өз алдынча үйрөнүп чыгышат. Тапшырмаларды аныктап, план түзүшөт жана иштерди өз ара бөлүшүп алышат. Биринчи, боёло турган аянтты аныктап алышат. Боёо үчүн канча боёк керектигин аныкташат. Түрдү боёолор боюнча эсептер аткарылат. Кайсы боёо иштетилсе, туура болорун аныкташат жана негиздешет. Тандалган боёо боюнча бардык эсептөө иштери аткарылат жана долбоор ишин жана ал боюнча презентация даярдашат.

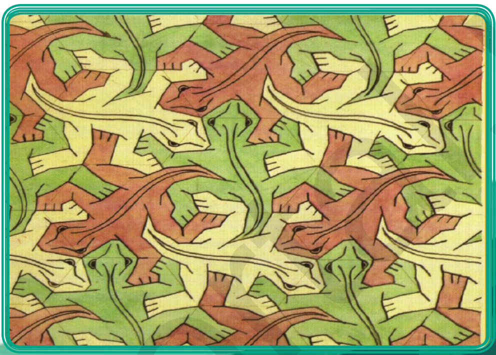
Эскертүү: сүрөттө үйдүн планы толук көрсөтүлбөгөн.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

I ГЛАВА

V. ГЕОМЕТРИЯЛЫК АЛМАШТЫРУУЛАР ЖАНА ОКШОШТУКТАР



Бул главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

√ *окшош фигуралардын аныктамаларын жана белгиленишитерин билүү;*

√ *үч бурчтуктардын окшоштук белгилерин билүү;*

√ *гомотетия түшүнүгүн билүү.*

Практикалык көнүккөндүктөр:

√ *эки окшош үч бурчтуктардан тиешелүү элементтерди таба билүү;*

√ *үч бурчтуктардын окшоштугунун белгилерин далилдөөлөргө жана эсептөөлөргө тиешелүү маселелерди чыгарууда колдоно билүү;*

√ *гомотетиядан пайдаланып, окшош көп бурчтуктарды түзө билүү.*

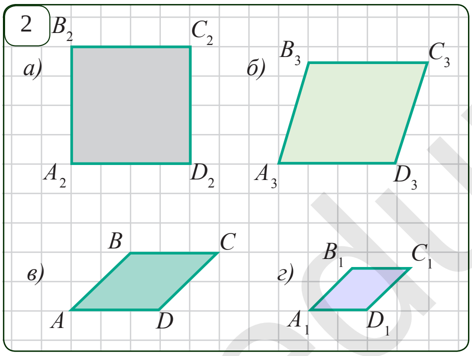
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6 КӨП БУРЧТУКТАРДЫН ОКШОШТУГУ

1

Күндөлүк турмушта өз ара тең фигуралардан тышкары формасы (көрүнүшү) бирдей, бирок өлчөмдөрү ар түрдүү болгон фигураларды көп кездештиребиз. Тарых жана география сабактарында ар түрдүү масштабдарда иштелген карталардан пайдалангансың. Класстык доскага илинген жана окуу китептеринде сүрөттөлгөн республикабыздын карталары түрдүүчө өлчөмдөрдө, бирок алар бирдей формада (көрүнүштө). Ошондой эле, бир эле фототасмадан түрдүүчө өлчөмдөгү фотосүрөттөр даярдалат. Бул сүрөттөрдүн өлчөмдөрү ар түрдүү болгону менен, алар бирдей көрүнүштө, башкача айтканда алар бири-бирине окшошот (1-*сүрөт*).

2



Көңүгүү. 2-сүрөттө төрт ромб берилген. Алардан *в*) жана *г*) ромбдор гана бирдей көрүнүшкө ээ. Бул ромбдор эмнеси менен башка ромбдордон ажыралып турушат? Келчи, муну биргеликте аныктайлы?

1. сүрөттөн көрүнүп тургандай, $AD=3$, $A_1D_1=2$. Ромбдун жактары барабар болгондуктан,

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CD}{C_1D_1}=\frac{AD}{A_1D_1}=\frac{3}{2}=1{,}5$$

барабардыгын алабыз. Мындай учурда ромбдун тиешелүү жактары өз ара пропорциялаш деп айтылат.

2. $ABCD$ жана $A_1B_1C_1D_1$ ромбдорунун тиешелүү бурчтары өз ара барабар. Чындыгында да $\angle A=\angle A_1=45°$, $\angle B=\angle B_1=135°$, $\angle C=\angle C_1=45°$, $\angle D=\angle D_1=135°$. Мындай учурда ромбдун тиешелүү бурчтары өз ара барабар деп айтылат.

Ошентип, бул ромбдордун бирин-бирине окшоштугунун себеби тиешелүү жактарынын пропорциялаштыгы жана тиешелүү бурчтарынын барабар экендиги деп айта алабыз. Каалагандай көп бурчтуктардын окшоштугу түшүнүгү да ошонун негизинде киргизилген.

Эки көп бурчтук (беш бурчтук) $ABCDE$ жана $A_1B_1C_1D_1E_1$ көрүнүштө белгиленген болуп, тиешелүү түрдө $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$, $\angle D=\angle D_1$, $\angle E=\angle E_1$ башкача айтканда тиешелүү бурчтары өз ара барабар болсун. Анда, AB жана A_1B_1, BC жана B_1C_1, CD жана C_1D_1, DE жана D_1E_1, EA жана E_1A_1 жактарына *тиешелүү жактар* деп аталат.

Аныктама. Бирдей аталыштагы көп бурчтуктардан биринин бурчтары экинчисинин бурчтарына тиешелүү түрдө барабар, ал эми тиешелүү жактары болсо өз ара пропорциялаш болсо, анда мындай көп бурчтуктар **окшош көп бурчтуктар** деп аталат (3-*сүрөт*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

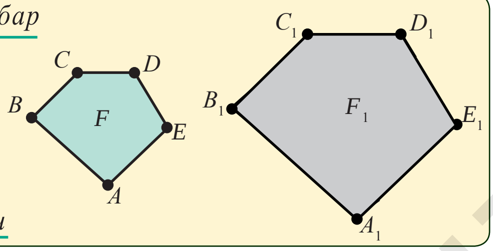
Көп бурчтуктардын окшоштугу ∽ белгиси аркылуу көрсөтүлөт.

3

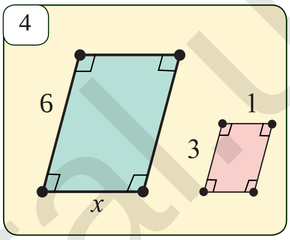
Тиешелүү бурчтары өз ара барабар

$F \sim F_1 \begin{cases} \angle A=\angle A_1,\ \angle B=\angle B_1,\ \angle C=\angle C_1, \\ \angle D=\angle D_1,\ \angle E=\angle E_1 \\ \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{C_1D_1}{CD}=\frac{D_1E_1}{DE}=\frac{E_1A_1}{EA}=k \end{cases}$

Тиешелүү жактары пропорциялаш



Окшош көп бурчтуктардын тиешелүү жактарынын катышына барабар болгон k санга окшоштук коэффициенти деп аталат.



1-Маселе. 4-сүрөттөгү көп бурчтуктардын окшоштугу белгилүү болсо, белгисиз узундукту тап.

Чыгаруу: Бул көп бурчтуктар окшоштугунан алардын тиешелүү жактарынын пропорциялаш экендиги келип чыгат.

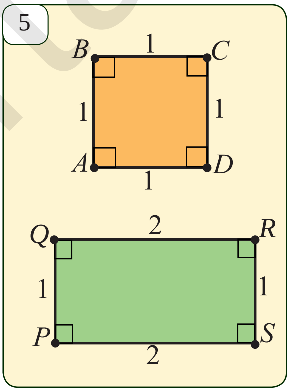
Демек, $\frac{x}{6}=\frac{1}{3}$. Мындан $x = 6 : 3 = 2$ экендигин табабыз.

Жообу. $x = 2$.

2-Маселе. 5-сүрөттө көрсөтүлгөн төрт бурчтуктар окшошпу? Эмнеге?

Чыгаруу: Жок. Себеби алардын тиешелүү бурчтары барабар болсо да, тиешелүү жактары пропорциялаш эмес:

$$\frac{AB}{PQ}=1 \neq \frac{BC}{QR}=\frac{1}{2}$$

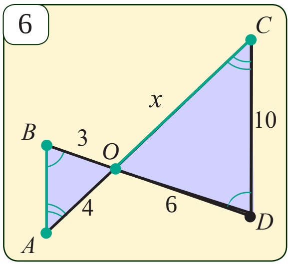


Маселелер жана тапшырмалар

6.1. Окшоштук коэффициенти деген эмне жана ал кандайча аныкталат?

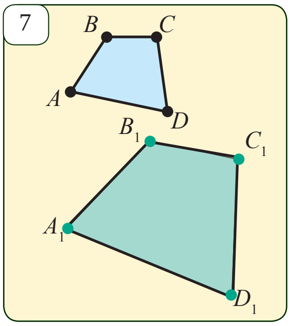
6.2. Эгерде ABC жана DEF үч бурчтуктарында $\angle A = 105°$, $\angle B = 35°$, $\angle E = 105°$, $\angle F = 40°$, $AC = 4{,}4$ *см*, $AB = 5{,}2$ *см*, $BC = 7{,}6$ *см*, $DE = 15{,}6$ *см*, $DF = 22{,}8$ *см*, $EF = 13{,}2$ *см* болсо, анда алар окшош болушабы?

6.3. 2-сүрөттө көрсөтүлгөн а) жана б) ромбдор эмне себептен окшош эмес? б) жана в) ромбдор-чу?



6.4. 6-сүрөттөгү ABO жана CDO үч бурчтуктары окшош болсо, анда AB, OC кесиндилеринин узундуктарын жана окшоштук коэффициентин тап.

6.5. 7-сүрөттө $ABCD \sim A_1B_1C_1D_1$. $AB = 24$, $BC = 18$, $CD = 30$, $AD = 54$, $B_1C_1 = 54$. A_1B_1, D_1A_1 жана C_1D_1 кесиндилерин тап.



6.6*. ABC үч бурчтугунун AB жана AC жактарынын ортолору тиешелүү түрдө P жана Q болсун. $\Delta ABC \sim \Delta APQ$ экендигин далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7 ОКШОШ ҮЧ БУРЧТУКТАР ЖАНА АЛАРДЫН КАСИЕТТЕР

Эң жөнөкөй көп бурчтук саналган үч бурчтуктардын окшоштугун үйрөнөлү.

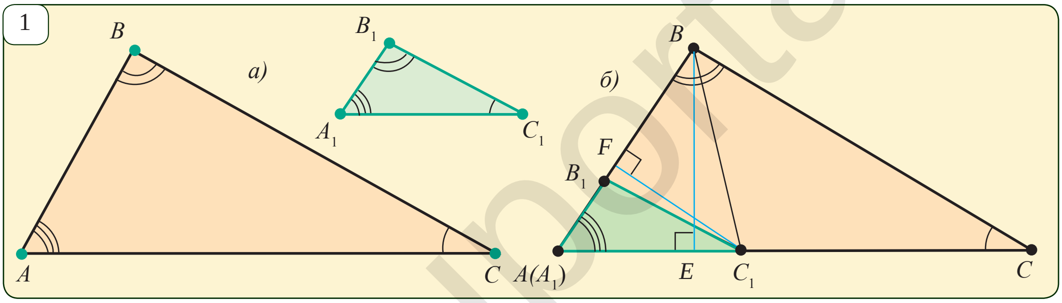
Теорема. ***Эки окшош үч бурчтуктун периметрлеринин катышы окшоштук коэффициентине барабар.***

Бул теореманы өз алдынча далилде.

Теорема. ***Эки окшош үч бурчтуктардын аянттарынын катышы окшоштук коэффициентинин квадратына барабар.***

$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ (1-*а сүрөт*), k — *окшоштук коэффиценти* ⇒ $S_{ABC} : S_{A_1B_1C_1} = k^2$

Далилдөө. Теорема шарты боюнча, $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Демек, көп бурчтуктардын окшоштугунун эрежеси боюнча, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$ жана $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CA}{C_1A_1}=k$



$\angle A = \angle A_1$ экендигинен пайдаланып, аларды 1-б сүрөттөгүдөй үстү-үстүнө коёбуз жана тиешелүү түзүүлөрдү жана белгилөөлөрдү ишке ашырабыз.

Төмөнкү үч бурчтуктардын аянттарын табабыз жана алардын катыштарын карайбыз:

$$\left.\begin{aligned} S_{ABC}&=\frac{AC\cdot BE}{2};\\ S_{ABC_1}&=\frac{A_1C_1\cdot BE}{2}; \end{aligned}\right] \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABC_1}}=\frac{AC}{A_1C_1} \quad (1),$$

$$\left.\begin{aligned} S_{A_1B_1C_1}&=\frac{A_1B_1\cdot C_1F}{2};\\ S_{ABC_1}&=\frac{AB\cdot C_1F}{2}; \end{aligned}\right] \Rightarrow \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC_1}}=\frac{A_1B_1}{AB} \quad (2).$$

(1) барабардыгын мүчөлөп (2) барабардыкка бөлсөк, барабар бурчка ээ болгон үч бурчтуктардын аянттарын катышы үчүн (3) барабардыкты алабыз.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{AB\cdot AC}{A_1B_1\cdot A_1C_1} \quad (3)$$

Мында шарт боюнча, $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CA}{C_1A_1}=k$ экендигин эсепке алсак,

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{AB\cdot AC}{A_1B_1\cdot A_1C_1}=\frac{AB}{A_1B_1}\cdot\frac{AC}{A_1C_1}=k\cdot k=k^2$$

барабардык келип чыгат. *Теорема далилденди.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1-маселе. Окшош үч бурчтуктардын тиешелүү жактарынын катышы ошол жактарга түшүрүлгөн бийиктиктеринин катышына барабар экендигин далилде (2-*сүрөт*).

$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, BD, B_1D_1 — *бийиктиктер* ⇒ $\dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{BD}{B_1D_1}$

Чыгаруу. Берилген үч бурчтуктардын окшоштук коэффициенти k болсун. Анда,

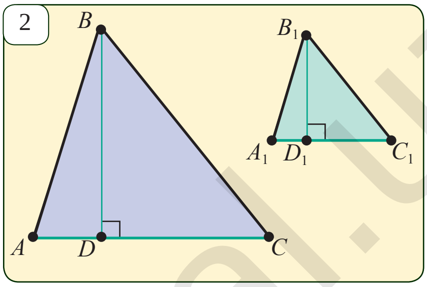
$AC : A_1C_1 = k; \quad S_{ABC} : S_{A_1B_1C_1} = k^2$ (1)

болот. Экинчи жактан,

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot BD}{\frac{1}{2}A_1C_1 \cdot B_1D_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \cdot \frac{BD}{B_1D_1} = k \cdot \frac{BD}{B_1D_1} \quad (2)$$

(1) жана (2) барабардыктардан $k \cdot \dfrac{BD}{B_1D_1} = k^2$

же $\dfrac{BD}{B_1D_1} = k$. Ошентип, $\dfrac{BD}{B_1D_1}$ катышы да $\dfrac{AC}{A_1C_1}$ катышы да k га барабар, башкача айтканда $\dfrac{AC}{A_1C_1} = \dfrac{BD}{B_1D_1}$.



Маселелер жана тапшырмалар

7.1. Окшош үч бурчтуктар аянттарынын катышы жөнүндөгү теореманы айт жана далилде.

7.2. Эки окшош ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары берилген. Эгерде $S_{ABC} = 25\ см^2$ жана $S_{A_1B_1C_1} = 81\ см^2$ болсо, окшоштук коэффициентин тап.

7.3. Эки окшош үч бурчтуктар аянттары $65м^2$ жана $260м^2$. Биринчи үч бурчтуктун бир жагы 6м болсо, анда экинчи үч бурчтуктун ошого тиешелүү жагын тап.

7.4. Берилген үч бурчтуктун жактары 15 *см*, 25 *см* жана 30 *см*. Эгерде периметри 35 *см* болгон үч бурчтук берилген үч бурчтукка окшош болсо, анда анын жактарын тап.

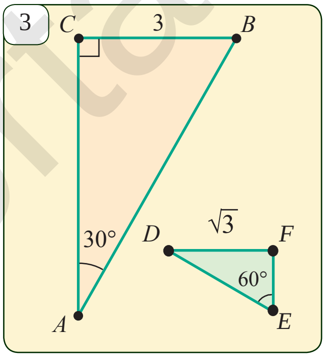
7.5. Жактары 12 *см*, 20 *см* жана 13 *см* болгон үч бурчтук берилген. Эгерде кичине жагы 9 *см* болгон үч бурчтук берилген үч бурчтукка окшош болсо, анын башка жактарын тап.

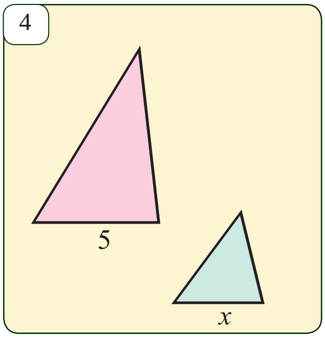
7.6. $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ жана бул үч бурчтуктардын тиешелүү жактарынын катышы 7:5 ке барабар. Эгерде ABC үч бурчтугунун аянты $A_1B_1C_1$ үч бурчтугунун аянтынан 36 $м^2$ ге көп болсо, анда бул үч бурчтуктардын аянттарын тап.

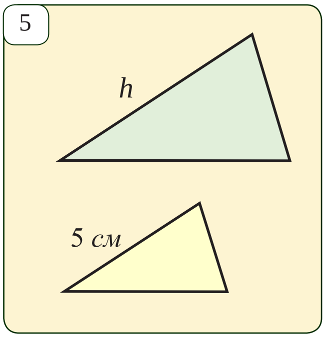
7.7. 3-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, үч бурчтуктардын окшош же окшош эместиктерин аныкта.

7.8. 4-сүрөттөгү үч бурчтуктар окшош жана аянттарынын катышы 25:9 болсо, белгисиз кесиндинин узундугун тап.

7.9. 5-сүрөттөгү үч бурчтуктар окшош жана $S_1 : S_2 = 49 : 25$ болсо, белгисиз жакты тап.







*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

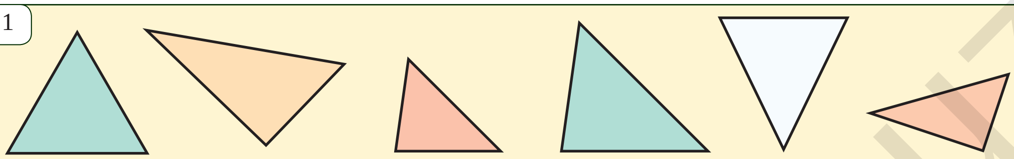
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

8 ҮЧ БУРЧТУКТАРДЫН ОКШОШТУГУНУН БИРИНЧИ БЕЛГИСИ

Активдештирүүчү көнүгүү

1-сүрөттө көрсөтүлгөн үч бурчтуктардын арасынан окшошторун аныкта. Алардын окшош экендиктерин кантип аныктадың?

1

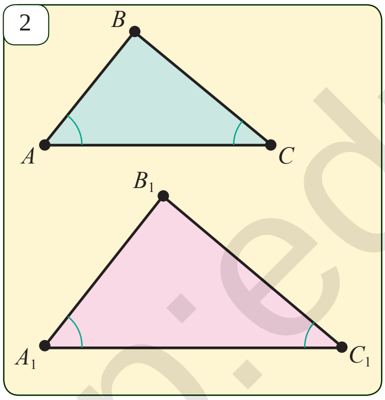


Аныктама боюнча эки үч бурчтуктун окшоштугун аныктоо үчүн алардын бурчтарынын барабар жана тиешелүү жактарынын пропорциялаш экендигин текшерүү керек болот. Үч бурчтуктар үчүн бул иш кыйла оңойлошот. Төмөн жакта берилген теоремалар ошол жөнүндө болуп, алар “үч бурчтуктардын окшоштугунун белгилери” деп аталат.

Теорема. (Үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси). **Эгерде бир үч бурчтуктун эки бурчу экинчи үч бурчтуктун эки бурчуна тиешелүү түрдө барабар болсо, анда мындай үч бурчтуктар окшош болушат** (2-*сүрөт*)**.**

$\Delta ABC,\ \Delta A_1B_1C_1,\ \angle A=\angle A_1,\ \angle C=\angle C_1$ ⇒ $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

2



Далилдөө. 1. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема боюнча,

$$\left.\begin{aligned}\angle B &= 180^\circ-(\angle A+\angle C),\\ \angle B_1 &= 180^\circ-(\angle A_1+\angle C_1)\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \angle B=\angle B$$

Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын бурчтары тиешелүү түрдө барабар.

2. Шарт боюнча $\angle A=\angle A_1$, $\angle C=\angle C_1$. Барабар бурчтарга ээ болгон үч бурчтуктардын аянттарынын катышы жөнүндөгү теорема боюнча болсо,

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{AB\cdot AC}{A_1B_1\cdot A_1C_1} \text{ жана } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{CA\cdot CB}{C_1A_1\cdot C_1B_1}.$$

Бул барабардыктардын оң жак бөлүктөрүн теңештирип, бирдей мүчөлөр кыскартылса, $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$ барабардыгы алынат. Куду ушул сыяктуу, $\angle A=\angle A_1$ жана $\angle B=\angle B_1$ барабардыктарынан пайдаланып, $\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CA}{C_1A_1}$ барабардыгын алабыз. Ошентип, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарынын бурчтары барабар жана тиешелүү жактары пропорциялаш, башкача айтканда бул үч бурчтуктар окшош. *Теорема далилденди.*

Маселе. ABC үч бурчтугунун эки жагын кесип өткөн жана үчүнчү жагына параллель болгон DE түз сызыгы ошол үч бурчтуктан ага окшош үч бурчтукту бөлүп салышын далилде (3-*сүрөт*).

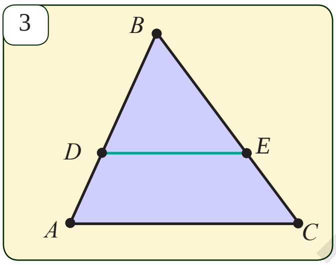
http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Далилдөө. ABC жана DBE үч бурчтуктарында $\angle B$ — жалпы, $\angle CAB = \angle EDB$ (AC жана DE параллель түз сызыктарын AB кесүүчү менен кескенде алынган тиешелүү бурчтар барабар болгондуктан) (3-*сүрөт*).

Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча, $ABC \backsim \Delta DBE$.

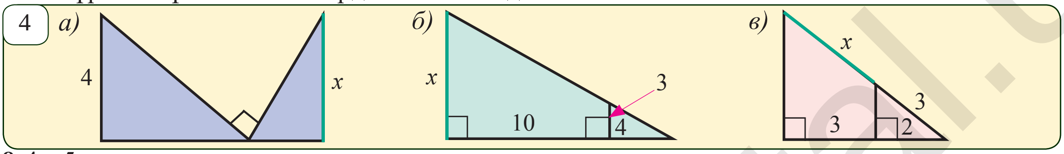


Маселелер жана тапшырмалар

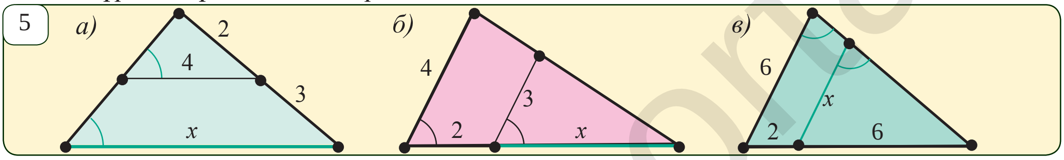
8.1. Үч бурчтуктардын окшоштугунун аныктамасы менен ББ белгисин өз ара салыштыр.

8.2. Үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгисин далилде.

8.3. Сүрөттөгү маалыматтардын негизинде x ти тап.



8.4. 5-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде x ти тап.

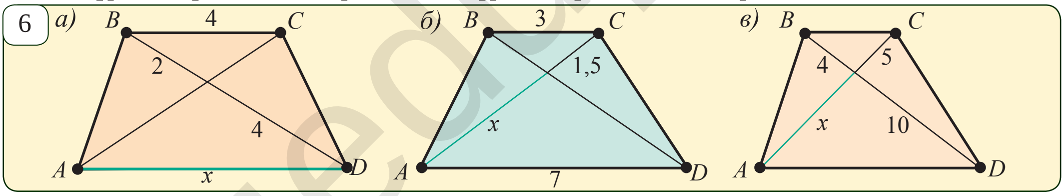


8.5. $ABCD$ паралелограммынын CD жагынан E чекити алынган. AE жана BC шоолалары F чекитинде кесилишет.

а) Эгерде $DE = 8$ *см*, $EC = 4$ *см*, $BC = 7$ *см*, $AE = 10$ *см* болсо, EF менен FC ти;

b) Эгерде $AB = 8$ *см*, $AD = 5$ *см*, $CF = 2$ *см* болсо, анда DE менен EC ти тап.

8.6. 6-сүрөттөгү $ABCD$ — трапеция. Сүрөттөгү маалыматтардын негизинде x ти тап.

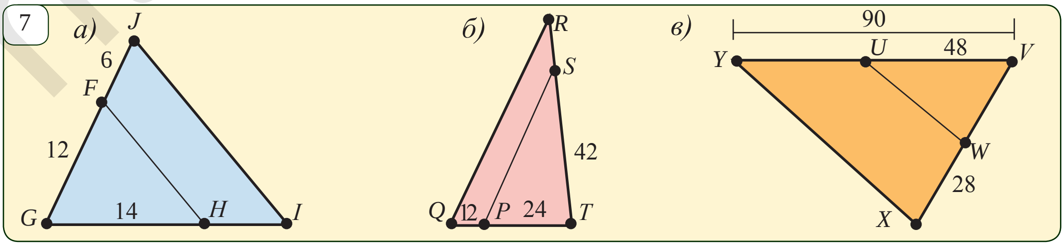


8.7*. Бирден тар бурчтары барабар болгон эки тик бурчтуу үч бурчтуктардын окшош экендиктерин далилде.

8.8*. ABC үч бурчтуктун AC жагында D чекит алынган. Эгерде $\angle ABC = \angle BDC$ болсо, ABC жана BDC үч бурчтуктардын окшош экендигин далилде. Куду ушундай $3AB = 4BD$ жана $BC = 9$ *см* болсо, AC кесиндини тап.

8.9. 7-сүрөттө берилгендер боюнча белгисиз бөлүгүн тапкыла.

а) $IJ \parallel FH$, HI -? b) $QR \parallel PS$, RS -? d) $XY \parallel UW$, VX -?



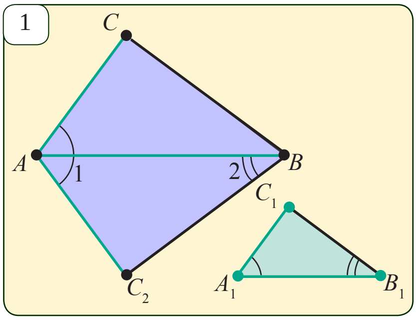
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9 ҮЧ БУРЧТУКТАРДЫН ОКШОШТУГУНУН ЭКИНЧИ БЕЛГИСИ

Теорема. (Үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси). Эгерде бир үч бурчтуктун эки жагы экинчи үч бурчтуктун эки жагына пропорциялаш жана бул жактар түзгөн бурчтар өз ара барабар болушса, анда мындай үч бурчтуктар окшош болушат (1-сүрөт).

$\Delta ABC,\ \Delta A_1B_1C_1,\ \angle A = \angle A_1,\ \dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$ ⇒ $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$



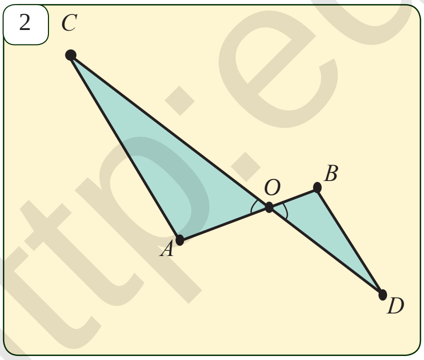
Далилдөө. $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$ болгондой кылып ABC_2 үч бурчтугун түзөбүз (1-*сүрөт*). Ал ББ белгиси боюнча $A_1B_1C_1$ үч бурчтугуна окшош болот.

$$\Delta A_1B_1C_1 \backsim \Delta ABC_2:\quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$$

$$\text{(шарт боюнча):}\quad \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

Бул эки барабардыктан, $AC_2 = AC$ экендигин аныктайбыз. Анда, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta ABC = \Delta ABC_2$. Жалпысынан алганда, $\angle 2 = \angle B$. Бирок түзүү боюнча, $\angle 2 = \angle B_1$ болчу. Демек, $\angle B = \angle B_1$. Анда, $\angle A = \angle A_1$ жана $\angle B = \angle B_1$ болгондуктан, үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча, $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. *Теорема далилденди.*

Маселе. *AB* жана *CD* кесиндилер *O* чекитинде кесилишет, *AO* =12 *см*, *BO*=4 *см*, *CO*=30 *см*, *DO* =10 *см* болсо, анда *AOC* жана *BOD* үч бурчтуктарынын аянттарынын катышын тап.



Чыгаруу: Шарт боюнча,

$$\left.\begin{aligned} \frac{OA}{OB} &= \frac{12}{4} = 3 \\ \frac{OC}{OD} &= \frac{30}{10} = 3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} = 3.$$

Демек, *AOC* Үч бурчтугунун эки жагы *BOD* үч бурчтугунун эки жагына пропорциялаш жана бул жактардын ортосундагы тиешелүү бурчтар вертикалдуу бурчтар болгондуктан: $\angle AOC = \angle BOD$. Ошондуктан, үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta AOC \backsim \Delta BOD$ жана $k = \dfrac{OA}{OB} = 3$. окшоштук коэффициенти. Эми окшош үч бурчтуктардын аянттарынын катышы жөнүндөгү теореманы колдонобуз: $\dfrac{S_{AOC}}{S_{BOD}} = k^2 = 9$.

Жообу: 9.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселелер жана тапшырмалар

9.1. Үч бурчтуктардын окшоштугунун аныктамасы менен ЖБЖ белгисин өз ара салыштыр.

9.2. Чокуларындагы бурчтары барабар болгон тең капталдуу үч бурчтуктардын окшоштугун а) ББ; б) ЖБЖ белгилеринен пайдаланып далилде.

9.3. 3-сүрөттө көрсөтүлгөн OAB жана OCD үч бурчтуктар окшош болушабы? Эгерде окшош болсо, бул үч бурчтуктардын периметрлеринин катышын тап.

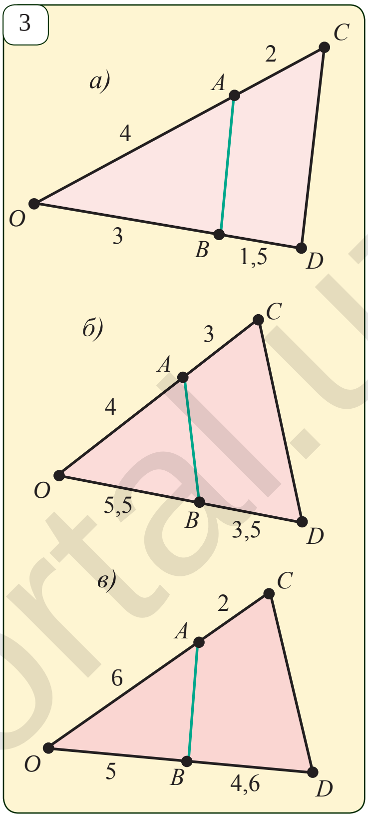
9.4. AC жана BD шоолалар O чекитинде кесилишет. Эгерде $AO : CO = BO : DO = 3$, $AB = 7$ *см* болсо, CD кесиндини, ошондой эле AOB жана COD үч бурчтуктарынын аянттарынын катышын тап.

9.5. ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтуктарында $\angle A = \angle A_1$, $AB : A_1B_1 = AC : A_1C_1 = 4:3$.

а) эгерде AB кесинди A_1B_1 кесиндиден 5 *см* ге чоң болсо, анда AB жана A_1B_1 жактарын.

b) эгерде A_1B_1 кесинди AB кесиндиден 6 *см* ге аз болсо, анда AB жана A_1B_1 жактарын.

c) эгерде үч бурчтуктардын аянттарынын суммасы 400 $см^2$ болсо, анда ар кайсы үч бурчтуктун аянтын тап.

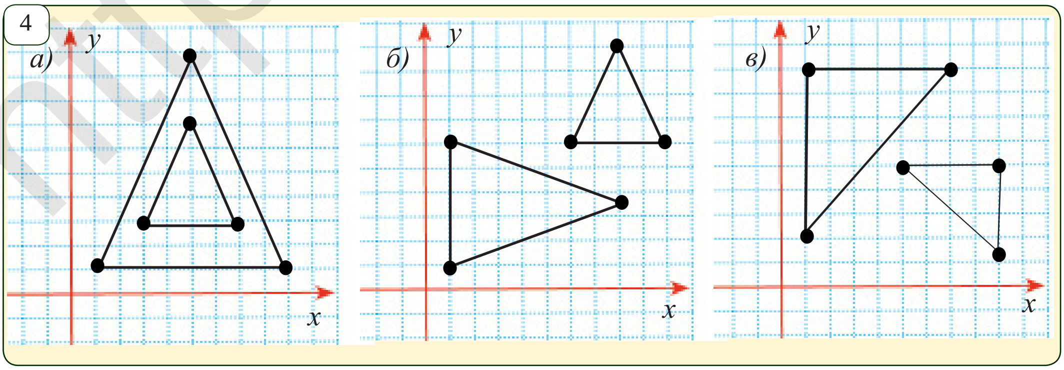


9.6. Эгерде бир тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун тиешелүү катеттерине пропорциялаш болсо, анда бул үч бурчтуктардын окшош болушун далилде.

9.7. Катеттери 3 *дм* жана 4 *дм* болгон тик бурчтуу үч бурчтук менен бир катети 8 *дм* жана гипотенузасы 10 *дм* болгон тик бурчтуу үч бурчтук окшош болуусун далилде.

9.8*. AB кесинди жана l түз сызык O чекитте кесилишет. l түз сызыкка AA_1 жана BB_1 перпендикулярлар түшүрүлгөн. Эгерде $AA_1 = 2$ *см*, $OA_1 = 4$ *см* жана $OB_1 = 3$ *см* болсо, BB_1, OA жана AB кесиндилерди тап.

9.9*. 4-сүрөттө берилген маалыматтар негизинде үч бурчтук окшош болуусун далилде.



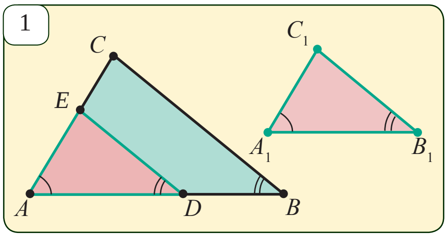
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10 ҮЧ БУРЧТУКТАРДЫН ОКШОШТУГУНУН ҮЧҮНЧҮ БЕЛГИСИ

Теорема. (Үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖЖЖ белгиси). Эгерде бир үч бурчтуктун үч жагы экинчи үч бурчтуктун үч жагына тиешелүү түрдө пропорциялаш болсо, анда мындай үч бурчтуктар окшош болушат.

$\Delta ABC,\ \Delta A_1B_1C_1,\ \frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{CA}{C_1A_1}$ (1-сүрөт) $\Rightarrow$ $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$



Далилдөө. ABC үч бурчтугунун AB жагынан $AD=A_1B_1$ болгондой кылып D чекитин белгилейбиз. D чекитинен BC жагына параллель түрдө жүргүзүлгөн түз сызык AC жагын E чекитинде кесип өтсүн. Анда үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча, ΔADE жана ΔABC окшош болушат.

Анда аныктама боюнча:

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1} \text{ жана } \frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE} \quad (1) \qquad \frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1} \text{ жана } \frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}. \quad (2)$$

Анда $AD = A_1B_1$ экендигин эсепке алсак, алардын биринчисинен $B_1C_1 = DE$, экинчисинен болсо $A_1C_1 = AE$ экендиги келип чыгат. Ошентип, үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖЖЖ белгиси боюнча ΔADE жана $\Delta A_1B_1C_1$. өз ара барабар жана $\Delta ADE \sim \Delta ABC$. Демек, $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. *Теорема далилденди.*

Маселе. Эгерде эки тең капталдуу үч бурчтуктардан биринин негизи жана каптал жагы экинчисинин негизине жана каптал жагына пропорциялаш болсо, анда бул үч бурчтуктардын окшош экендиктерин далилде.

$\Delta ABC,\ AB=BC,\ \Delta A_1B_1C_1,\ A_1B_1=B_1C_1,\ \Big|\ \frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$ $\Rightarrow$ $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Далилдөө. Берилген $AB=BC,\ A_1B_1=B_1C_1$ барабардыктары жана $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$ катышынан $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$ барабардыктарын алабыз. Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖЖЖ белгиси боюнча $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.

Маселелер жана тапшырмалар.

10.1. Үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖЖЖ белгисин айт жана далилденишин баянда.

10.2. $AC=14$ *см*, $AB=11$ *см*, $BC=13$ *см*, $A_1C_1=28$ *см*, $A_1B_1=22$ *см*, $B_1C_1=26$ *см* экендиги белгилүү. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары окшош болушабы?

10.3. 2-сүрөттөгү окшош үч бурчтуктардын жуптуктарын көрсөт.

10.4. $ABCD$ трапециянын AB жана CD каптал жактары улантылса, анда алар E чекитинде кесилишет. Эгерде $AB=5$ *см*, $BC=10$ *см*, $CD=6$ *см*, $AD=15$ *см* болсо, анда AED үч бурчтугунун аянтын тап.

10.5. Трапециянын негиздери 6 *см* жана 9 *см*, ал эми бийиктиги 10 *см*. Трапециянын диагоналдары кесилишкен чекиттен негиздерине чейин болгон аралыктарды тап.

10.6. Каалагандай эки тең жактуу үч бурчтуктар окшош болушарын далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10.7. Негизи 12 *см*, бийиктиги 8 *см* болгон тең капталдуу үч бурчтукка квадрат ичтен сызылган, квадраттын эки чокусу үч бурчтуктун негизинде, ал эми калган эки чокусу болсо каптал жактарында жатат. Квадраттын жагын тап.

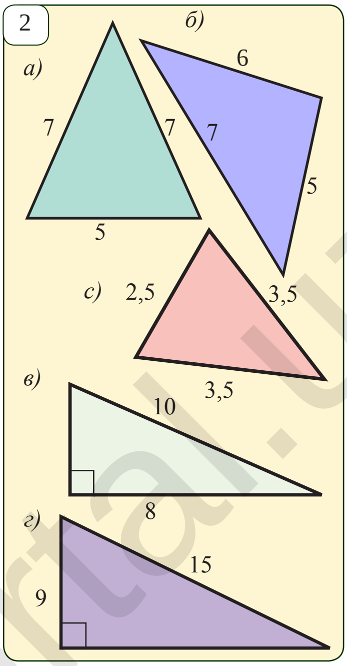
10.8*. Тар бурчтуу ABC үч бурчтугунун AA_1 жана BB_1 бийиктиктери жүргүзүлгөн. $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C$ экендигин далилде.

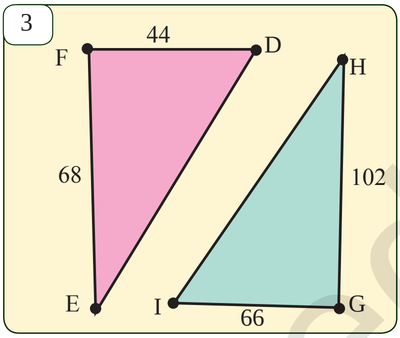
10.9. Эки окшош үч бурчтуктун аянттары 6 жана 24 кө барабар. Аларды биринин периметри экинчисинен 6 га көп. Чоң үч бурчтуктун периметрин тап.

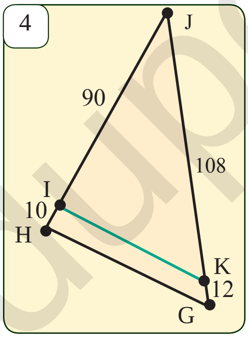
10.10. 3-сүрөттөгү үч бурчтуктар кайсы белги боюнча окшошот?

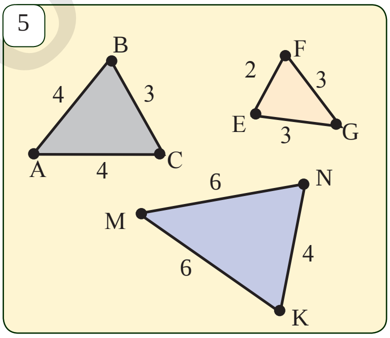
10.11. 4-сүрөттөгү *JKI* жана *JGH* үч бурчтуктар кайсы белги боюнча окшошот?

10.12. 5-сүрөттөгү үч бурчтуктардын кайсылары бири-бирине окшошот?

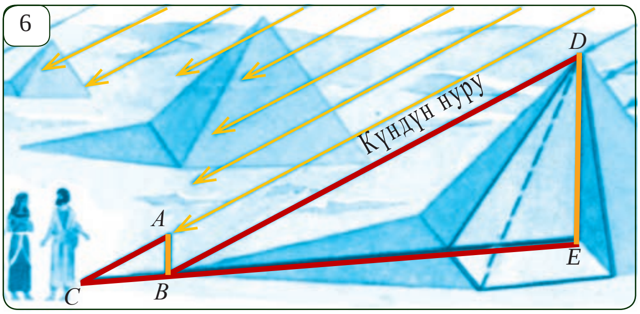








Тарыхтан бир үзүм. Бул окуя биздин эрага чейинки VI кылымда болуп өткөн. Ал учурда гректер геометрия менен дээрлик алектенишкен эмес. Грек философу Фалес Египеттин илими менен таанышуу максатында ал жерге келет. Египеттиктер ага татаал маселе беришет: ири пирамидалардан биринин бийиктигин кантип эсептөөгө болот? Фалес бул маселенин жөнөкөй жана өтө кызыктуу чыгарылышын тапты. Ал таякчаны жерге кагып салды да, минтип айтты: «Ушул таякчанын көлөкөсүнүн узундугу таякчанын узундугу менен бирдей болгондо, пирамиданын көлөкөсүнүн узундугу да пирамиданын бийиктиги менен бирдей болот». Фалестин пикирин далилдөөгө аракет жаса!



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11 ТИК БУРЧТУУ ҮЧ БУРЧТУКТАРДЫН ОКШОШТУК БЕЛГИЛЕРИ

Белгилүү болгондой, тик бурчтуу үч бурчтуктардын бирден бурчтары тик бурчтан турат. Ошондуктан алардын окшоштук белгилери кыйла жөнөкөйлөшөт.

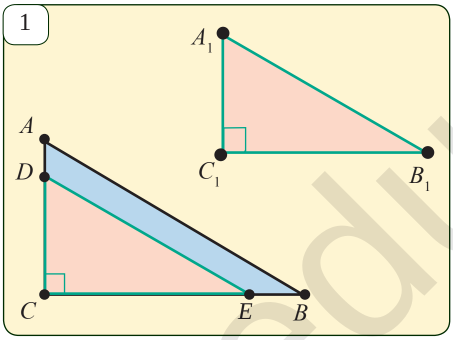
1-теорема. ***Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бирден тар бурчтары тиешелүү түрдө барабар болсо, анда алар окшош болушат.***

2-теорема. ***Тик бурчтуу үч бурчтуктардын катеттери тиешелүү түрдө пропорциялаш болсо, анда алар окшош болушат.***

3-теорема. ***Тик бурчтуу үч бурчтуктардан биринин гипотенузасы менен катети экинчисинин гипотенузасы менен катетине тиешелүү түрдө пропорциялаш болсо, анда алар окшош болушат.***

Бул белгилерден баштапкы экөөнүн туура экендиги өз-өзүнөн анык. Кел анда, үчүнчү белгини далилдейли.

$\Delta ABC,\ \Delta A_1B_1C_1,\ \angle C = 90°,\ \angle C_1 = 90°,\quad \dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1}$ ⇨ $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$



Далилдөө. ABC үч бурчтугунун ВС жагына $CE = C_1B_1$ болгондой кылып СЕ кесиндисин коёбуз жана $DE \parallel AB$ ин жүргүзөбүз (1-*сүрөт*). Анда үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча ΔDEC жана ΔABC Окшош үч бурчтуктардын тиешелүү жактарынын пропорциялаштыгынан: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{CB}{CE}$.

Түзүү боюнча , $CE = C_1B_1$. Демек,

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CB}{C_1B_1} \qquad (1)$$

барабардыгы орундуу. Башка жагынан, теореманын шарты боюнча, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{CB}{C_1B_1}$ (2)

(1) жана (2) барабардыктардан $DE = A_1B_1$ экендигин аныктайбыз.

$A_1B_1C_1$ жана DEC үч бурчтуктарын карап көрөбүз: 1. $CE = C_1B_1$ (түзүү боюнча);

2. $DE = A_1B_1$ (далилденген барабардык).

Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бирден катети жана гипотенузасы боюнча барабардыгынын белгиси боюнча, $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta DEC$.

Экинчи жагынан болсо $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$. Анда $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$ болушат.

Теорема далилденди.

Маселе. Эгерде эки тең капталдуу үч бурчтуктардан биринин каптал жагы менен бийиктиги экинчисинин каптал жагы менен бийиктигине пропорциялаш болсо, анда ошол үч бурчтуктардын окшош экендиктерин далилде (2-*сүрөт*).

Далилдөө. Тик бурчтуу ABD жана $A_1B_1D_1$ үч бурчтуктарын карап көрөбүз. Шарт боюнча, алардын бирден катеттери жана гипотенузалары өз ара пропорциялаш. Демек,

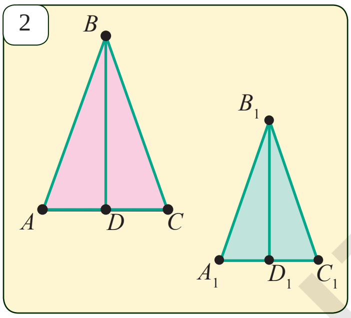
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3-теореманын негизинде $\Delta ABD \backsim \Delta A_1B_1D_1$. Анда $\angle DBA = \angle D_1B_1A_1$. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн бийиктиктин биссектриса да болушун эсепке алсак, $\angle B = 2\angle DBA = 2\angle D_1B_1A_1 = \angle B_1$ болот.

Натыйжада, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында $\angle B = \angle B_1$ жана $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$ барабардыктарына ээ болобуз.

Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси боюнча: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Теорема далилденди.



Маселелер жана тапшырмалар

11.1. 3-сүрөттөн окшош үч бурчтуктарды тап.

11.2. Катеттери 3 *м* жана 4 *м* болгон тик бурчтуу үч бурчтукка окшош болгон үч бурчтуктун бир катети 27 *м* болсо, анда экинчи катети канча *м* болот?

11.3. Аянттары 21 $м^2$ жана 84 $м^2$ болгон эки тик бурчтуу үч бурчтук окшош. Эгерде биринчи үч бурчтуктун бир катети 6 *м* болсо, анда экинчи үч бурчтуктун катеттерин тап.

11.4. Бир айланага эки окшош тик бурчтуу үч бурчтук ичтен сызылган. Бул үч бурчтуктардын барабар экендигин далилде.

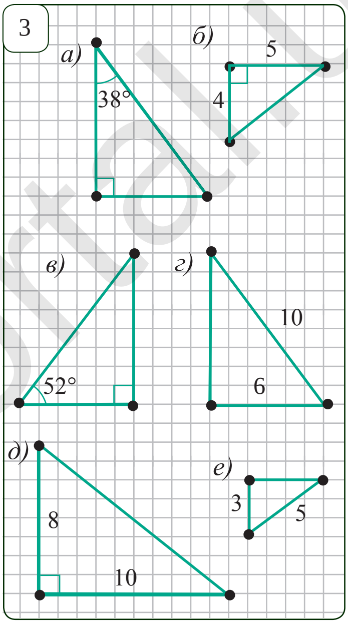
11.5*. Катеттери 10 *см* жана 12 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтукка бир бурчу жалпы болгон квадрат ичтен сызылган. Эгерде квадраттын бир чокусу гипотенузада экендиги белгилүү болсо, анда квадраттын жагын тап.

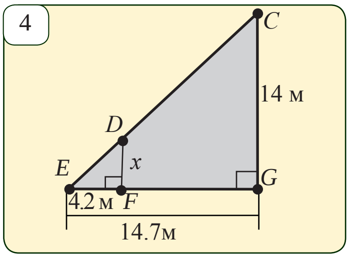
11.6*. ABC үч бурчтук берилген. Ага $ADEF$ ромбусу ичтен сызылып, D, E жана F чекиттери тиешелүү түрдө үч бурчтуктун AB, BC жана CA жактарында жатат. Эгерде $AB=c$, $AC=b$ болсо, ромбдун жагын тап.

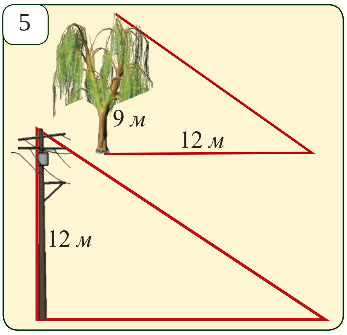
11.7. 4-сүрөттө берилген маалыматтар негизинде белгисиз кесиндинин узундугун тап.

11.8. Тал дарагынын бийиктиги 9 *м*, зым карагайдын бийиктиги болсо 12 *м* (5-*сүрөт*). Эгерде талдын көлөкөсү 12 *м* болсо, зым карагайдын көлөкөсүн узундугун тап.

11.9. Анар дарагынын бийиктиги 3 *м* болуп, анын көлөкөсү кечке барып 6 *м* ди түздү. Бийиктиги 4.2 *м* болгон алма дарагын көлөкөсү бул учурда канча болот?





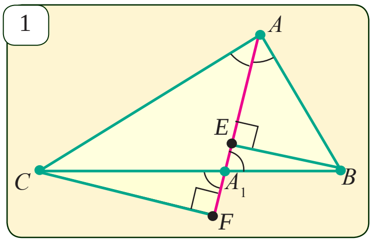


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

12 ОКШОШТУК БЕЛГИЛЕРИНИН ДАЛИЛДӨӨЛӨР БОЮНЧА МАСЕЛЕЛЕРДЕ КОЛДОНУЛУШУ

1



1-*маселе*. Үч бурчтуктун биссектрисасы өзү түшкөн жакты калган эки жакка пропорциялаш болгон кесиндилерге бөлүшүн далилде.

ΔABC, AA_1 — биссектриса (1-сүрөт) ⇒ $\dfrac{AB}{A_1B} = \dfrac{AC}{A_1C}$

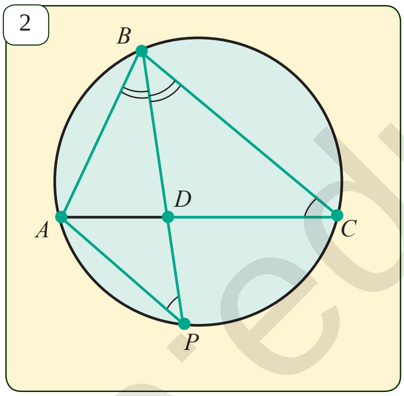
Чыгаруу. AA_1 түз сызыгына BE жана CF перпендикулярларын түшүрөбүз. Анда $\angle CAF = \angle BAE$ болгондуктан, тик бурчтуу CAF жана BAE үч бурчтуктары окшош болушат. Окшош үч бурчтуктар жактарынын пропорциялаштыгынан

$$\Delta CAF \backsim \Delta BAE \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CF}{BE}. \qquad (1)$$

Ошого окшош
$$\Delta CA_1F \backsim \Delta BA_1E \Rightarrow \frac{CA_1}{BA_1} = \frac{CF}{BE} \qquad (2)$$

(1) жана (2) барабардыктарды салыштырсак, $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{CA_1}{BA_1}$ же $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{CA_1}{BA_1}$ болот. Бул болсо A_1B жана A_1C кесиндилери АВ жана АС кесиндилерине пропорциялаш экендигин билдирет.

2



2-*маселе*. ABC үч бурчтугунун BD биссектрисасы үч бурчтукка сырттан сызылган айлананы B жана P чекитинде кесип өтөт. $\Delta ABP \backsim \Delta BDC$ экендигин далилде (2- *сүрөт*).

Чыгаруу. ΔABP жана $\angle BDC$ да:

1. $\angle DBC = \angle ABP \Leftarrow$ шарт боюнча;

2. $\angle DCB = \angle APB \Leftarrow$ анткени алар бир жаага тирелген.

Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча, $\Delta ABP \backsim \Delta BDC$.

Маселелер жана тапшырмалар

12.1. Үч бурчтук биссектрисасынын өзү түшкөн жакта бөлгөн кесиндилери менен ошол үч бурчтуктун калган жактары ортосундагы пропорциялаштыкты жазып көрсөт.

12.2. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунун C тик бурчунан CD бийиктик жүргүзүлгөн. $\angle ACD = \angle CBD$ болушун далилде. Алынган фигурадан канча өз ара окшош үч бурчтуктарды көрсөтө аласың?

12.3. 3-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде x ти тап.

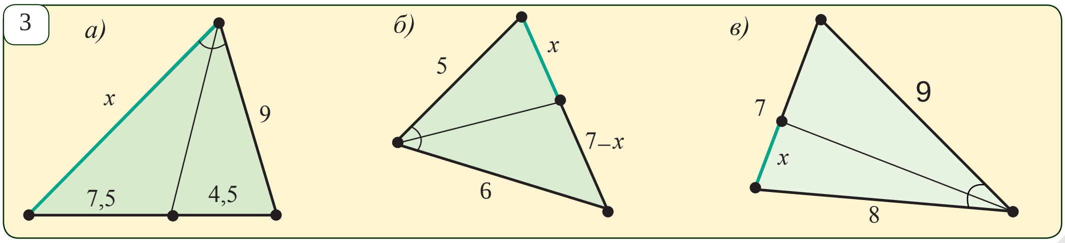
12.4. ABC үч бурчтугунун AD биссектрисасы жүргүзүлгөн. Эгерде CD = 4,5 *м*; BD= 13,5 *м* жана ABC үч бурчтугунун периметри 42 *м* болсо, анда анын AB жана AC жактарын тап.

12.5. ABC үч бурчтугунун медианалары N чекитинде кесилишет. Эгерде ABC үч бурчтугунун аянты 87 $дм^2$ болсо, анда ANB үч бурчтугунун аянты канчага барабар?

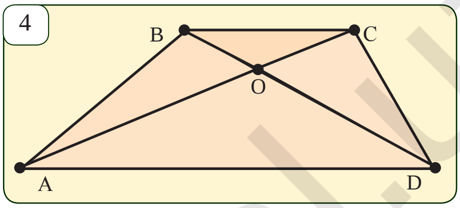
http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

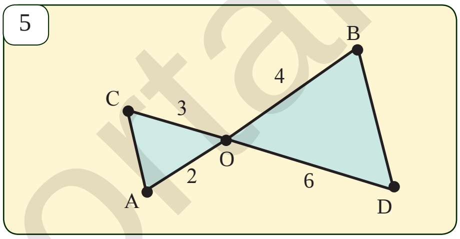
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



12.6. ABC үч бурчтугунун медианалары кесилишкен N чекитинен AB жана BC жактарына чейин болгон аралыктар тиешелүү түрдө 3 *дм* жана 4 *дм*. Эгерде AB = 8 *дм* болсо, анда BC жагын эсепте.



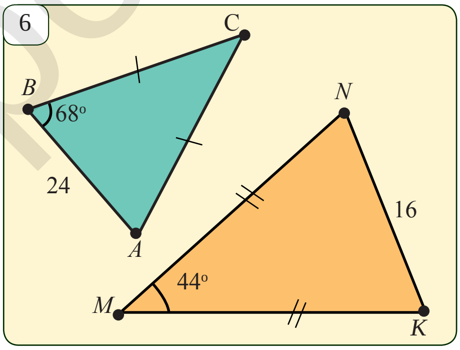
12.7*. Трапециянын негизине параллель болгон түз сызык каптал жактарынан бирин $m:n$ катышта болушу белгилүү. Бул түз сызык анын экинчи каптал жагын кандай катышта болот?



12.8. 4-сүрөттө трапеция сүрөттөлгөн. AOD жана COB үч бурчтуктардын окшоштугун далилде.

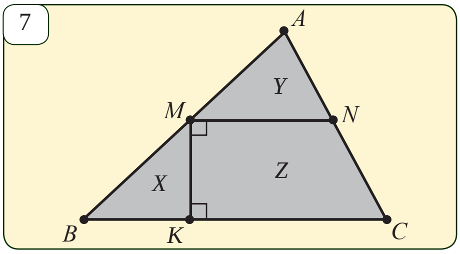
12.9. 5-сүрөттө AOC жана DOB үч бурчтуктардын окшоштугун көрсөт.

12.10. 6-сүрөттө көрсөтүлгөн үч бурчтуктар окшошбу?

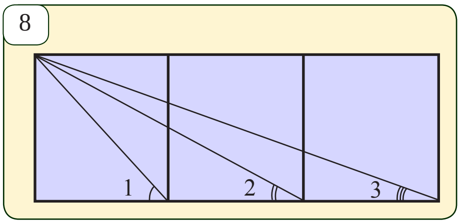


Кызыктуу маселелер

Геометрия жана англис тили. Төмөн жакта англис тилинде берилген маселени чыгарып көрчү! Муну менен сен англис тилинен, ошондой эле геометриядан эмнелерге жөндөмдүү экениңди сынап көрөсүң.



1) *Dissection Puzzle:* Let M be the mid-point of the side AB of a given triangle ABC. The triangle has been dissected into parts X, Y, Z along the lines MN and MK passing through M such that MN is parallel while MK is perpendikular to the base BC (*picture* 7). Show how the three pieces can be fitted together to make a rectangle, respectively two different parallelograms.



2) Look at the picture 8 and proof

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90°.$$

http://eduportal.uz

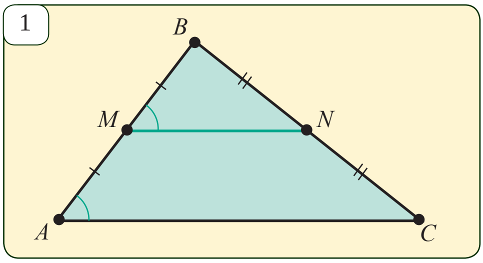
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13 ПРАКТИКАЛЫК КӨНҮГҮҮ ЖАНА КОЛДОНУУ

1-маселе. Үч бурчтуктардын окшоштугунан пайдаланып, үч бурчтуктун орто сызыгы үч бурчтуктун бир жагына параллель жана ошол жагынын жарымына барабар экендигин далилде.

ΔABC, MN — анын орто сызыгы (1-сүрөт): $MA=MB$, $NC=NB$ ⇒ $MN \parallel AC,\ MN=\frac{1}{2}AC$



Чыгаруу. ΔABC жана ΔMBN үчүн:

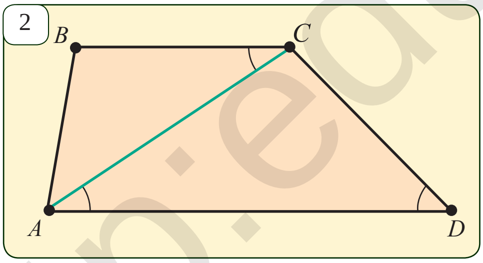
$\angle B$ — жалпы, ал эми, $\frac{BM}{AB}=\frac{BN}{BC}=\frac{1}{2}$.

Ошондуктан, үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси боюнча, бул эки үч бурчтук окшош. Эми ой жүгүртүүнү төмөнкүчө улантабыз:

$$\Delta MBN \backsim \Delta ABC \Rightarrow \begin{cases} \angle BMN=\angle A, \\ \frac{MN}{AC}=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AC, \\ MN=\frac{1}{2}AC. \end{cases}$$

2-маселе. Эгерде негиздери BC жана AD болгон $ABCD$ трапециясынын AC диагоналы аны эки окшош үч бурчтукка бөлсө, анда $AC^2=BC\cdot AD$ болушун далилде.

$ABCD$ — трапеция, $BC \parallel AD$, $\Delta ABC \backsim \Delta DCA$ (2-сүрөт) ⇒ $AC^2=BC\cdot AD$



Чыгаруу. **1-баскыч.** ABC жана ACD үч бурчтуктарынын бурчтарын салыштырабыз. $\angle ACB=\angle CAD$, анткени бул бурчтар – ички бир жактуу бурчтар. $\angle B \neq \angle D$, анткени $ABCD$ — трапеция (болбосо

$$\angle D+\angle A=\angle B+\angle A=180°,$$

башкача айканда $AB \parallel CD$ болуп, $ABCD$ трапеция болбой калмак). Ошентип, $\angle D=\angle BAC$ жана $\angle ACD=\angle B$.

2-баскыч. Эми ABC жана ACD окшош үч бурчтуктарынын тиешелүү жактарынын катыштарын жазабыз: $\frac{AC}{BC}=\frac{AD}{AC}$, бул жерден $AC^2=BC\cdot AD$.

Маселелер жана тапшырмалар

13.1. а) Бою 170 *см* болгон адамдын көлөкөсүнүн узундугу 1 *м* болсо, анда бийиктиги 5,4 *м* болгон зым карагайдын көлөкөсүнүн узундугун тап.

б) Эки тең капталдуу үч бурчтуктардын чокуларындагы бурчтары барабар. Биринчи үч бурчтуктун каптал жагы 17 *см* ге, негизи 10 *см* ге, ал эми экинчи үч бурчтуктун негизи 8 *см* ге барабар. Экинчи үч бурчтуктун каптал жагын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13.2. 3-сүрөттөгү ар бир чиймеден окшош үч бурчтуктарды көрсөт.

13.3. *ABC* үч бурчтугунун *AP* медианасы *BC* жагына параллель жана чокулары *AB* жана *AC* жактарында жаткан ар кандай кесиндини тең экиге бөлүшүн далилде.

13.4. Үч бурчтуктун чокулары анын орто сызыгын өз ичине алган түз сызыктан барабар аралыктарда жатышын далилде.

13.5. Айланага ичтен сызылган *ABCD* төрт бурчтугунун диагоналдары *O* чекитинде кесилишет. $\Delta AOB \backsim \Delta COD$ экендигин далилде.

13.6. *ABC* үч бурчтугунун ичинде *O* чекити жана *OA*, *OB*, *OC* шоолаларына тиешелүү түрдө *E*, *F*, *K* чекиттери алынган (3-*сүрөт*). Эгерде $AB \| EF$ жана $BC \| FK$ болсо, анда *ABC* жана *EFK* үч бурчтуктарынын окшош экендигин далилде.

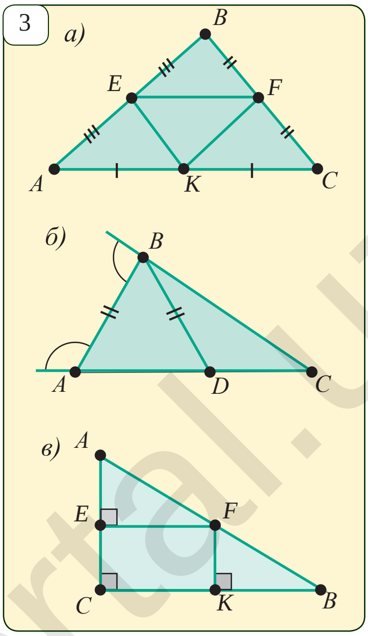
13.7*. Трапециянын диагоналдарынын кесилиш чекитинен өткөн түз сызык трапециянын негиздеринен бирин $m:n$ катышта болот. Бул түз сызык экинчи негизди кандай катышта болот?

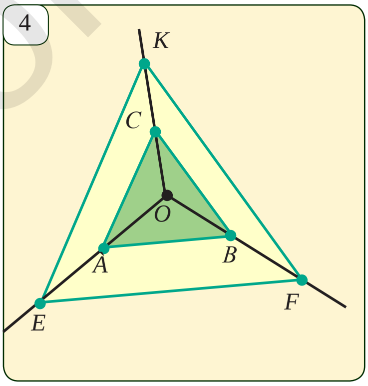
13.8. Эгерде *ABC* үч бурчтугунун аянты *S* ке барабар болсо, анда 5-сүрөттө *x* менен белгиленген зонанын аянтын тап.

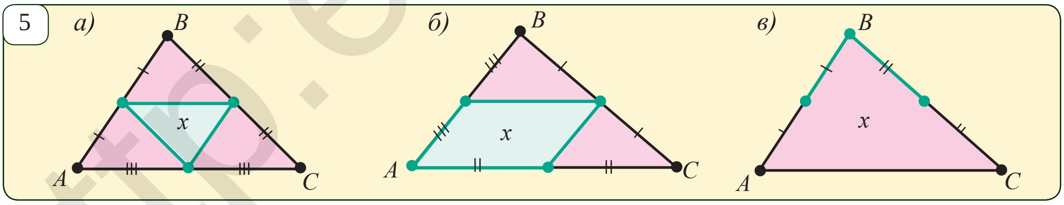
13.9. 6-сүрөттө $EQ \parallel BC$. *AQ* ны тап.

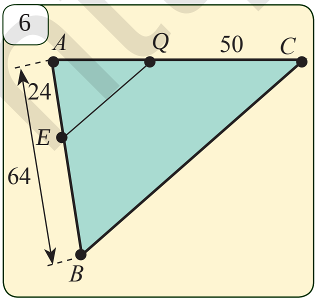
13.10. 7- сүрөттө $AB \parallel EC$. *QC* ны тап.

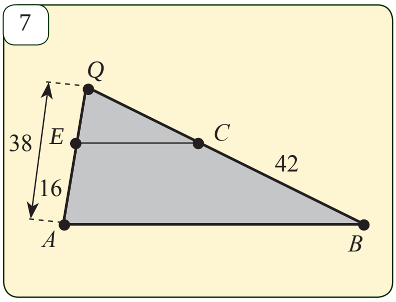
13.11. 8-сүрөттө *ABC* үч бурчтуктун бийиктиктери өткөн. Натыйжада канча окшош үч бурчтуктар пайда болду?

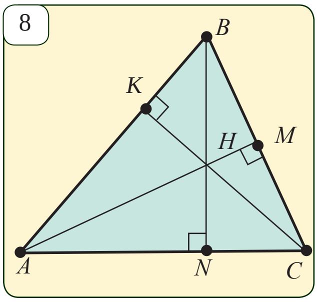












http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

14 БИЛИМИНДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. Төмөнкү аныктамалардан кайсы бири туура?

А) Эки үч бурчтуктун бурчтары тиешелүү түрдө барабар болсо, анда алар окшош болушат;

Б) Эки үч бурчтуктун жактары тиешелүү түрдө барабар болсо, анда алар окшош болушат;

В) Эки үч бурчтуктун тиешелүү жактары пропорциялаш жана тиешелүү бурчтары барабар болсо, анда алар окшош болушат;

Г) Эки үч бурчтуктун тиешелүү жактары менен тиешелүү бурчтары барабар болсо, анда алар окшош болушат.

2. Эки окшош үч бурчтуктун аянттарынын катышы эмнеге барабар?

А) Окшоштук коэффициентине;

Б) Алардын тиешелүү жактарынын катышына;

В) Алардын периметрлеринин катышына;

Г) Окшоштук коэффициентинин квадратына.

3. Төмөнкү ырастоолордон кайсы бири туура:

А) Үч бурчтуктардан биринин эки бурчу экинчисинин эки бурчуна барабар болсо, анда алар окшош болушат;

Б) Үч бурчтуктардан биринин эки жагы экинчисинин эки жагына барабар болсо, анда алар окшош болушат;

В) Эки үч бурчтуктун бирден бурчтары барабар жана экиден жактары пропорциялаш болсо, анда алар окшош болушат;

Г) Эки үч бурчтуктун бирден бурчтары барабар жана бирден жактары пропорциялаш болсо, анда алар окшош болушат.

4. Туурасын тап. Эгерде эки үч бурчтук окшош болсо, анда алардын ...

А) бурчтары пропорциялаш болот; Б) жактары пропорциялаш болот;

В) жактары барабар болот; Г) аянттары барабар болот.

5. Окшош үч бурчтуктардын периметрлеринин катышы эмнеге барабар?

А) Тиешелүү жактарынын катышынын квадратына;

Б) Окшоштук коэффициентине;

В) Окшоштук коэффициентинин квадратына;

Г) Аянттарынын катышына.

6. Кайсы жоопто 1-сүрөттө сүрөттөлгөн ромбдор окшоштугу туура жазылган?

А) $EHGF \sim PQRO$; В) $HGFE \sim PQRO$;

D) $GFEH \sim QROP$; Е) $EHGF \sim QROP$.

7. 2-сүрөттөгү көп бурчтуктар окшошобу? Эмне үчүн?

А) Ооба, себеби бул көп бурчтуктардын тиешелүү бурчтары тең жана тиешелүү жактары пропорциялаш;

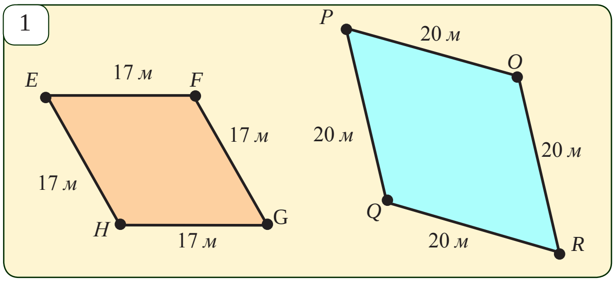
Б) Ооба, чүнкү бул көп бурчтуктардын тиешелүү бурчтары пропорциялаш жана тиешелүү жактары тең;

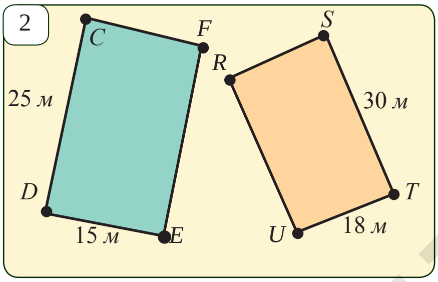
В) Ооба, себеби бул көп бурчтуктардын тиешелүү бурчтары тең;

Г) Ооба, себеби бул көп бурчтуктардын тиешелүү жактары пропорциялаш;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE





8. 3-сүрөттөгү $SRQT$ жана $VWXU$ трапециялар окшошобу? Эгерде окшош болсо, алардын окшоштук коэффициенти эмнеге тең?

А) Ооба, k=0,4; Б) Ооба, k=0,5;
Д) Ооба, k=0,8; Е) Жок.

9. Окшош үч бурчтуктардын тиешелүү жактары 4 *см* жана 13 *см*. Эгерде биринчи үч бурчтуктун аянты 16 $см^2$ ка тең болсо, экинчи үч бурчтуктун аянтын тап.

А) 169 $см^2$ Б) 16 $см^2$
Д) 52 $см^2$ Е) 189 $см^2$

10. Эки окшош үч бурчтуктардын аянттарын катышы 144 ге тең. Алардын тиешелүү жактарын катышы эмнеге тең?

А) 13 кг Б) 12 ге
Д) 14 кг Е) 16 га

11. 4-сүрөттөгү үч бурчтуктар окшош. Сүрөттө берилген чондуктар боюнча чоң үч бурчтуктун аянтынын кичине үч бурчтуктун аянтына катышын тап.

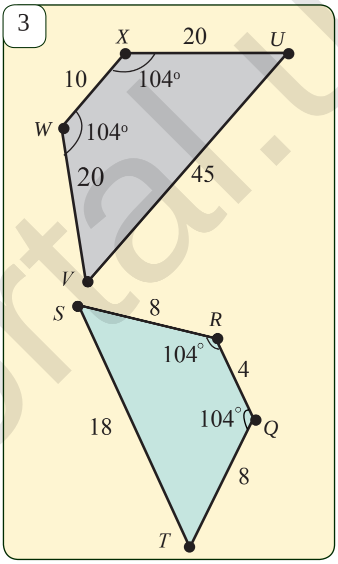
А) 9:4 Б) 3:2
Д) 4:9 Е) 2:3

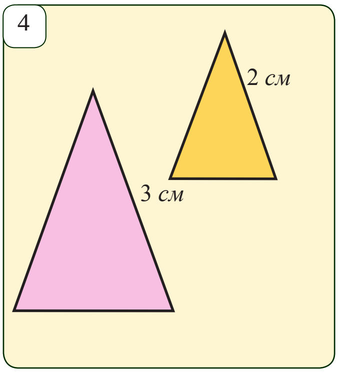
12. эки окшош үч бурчтуктардын аянттарын катышы a га тең болсо, бул үч бурчтуктардын окшоштук коэффициенти эмнеге тең болот?

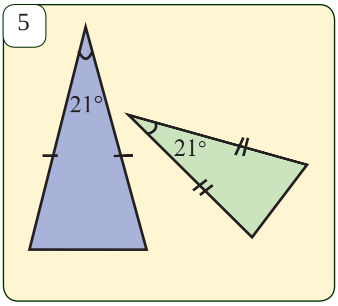
А) $1:a^2$ Б) a^2 Д) $\sqrt{a}$ Е) $1:a$

13. 5-сүрөттө кетирилген тең капталдуу үч бурчтуктар окшошбу? Эмне үчүн?

А) Ооба, себеби алардын экиден жактары пропорциялаш жана алардын арасындагы бурч тең;
Б) Жок, себеби алардын экиден бурчтары өз ара тең эмес;
Д) Жок, себеби алардын тиешелүү бурчтары тең эмес;
Е) Жок, себеби алардын жактары пропорциялаш эмес;





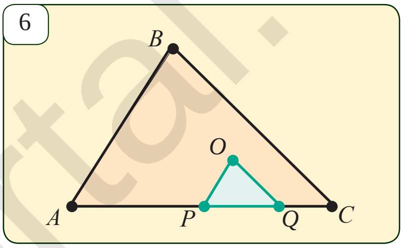


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

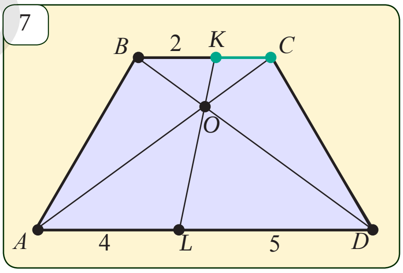
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

II. Маселелер

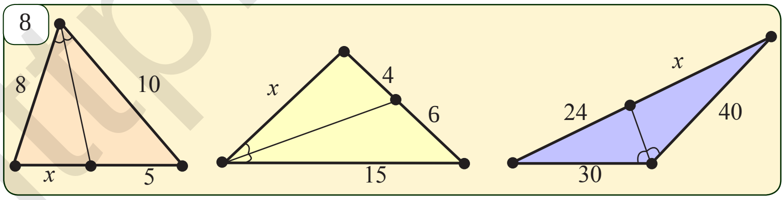
1. ABC үч бурчтугунун AB жана AC жактарынын ортолору тиешелүү түрдө E жана F чекиттери болсун. Эгерде AEF үч бурчтугунун аянты 3 $см^2$ болсо, анда ABC үч бурчтугунун аянтын тап.
2. ABC үч бурчтугунун AC жагына параллель болгон түз сызык AB жана BC жактарын тиешелүү түрдө N жана P чекиттеринде кесип өтөт. Эгерде $AN = 4$, $NB = 3$, $BP = 3{,}6$ болсо, анда BC жагын тап.
3. Тар бурчтуу ABC үч бурчтугунун AB жагынан K чекити алынган. Эгерде $AK= 3$, $BK = 2$ жана үч бурчтуктун BD бийиктиги 4 кө барабар болсо, анда K чекитинен AC кесиндисине чейин болгон аралыкты тап.
4. $ABCD$ параллелограммынын BC жагынын ортосундагы K чекити аркылуу жүргүзүлгөн DK шооласы менен AB шоолалары F чекитинде кесилишет. Эгерде $AD=4$, $DK=5$ жана $DC=5$ болсо, анда BKF үч бурчтугунун периметрин эсепте.

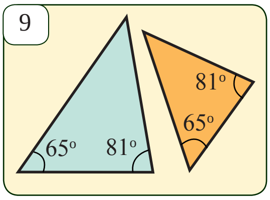


5. ABC үч бурчтугунун ички зонасынан алынган O чекитинен AB жана BC жактарына параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Бул түз сызыктар AC жагын тиешелүү түрдө P жана Q чекиттеринде кесилишет. Эгерде $PQ = 2$, $AC = 7$ жана ABC үч бурчтугунун аянты 98 ге барабар болсо, анда POQ үч бурчтугунун аянтын аныкта. (1-*сүрөт*).
6. $ABCD$ трапециянын BC жана AD негиздеринен тиешелүү түрдө K жана L чекиттери алынган. KL кесиндиси трапециянын диагоналдары кесилишкен чекиттен өтөт. Эгерде $AL =4$, $LD =5$ жана $BK=2$ болсо, анда KC кесиндини тап (2-*сүрөт*).



7. Эки окшош үч бурчтуктардан биринчисинин аянты 15 $мм^2$, экинчисинин аянты болсо, 135 $мм^2$. Биринчи үч бурчтуктун бир жагы 6 мм болсо, экинчи үч бурчтуктун ага тиешелүү жагын тап?
8. 8-сүрөттө берилгендер боюнча белгисиз кесиндини тап.
9. 9-сүрөттө келтирилген үч бурчтуктар окшошобу? Эмне үчүн?

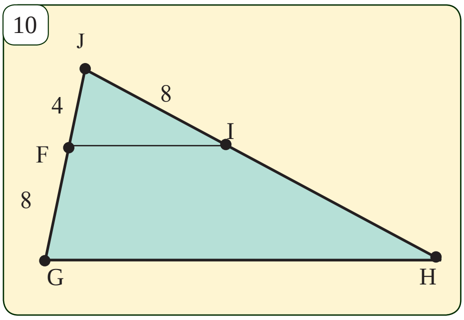


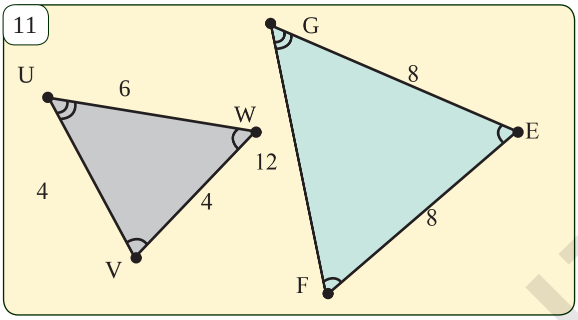


10. 10-сүрөттө $\Delta\ JIF \backsim \Delta\ HJG$. IH кесиндинин узундугун тап.
11. 11-сүрөттө сүрөттөлгөн үч бурчтуктар окшошобу? Эгерде окшош болсо, алардын окшоштук коэффициентин тап.
12. Эки окшош үч бурчтуктардан биринчисинин аянты 24 $мм^2$, экинчисинин аянты болсо 216 $мм^2$. Биринчи үч бурчтуктун бийиктиктеринен бири 8 $мм$ болсо, экинчи үч бурчтуктун тиешелүү бийиктигин тап.

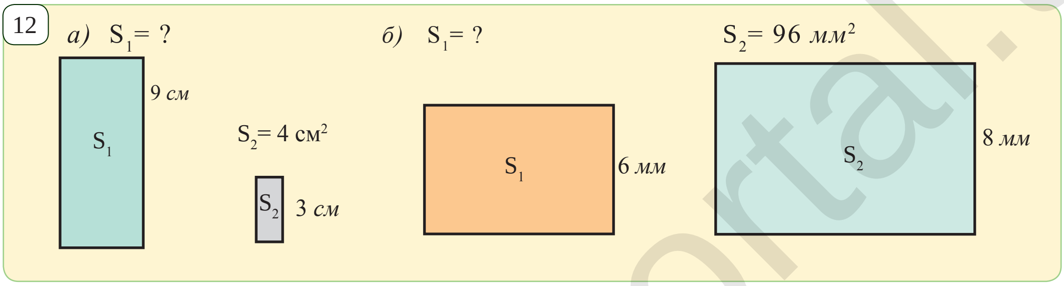
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

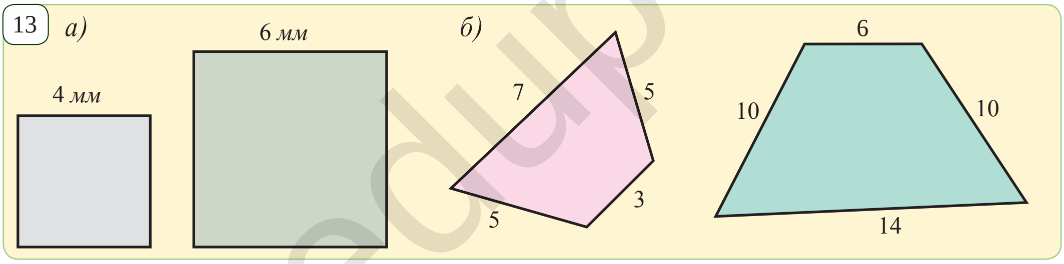




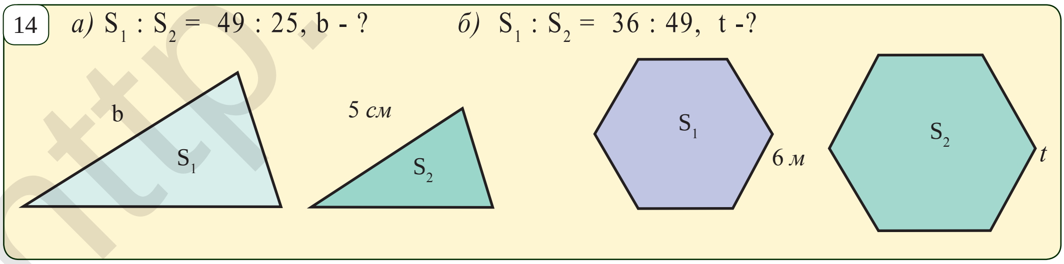
13. 12-сүрөттө сүрөттөлгөн көп бурчтуктар окшош. Берилген маалыматтардан пайдаланып, белгисиз чоңдукту тап.



14. 13-сүрөттө сүрөттөлгөн көп бурчтуктар окшош. Бериген маалыматтардан пайдаланып, алардын окшоштук коеффициентин тап.



15. 14-сүрөттө сүрөттөлгөн көп бурчтуктар окшош. Бериген маалыматтардан пайдаланып, белгисизди тап.



16. Чынар дарагынын көлөкөсү 12 *м*. Анын капталындагы үйдүн көлөкөсү болсо 6 *м*. Эгерде чынар дарагы үйдөн 16 *м* бийик болсо, анын бийиктиги канчаны түзөт?

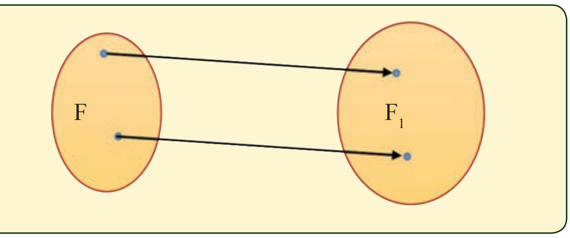
17. Айкелдин бийиктиги 9 *м* болуп, анын көлөкөсү 12 *м*. Айкелдин капталында өсүп бараткан терек дарагынын көлөкөсү болсо 16 *м*. Теректин бийиктиги канча?

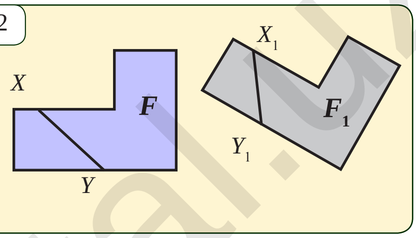
http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15 ТЕГИЗДИКТЕ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ӨЗГӨРТҮҮЛӨР. КЫЙМЫЛ ЖАНА ПАРАЛЛЕЛЬ КОТОРУУ

Тегиздикте берилген F фигурасынын ар бир чекити кандайдыр бир ыкма менен которулса, жаңы F_1 фигурасы пайда болот (1-*сүрөт*). Эгерде бул которууда (чагылдырууда) биринчи фигуранын ар бир чекиттери экинчи фигуранын ар бир чекиттерине көчсө (чагылдыруу өз ара бир маанилүү болсо), бул которулуу **геометриялык өзгөртүү** деп аталат.

1


2


Эгерде фигураны чагылдырууда тегиздиктин бардык чекиттери көчсө, анда тегиздикти өзүнү-өзүнө чагылдыруу жөнүндө да айтууга болот. Төмөндө тегиздиктеги кээ бир геометриялык чагылдыруулар жөнүндө токтолобуз.

Чекиттер арасындагы аралык сакталган өзгөртүү **кыймыл** деп аталат.

Аныктама боюнча, өзгөртүүдө F фигурасынын каалагандай X жана Y чекиттери F_1 фигурасынын кандайдыр X_1 жана Y_1 чекиттерине өткөн болуп, $XY = X_1Y_1$ барабардык аткарылса (б.а. аралык сакталса), мындай өзгөртүү кыймыл болот (2-*сүрөт*).

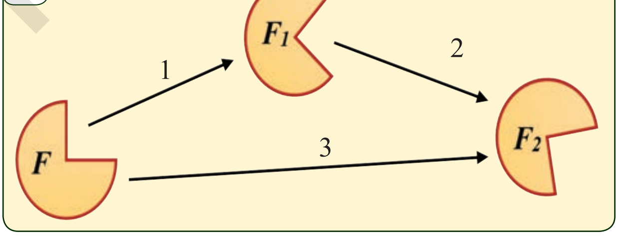
Кыймылдын төмөндөгү касиеттерин көрсөтүүгө болот.

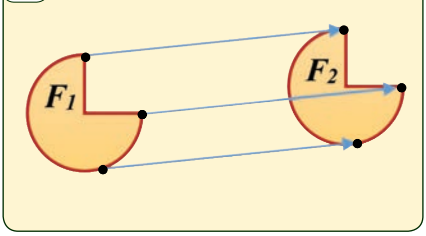
Кыймылда түз сызык- түз сызыкка, шоола- шоолага, кесинди- ага барабар кесиндиге, бурч- ага барабар бурчка, үч бурчтук- ага барабар үч бурчтукка көчөт (чагылдырылат).

Айталуу, F фигурасы биринчи кыймыл натыйжасында F_1 фигурасына, F_1 фигурасы болсо F_2 фигурасына өткөн болсун дейли. Натыйжада, F_1 фигурасы бул эки кыймыл жардамында F_2 фигурасына которулду жана бул которулуу өз кезегинде кайра кыймыл болот (3-*сүрөт*).

Тегиздикте кандайдыр бир кыймыл жардамында биринчисини экинчисине которуу мүмкүн болгон фигуралар барабар фигуралар деп аталат.

Тегиздикте кандайдыр бир $\overline{AB}$ вектор жана каалаган X чекит берилген болсун. Эгерде X_1 чекит үчүн $\overline{XX_1}=\overline{AB}$ шарт аткарылса, X чекит X_1 чекитке $\overline{AB}$ вектор боюнча **параллель көчүрүлгөн** деп аталат.

3


4


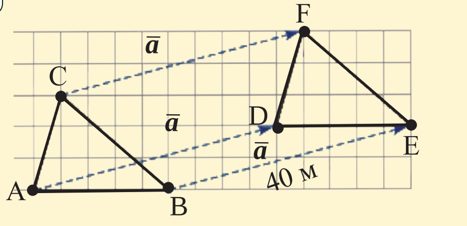
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

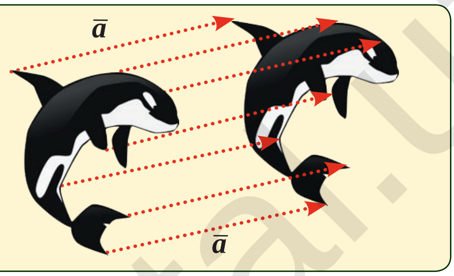
Эгерде тегиздикте берилген F фигурасынын ар бир чекити $\overline{AB}$ вектор боюнча которулса (4-*сүрөт*), жаңы F_1 фигура пайда болот. Бул болсо F фигурасы F_1 фигурасына параллель көчүрүлдү деп аталат. Параллель көчүрүүдө F фигурасынын ар бир чекити бирдей багытта барабар аралыкка которулган болот.

5-сүрөттө сүрөттөлгөн үч бурчтуктун ар бир чекити алгачкы абалына салыштырмалуу 40 *м* ге параллель көчүрүлгөн. 6-сүрөттөгү дельфин да а вектор боюнча параллель көчүрүлгөн.

5



6



Демек, параллель көчүрүү кыймыл болот. Ошондуктан, параллель көчүрүүдө түз сызык- түз сызыкка, шоола- шоолага, кесинди- ага барабар кесиндиге көчөт ж.б.

Айталы, $\overline{AB}=(a;b)$ вектор боюнча параллель көчүрүүдө F фигурасынын чекити $X(x;y)$ жана F_1 фигурасынын чекити $X(x_1;y_1)$ ге өтсүн. Мындан аныктамага ылайык төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$x_1 - x = a$, $y_1 - y = b$ же $x_1 = x + a$, $y_1 = y + b$.

Бул барабардыктар раралель көчүрүү формулалары деп аталат.

1-маселе. $\overline{p} = (3;\ 2)$ вектор боюнча параллель көчүрүүдө P (-2;4) чекит кайсы чекитке көчөт?

Чыгаруу. Жогорудагы параллель көчүрүүнүн формуласынан пайдаланабыз:

$x_1 = -2 + 3 = 1$, $y_1 = 4 + 2 = 6$. ***Жообу:*** $P_1(1;\ 6)$.

? *Маселелер жана тапшырмалар*

15.1. $\overline{p} = (-2;\ 1)$ вектор боюнча параллель көчүрүүдө а) (3;2) б) (0;2) в) (2;-5) чекит кайсы чекитке көчөт?

15.2. Параллель көчүрүүдө $A(4;2)$ чекит $B(3;7)$ чекитке көчтү. Параллель көчүрүү кайсы вектор боюнча көчүрүлгөн?

15.3. Параллель көчүрүүдө а) түз сызык- түз сызыкка б) шоола- шоолага в) кесинди- ага барабар кесиндиге көчүүсүн далилде.

15.4. Параллель көчүрүүдө (1;2) чекит (1;-1) чекитке өтөт. Бул алмаштырууда координаталар башталмасы кайсы чекитке өтөт?

15.5. Параллель көчүрүүдө (3;4) чекит (2;-4) чекитке өтөт. Бул алмаштырууда координаталар башталмасы кайсы чекитке өтөт?

15.6. $A(2;\ 1)$ чекит $B(1;0)$ чекитке, $C(3;-2)$ чекит болсо $D(2;-3)$ чекитке өтө турган параллель көчүрүү барбы?

15.7. $A(-2;\ 3)$ чекит $B(1;2)$ чекитке, $C(4;-3)$ чекит болсо $D(7;-2)$ чекитке өтө турган параллель көчүрүү барбы?

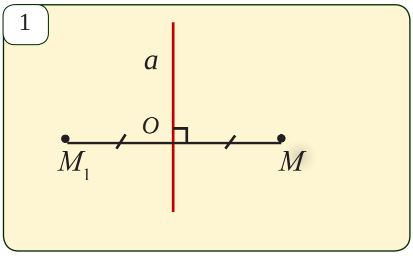
15.8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ге, берилген. Параллель көчүрүүдө A_1D кесинди B_1C кесиндиге өтөт. Бул көчүрүүдө AA_1 кесинди кайсы кесиндиге өтөт?

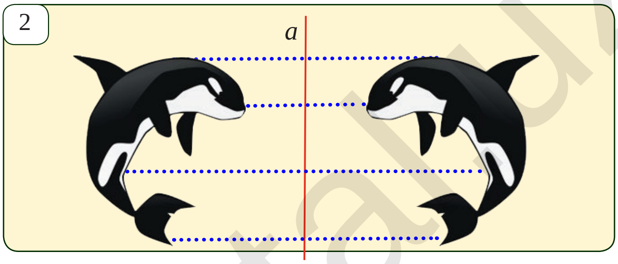
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16 ОККО САЛЫШТЫРМАЛУУ СИММЕТРИЯ

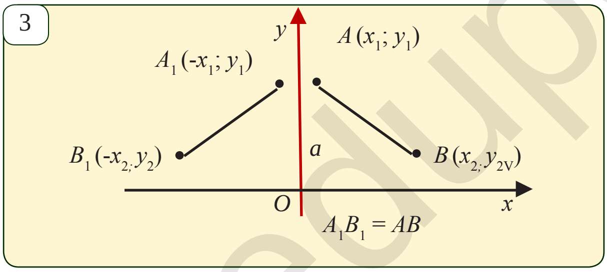
Тегиздикте жаткан а түз сызык жана анда жатпаган каалаган *M* чекит берилген болсун. *M* чекиттен а түз сызыкка перпендикуляр жүргүзөбүз жана анын негизин *O* менен белгилейбиз (1-*сүрөт*). Перпендикулярда жаткан *M* чекит үчүн $MO = M_1O$ болсо, *M* жана M_1 чекиттер *a* түз сызыкка карата же окко салыштырмалуу симметриялуу чекиттер деп аталат.

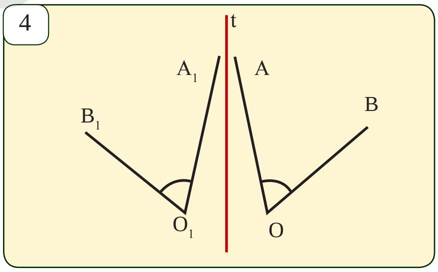




Тегиздиктин каалагандай *M* чекитине *a* түз сызык (окко) салыштырмалуу ага симметриялуу болгон M_1 чекитти дал келдиребиз. Тегиздиктин мындай өзүнү-өзүнө чагылдырууга окко салыштырмалуу симметрия деп атайбыз. Түз сызыкты болсо симметрия огу деп атайбыз.

2-сүрөттө сүрөттөлгөн делфиндер өз ара *a* окко салыштырмалуу симметриялуу болот.





Окко салыштырмалуу симметрия кыймыл болот б.а. ал чекиттер арасындагы аралыкты сактайт.

Кел бул ырастоону далилдейбиз. 3-сүрөттө каалагандай *A* $(x_1; y_1)$ жана *B* $(x_2; y_2)$ чекиттер болуп, A_1 $(-x_1; y_1)$ жана B_1 $(-x_2; y_2)$ чекиттер болсо алардын а түз сызыкка (*Oy* огуна) салыштырмалуу тиешелүү түрдө симметриялык чагылдыруулары болсун. $AB = A_1B_1$ экендигин көрсөтөбүз.

Чындыгында да , эки чекиттин арасындагы аралыктын формуласына ылайык

$$AB = (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2,$$

$$A_1B_1 = (-x_2-(-x_1))^2+(y_2-y_1)^2 = (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$

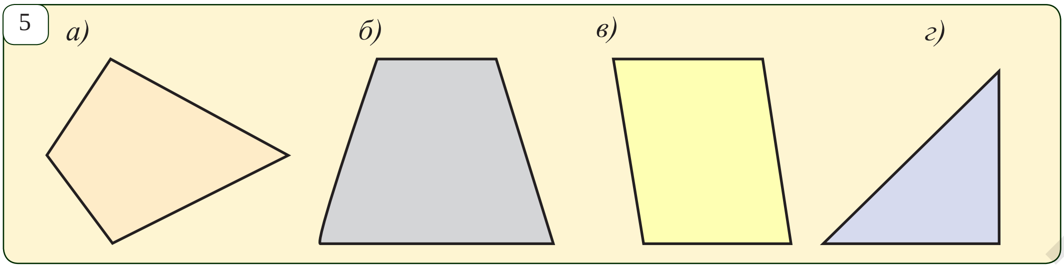
Демек, бул аралыктар өз ара барабар.

Мындан түз сызыкка карата симметрияда ар бир кесинди- өзүнө барабар кесиндиге өтүүсү келип чыгат.

Ушул сыяктуу түз сызыкка карата симметрияда бурч- ага барабар бурчка өтүүсүн да көрсөтсө болот. Бул учурда бурчтун багыты өзгөрөт (4-сүрөт).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Координаталар тегиздигинде берилген A $(x;\ y)$ чекит Ox огуна карата симметрияда A_1 $(x;\ -y)$ чекитке, Oy огуна карата симметрияда болсо A_2 $(-x;\ y)$ чекитке өтөт.

Маселелер жана тапшырмалар

16.1. (1; 2), (0; 2), (2; 2) чекиттер координата окторуна карата симметрияда кайсы чекиттерге өтөт? а) OX огуна б) OY огуна карата.

16.2. (2; 4) чекит координата огуна карата симметриялуу чагылганда (2;-4) чекитке өтөт. Чагылдыруу кайсы координата огуна карата аткарылган?

16.3. 5-сүрөттө сүрөттөлгөн фигуралардын кайсылары симметрия огуна ээ? Бул фигураларды дептериңе чий жана алардын симметрия окторун түз.

16.4. Тик бурчтук, квадрат, ромб, тең капталдуу трапеция жана тең капталдуу үч бурчтуктун канча симметрия огу бар?

16.5. Каалагандай ABC үч бурчтук чий. Анын C чокусунан өткөн түз сызыкка карата ага симметриялуу болгон үч бурчтукту сүрөттө.

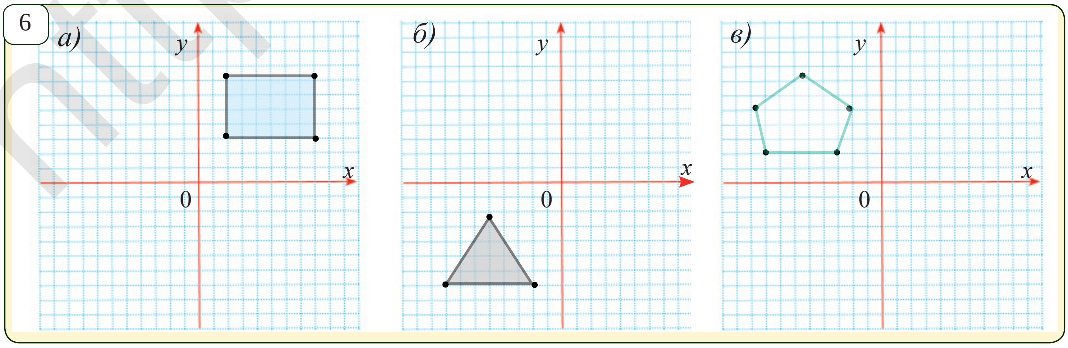
16.6. Координата тегиздигинде чокулары A (3; 2), B (2; 7), C (6; 7) жана D (7; 2) чекиттерде болгон $ABCD$ параллелограммга Oy огуна карата симметриялуу болгон $A_1B_1C_1D_1$ параллелограммды сүрөттө.

16.7. Координата тегиздигинде $y = x + 4$ функциянын графигин чий. Бул графикке Ox огуна карата симметриялуу болгон түз сызыкты сүрөттө жана ал кайсы функциянын графиги экендигин аныкта.

16.8. Солдон оңго, оңдон солго карай окуса боло турган сөздөрдү полиндромдор деп атайт. Төмөндөгү полиндром сөздөрдүн кайсыларынын симметрия огу бар?

КИЙИК, КОНОК, НАН, ТЫТ, КАБАК, ЧАЧ, МУМ, РАДАР

16.9. 6-сүрөттөгү координаталар тегиздигинде сүрөттөлгөн фигураларды дептериңе көчүрүп чий. Ушул координаталар тегиздигинде бул фигураларга Ox жана Oy окторуна карата симметриялуу болгон фигураларды түз.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17 БОРБОРДУК СИММЕТРИЯ ЖАНА БУРУУ

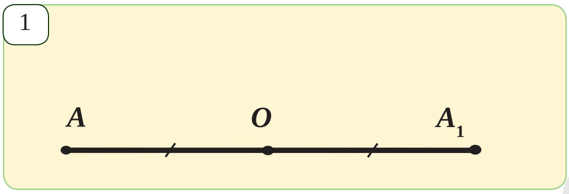
Тегиздикте берилген A жана A_1 чекиттер O чекитке карата симметриялуу деп аталат, эгерде $AO = OA_1$ убашкача айтканда O чекит AA_1 кесиндинин ортосу болсо (1-*сүрөт*).

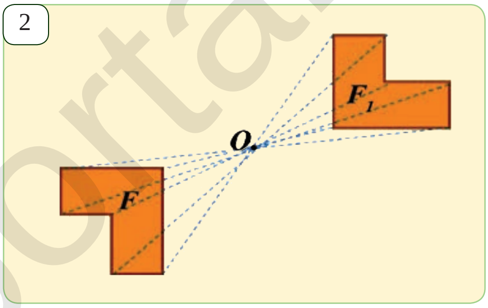
Эгерде тегиздикте берилген F фигуранын ар бир чекити O чекитке карата симметриялык чекитке көчсө (2-*сүрөт*), б.а. F_1 фигура пайда болот. Мындай өзгөртүүдө F жана F_1 фигуралар O чекитке карата симметриялуу деп аталат. 3-сүрөттөрдөгү делфиндер сүрөтү O чекитке карата симметриялуу фигуралар болот.

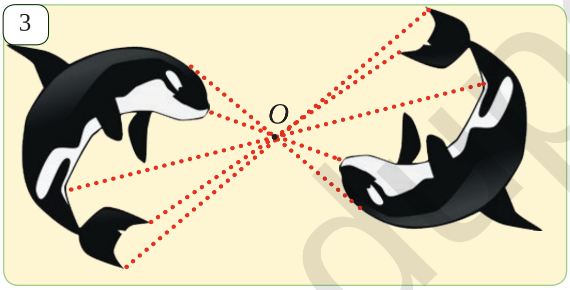
Чекитке карата симметрия – кыймыл болот.

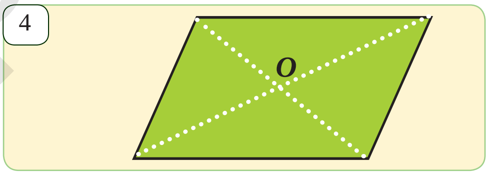
Эгерде F фигура O чекитке карата симметриялуу өзгөртүүдө өзүнө көчсө, ал борбордук симметриялуу фигура деп аталат.

Мисалы, параллелограммдын (4-*сүрөт*) диагоналдарынын кесилиш чекити O го карата борбордук симметриялуу фигура эсептелет.





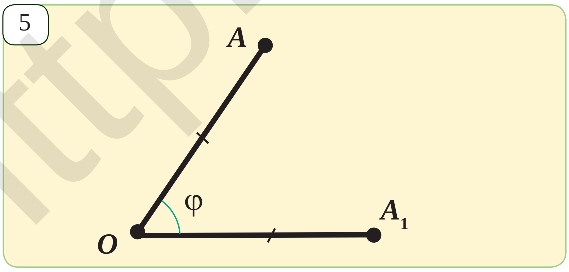


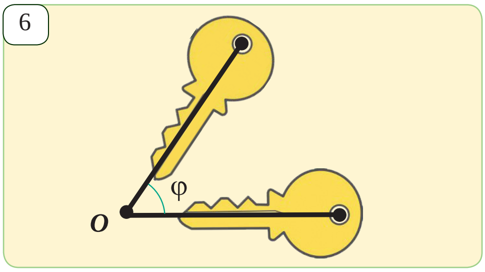


1-*маселе*. O (2; 4) чекитке карата симметрияда A (1;2) чекит кайсы чекитке өтөт?

Чыгаруу. A_1 $(x; y)$ чекитти изилдейбиз. Аныктамага ылайык, O чекит AA_1 кесиндинин ортосу болот. Демек, $2 = (x+1)/2$, $4 = (y+2)/2$.

Бул барабардыктан $x = 4 - 1 = 3$, $y = 8 - 2 = 6$. *Жообу:* A_1 (3; 6).





Бизге тегиздикте O чекит жана φ бурч берилген болуп, фигураларды өзгөртүүдө тегиздиктин калагандай A чекити ушундай A_1 чекитке көчсүн. Мында $OA = OA_1$ жана $\angle AOA_1 = \varphi$ болсун. Мындай фигура өзгөртүү тегиздикти O чекит айланасында φ бурчка буруу деп аталат (5-*сүрөт*).

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Эгерде тегиздикте берилген *F* фигурасынын ар бир чекити *O* чекитке карата φ бурчка бурсак, анда F_1 фигурасы пайда болот. Мында *F* фигурасы *O* чекитке карата φ бурчка буруууда F_1 фигурага өттү деп аталат. 6-сүрөттө ачкыч сүрөтү жана аны белгилүү бурчка бурганда пайда болгон фигура көрсөтүлгөн.

Чекитке карата буруу да кыймыл болот.

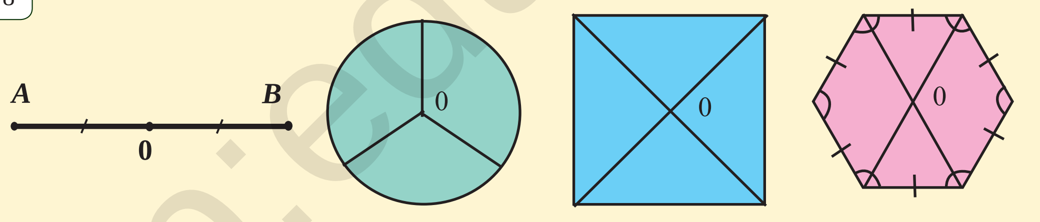
О чекитке карата 180° бурчка буруу *O* чекитке карата борбордук симметрия болот.

Координаталары менен берилген $A(x;y)$ чекит координата башталмасына карата симметрияда $A_1(-x; -y)$ чекитке өтөт: $A\ (x;\ y) \longrightarrow A_1(-x;\ -y)$.

Жаратылышта симметрияны кадам сайын жолуктурууга болот. Мисалы жандуу организмдердин көпчүлүгү, айрыкча, адам жана айбандардын склеттери, өсүмдүктөрдүн жалбырактары жана гүлдөрү симметриялык түзүлгөн (7-сүрөт). Ошондой эле, жансыз табият элементтери да бар. Мисалы кар кристаллдары, туздун кристаллдары,заттардын молекулаларынын түзүлүшү да абдан сонун симметриялык фигуралардан турат. Табияттагы коөздук жана түрдүүлүктөрдөн үлгү алган куруучу инженер жана архитектор сыяктуу жаратуучулар жараткан көптөгөн имараттар жана курулуштар, керектүү курулуш шаймандары жана механизмдери, техника жана транспорттор да симметриялуу жаратылган.

7

8



Маселелер жана тапшырмалар

17.1. *O* (-2; 3) чекитке карата борбордук симметрияда *A* (4; 2) чекит кайсы чекитке өтөт?

17.2. 8–сүрөттө сүрөттөлгөн фигураларда *O* чекит симметрия борбору экендигин көрсөт.

17.3. (-2; 5), (2; 2), (-6; 12) чекиттер координата башталмасына карата борбрдук симметрияда кайсы чекиттерге өтөт?

17.4. Борбордук симметриянын кыймыл экендигин далилде.

17.5. Параллелограммдын (4-*сүрөт*) диагоналдарынын кесилиш чекити *O* го карата борбордук симметриялуу фигура экендигин далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

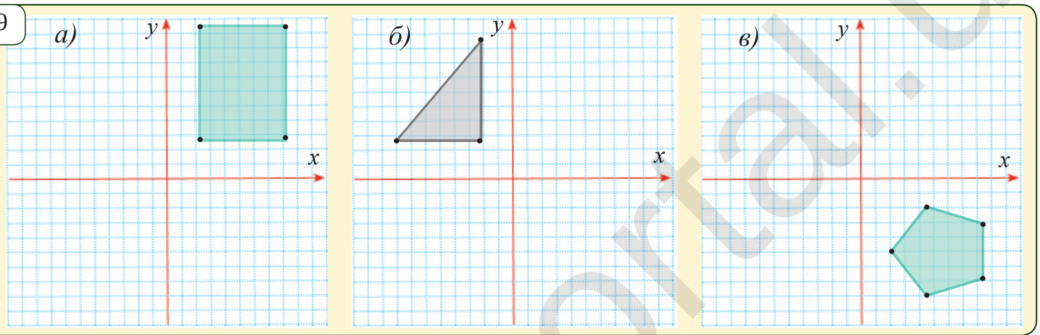
17.6. Тик бурчтук, квадрат,параллелограмм, бурч, түз сызык жана тең капталдуу үч бурчтуктардын кайсы бири борбордук симметриялуу фигура болуп эсептелет? Алардын симметрия борбору кайсы жерде жайлашкан?

17.7. Каалагандай AB кесинди жана анда жатпаган M чекитти чий. AB кесиндиге M чекитке карата симметриялуу болгон A_1B_1 кесиндини сүрөттө.

17.8. Каалаган ABC үч бурчтук чий. а) C чокусуна карата б) медианаларынын кесилишүү чекитине карата симметриялуу болгон үч бурчтукту сүрөттө.

17.9. Координата тегиздигинде чокулары A (3; 2), B (2; 7), C (6; 7) жана D (6; 2) чекиттерде болгон $ABCD$ параллелограммга координата башталмасы O(0;0) чекитке карата симметриялуу болгон $A_1B_1C_1D_1$ параллелограммды сүрөттө.

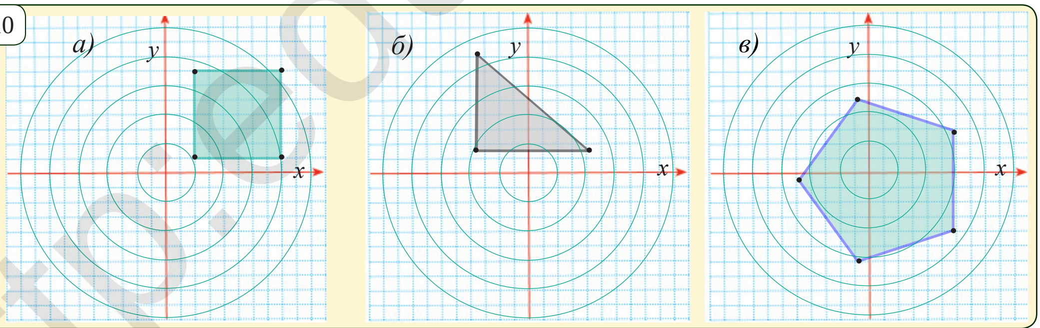
9



17.10. 9-сүрөттөгү координаталар тегиздигинде сүрөттөлгөн фигураларды дептериңе көчүрүп чий. Ушул координаталар тегиздигинде бул фигураларга координата башталмасына карата симметриялуу болгон фигураларды түз.

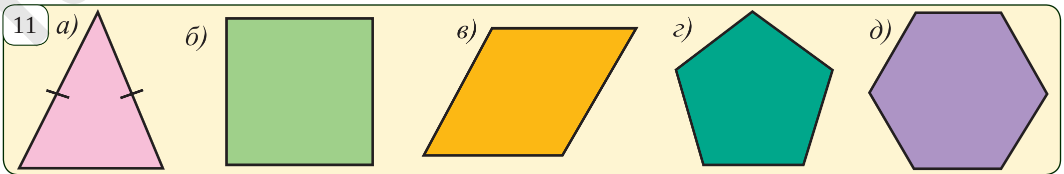
17.11. 10-сүрөттөгү координаталар тегиздигинде сүрөттөлгөн фигураларды дептериңе көчүрүп чий. Ушул координаталар тегиздигинде квадратты 90° ка, үч бурчтукту 180° ка жана беш бурчтукту 120° ка бур.

10



17.12. 11-сүрөттөгү көп бурчтуктар кандай симметрияга ээ экендигин аныкта. Алардын канча симметрия огу бар?

11

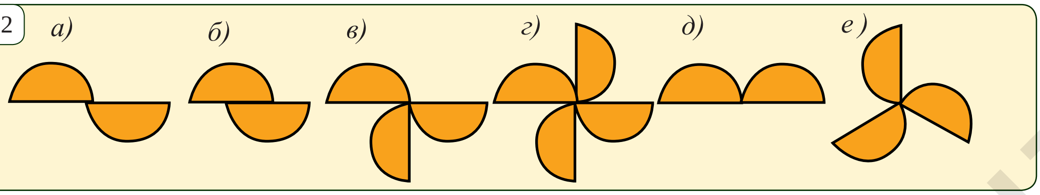


17.13. M, N, S, X, Z, V, T, Y, U, W, D, B, H, K, C, I, E, A тамгалары кандай симметрияга ээ экендигин аныкта.

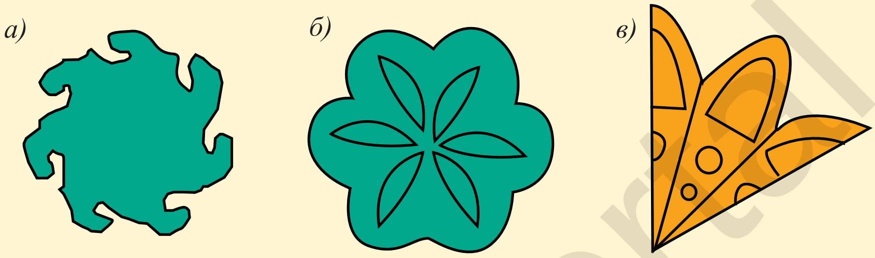
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17.14. 12-сүрөттөгү фигуралар бир нече бирдей жарым тегеректерден түзүлгөн. Бул фигураларда өзү-өзүнө өткөзгөн буруу бар же жоктугун аныкта. Эгерде бар болсо, ал кандай буруу болот?

12


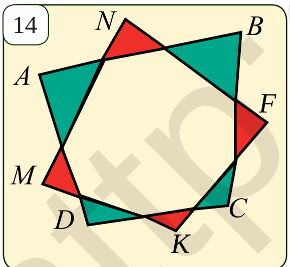
17.15. 13-сүрөттөгү фигуралардын кайсылары симметрия борборуна ээ? Кандай бурчка буруууда бул фигуралар өзү-өзүнө өтөт?

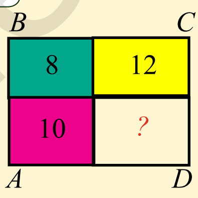
13


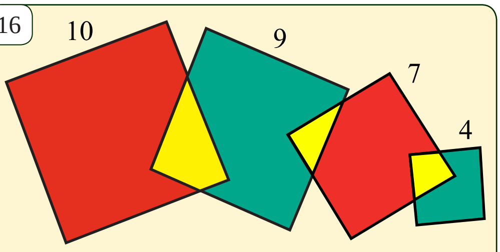
17.16. Эки *ABCD* жана MNPK барабар б.а. тең аянтка ээ болгон төрт бурчтуктар бири-биринин үстүнө 14-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып коюлган. Кызыл түстөгү үч бурчтуктардын аянттарынын суммасы жашыл түстөгү үч бурчтуктардын аянттарын суммасына барабардыгын көрсөт.

17.17. *ABCD* тик бурчтук жактарына параллель түз сызыктар менен төрт тик бурчтукка бөлүнгөн. 15-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, боёлбогон тик бурчтуктун аянтын тап.

17.18. 16-сүрөттөгү квадраттардын жактары 10 *см*, 9 *см*, 7 *см* жана 4 *см*. Кызыл түстөгү квадраттардын аянттарынын суммасы 112 *см*^{2} ка тең. Көк түстөгү квадраттардын аянттарынын суммасын тап.

14


15


16


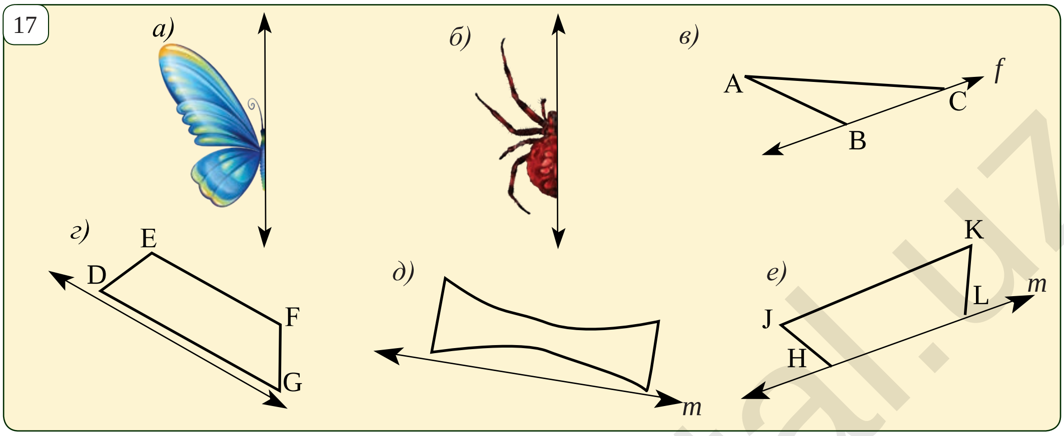
"Кар кристаллдары" долбоор иши

Табиятта бардык кар кристаллдары симметриялуу фигурага ээ болот жана бири-бирине окшобойт. Ар бир кар криссталы борборго карата 60° ка бурууда өзүнө-өзү өтөт. 60° ка бурууда өзүнө-өзү өтө турган фигураларды кагаздан кандай кесип алууга болот? Бир нече түрдүү фигуралардагы кар кристаллдарын кагаздан кыркып ал.

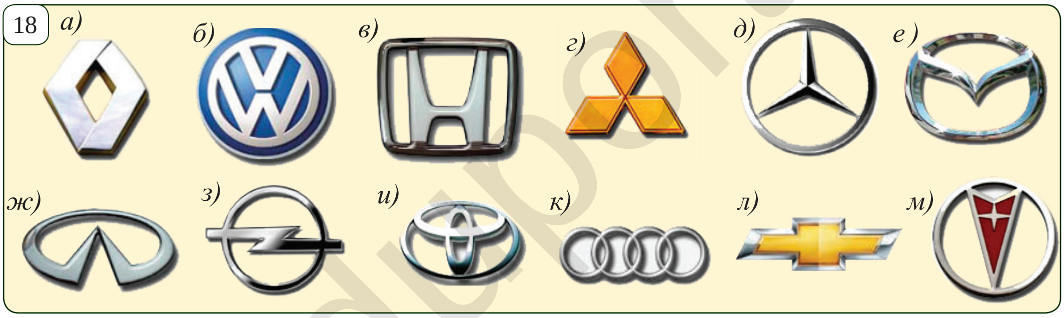
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17.19. 17-сүрөттө сүрөттөлгөн фигураларды дептериңе чийип ал жана берилген окко карата симметриялуу чагылышын түз.

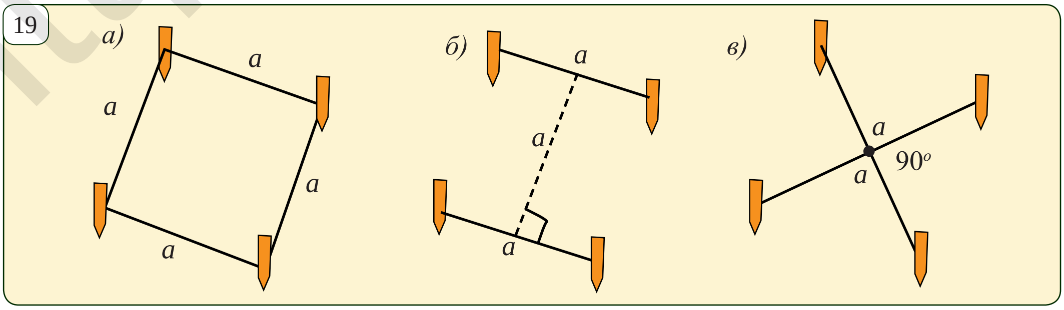


17.20. 18-сүрөттө сүрөттөлгөн автомобиль компанияларынын логотиптери кандай симметрияга ээ экендигин аныкта.



"Гүлзарга геометрия" долбоор иши.

Үч ага-ини Али, Вали жана Сали квадрат формасындагы гүлзар жаратышмак. Али квадрат формасындагы гүлзарды 4 казыкка 4 бирдей узундуктагы жиптерди тартып ажыратмак (19.а-*сүрөт*). Вали квадрат формасындагы гүлзарды 2 бирдей узундуктагы жиптерди казыктарга тартып, аларды параллель абалда араларындагы аралыкты жип узундугуна барабар кылып ажыратмак (19.б-*сүрөт*). Сали болсо 2 бирдей жиптердин ортолорун түюп, алардын ортолору үстмө-үст түшө турган жана бир-бирине перпендикулярдуу кылып тартып казыктарга түйүп ажыратмак (19.с-*сүрөт*). Айтчы, алардын кайсы бири берилген маселени туура чыгарды? Эмне үчүн?



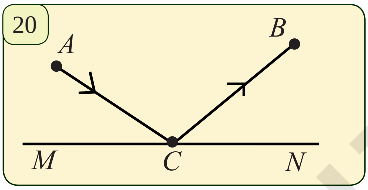
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

"Геометрия жана оптика" долбоор иши.

XVII кылымда улуу француз математик окумуштуусу Пер Ферма төмөндөгү мыйзамдарды чыгарды: жарыктын нуру бир чекиттен экинчи чекитке эң кыска убакытта жетип барат.

1. Айнектин бир жагындагы A жана B чекиттер берилген. Жарыктын нуру A чекиттен чыгып, айнекке урулуп B чекиттен өттү (20-*сүрөт*). Ферма принцибинен пайдаланып, ACM (түшүү бурчу) жана BCN (кайтуу бурчу) арасындагы байланышты тап.

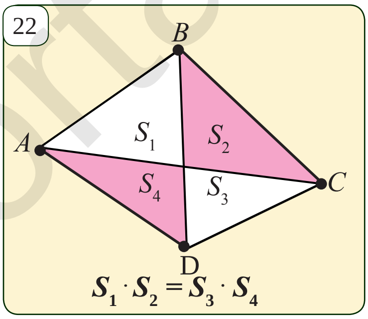


2. Дарыянын жээгиндеги A чекитте фермердин үйү жана B чекитте анын фермасы жайлашкан (21-*сүрөт*). Фермер ар күнү дарыяга барып, идиштерге суу толтуруп фермасына алып барат. Ал бул ишти эң кыска жол менен аткаруусу үчүн кандай жолдон жүргөнү макул?

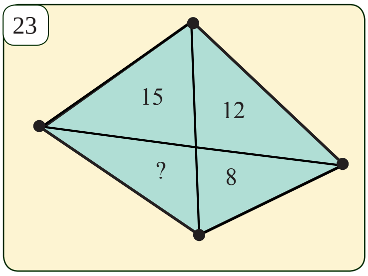
Кызыктуу геометрия

а) 22-сүрөттө каалагандай томпок төрт бурчтук сүрөттөлгөн. Төрт бурчтуктун диагоналдары аны төрт даана үч бурчтукка ажыратат. Бул үч бурчтуктардын аянттары үчүн $S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$ болушун далилде.

Көрсөтмө: окшош фигуралар касиеттеринен пайдалан.



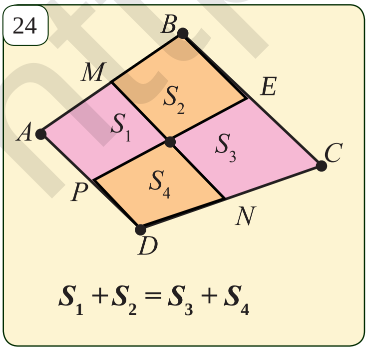
б) 23-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, белгисиз аянтты тап.

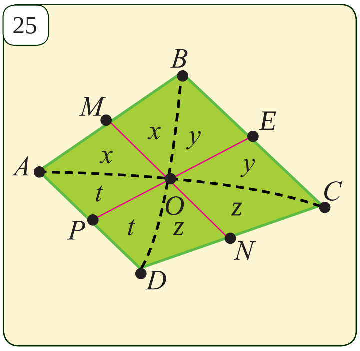


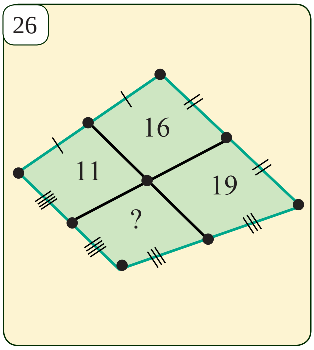
в) 24-сүрөттө каалагандай томпок төрт бурчтук сүрөттөлгөн. Төрт бурчтуктун карама-каршы жактарынын ортолору туташтырылган. Натыйжада төрт бурчтук төрт бурчтуктар ажыралган. Бул үч бурчтуктардын аянттары үчүн $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$ болушун далилде.

Көрсөтмө: далилдөө үчүн 25-сүрөттөгү жардамчы фигуралардан пайдалан.

г) 26-сүрөттө берилгендерден пайдаланып,белгисиз аянтты тап.



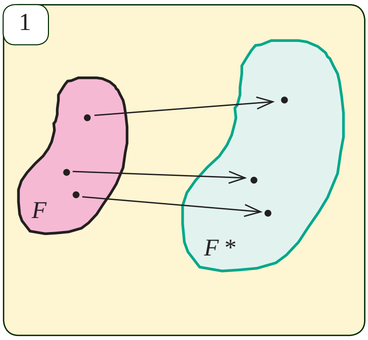




*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

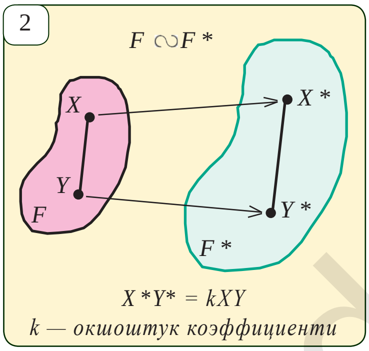
18 ГЕОМЕТРИЯЛЫК ФИГУРАЛАРДЫН ОКШОШТУГУ



Мурдагы сабактарда көп бурчтуктардын окшоштугу түшүнүгү менен тааныштык. Окшоштук түшүнүгүн жалаң көп бурчтуктар үчүн гана эмес, ошондой эле каалагандай геометриялык фигуралар үчүн да киргизүүгө болот.

Эгерде F жана F^* фигуралары берилген болуп, F фигурасынын ар бир чекитине F^* фигурасынын кандайдыр чекити дал келтирилген болсо жана бул жерде F^* фигурасынын ар бир чекитине F фигурасынын бир гана чекити дал келсе, F фигурасы F^* фигурасына өзгөртүрүлгөн дейиле.

Аныктама. Эгерде F фигурасын F^* фигурасына өзгөртүүдө чекиттердин ортосундагы аралыктар бир эле санга эселенсе, анда мындай өзгөртүүгө окшош өзгөрүү дейилет (2-*сүрөт*).

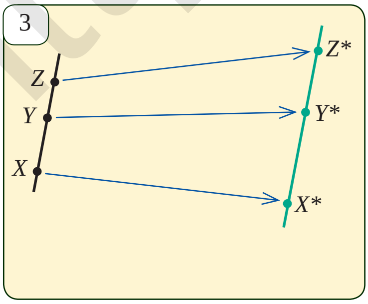


Муну минтип түшүндүрсө да болот: кандайдыр өзгөртүүнүн натыйжасында F фигурасынын каалагандай X, Y чекиттерине F^* фигурасынын X^*, Y^* чекиттери дал келтирилген болсун. Эгерде $\boldsymbol{X^*Y^*=k\cdot XY}$, $k>0$ болсо, мындай **өзгөртүүгө окшош өзгөртүү** дейилет. Бул жерде k—бардык X жана Y чекиттери үчүн бирдей сан болуп, ага **окшоштук коэффициенти** дейилет.

Эгерде F жана F^* фигуралары берилип, бул фигуралардын бирин экинчисине өткөрө турган окшоштук өзгөртүүсү бар болсо, F жана F^* фигураларына өз ара окшош дейилет. Фигуралардын окшоштугу $\boldsymbol{F \backsim F^*}$ сыяктуу жазылат. Эгерде окшоштук коэффициенти k ны да көрсөтүү керек болсо, анда $\boldsymbol{F \backsim F^*}$ көрүнүшүндө да белгиленет.

Эгерде окшош өзгөртүүдө X чекитине X^* чекити дал келтирилген болсо, анда X чекити X^* чекитине өзгөрдү же өттү дейилет.

Теорема. Окшош өзгөртүү а) түз сызыкты түз сызыкка; б) шооланы шоолага; в) бурчту (анын чоңдугун сактаган түрдө) бурчка; г) кесиндини (узундугу бул кесиндиден k жолу узун болгон) кесиндиге которот.



Далилдөө. а) окшоштук коэффициенти k болгон окшош өзгөртүүдө бир түз сызыкта жаткан ар түрдүү X, Y жана Z чекиттери тиешелүү түрдө X^* Y^* жана Z^* чекиттерине өзгөрсүн (3-сүрөт). X, Y, Z тамгаларынан бири, айталуу, Y калган экөөсүнүн ортосунда жатсын. Анда, $XZ = XY + YZ$. Окшош өзгөртүүнүн аныктамасы боюнча:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$$X^*Z^* = k \cdot XZ = k \cdot (XY + YZ) = k \cdot XY + k \cdot YZ = X^*Y^* + Y^*Z^*.$$

Бул барабардыктан X^*, Y^* жана Z^* чекиттеринин бир түз сызыкта жатышы келип чыгат. Теореманын далилдөөсүн а) ырастоо үчүн гана келтирдик. Калган ырастоолорду далилдөөнү сага көнүгүү иретинде калтырабыз.

Маселелер жана тапшырмалар

18.1. Окшош өзгөртүү деген эмне?

18.2. Кандай фигураларга окшош фигуралар дейилет?

18.3. Туурасы 3 *см*, узуну 4 *см*, окшоштук коэффициенти 2 ге барабар болгон тик бурчтукка окшош тик бурчтук түз.

18.4. 4-сүрөттө мектептин короосунун планы 1:1000 масштабда берилген. Ченөө иштерин аткарып, а) короонун; б) мектеп имаратынын; в) гүлзарлардын; г) спорт талаасынын; д) бактын өлчөмдөрүн тап.

18.5. Эгерде карта 1:50000 масштабда сүрөттөлгөн болсо (5-*сүрөт*), анда Абат жана Азат айылдарынын ортосундагы аралыкты тап.

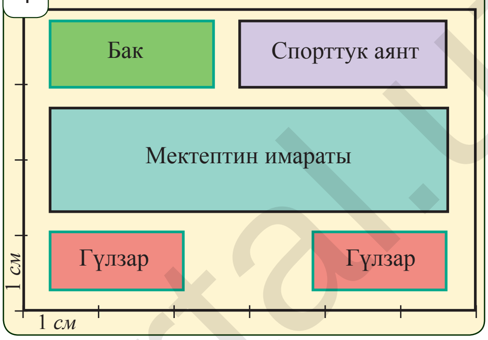
18.6. Окшош өзгөртүүдө шоолалардын ортосундагы бурчтун сакталышын далилде.

18.7*. Окшош өзгөртүүдө а) параллелограмм параллелограммга; б) квадрат квадратка; д) тик бурчтук тик бурчтукка; е) трапеция трапецияга которулуусун далилде.

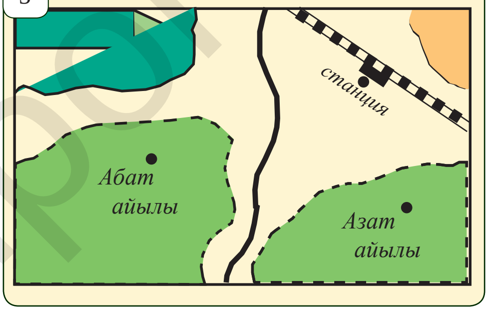
18.8*. ABC үч бурчтугу окшош өзгөртүүдө $A^*B^*C^*$ үч бурчтугуна которулат. Эгерде окшоштук коэффициенти 0,6 га жана ABC үч бурчтугунун периметри 12 *см* ге барабар болсо, анда $A^*B^*C^*$ үч бурчтугунун периметрин тап.

18.9. 6-сүрөттөн окшош тик бурчтуктардын жуптуктарын тап жана алардын окшоштук коэффициенттерин аныкта.

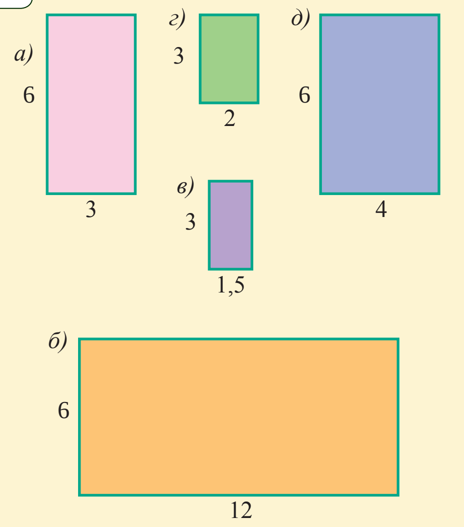
4



5



6



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

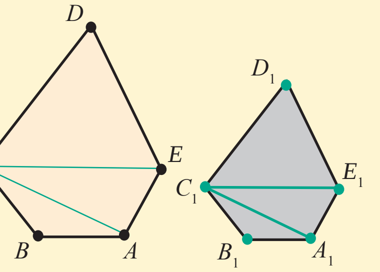
19 ОКШОШ КӨП БУРЧТУКТАРДЫН КАСИЕТТЕРИ

1-теорема.* *Окшош көп бурчтуктардын периметрлеринин катышы алардын окшоштук коэффициентине барабар.

Далилдөө. Чындыгында да, $A_1A_2...A_n$ жана $B_1B_2...B_n$ көп бурчтуктары окшош жана окшоштук коэффициенти k болсо, анда $B_1B_2=k \cdot A_1A_2$, $B_2B_3=k \cdot A_2A_3$, ... , $B_nB_1=k \cdot A_nA_1$ болот. Бул жерден $P=B_1B_2+B_2B_3+...+B_nB_1= k \cdot A_1A_2+k \cdot A_2A_3+...+k \cdot A_nA_1=k \cdot (A_1A_2+A_2A_3+...+A_nA_1)= k \cdot P_1$ барабардыгын алабыз. *Теорема далилденди.*

2-теорема.* *Окшош көп бурчтуктарды бирдей сандагы окшош үч бурчтуктарга бөлүүгө болот.

1



Далилдөө. Айталы, $ABCDE$ жана $A_1B_1C_1D_1E_1$ көп бурчтуктары окшош болуп, окшоштук коэффициенти k болсун.

Өз ара тиешелүү C жана C_1 чокуларынан CA, CE жана C_1A_1, C_1E_1 диагоналдарын өткөрөбүз. Натыйжада көп бурчтуктар бирдей сандагы үч бурчтуктарга бөлүнөт. Алынган үч жуп тиешелүү үч бурчтуктардын окшоштугун көрсөтөбүз.

1.$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$. Анткени, бул үч бурчтуктарда, шарт боюнча, $\angle B = \angle B_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$. Үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси боюнча,

$\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.

2. $\Delta CDE \backsim \Delta C_1D_1E_1$. Бул окшоштук 1-пункттагы сыяктуу далилденди.

3. $\Delta ACE \backsim \Delta A_1C_1E_1$. Чындыгында да, $\angle CAE$ жана $\angle C_1A_1E_1$ бурчтарын карап чыгабыз:

$$\angle CAE = \angle BAE - \angle CAB, \ \angle C_1A_1E_1 = \angle B_1A_1E_1 - \angle C_1A_1B_1.$$

Бул жерде, $\angle BAE = \angle B_1A_1E_1$ (берилген окшош беш бурчтуктардын тиешелүү бурчтары). $\angle CAB = \angle C_1A_1B_1$ (окшош ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктардын тиешелүү бурчтары).

Демек, $\angle CAE = \angle C_1A_1E_1$.

AC менен AE жана A_1C_1 менен A_1E_1 жактарын карап чыгабыз: $AC = kA_1C_1$, анткени алар ABC жана $A_1B_1C_1$ өз ара окшош үч бурчтуктардын тиешелүү жактары, $AE = kA_1E_1$, анткени алар да берилген төрт бурчтуктардын тиешелүү жактары. Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ЖБЖ белгиси боюнча, $\Delta ACE \backsim \Delta A_1C_1E_1$. Каалагандай окшош көп бурчтуктар үчүн да мына ушундай ой жүгүртүүлөрдүн туура экендиги анык.

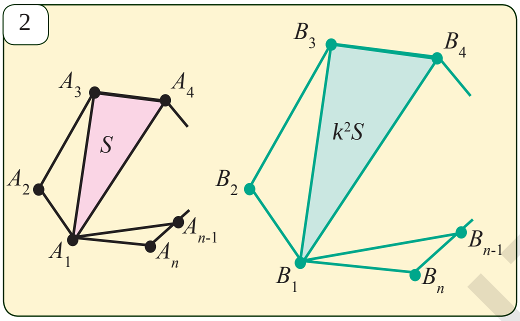
Теорема далилденди.

3-теорема.* *Окшош көп бурчтуктардын аянттарынын катышы окшоштук коэффициентинин квадратына барабар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Далилдөө. Айталы, $A_1A_2...A_n$ жана $B_1B_2...B_n$ бурчтуктары окшош жана k — окшоштук коэффициенти болсун. Анда, $A_1A_2A_3$, $A_1A_3A_4$, ..., $A_1A_{n-1}A_n$ үч бурчтуктары тиешелүү түрдө, $B_1B_2B_3$, $B_1B_3B_4$, ..., $B_1B_{n-1}B_n$ үч бурчтуктарына окшош болуп, окшош үч бурчтуктардын аянттарынын катышы k^2 ка барабар болот (2-*сүрөт*):



$S_{A_1A_2A_3} = k^2S_{B_1B_2B_3}$, $S_{A_1A_3A_4} = k^2S_{B_1B_3B_4}$, ... , $S_{A_1A_{n-1}A_n} = k^2S_{B_1B_{n-1}B_n}$.

Барабардыктардын тиешелүү бөлүктөрүн кошсок,

$S_{A_1A_2...A_n} = k^2 S_{B_1B_2...B_n}$ болот. *Теорема далилденди.*

Маселе. Периметрлери 18 *см* жана 24 *см* болгон эки окшош көп бурчтуктардын аянттарынын катышын тап.

Чыгаруу. 1) Окшош көп бурчтуктардын периметрлеринин катышы окшоштук коэффициентине барабар экендигинен пайдаланып, $k = 24:18 = 4:3$ экендигин табабыз.

2) Окшош көп бурчтуктардын аянттарынын катышы окшоштук коэффициентинин квадратына барабар болгондуктан, изделген катыш $k^2 = \frac{16}{9}$ га барабар. *Жообу:* $\frac{16}{9}$.

Маселелер жана тапшырмалар

19.1. Окшош көп бурчтуктардын периметрлеринин катышы эмнеге барабар?

19.2. Окшош көп бурчтуктардын аянттарынын катышы жөнүндөгү теореманы далилде.

19.3. Үч бурчтук менен төрт бурчтук окшош болушу мүмкүнбү?

19.4. Аянттары 6 $м^2$ жана 24 $м^2$ болгон эки төрт бурчтук окшош. Окшоштук коэффициентин тап.

19.5. Эки көп бурчтуктун периметрлери 18 *см* жана 36 *см* ге, ал эми аянттарынын суммасы 30 $см^2$ ге барабар. Көп бурчтуктардын аянттарын тап.

19.6. Периметри 84 *см* болгон үч бурчтуктун бир жагына параллель түрдө жүргүзүлгөн түз сызык андан периметри 42 *см* ге жана аянты 26 $см^2$ ге барабар болгон үч бурчтукту бөлдү. Берилген үч бурчтуктун аянтын тап.

19.7. *O* чекитине салыштырмалуу симметриялуу болгон фигуралар окшош болушабы? Окко салыштырмалуу симметриялуу болгон фигураларчы? Алардын окшоштук коэффициенти эмнеге барабар?

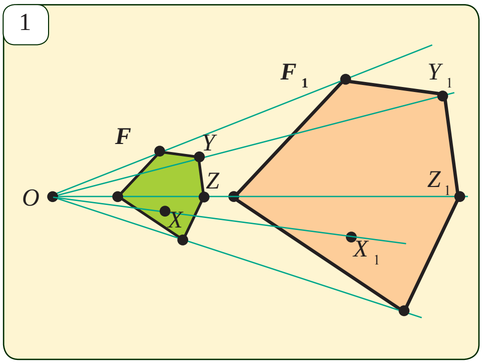
19.8. Төрт бурчтук формасындагы пахта талаасы картада аянты 12 $см^2$ болгон төрт бурчтук аркылуу сүрөттөлөт. Эгерде картанын масштабы 1:1000 болсо, анда талаанын аянтын эсепте.

19.9*. Аянттары 8 $см^2$ жана 32 $см^2$ болгон эки окшош үч бурчтуктардын периметрлеринин суммасы 48 *см* ге барабар. Үч бурчтуктардын периметрлерин тап.

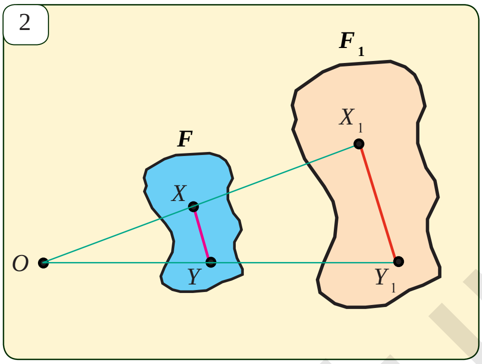
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

20 ГОМОТЕТИЯ ЖАНА ОКШОШТУК



Эң жөнөкөй окшош өзгөртүүлөрдөн бири гомотетия болуп эсептелет. Айталы, F-фигурасы, O- чекити жана k- оң саны берилген болсун. F фигурасынын каалагандай X чекити аркылуу OX шооласын жүргүзөбүз жана бул шоолага $k{\cdot}OX$ болгон OX^* кесиндини коёбуз (1-*сүрөт*). Ушундай усул менен F фигурасынын ар бир X чекитине X^* чекитин дал келтирген окшош өзгөртүүгө **гомотетия** дейилет. Бул жерде, О чекитине гомотетиянын борбору, k санына болсо гомотетиянын коэффициенти, ал эми F жана F^* фигураларына гомотетиялык фигуралар дейилет.



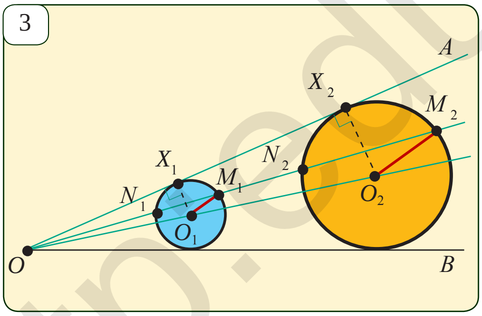
Теорема. ***Гомотетия окшош өзгөртүү болот.***

Далилдөө. Каалагандай O борбордуу, k коэффициенттүү гомотетияда F фигурасынын X жана Y чекиттери X^* жана Y^* чекиттерине өтсүн (2-*сүрөт*). Анда, гомотетиянын аныктамасы боюнча, XOY жана X_1OY_1 үч бурчтуктарында $\angle O$ — жалпы жана $\frac{OX_1}{OX}=\frac{OY_1}{OY}=k$ болот.

Демек, XOY жана X_1OY_1 үч бурчтуктар эки жагы жана алардын арасындагы бурчтары боюнча окшош.

Ошондуктан $\frac{X_1Y_1}{XY}=\frac{OX_1}{OX}$, ошонун катарында, $X_1Y_1=k\cdot XY$.

Теорема далилденди.



Маселе. AOB бурчунун жактарына жанышып турган ар кандай эки айлана гомотетикалык болушун жана O чекити бул гомотетия үчүн борбор экендигин далилде.

Чыгаруу. Борборлору O_1 жана O_2 болгон айланалар AOB бурчунун жактарына жанышып турсун (3-*сүрөт*). Бул айланалардын өз ара гомотетикалык экендигин далилде. Айланалар OA шоолага тиешелүү X жана X^* чекиттеринде жанышып турсун (3-*сүрөт*). Анда, $\Delta OX_1O_1 \backsim \Delta OX_2O_2$, анткени

$$\angle X_1OO_1=\angle X_2OO_2 \quad \text{жана} \quad \angle OX_1O_1=\angle OX_2O_2=90°.$$

Бул жерден, $\frac{O_2X_2}{O_1X_1}=\frac{OO_2}{OO_1}$.

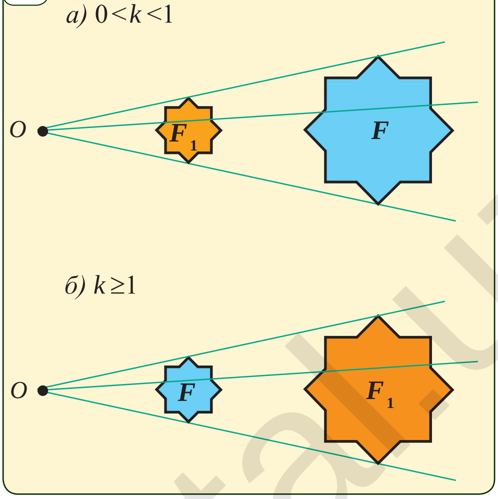
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Оң жактагы катышты k менен белгилейбиз жана коэффициенти $k=\frac{O_2X_2}{O_1X_1}$, борбору O болгон гомотетияны карап көрөбүз. Айталы, бул гомотетияда борбору O_1 болгон айлананын каалагандай M чекити M^* чекитине өзгөргөн болсун. Анда, $O_2M_2=kO_1M_1$ же $O_2M_2=\frac{O_2X_2}{O_1X_1}\cdot O_1M_1$.

Бул жерден, $O_1X_1=O_1M_1$ болгондуктан, $O_2M_2=O_2X_2$ барабардыгын алабыз. Бул деген M_2 чекитинин борбору O_2 ал эми радиусу O_2X_2 ке барабар болгон айланада жатышын билдирет. Демек, айланалар өз ара гомотетикалык экен.

4



Активдештирүүчү көнүгүү

4-сүрөттө гомотетикалык коэффициенти а) $0<k<1$; b) $k\geq 1$ болгон гомотетикалык фигуралар берилген. Гомотетикалык коэффициенттин маанисине карай гомотетикалык фигуралардын “кысылышы” же “чоюлушу” жөнүндө кандай жыйынтык чыгарууга болот?

Маселелер жана тапшырмалар

20.1. Гомотетия деген эмне? Гомотетиянын борбор учу, коэффициентичи?

20.2. Гомотетиянын окшош өзгөртүү экендигин далилде.

20.3. Үч бурчтук сыз. Үч бурчтуктун а) ички зонасында; б) тышкы зонасында O чекитин белгиле жана коэффициенти 2 ге барабар болгон O борборлуу гомотетияны карап чыгып, үч бурчтукка гомотетикалык үч бурчтук түз.

20.4. Периметрлери 18 *см* жана 27 *см* болгон эки ромб өз ара гомотетикалуу. Бул ромбдордун жактары менен аянттарынын катыштарын тап.

20.5. Гомотетияда X чекити X^* чекитине, Y чекити Y^* чекитине өтөт. Эгерде X, X_1, Y, Y_1 чекиттери бир түз сызыкта жатышпаса, анда ошол гомотетиянын борборун тап.

20.6. Коэффициенти 2 ге барабар болгон гомотетияда X чекити X^* чекитине өтүшү белгилүү. Ошол гомотетиянын борборун түз.

20.7. Айланага гомотетикалык болгон фигуранын айлана болушун далилде.

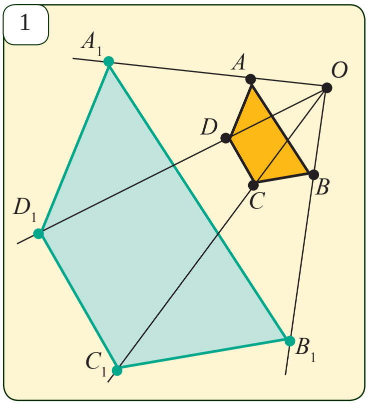
20.8. Айлана сыз. Борбору айлнанын борборунда жана коэффициенти а) $\frac{1}{2}$; б) 2; в) 3; г) $\frac{1}{3}$ барабар болгон гомотетияда сызылган айланага гомотетикалык болгон фигураларды түз.

20.9. Бурч жана анын ички областында A чекити берилген. Бурчтун жактары менен жанышып, A чекитинен өткөн айлана түз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

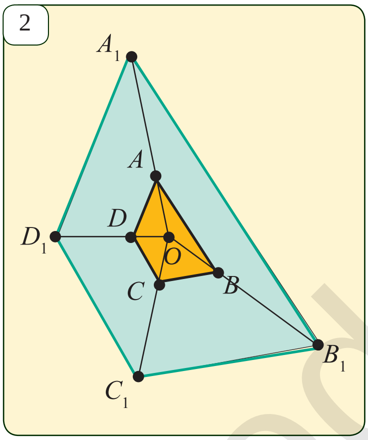
21 ОКШОШ КӨП БУРЧТУКТАРДЫ ТҮЗҮҮ



Ушул маалга чейин теоремаларды далилдөөдө жана маселе чыгарууда түрдүүчө окшош үч бурчтуктарды түзүп келдик. Ал эми окшош көп бурчтуктар кандайча түзүлөт? Төмөн жакта ошолор менен таанышабыз.

Маселе. Берилген $ABCD$ төрт бурчтугуна окшош, ал эми окшоштук коэффициенти 3 кө барабар болгон $A_1B_1C_1D_1$ төрт бурчтугун түз (1-*сүрөт*).

Түзүү. Тегиздиктен каалагандай O чекитин алабыз. O чекитинен төрт бурчтуктун чокулары аркылуу өткөн OA, OB, OC жана OD шоолаларын жүргүзөбүз. Бул шоолаларга O чекитинен $OA_1=3OA$, $OB_1=3OB$, $OC_1=3OC$ жана $OD_1=3OD$ кесиндилерин коёбуз. Алынган төрт бурчтук изделген $A_1B_1C_1D_1$ экендигин далилдейбиз.



Негиздөө. $ABCD \backsim A_1B_1C_1D_1$ экендигин далилдейбиз.

1. *Тиешелүү жактардын пропорциялаштыгы.*

a) $\Delta AOD \backsim \Delta A_1OD_1 \Rightarrow \quad \dfrac{A_1D_1}{AD}=\dfrac{O_1D_1}{OD}=\dfrac{OA_1}{OA}=3;$ (1)

b) $\Delta DOC \backsim \Delta D_1OC_1 \Rightarrow \quad \dfrac{OD_1}{OD}=\dfrac{D_1C_1}{DC}=\dfrac{OC_1}{OC}=3.$ (2)

(1) жана (2) барабардыктарынан $\dfrac{A_1D_1}{AD}=\dfrac{D_1C_1}{DC}$ экендигин алабыз.

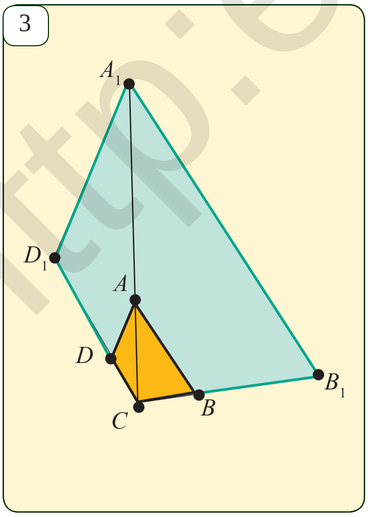
Төрт бурчтуктардын калган тиешелүү жактарынын пропорциялаштыгын да ушундай далилдөөгө болот.

2. *Тиешелүү бурчтардын барабардыгы.*

Окшош үч бурчтуктардын тиешелүү бурчтары барабар болгондуктан, $\angle A_1D_1O=\angle ADO$, $\angle C_1D_1O=\angle CDO$. Анда,

$$\angle A_1D_1C_1=\angle A_1D_1O+\angle C_1D_1O=$$
$$=\angle ADO+\angle CDO=\angle ADC,$$

башкача айтканда төрт бурчтуктардын тиешелүү $A_1D_1C_1$ жана ADC бурчтары өз ара барабар.

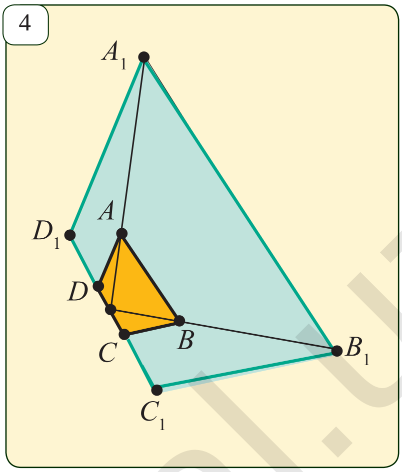


Окшош төрт бурчтуктардын башка тиешелүү бурчтарынын барабардыгы да ушундай далилденет. Демек, $ABCD$ жана $A_1B_1C_1D_1$ төрт бурчтуктары окшош экен. Жактары каалагандай санда болгон көп бурчтукка окшош болгон көп бурчтук да ушул сыяктуу түзүлөт. Гомотетиянын борборун бул маселеде төрт бурчтуктун тышкы областынан тандадык. Жалпысынан алганда,

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

гомотетиянын борборун төрт бурчтуктун ички областында (2.а *сүрөт*), ичинин каалагандай жеринде (2.б *сүрөт*) же кандайдыр жагында (2.в *сүрөт*) жаткандай кылып тандап алсак да болмок. Гомотетиянын борборун кай жерден албайлы, берилген ABCD төрт бурчтугуна окшош жана окшоштук коэффициенти 3 кө барабар болгон төрт бурчтуктар өз ара тең болушат.

4


Маселелер жана тапшырмалар

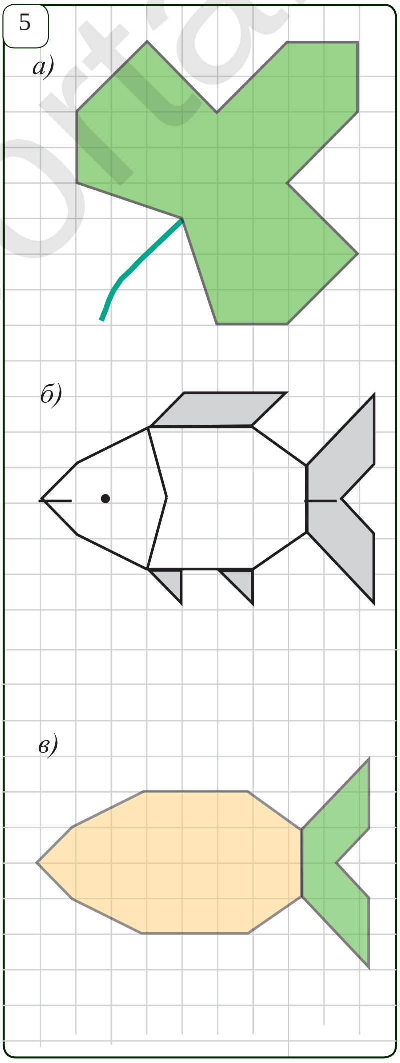
21.1. Берилген көп бурчтукка окшош болгон көп бурчтукту түзүүнүн удаалаштыгын айт.

21.2. Дептериңе кандайдыр *ABCDE* беш бурчтугун сыз. Гомотетиянын жардамында ошол беш бурчтукка окшош, ал эми окшоштук коэффициенти 0,5 ке барабар болгон беш бурчтук түз. Гомотетиянын борбору а) *C* чекитинде; б) беш бурчтуктун ичинде; в) *AB* жагында болгон учурларды башка-башка карап чык.

21.3. Чакмактарды эсепке алуу менен 3-сүрөттө берилген фигураларды дептериңе сыз: а) жалбыракка окшоштук коэффициенти 3 кө барабар болгон жалбыракты; б) балыкка окшоштук коэффициенти 0,8 ге барабар болгон балыкты с) сабизге окшоштук коэффициенти 0,8 ге барабар болгон сабизди гомотетиянын жардамында сыз.

21.4. F_1 көп бурчтугу F_2 көп бурчтугуна окшош, ал эми k—окшоштук коэффициенти. P_1, P_2, S_1, S_2 тамгалары менен тиешелүү түрдө бул көп бурчтуктардын периметрлери жана аянттары белгиленген. Төмөнкү жадыбалды дептериңе көчүр жана аны толтур.

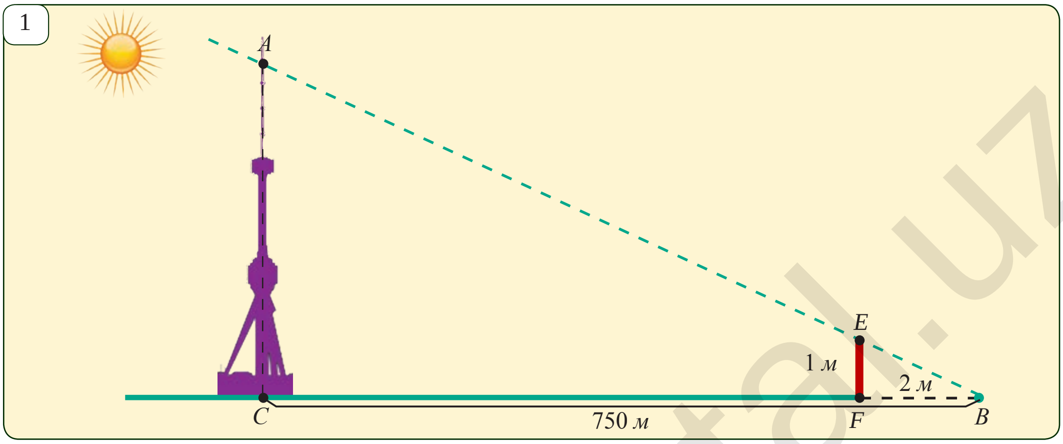
	P_1	P_2	S_1	S_2	k
а)	84		100	25	
б)	14	28		48	
в)		150	200	100	
г)		30	24		3

5


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22 ПРАКТИКАЛЫК КӨНҮГҮҮ

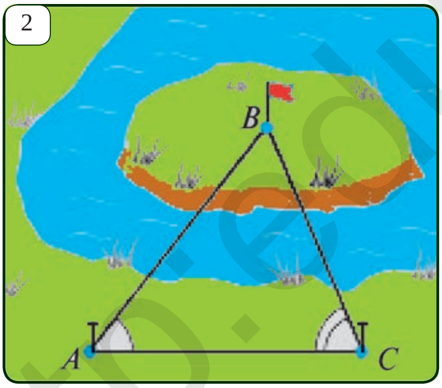


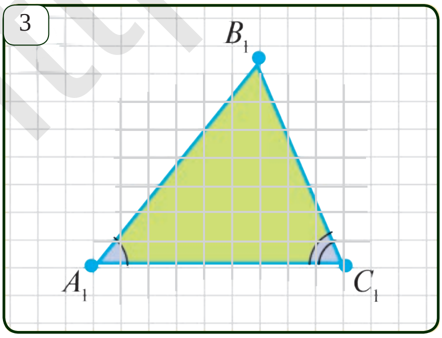
1. *Бийиктикти аныктоо.*

Жерде туруп, Ташкент телемунарасынын бийиктигин табалы. Мунаранын чокусу — A чекитинин көлөкөсү B чекит болсун. EF таякчасын вертикаль абалда жерге какканыбызда (1-сүрөт), таякчанын E чокусунун көлөкөсү да B чекитинде болсун. A чекитинин жердеги проекциясын C чекити менен белгилейбиз. ABC жана EBF үч бурчтуктары окшош болушат. Ошондуктан,

$$\frac{AC}{EF}=\frac{BC}{BF} \quad \text{же} \quad AC=\frac{AC\cdot EF}{BF}$$

BC, BF аралыктарды жана EF таякчасынын узундугун ченеп, алынган формуладан телемунаранын бийиктиги — AC кесиндинин узундугун табабыз. Мисалы, эгерде $EF=1$ *м*, $BC=750$ *м*, ал эми $FB=2$ *м* экендиги белгилүү болсо, анда $AC=375$ *м* болот.





2. *Баруума болбой турган жерге чейин болгон аралыкты ченөө.*

Айталы, A чекитинен барууга мүмкүн болбогон B чекитине чейин болгон аралыкты аныктоо керек болсун (2-*сүрөт*). A чекитинен барууга боло турган C чекитин белгилейбиз, ал жерден караганда A жана B чекиттери көрүнүп турсун жана AC аралыкты ченөөгө мүмкүн болсун.

Аспаптардын жардамында BAC жана ACB бурчтарын ченейбиз. Айталы, $\angle BAC=\alpha$ жана $\angle ACB=\beta$ болсун. Кагазга $\angle A_1=\alpha$, $\angle C_1=\beta$ болгон

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

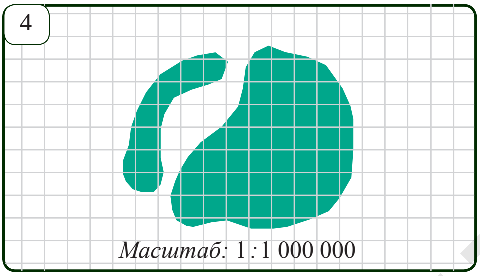
$A_1B_1C_1$ үч бурчтугун түзөбүз. Анда ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктары эки бурчу боюнча окшош болушат (2- жана 3-*сүрөттөр*). Бул жерден,

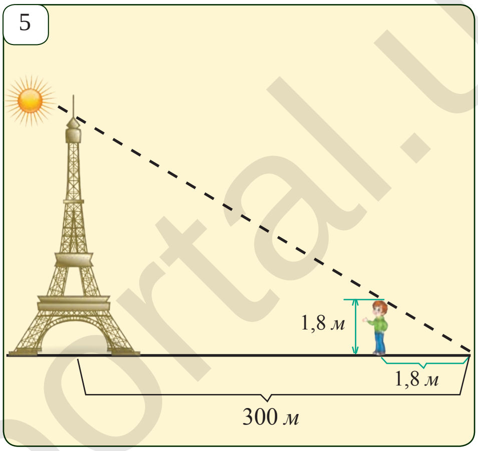
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \quad \text{же} \quad AB = \frac{AC \cdot A_1B_1}{A_1C_1}.$$

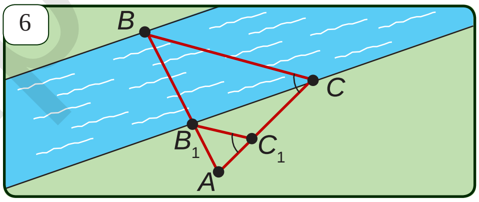
AC аралыкты жана A_1B_1, A_1C_1 кесиндилерин ченеп, натыйжада алынган формуланын жардамында AB кесиндиси эсептеп чыгылат. Эсептөө иштерин жеңилдетүү максатында $AC:A_1C_1$ катышты 100:1, 1000:1 сыяктуу катыштарда алууга болот. Мисалы, $AC=130$ *m*, $\angle A=73°$, $\angle C=58°$ болсо, анда кагазда $A_1B_1C_1$ үч бурчтугун $\angle A_1=73°$, $\angle C_1=58°$, $A_1C_1=130$ *мм* кылып сызабыз. A_1B_1 кесиндисин ченеп, анын 153 *мм* экендигин табабыз. Анда, изделген аралык 153 *м* болот.

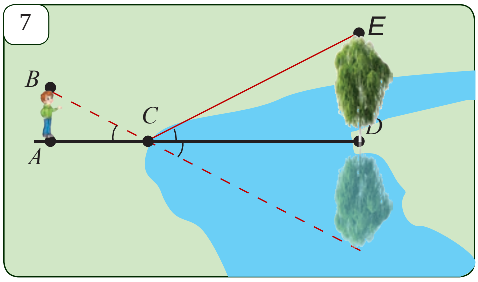
3. *Арал деңизи жөнүндө практикалык иш.*

4-сүрөттө Арал деңизинин космостук кемеден туруп тартылган сүрөтү берилген. Ошонун негизинде тиешелүү ченөөлөрдү жана эсептөөлөрдү аткарып, Арал деңизинин азыркы учурдагы аянтын тап.









Маселелер жана тапшырмалар

22.1. Эгерде бою 1,7 *м* болгон адамдын көлөкөсүнүн узундугу 2,5 *м* болсо, анда көлөкөсүнүн узундугу 10,2 *м* болгон дарактын бийиктиги канча болот?

22.2. 5-сүрөттө көрсөтүлгөн мунаранын бийиктиктерин аныкта.

22.3. 6-сүрөттөгү эки окшош AB_1C_1 жана ABC үч бурчтуктарынын жардамында каналдын туурасын (энин) аныктоо зарыл. Эгерде $AC=100$ *м*, $AC_1=32$ *м* жана $AB_1=34$ *м* болсо, анда дарыянын туурасын (BB_1) тап.

22.4. Суунун жээгиндеги DE дарактын суудагы чагылышы A чекитинде турган адамга көрүнөт. Эгерде $AB=165$ *см*, $AC=120$ *см*, $CD=4{,}8$ *м* болсо, анда дарактын бийиктигин тап (7-*сүрөт*).

22.5. Короодон кандайдыр дарактарды тандап ал жана анын бийиктигин аныкта. Бул ишти кандайча аткарганың жөнүндө эсеп-кысап түз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

23 МАСЕЛЕ ЧЫГАРУУ

1-маселе. $ABCD$ трапециясынын AB жана CD жактарынан M жана N чекиттери алынган. Бул жерде MN кесинди трапециянын негиздерине параллель жана трапециянын диагоналдары кесилишкен O чекитинен өтөт. Эгерде $BC = a$, $AD = b$ болсо, анда а) MO; б) ON; в) MN кесиндилерин тап (1-*сүрөт*).

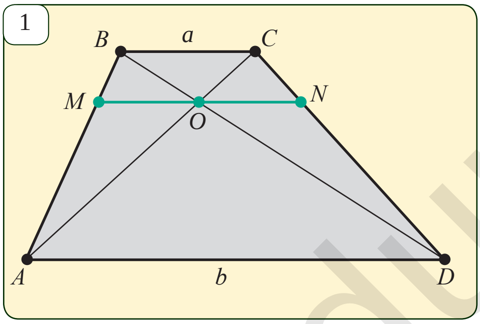
Чыгаруу. 1) AOD жана BOC үч бурчтуктары ББ белгилери боюнча окшош, анткени $\angle BOC = \angle AOD$, $\angle OBC = \angle ADO$. Бул жерден,

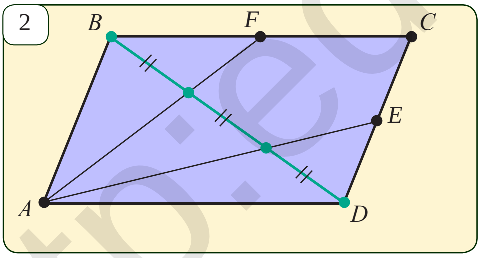
$$\frac{OC}{OA} = \frac{BC}{AD} \quad \text{же} \quad \frac{OC}{OA} = \frac{a}{b} \qquad (1)$$

2) ABC жана AOM үч бурчтуктары ББ белгилери боюнча окшош, анткени $\angle AMO = \angle ABC$, $\angle ACB = \angle AOM$. Бул жерден,

$$\frac{AC}{OA} = \frac{BC}{MO} \quad \text{же} \quad \frac{OA+OC}{OA} = \frac{a}{MO} \Rightarrow 1+\frac{OC}{OA} = \frac{a}{MO}, \ \frac{OC}{OA} = \frac{a}{MO} - 1. \qquad (2)$$

3) (1) жана (2) барабардыктарынын оң бөлүктөрүн теңдештирип,





$$\frac{a}{MO} - 1 = \frac{a}{b}$$

барабардыгын жана андан

$$MO = \frac{ab}{a+b} \qquad (3)$$

экендигин табабыз. Жогорудагыдай жол менен

$$ON = \frac{ab}{a+b} \qquad (4)$$

барабардыгын, андан кийин болсо (3) жана (4) барабардыктардын тиешелүү бөлүктөрүн кошуп

$$MN = \frac{2ab}{a+b}$$

барабардыгын алабыз.

Жообу: а) $\frac{ab}{a+b}$; б) $\frac{ab}{a+b}$; в) $\frac{2ab}{a+b}$.

Эскертме. *Бул маселенин чыгарылышынан $MO=ON$ экендиги келип чыгат.*

Маселелер жана тапшырмалар

23.1. ABC үч бурчтугунун AB жана BC каптал жактарынан D жана E чекиттери алынган. Эгерде $AC||DE$, $AC = 6$, $DB = 3$ жана $DE = 2$ болсо, анда AB жагын тап.

23.2. Эки окшош көп бурчтуктун аянттары 8 $дм^2$ жана 72 $дм^2$ ге барабар, алардан биринин периметри экинчисинин периметринен 26 *дм* ге кичине. Чоң көп бурчтуктун периметрин тап.

23.3. Периметри 1 *м* болгон $A_1B_1C_1$ үч бурчтугу $A_2B_2C_2$ үч бурчтугунун жактарынын ортолорун, $A_2B_2C_2$ үч бурчтугу $A_3B_3C_3$ үч бурчтугунун жактарынын ортолорун,

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ал эми $A_3B_3C_3$ үч бурчтугу болсо $A_4B_4C_4$ үч бурчтугунун жактарынын ортолорун туташтыруудан алынган болсо, анда $A_4B_4C_4$ үч бурчтугунун периметри канча болот?

3

23.4. Эки окшош үч бурчтуктардын периметрлери 18 *дм* жана 36 *дм* ге, ал эми алардын аянттарынын суммасы 30 $дм^2$ ге барабар. Чоң үч бурчтуктун аянтын тап.

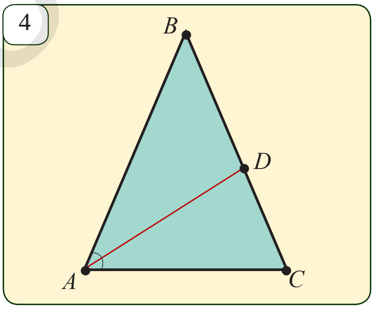
23.5. Ромбдун жактарынын ортолору тик бурчтуктун чокулары болушун далилде.

23.6. ABC үч бурчтугун түз. Ошол үч бурчтукка окшош жана аянты ABC үч бурчтугунун аянтынан 9 эсе кичине болгон $A_1B_1C_1$ үч бурчтугун түз.

23.7*. E жана F чекиттери тиешелүү түрдө $ABCD$ параллелограммынын CD жана BC жактарынын ортолору. AF жана AE түз сызыктары BD диагоналын барабар үч бөлүккө бөлүшүн далилде (3-*сүрөт*).

23.8. 3-сүрөттө Ташкент шаарындагы Элдер Достугу сарайынын алдында эң чоң Өзбекстандын желеги сүрөттөлгөн. Желектин өлчөмдөрү 20 *м* х 30 *м* экендиги белгилүү болсо, чиймеден тиешелүү кесиндилер узундугун ченеп аныктап, желек мамысынын чыныгы бийиктигин тап.

4

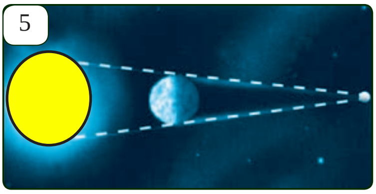


23.9. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтун биссектрисасы ошол үч бурчтуктан өзүнө окшош үч бурчтукту бөлөт. Үч бурчтуктун бурчтарын аныкта (4-*сүрөт*, $AB = BC$, $\Delta ABC \backsim \Delta CAD$).

23.10. Айлана түз жана андан O чекитин белгиле. Борбору O чекитинде жана коэффициенти 2 ге барабар болгон гомотетияда берилген айланага гомотетиялык болгон айлана түз.

23.11. Эки окшош көп бурчтуктардын периметрлери 2:3 сыяктуу катышат. Чоң көп бурчтуктун аянты 27 болсо, анда кичине көп бурчтуктун аянтын тап.

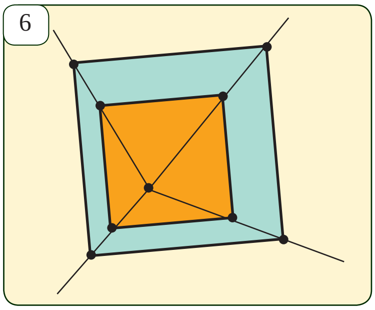
5



23.12. 5-сүрөттө Күндүн толук тутулган учуру көрсөтүлгөн. Эгерде Күндүн радиусу 686784 *км*, Айдын радиусу 1760 *км* жана Жерден Айга чейин болгон аралык 384400 *км* болсо, анда Жерден Күнгө чейин болгон аралыкты тап.

23.13. а) Бир айланага эки окшош көп бурчтук ичтен сызылган. Бул көп бурчтуктар барабар болушабы?
б) Бир айланага эки окшош көп бурчтук тыштан сызылган. Бул көп бурчтуктар барабар болушабы?

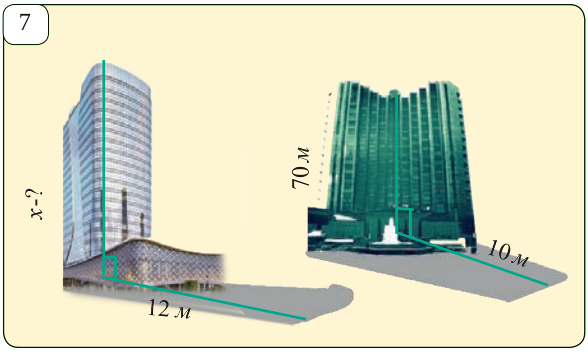
6

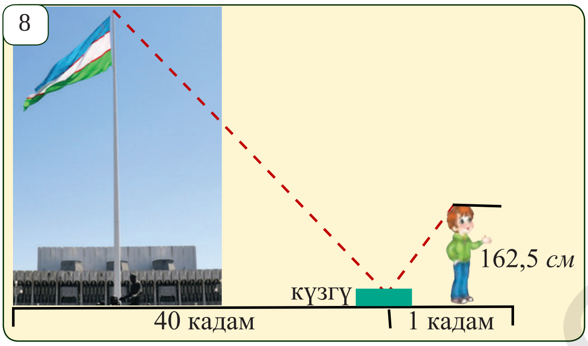


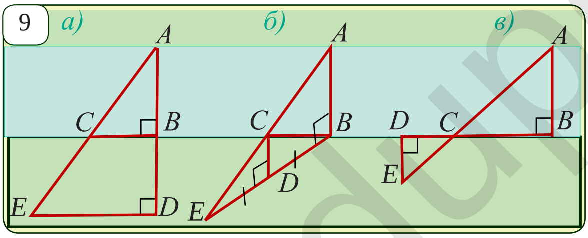
23.14*. Бир квадраттын жактары экинчи квадраттын жактарына параллель. Эгерде квадраттар өз ара барабар болушпаса, анда алардын гомотетиялык болушун далилде (6-*сүрөт*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE







23.15. *ABC* үч бурчтугунун *AB* жана *BC* жактары төрт барабар бөлүктөргө бөлүндү жана бөлүнүү чекиттери *AC* жагына параллель болгон кесиндилер менен туташтырылды. Эгерде *AC*=24 *см* болсо, анда алынган кесиндилердин узундуктарын тап.

23.16. Эгерде сүрөттөр бир эле мезгилде тартылган болсо, анда берилген маалыматтардын негизинде экинчи имараттын бийиктигин тап (4-*сүрөт*).

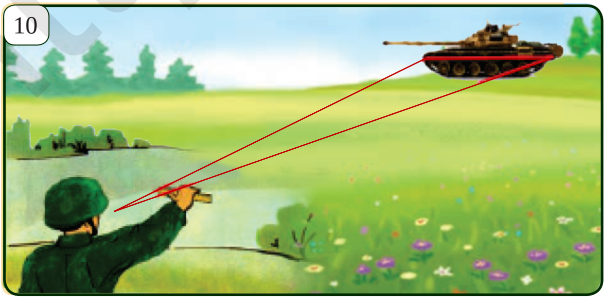
23.17. 8-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, кандайдыр объекттин бийиктигин табуу жолун түшүндүр. "Элдер Достугу" сарайынын олдында көтөрүлгөн мекенибиздин желегинин мамысынын бийиктигин тап.

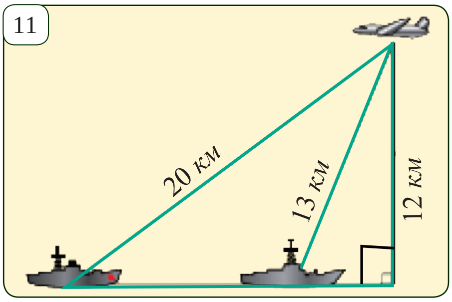
23.18. 9-сүрөттө берилгендерден пайдаланып дарыянын кендигин аныктоонун, 3 түрдүү жолун түшүнтүр. Аларда геометриянын кайсы теоремаларынан пайдалангандыгын аныкта. Үйрөнгөн усулдарыңды амалда башка учурларда колдонуп көр.

Геометрия жана аскерлик жумушу

1. 1. Аскерлер линейка жана созулган кол жардамында болжолго чейики аралыкты аныктай билишет. Эгерде 10-сүрөттөгү сызгычтын танкты кармай турган узундугун 5 *см*, желкеден сызгычка чейинки аралыкты 50 *см* жана танктын узундугу 6,86 *м* болсо, танкка чейинки аралыкты тап.

2. 12 *км* бийиктикте учуп бараткан самолёт учуучусу андан 13 *км* алыста сүзүп бараткан кемени жана андан 20 *км* алыстагы биринчи кемени кууп бараткан башка кемени көрдү (11-*сүрөт*). Бул кемелер арасындагы аралыкты аныкта.





http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

24 БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. Эки окшош үч бурчтук үчүн туура эмес ырастоону тап:
А) Аянттарынын катышы окшоштук коэффициентине барабар;
Б) Тиешелүү медианаларынын катышы окшоштук коэффициентине барабар;
В) Тиешелүү биссектрисаларынын катышы окшоштук коэффициентине барабар;
Г) Тиешелүү бийиктиктеринин катышы окшоштук коэффициентине барабар.

2. Эки гомотетиялык көп бурчтук үчүн туура ырастоону тап:
А) Алар барабар; Б) Алар окшош;
В) Алар теңдеш; Г) Туура жооп жок.

3. Үч бурчтуктун медианалары үчүн туура эмес ырастоону көрсөт:
А) Бир чекитте кесилишет; Б) Кесилишүү чекитинде 2:1 катышта бөлүнөт;
В) Бири-бирине барабар; Г) Ар бири үч бурчтукту эки теңдеш бөлүктөргө бөлөт.

4. Үч бурчтуктун биссектрисалары үчүн туура эмес ырастоону көрсөт:
А) Бир чекитте кесилишет;
Б) Кесилишүү чекитинде 2:1 катышта бөлүнөт;
В) Өзү түшкөн жакты калган эки жакка пропорциялаш болгон кесиндилерге бөлөт;
Г) Өзү чыккан чокудагы бурчту тең экиге бөлөт.

5. Эки окшош көп бурчтук үчүн туура эмес ырастоону тап:
А) Алардын жактарынын саны бирдей;
Б) Алардын бурчтарынын саны бирдей;
В) Тиешелүү жактары пропорциялаш;
Г) Аянттарынын катышы окшоштук коэффициентине барабар.

II. Маселелер

24.1. Негиздери 6 *м* жана 12 *м* болгон трапециянын диагоналдары кесилишкен чекиттен негиздерине параллель болгон түз сызыктар жүргүзүлгөн. Түз сызыктын трапециянын ичиндеги бөлүгүнүн узундугун тап.

24.2. ABC үч бурчтугунда $BC = BA = 10$, ал эми $AC = 8$. Эгерде AA_1 жана CC_1 үч бурчтуктун биссектрисалары болсо, анда A_1C_1 кесиндини тап.

24.3. A чекитинен баруугa болбой турган B чекитине чейин болгон аралыкты аныктоо үчүн тегиз жерден C чекити алынды. AC аралык, BAC жана ACB бурчтары ченелди жана ABC үч бурчтугуна окшош $A_1B_1C_1$ үч бурчтугу түзүлдү. Анда $AC = 42$ *м*, $A_1C_1 = 6{,}3$ *см*, $A_1B_1 = 7{,}2$ *см*. AB аралыкты тап.

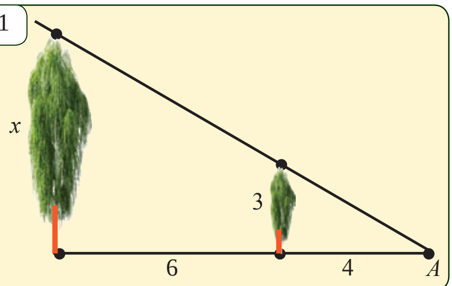
24.4. Коэффициенти $k=3$ болгон гомотетияда F көп бурчтугу F_1 көп бурчтугуна өзгөрөт. Эгерде F_1 көп бурчтугунун периметри 12 *см* жана аянты 4,5 $см^2$ болсо, анда F көп бурчтугунун периметри менен аянтын тап.

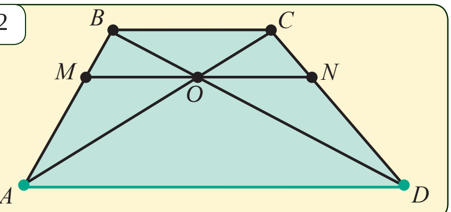
24.5. Бою 180 *см* болгон адамдын көлөкөсүнүн узундугу 2,4 *м* болгон учурда бийиктиги 4 *м* болгон зым карагайдын көлөкөсүнүн узундугу канча?

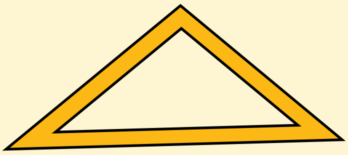
24.6. Картада Ташкент жана Үргөнч шаарларынын ортосундагы аралык 8,67 *см*. Эгерде картанын масштабы 1:100 000 болсо, анда Ташкент жана Үргөнч шаарларынын ортосундагы аралыкты тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

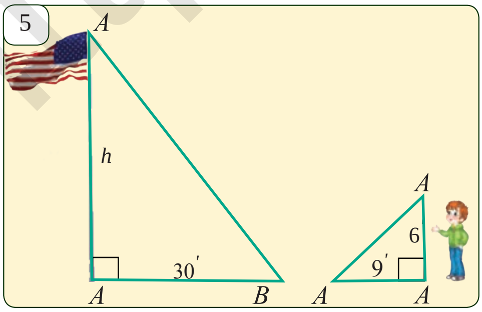
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1


2


3
а)

б)

4

5


III. Өзүңдү сынап көр (текшерүү ишинин үлгүсү)

24.7. 1-сүрөттө берилген маалыматтардын негизинде дарактын бийиктигин тап.

24.8. ABC үч бурчтугунун жактары AB = 5 *см*, AC = 6 *см*, BC = 7 *см*. Бул үч бурчтуктун AC жагына параллель болгон түз сызык AB жагын P чекитинде, ал эми BC жагын болсо K чекитинде кесип өтөт. Эгерде PK=2 *см* болсо, анда PBK үч бурчтугунун периметрин тап.

24.9. 2-сүрөттө $AD||BC||MN$. Эгерде BC=6 *см*, AD = 10 *см* болсо, анда MN кесиндини тап.

24.10. *(Кошумча)*. Ромб жактарынын ортолору туура төрт бурчтуктун чокулары болорун далилде.

Кызыктуу маселелер

1. 4 эсе чоңойтуп көрсөткөн күзгү – лупа менен караганда 2° туу бурчтун чоңдугу канчага өзгөрөт?

2. а) Үч бурчтуу сызгычтын сүрөтүндө көрсөтүлгөн ички жана сырткы үч бурчтуктар окшошпу (3-а *сүрөт*)?

б) 3-б сүрөттөгү портреттин рамкасынын ички жана сырткы кырларын көрсөткөн төрт бурчтуктар окшошпу?

3. Чет тилинде берилген төмөнкү маселелерди чыгарып көр. Муну менен сен орус жана англис тили боюнча да, геометрия боюнча да эмнелерге жөндөмдүү экендигинди билип аласың.

1) На 4-рисунке изображена русская игрушка “матрёшка”. Выполнив соответствующие измерения, найти коэффициент подобия игрушек:

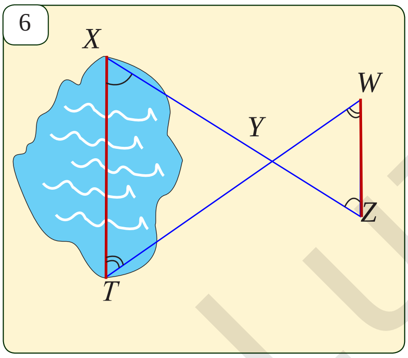
а) А и В; б) А и D; в) С и F; г) В и Е.

b) Darnell is curious about the height of a flagpole that stands in front of his school. (*pic*.5) Darnell, who is 6 ft tall, casts a shadow that he paces off at 9 ft. He walks the length of the shadow of the flagpole, a distance of 30 ft. How tall is the flagpole?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

c) The distance across a pond is to be measured indirectly by using similar triangles. (*pic*.6) If XY =160 ft, YW=40 ft, TY= 120 ft, and WZ= 50 ft, find XT.



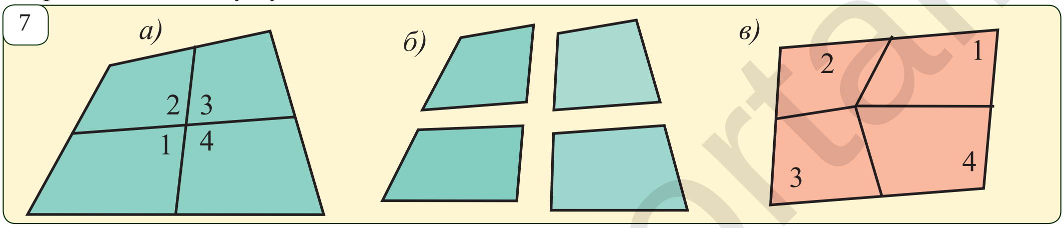
Геометриялык моделдештирүү

1. Каалагандай төрт бурчтук сызгыла жана аны кыркып алгыла.

2. Анын карама-каршы жактарын ортолорун белгиле жана кесиндилер менен түшүндүр (7.а-*сүрөт*) жана ушул кесиндилер бойлой төрт бурчтукту кес (7.б-*сүрөт*).

3. Пайда болгон бөлүктөрдөн 7.с-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып параллелограмм түз.

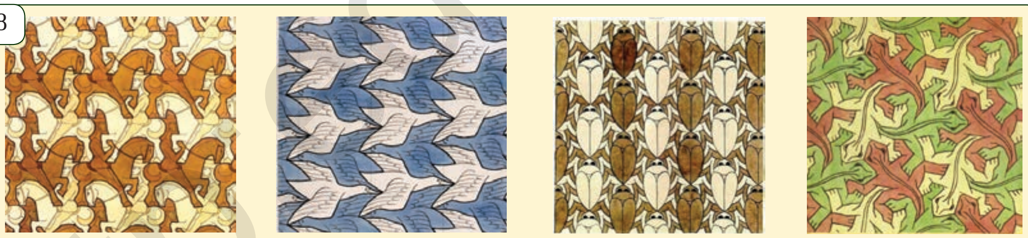
4. Бул ишти аткарууда чыны менен да параллелограмм пайда болушун негизде.



Оймолор, тосмолор (бордёрлар) жана паркеттер

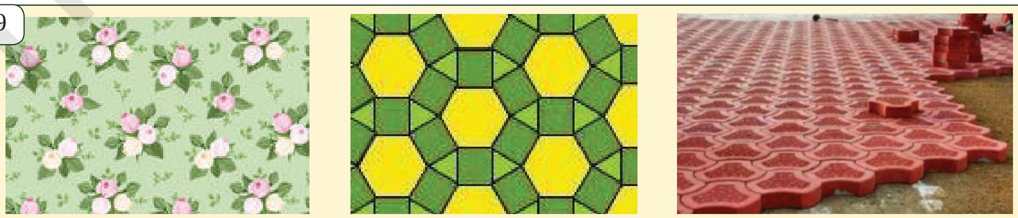
Үйүбүз дубалдарындагы гүл кагаздарга карасаң, аларда бир түрдүү фигуралар кайра кайталанып, бүткүл дубалды толтурганын көрүү мүмкүн. Бир фигура кайра кайталанып, бүткүл дубалды толтурса, мындай жыйма фигураларга оймолор дейбиз. Белгилүү голланд сүрөтчүсү Морис Эшер калемине тиешелүү мына бул кайталанбас сүрөттөр кочкеректерге мисал болот (8-*сүрөт*). Бул кочкеректерде кайсы фигура кандай кайталанып жатканын аныкта.

8



Эгерде бир фигура кайра кайталанып эки параллель түз сызыктардын арасындагы лентаны толтурса, мындай жыйма лентaлуу фигураларга тосмо же бордёр дейбиз. Гүл кагаздын орому, сүрөт салынган матаалар жана парктардагы панжаралар чектүү узундуктагы бордёрлорго мисал болот (9-*сүрөт*).

9

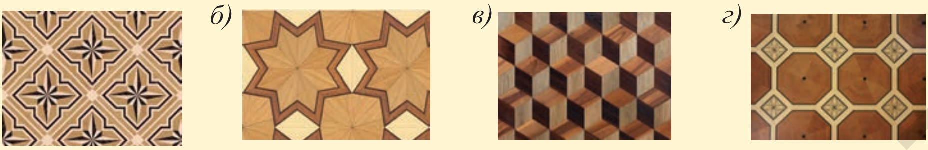


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

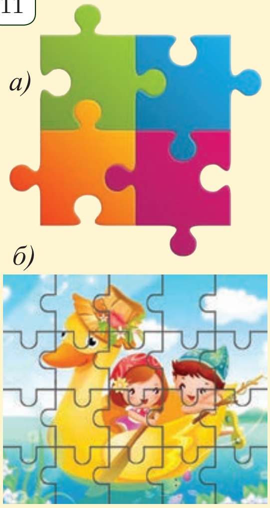
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тең жактуу көп бурчтуктар менен капталган оймолорду паркет деп атайбыз. Паркеттер менен үйүбүздүн полдору жасалгаланат. Эң жөнөкөй паркеттер 10-сүрөттө келтирилген. Белгилүү болгондой алар параллель көчүрүүдө өзүнө-өзү өтөт.

10 а) б) в) г)



11 а) б)



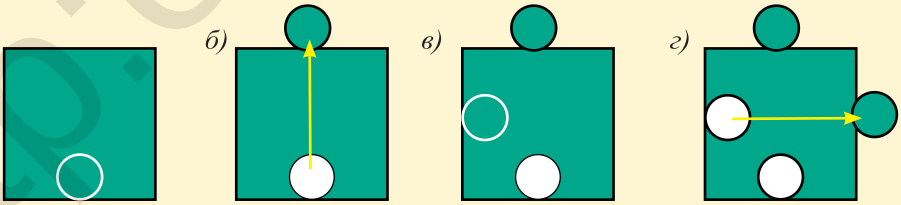
Геометриялык моделдештирүү.

Pazle фигуралары кандай түзүлгөн?

Pazle оюнчактарын жакшы билесиңби? (11-*сүрөт*) Кел, аларды кандай түзүү мүмкүндүгүн көрүп чыгалы.

1. Өлчөмдөрү 5 см x 5 см болгон квадрат сызгыла.
2. Анын төмөнкү негизинин борборунан тегерек бөлүктү кесип ал (12.а-*сүрөт*).
3. Кесип алынган бөлүктү квадраттын жогорку негизин борборуна бириктир (12.б-*сүрөт*).
4. Эми квадраттын каптал жагын борборунан дагы ушундай чоңдуктагы тегерек бөлүктү кесип ал (12.в-*сүрөт*).
5. Кесип алынган бөлүктү квадраттын экинчи каптал жагын борборуна бириктир (12.г-*сүрөт*).
6. Натыйжада Pazle оюнчагын бир даанасы даяр болот.
7. Бул Pazle дааналары менен бүткүл тегиздикти каптоо мүмкүндүгүн негизде.
8. Квадрат жактарынан тегерек эмес, башка формадагы бөлүктү кыркып, бириктирүү аркылуу башка көрүнүштөгү Pazle даанaларын да пайда кылуу мүмкүн.
9. Кел, кандайдыр жаңы Pazle даанaларын чиймесин түзөбүз. Бир канча түстүү Pazle даанaларын кыркып алып, алардан түрдүү оймолор түз.

12 а) б) в) г)



Геометриялык изилдөө.

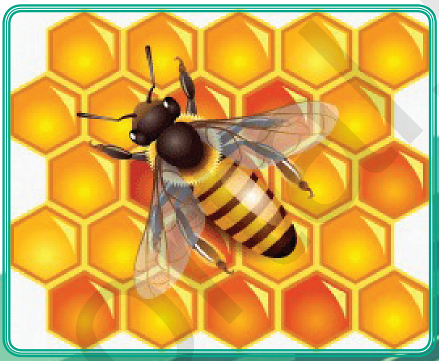
73-беттеги "Геометриялык моделдештирүү" темасы астындагы маалыматтар негизинде каалагандай томпок төрт бурчтук менен бүт тегиздикти каптоо мүмкүндүгүн далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

II ГЛАВА

ҮЧ БУРЧТУКТУН ЖАКТАРЫ МЕНЕН БУРЧТАРЫ ОРТОСУНДАГЫ БАЙЛАНЫШТАР



Бул главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен төмөнкү билим, көнүккөндүк жана тажрыйбаларга ээ болосуң:

Билимдер:

√ *каалагандай бурчтун синусу, косинусу, тангенси жана котангенсинин аныктамаларын билүү;*

√ *бурчтун радиандык ченин билүү;*

√ *негизги тригонометриялык теңдештиктерди билүү;*

√ *үч бурчтуктун аянтын бурчтун синусу жардамында эсептөөнүн формуласын билүү;*

√ *синустардын жана косинустардын теоремаларын билүү.*

Практикалык көнүккөндүктөр:

√ *кээ бир бурчтардын синусун, косинусун, тангенсин жана котангенсин эсептей билүү;*

√ *негизги тригонометриялык теңдештиктерди мисалдарды чыгарууда колдоно билүү;*

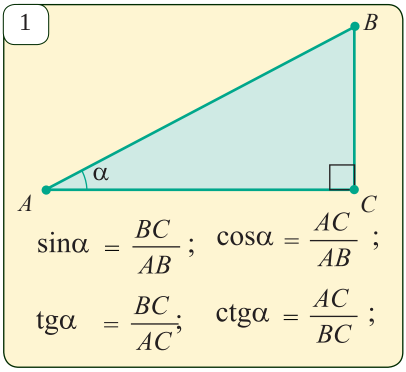
√ *үч бурчтуктун аянтын анын эки жагы жана алардын ортосундагы бурчу боюнча эсептей билүү;*

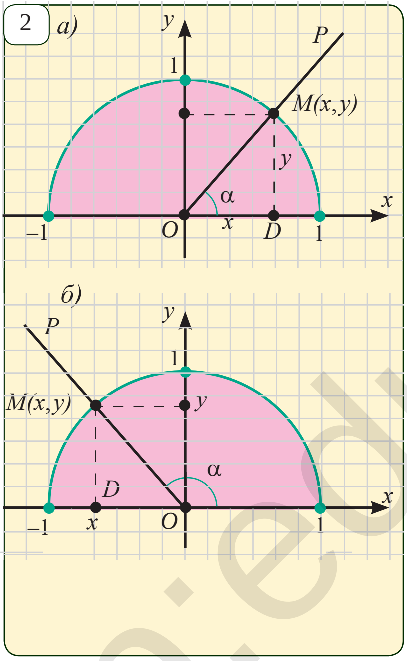
√ *синустар, косинустар теоремасынан пайдаланып, эсептөөгө жана далилдөөгө тиешелүү маселелерди чыгаруу.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

25 0° ТАН 180° КА ЧЕЙИН БОЛГОН БУРЧТАРДЫН СИНУСУ, КОСИНУСУ, ТАНГЕНСИ ЖАНА КОТАНГЕНСИ





Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунда $\angle C=90°$ болсун. Белгилүү болгондой, анда A тар бурчтун синусу, косинусу, тангенси жана котангеси 1-сүрөттөгү сыяктуу табылат. Эми 0° тан 180° ка чейин болгон бурчтун синусу, косинусу, тангенси жана котангесин аныктайбыз.

Радиусу бирдик кесиндиге барабар, борбору координаталардын башталышында болгон жарым айлана түзөбүз (2-*сүрөт*). Айлананы $M\ (x;y)$ чекитинде кесип өткөн OP шооласын жүргүзөбүз. Бул шооланын Ox шооласы менен түзгөн бурчун α менен белгилейбиз. OP шооласынын Ox шооласы менен үстү-үстүнөн түшкөн учурдагы бурчун 0° туу бурч деп кабыл алабыз.

Белгилүү болгондой, α тар бурч болгондо (2.а сүрөт), тик бурчтуу ODM үч бурчтугунан

$$\sin\alpha=\frac{BC}{AB};\ \cos\alpha=\frac{OD}{MO};\ \operatorname{tg}\alpha=\frac{DM}{OD};\ \operatorname{ctg}\alpha=\frac{OD}{DM}.$$

барабардыктарынын жардамында аныкталат. Эгерде $MO=1,\ DM=y,\ OD=x$ экендигин эсепке алсак, анда

$$\sin\alpha=y,\quad \cos\alpha=x,\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x},\quad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}\qquad(1)$$

барабардыкка ээ болобуз.

Жалпысынан алганда, 0° тан 180° ка чейин болгон бурчтун синусун, косинусун, тангенсин жана котангенсин да (1) формулаларынын жардамында аныктайбыз.(2.б-*сүрөт*).

OMD үч бурчтугунда $OD^2+DM^2=MO^2$ же $x^2+y^2=1$. $\sin\alpha=y$ жана $\cos\alpha=x$ экендигин эсепке алсак, каалагандай α $(0°\le\alpha\le180°)$ бурчу үчүн

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\qquad(2)$$

негизги тригонометриялык теңдештик ти алабыз.

Аныктама боюнча, $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x}$, $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$, $x=\cos\alpha$, $y=\sin\alpha$ болгондуктан,

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\ (\alpha\ne90°)$$

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\ (\alpha\ne0,\ \alpha\ne180°),$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1\ (\alpha\ne0,\ \alpha\ne90°,\ \alpha\ne180°)$$

теңдештиктер туура болот.

(2) барабардыгынын эки бөлүгүн тең адегенде $\cos^2\alpha$ га, андан кийин болсо $\sin^2\alpha$ га бөлүп,

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\ (\alpha\ne90°),\qquad 1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha},\ (\alpha\ne0,\ \alpha\ne180°)\qquad(3)$$

теңдештиктерди пайда кылабыз.

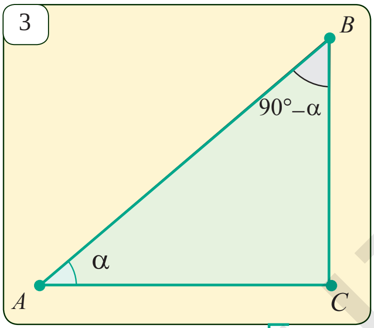
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Жогорудагы (1) барабардыктар негизинде ар бир α (0°≤ α ≤180°) бурчка бул бурчтун синусунун (косинусунун, тангенсинин жана котангенсинин) бир мааниси дал келет. Бул дал келгендик бурчтун “синус”, “косинус”, “тангенс” жана “котангенс” деп аталуучу функцияларын аныктайт. Алар тригонометриялык функциялар деп аталат.

“Тригонометрия” сөзү грекче “үч бурчтуктарды ченеймин” деген маанини билдирет.

3



Ар кандай тар α бурчу үчүн:

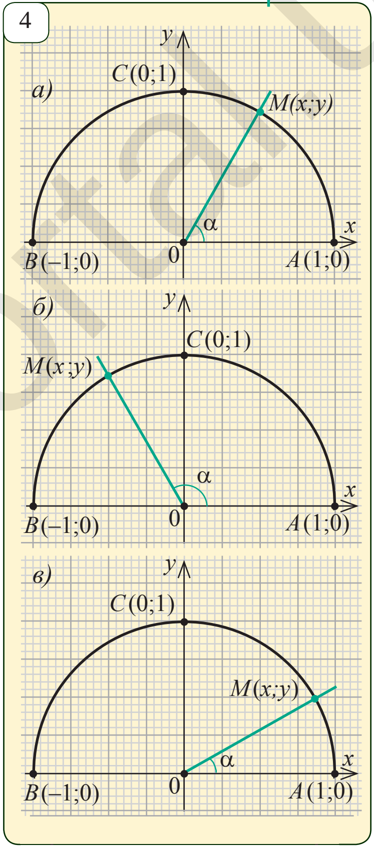
$\sin(90°- \alpha)=\cos\alpha, \quad \cos(90°- \alpha)=\sin\alpha.$ (2)

Ар кандай α (0≤α≤180°) бурч үчүн:

$\sin(180°- \alpha) =\sin\alpha, \quad \cos(180°- \alpha) =- \cos\alpha.$ (3)

(2) жана (3) формулаларга *келтирүүнүн формулалары* дейилет. Алар алгебра курсунда далилденет.

4



Маселелер жана тапшырмалар

25.1. Эгерде 90°<α<180° болсо, sinα, cosα, tgα жана ctgα нын маанилеринин белгилерин аныкта.

25.2. 4-сүреттөгү α бурчун чене жана анын синусун, косинусун, тангенсин жана котангенсин тиешелүү ченөөлөрдүн жардамында аныкта.

25.3. $\mathrm{tg}(90°-\alpha)=\mathrm{ctg}\alpha$ (α≠0°) жана $\mathrm{ctg}(90°-\alpha)=\mathrm{tg}\alpha$ (α≠0°) теңдештиктерин далилде.

25.4. $\mathrm{tg}(180°-\alpha)=-\mathrm{tg}\alpha$ (α≠90°) жана $\mathrm{ctg}(180°-\alpha)= -\mathrm{ctg}\alpha$ (α≠0° жана α≠180°) теңдештиктерин далилде.

25.5. Жөнөкөйлөштүр:

а) $\cos^2(180°-\alpha)+\cos^2(90°-\alpha)$;

b) $\sin^2(180°-\alpha)+\sin^2(90°-\alpha)$;

d) $\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}(90°-\alpha)$; e) $\mathrm{ctg}\alpha\cdot\mathrm{ctg}(90°-\alpha)$.

25.6. *ABC* үч бурчтугунда ∠*A* = 150° жана *AC* = 7 *см* болсо, анда үч бурчтуктун *C* чокусунан түшүрүлгөн бийиктикти тап.

25.7. Эгерде a) $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\sin\alpha=\frac{1}{4}$; d) $\sin\alpha=1$ болсо, анда cosα ны тап.

25.8*. Эгерде a) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$; b) $\mathrm{tg}\alpha=-1$; d) $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ болсо, анда α ны тап.

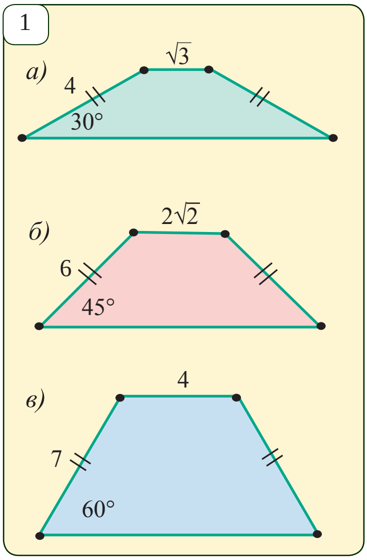
25.9. Жадыбалды толтур.

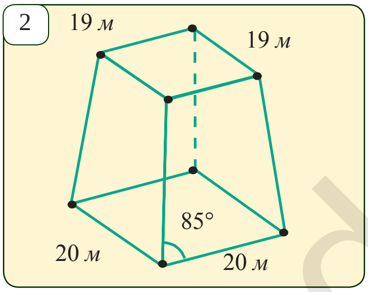
α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
sinα									
cosα									
tgα									
ctgα									

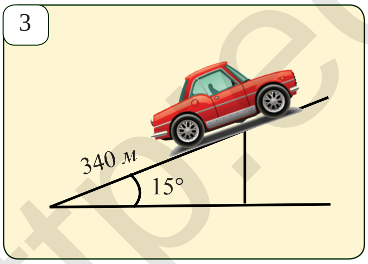
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

26 МАСЕЛЕЛЕР ЧЫГАРУУ







26.1. Бийиктиги 3 *см* жана тар бурчу 30° болгон ромбдун периметрин жана аянтын эсепте.

26.2. Тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы 12 *см*. Анын аянтын эсепте.

26.3. Бийиктиги $4\sqrt{3}$ *см* болгон тең жактуу үч бурчтуктун периметрин тап.

26.4. 1-сүрөттө берилгендер боюнча тең капталдуу трапециялардын аянттарын тап.

26.5. Тик бурчтуу трапециянын тар бурчу 30° ка, ал эми бийиктиги 4 *см* ге жана кичине негизи 6 *см* ге барабар. Трапециянын периметрин жана аянтын тап.

26.6. Айлананын хордасы 120 градустуу жааны керип турат. Эгерде айлананын радиусу 10 *см* болсо, анда хорданын узундугун тап.

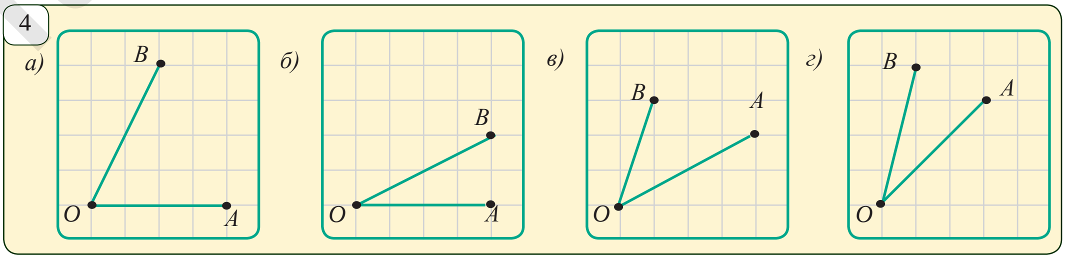
26.7*. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы бурчу а) 120°; б) 90°; в) 60°. Үч бурчтуктун бийиктигинин негизине болгон катышын эсепте.

26.8*. 2-сүрөттө көрсөтүлгөн пахта кырманынын каптал жактары тең капталдуу трапеция, ал эми үстү жагы болсо квадрат формасында. Сүрөттө берилгендерден пайдаланып, кырманды толук жабуу үчүн канча материал керектигин аныкта.

26.9. Жеңил машина ашуунун жогоруга көтөрүлүү бөлүгүндө 340 *м* жол жүрдү. Эгерде жолдун горизонтко салыштырмалуу көтөрүлүү бурчу 15° болсо, анда жеңил машина канча метр бийиктикке көтөрүлгөн (3-сүрөт)?

26.10. Нурислам үйүнөн чыгышты көздөй 800 *м*, андан кийин түндүккө карай 600 *м* жол жүрдү. Ал үйүнөн канча метр узап кетти? Ал үйүнө түз сызык боюнча жетип алышы үчүн батышка карай кандай бурч менен жүрүшү керек?

26.11. 4-сүрөттө сүрөттөлгөн бурчтардын синусу, косинусу, тангенси жана котангенсин тап.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

26.12. Поезд ар бир 30 *м* жол жүргөндө 1 *м* жогору көтөрүлөт. Темир жолдун горизонтко салыштырмалуу көтөрүлүү бурчун тап.

26.13. Эгерде бийиктиги 30 *м* болгон имараттын көлөкөсүнүн узундугу 45 *м* болсо, күн нурунун ошол имарат жайлашкан аянтка түшүү бурчун тап.

26.14. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу 60° ка, ал эми чоң катети болсо 6 га барабар. Анын кичине катетин жана гипотенузасын тап.

26.15. Борбору O болгон айлананын A чекитинен өткөн жанымадан B чекити алынган. Эгерде $AB=9$ *см*, $\angle ABO=30°$ болсо, анда айлананын радиусун жана BC кесиндисинин узундугун тап.

26.16. m түз сызыгы жана аны кесип өтпөй турган AB кесинди берилген. Бул жерде $AB=10$, AB жана m түз сызыктарынын арасындагы бурч 60°. AB кесиндисинин учтарынан m түз сызыгына AC жана BD перпендикулярлары түшүрүлгөн. CD кесиндини тап.

26.17. Ромбдун тар бурчу 60° ка, ал эми бийиктиги болсо 6 га барабар. Ромбдун диагоналынын узундугун тап.

26.18. Радиусу 5 *см* болгон айланага тең капталдуу трапеция сырттан сызылган. Эгерде трапециянын тар бурчу 30° болсо, анда анын каптал жактарын жана аянтын тап.

26.19. Эгерде $ABCD$ тик бурчтугунда $AB = 4$, $\angle CAD = 30°$ болсо, анда ага сырттан сызылган айлананын радиусун жана тик бурчтуктун аянтын эсепте.

26.20. Тик бурчтуктун жактары 3 *см* жана $\sqrt{3}$ *см*. Анын бир диагоналы менен жактары түзгөн бурчтарын тап.

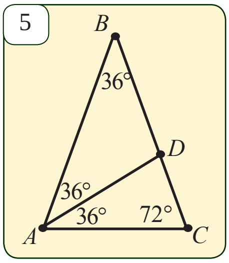
26.21. Эгерде а) $\sin A = \frac{4}{7}$; б) $\cos A = \frac{4}{7}$; в) $\cos A = \frac{4}{7}$ болсо, анда A бурчун түз.

26.22. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу 30°, ал эми гипотенузага түшүрүлгөн бийиктиги болсо 6 *см*. Үч бурчтуктун жактарын тап.

26.23. Тар бурчу 30° ка, ал эми бийиктиги болсо 4 *см* ге барабар болгон ромбдун аянтын эсепте.

Тарыхтан бир үзүм. «Алтын үч бурчтук».

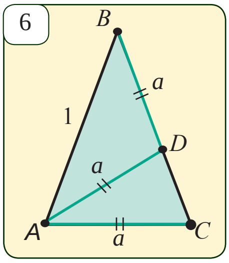
Байыркы гректер бурчтары 36°, 72°, 72° болгон тең капталдуу үч бурчтукту – «алтын үч бурчтук» деп аташкан. Анткени ал төмөнкүдөй касиеттерге ээ болгон: негизиндеги бурчтун биссектрисасы AD аны эки тең капталдуу үч бурчтукка бөлөт (5-*сүрөт*).



Чындыгында да, AD биссектриса болгондуктан, BAD жана DAC бурчтары да 36° тан. Демек, ABD үч бурчтугу тең капталдуу. ADC үч бурчтугунда ADC бурчу 180°–36°–72°=72° болуп, ACD бурчуна барабар. Демек, ADC үч бурчтугу да тең капталдуу.

Натыйжа. ABC үч бурчтугу ACD үч бурчтугуна окшош жана

$$\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{AC}. \qquad (1)$$



Эгерде ABC үч бурчтугунун каптал жактарын $AB = BC = 1$ деп алсак, анда анын негизи төмөнкүчө табылат (6-*сүрөт*): $AC = a$ болсун.

Анда, 1. $AD = a$ болот, анткени ΔACD тең капталдуу.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2. $BD = a$ болот, анткени ΔABD тең капталдуу.

3. $CD = BC - BD = 1 - a$.

(1) барабардык боюнча: $\frac{a}{1} = \frac{1-a}{a}$

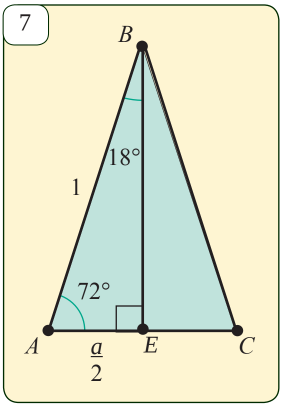
Бул жерден $a^2 + a - 1 = 0$. Бул квадраттык теңдемени чыгарып, $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ экендигин табабыз.

Маселе. $\sin 18°$, $\cos 18°$, $\sin 72°$, $\cos 72°$ тун маанилерин эсепте.

Чыгаруу: Каптал жагы $AB = BC = 1$ жана негизи $AC = a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ге барабар болгон ABC «алтын үч бурчтугун» карап көрөбүз (7-сүрөт). Анын BE бийиктигин жүргүзөбүз.

Тик бурчтуу ABE үч бурчтугунан: $\sin 18° = \frac{AE}{AB} = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$

7



Мындан пайдаланып, табылышы талап кылынган башка маанилерди эсептейбиз:

$$\cos 18° = \sqrt{1-\sin^2 18°} = \frac{\sqrt{5}+1}{4},$$

$$\sin 72° = \sin(90° - 18°) = \cos 18° = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4},$$

$$\cos 72° = \sin 18° = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Жообу: $\sin 18° = \cos 72° = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$; $\cos 18° = \sin 72° = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$.

Тарыхтан бир үзүм

Мырза Улугбек (1394 — 1449) — улуу өзбек окумуштуусу жана мамлекеттик ишмер. Чыныгы аты Мухаммад Тарагай. Ал жаангер Амир Темурдун небереси. Улугбектин атасы Шахрух да мамлекеттик ишмер болгон. Улугбек болжол менен 1425–1428-жылдарда Самаркандга жакын жердеги Оби Рахмат дөңсөөсүндө өзүнүн белгилүү расадканасын (обсерваториясын) курат. Расадкананын имараты үч кабаттуу болуп, анын негизги аспабы –квадраттын бийиктиги 50 метр болчу. Улугбектин эң белгилүү чыгармасы “Зижи көрагоний” деп аталуучу астрономиялык жадыбалы болчу. Ал 1018 жылдызды өз ичине алган.

Ушуну менен бирге Улугбектин тригонометриялык жадыбалдары да мыкты болчу. Улугбектин тригонометриялык жадыбалдары 10 ондук сан аныктыгында эсептелген. Эсептөө аспаптары дээрлик болбогон бир мезгилде бул иштерди аткаруу үчүн терең пикирлөөгө негизделген теориялык билим жана анык формулалар жана жетиштүүчө эсепчилер керек болчу. Зижде Улугбек 1 градустун синусун эсептөө үчүн атайын чыгарма чыгаргандыгы да айтып өтүлгүн.

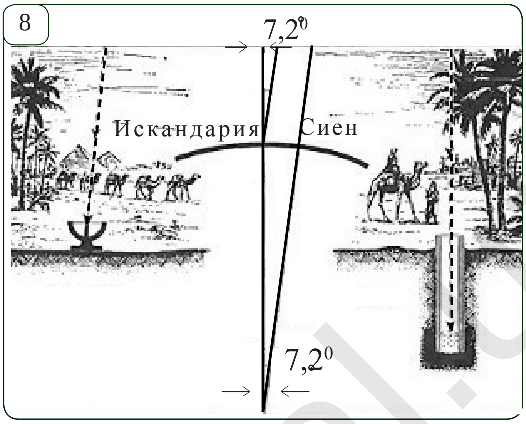
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Геометрия жана астрономияга тиешелүү долбоор иши

Байыркы грек окумуштуусу Эратосфен (биздин эрага чейинки 276-198-жылдар) Жер айланасын биринчи болуп ченеген. Ал Сиен (азыркы Ассуан) шаарында эрага чейинки 240-жылы 19-июнь күнү, жазгы тең күндүктүн түш учурунда Күн как тик (зенитте) болуусу жана терең кудуктун түбүн да жарытышын сезген. Бирок, ушуну менен бирдей, ал жылдын бул күнү жана учурунда Искандарияда Күн как тиктен (зениттен) айлана жаасын 1/50 бөлүгүчө жануусун да аныктайт.

8



Мындан Эратосфен кандай натыйжа чыгарган? Анын пикирин улантыр жана төмөнкү 8-сүрөттө берилгендер негизинде Жердин радиусунун узундугун тап.

Керек болушу мүмкүн болгон кээ бир маалыматтар жана эсептер:

Сиен жана Искандария шаарлары арасындагы аралык 787,5 *км*.

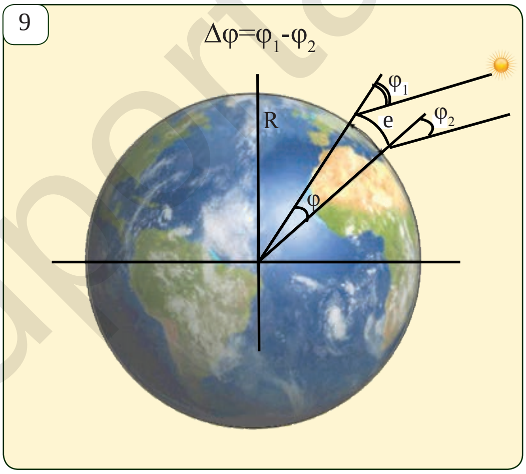
Айлана жаасын 1/50 бөлүгү - $\alpha = 7{,}2^o$.

C - Жер айланасын узундугу.

$$\frac{\alpha^o}{360^o} = \frac{787{,}5}{C}$$

Мындан $C = 360 \cdot 787{,}5 : 7{,}2 = 39\ 375$ *км*.

9



Бүгүнкү күндүн эсептери боюнча Жердин экватор бойлой айланасынын узундугу 40 075,017 *км*, нөлүнчү меридиан бойлой айланасынын узундугу болсо 40 007,86 *км* ди түзөт. Көрүп турганыңдай, байыркы окумуштуу аз гана адашкан эле.

Тапшырма. 9 -сүрөттөн пайдаланып, Жер айланасын узундугун табуунун каалагандай учурда колдоо мүмкүн болгон практикалык усулун иштеп чык жана негизде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

27 ҮЧ БУРЧТУКТУН АЯНТЫН БУРЧТУН СИНУСУ ЖАРДАМЫНДА ЭСЕПТӨӨ

1-теорема. ***Үч бурчтуктун аянты анын эки жагы менен ошол эки жагынын арасындагы бурч синусунун көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар.***

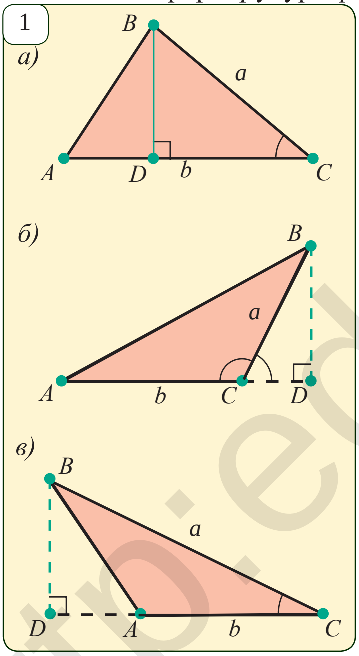
$\Delta ABC,\ BC=a,\ AC=b,\ \angle C$ (1-сүрөт) ⇒ $S_{ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$

Далилдөө. ABC үч бурчтугунун BD бийиктигин түшүрөбүз. Анда 1-сүрөттө көрсөтүлгөн үч учур болушу мүмкүн.

Биринчи учурду карап чыгабыз. BCD үч бурчтугунда $\sin C=\frac{BD}{BC}$. Бул жерден $BD=BC\cdot\sin C=a\cdot\sin C$. Ошентип,

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot b\cdot a\cdot\sin C=\frac{1}{2}ab\sin C.$$

Экинчи жана үчүнчү учурлардын далилдөөлөрүн өз алдынча аткар. *Теорема далилденди.*



1-теорема боюнча, үч бурчтуктун аянты үчүн

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A \quad \text{жана} \quad S_{ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B$$

формулалары да орундуу болот.

1-маселе. ABC үч бурчтугунун аянты 24 $см^2$. Эгерде $AC=8$ *см* жана $\angle A=30°$ болсо, анда BC жагын тап.

Чыгаруу. Үч бурчтуктун аянтын бурчтун синусу аркылуу табуу формуласы боюнча,

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A$$

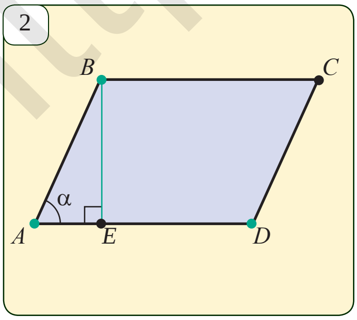
Бул жерден,

$$AB=\frac{2S_{ABC}}{AC\cdot\sin A}=\frac{2\cdot 24}{8\cdot\sin 30°}=\frac{2\cdot 24}{8\cdot 0{,}5}=12\ (cm).$$

Жообу: 12 *см*.

2-маселе Параллелограммдын аянты анын эки коңшулаш жагы менен ошол жактары арасындагы бурчтун синусунун көбөйтүндүсүнө барабар экендигин далилде.

ABCD параллелограмм, $AB=a,\ AD=b,\ \angle A=\alpha$ (2-сүрөт) ⇒ $S_{ABCD}=ab\sin\alpha$



Чыгаруу. BE бийиктигин түшүрөбүз. ABE үч бурчтугунда $\sin A=\frac{BE}{AB}$ же $BE=AB\sin A=a\sin\alpha$.

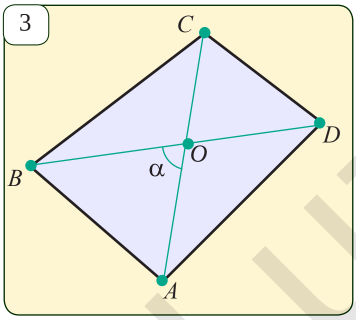
Анда, $S_{ABCD}=AD\cdot BE=ab\sin\alpha$.

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2-теорема. ***Төрт бурчтуктун аянты анын диагоналдары менен диагоналдарынын арасындагы бурчтун синусунун көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар.***

Далилдөө. Диагоналдардын кесилишинен алынган бурчтарды карап көрөбүз (3-*сүрөт*):



$\angle AOB = \alpha$ шарт боюнча,
$\angle COD = \alpha$ $\angle AOB$ на вертикалдуу болгондуктан,
$\angle BOC = 180° - \alpha$ $\angle AOB$ на коңшулаш болгондуктан,
$\angle DOA = 180° - \alpha$ $\angle BOC$ на вертикалдуу болгондуктан.

Үч бурчтуктун аянтын эсептөө формуласы боюнча:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} AO \cdot OB \sin\alpha;$$

$$S_{BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot OC \sin(180° - \alpha) = \frac{1}{2} BO \cdot OC \sin\alpha;$$

$$S_{COD} = \frac{1}{2} CO \cdot OD \sin\alpha; \qquad S_{DOA} = \frac{1}{2} DO \cdot OA \sin(180° - \alpha) = \frac{1}{2} DO \cdot OA \sin\alpha.$$

Аянттын касиети боюнча:

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA} =$$

$$= \frac{1}{2} AO \cdot OB \sin\alpha + \frac{1}{2} BO \cdot OC \sin\alpha + \frac{1}{2} CO \cdot OD \sin\alpha + \frac{1}{2} DO \cdot OA \sin\alpha =$$

$$= \frac{1}{2}(AO \cdot OB + BO \cdot OC + CO \cdot OD + DO \cdot OA)\sin\alpha = \frac{1}{2}\{(OB \cdot (AO + OC) +$$

$$+ OD \cdot (CO + OA)\}\sin\alpha = \frac{1}{2}(OB \cdot AC + OD \cdot AC)\sin\alpha = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin\alpha.$$

Теорема далилденди.

Маселелер жана тапшырмалар

27.1. 1-теореманы 1-б жана 1-в сүрөттөрдө көрсөтүлгөн учурлар үчүн далилде.

27.2. Эгерде а) $AB = 6$ *см*, $AC = 4$ *см*, $\angle A = 30°$; б) $AC = 14$ *см*, $BC = 7\sqrt{3}$ *см*, $\angle C = 60°$; в) $BC = 3$ *см*, $AB = 4\sqrt{2}$ *см*, $\angle B = 45°$ болсо, анда ABC үч бурчтугунун аянтын тап.

27.3. Диагоналы 12 *см* жана диагоналдарынын арасындагы бурчу 30° болгон тик бурчтуктун аянтын тап.

27.4. Жагы $7\sqrt{2}$ *см* жана кең бурчу 135° болгон ромбдун аянтын тап.

27.5. Ромбдун чоң диагоналы 18 *см* жана бир бурчу 120°. Ромбдун аянтын тап.

27.6. Аянты $6\sqrt{2}$ *см*^{2} ге барабар болгон *ABC* үч бурчтугунда $AB = 9$ *см*, $\angle A = 45°$. Үч бурчтуктун *AC* жагын жана ошол жакка түшүрүлгөн бийиктигин тап.

27.7*. *ABC* үч бурчтугунда $\angle A = \alpha$, *B* жана *C* чокуларынан түшүрүлгөн бийиктиктери болсо тиешелүү түрдө h_b жана h_c. Үч бурчтуктун аянтын тап.

27.8*. *ABC* үч бурчтугунда $AB = 8$ *см*, $AC = 12$ *см* жана $\angle A = 60°$ болсо, анда анын *AD* биссектрисасын тап (*көрсөтмө:* $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC}$).

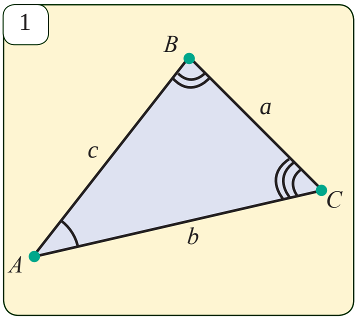
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

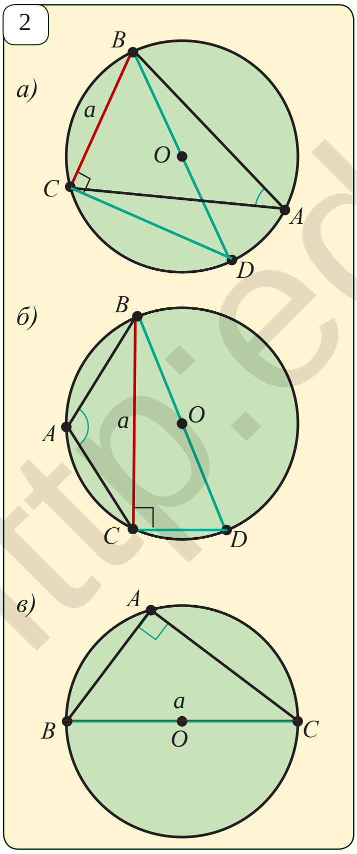
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

28 СИНУСТАР ТЕОРЕМАСЫ

Теорема. (Синустар теоремасы). ***Үч бурчтуктун жактары карама-каршы жаткан бурчтарынын синустарына пропорциялаш.***

$\Delta ABC,\ AB=c,\ BC=a,\ CA=b$ (1-*сүрөт*) $\Rightarrow$ $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$





Далилдөө. Үч бурчтуктун аянтын бурчтун синусу аркылуу табуу формуласы боюнча,

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C,\quad S=\frac{1}{2}bc\sin A,\quad S=\frac{1}{2}ac\sin B.\quad (❖)$$

Бул барабардыктардын алгачкы экөөсү боюнча

$$\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A,\ \text{демек}\ \frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$$

Ошондой эле, (❖) барабардыктарынын биринчиси менен үчүнчүсүнөн $\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{b}{\sin B}$ барабардыгын алабыз.

Ошентип, $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$.

Теорема далилденди.

1-маселе. ABC үч бурчтугунда $AB=14$ *дм*, $\angle A=30°$, $\angle C=65°$ (1-*сүрөт*). BC жагын тап.

Чыгаруу: Синустар теоремасы боюнча,

$$\frac{AB}{\sin C}=\frac{BC}{\sin A}\quad \text{Андан,}$$

$$BC=\frac{AB\cdot\sin A}{\sin C}=\frac{14\cdot\sin 30°}{\sin 65°}\approx\frac{14\cdot 0{,}5}{0{,}9}\approx 7{,}78\ (dm).$$

Эскертүү: Тригонометриялык функциялардын маанилери атайын иштелген калькулятордун же жадыбалдардын жардамында табылат. Бул жердеги $\sin 65°\approx 0{,}9$ экендигин окуу китебинин 153-бетиндеги жадыбалдан аныктадык.

Жообу: 7,78 *дм*.

2-маселе. Үч бурчтуктун бир жагынын ошол жактын каршысындагы бурчтун синусуна катышы үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын диаметрине барабар, башкача айтканда

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

экендигин далилде (2-*сүрөт*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Чыгаруу. Белгилүү болгондой, синустар теоремасы боюнча, $\frac{a}{\sin A} = 2R$ барабардыгын далилдөө жетиштүү. Үч учур болушу мүмкүн:

1-учур: $\angle A$ — тар бурч (2-а *сүрөт*); 2-учур: $\angle A$ — кең бурч (2-б *сүрөт*);
3-учур: $\angle A$ — тик бурч (2-в *сүрөт*).

1-учурду карап көрөбүз: C жана D чекиттерин туташтырабыз. BCD — тик бурчтуу үч бурчтук, анткени $\angle BCD$ бурчу BD диаметрге тирелген.

ΔBCD да: $BC = BD \cdot \sin D = 2R\sin D$. Бирок, $\angle D = \angle A$, анткени алар бир BC жаасына тирелген ичтен сызылган бурчтар. Анда ,

$$BC = 2R\sin A \qquad \text{же} \qquad \frac{a}{\sin A} = 2R.$$

Калган учурларды өз алдынча далилде, (*көрсөтмө*: 2-учурда $\angle D = 180° - \angle A$ ал эми 3-учурда $a = 2R$ экендигинен пайдалан).

Маселелер жана тапшырмалар

28.1. Үч бурчтуктун каалагандай жагынын ошол жактын карама-каршысында жаткан бурчунун синусуна болгон катышы үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын диаметрине барабар экендигин 2-маселеде келтирилген 2- жана 3-учурлар үчүн далилде.

28.2. 3-сүрөттө суралган кесиндилерди тап.

28.3. Эгерде ABC үч бурчтугунда:

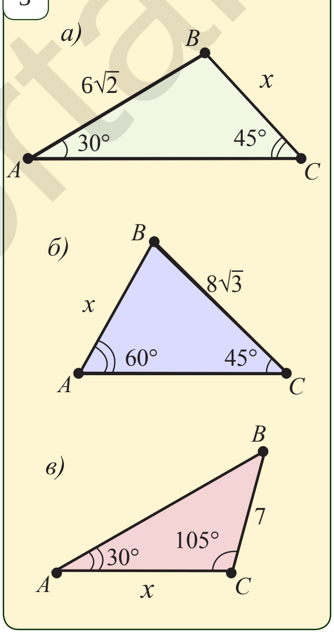
а) $\sin A = 0{,}4$; $BC = 6$ *см* жана $AB = 5$ *см* болсо, анда $\sin C$ ны;

б) $\sin B = \frac{1}{2}$; $AC = 8$ *дм* жана $BC = 7$ *дм* болсо, анда $\sin A$ ны;

в) $\sin C = \frac{1}{2}$; $AB = 6$ *м* жана $AC = 8$ *м* болсо, анда $\sin B$ ны тап.

28.4. Үч бурчтуктун бир бурчу 30° ка барабар. Анын карама-каршысында жаткан жак 4,8 *дм*. Үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун эсепте.

3



28.5. Үч бурчтуктун бир жагы үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусуна барабар. Үч бурчтуктун ошол жагынын карама-каршысында жаткан бурчун тап.

28.6. ABC үч бурчтугу үчүн AB:BC :CA= sinC : sinA: sinB барабардыгынын орундуу болушун негизде. $\sin A : \sin B : \sin C = 3:5:7$ барабардыгы туура болушу мүмкүнбү?

28.7. Эгерде ABC үч бурчтугунда $BC = 20$ *м*, $AC = 13$ *м* жана $\angle A = 67°$ болсо, анда үч бурчтуктун AB жагын, B жана C бурчтарын тап.

28.8*. Эгерде ABC үч бурчтугунда $BC = 18$ *дм*, $\angle A = 42°$, $\angle B = 62°$ болсо, анда үч бурчтуктун C бурчун, AB жана AC жактарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

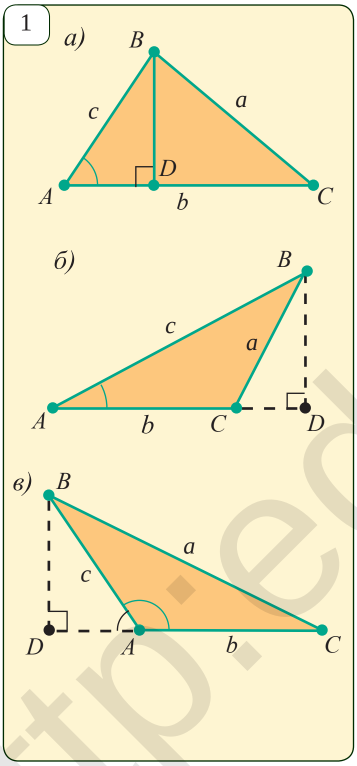
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

29 КОСИНУСТАР ТЕОРЕМАСЫ

Тик бурчтуу үч бурчтукта тик бурчунун карама-каршысында жаткан жагы (гипотенузасы)нын квадраты калган жактарынын (катеттеринин) квадраттарынын суммасына барабар. Анда эмесе, тик болбогон бурч үчүн кандай болот? Төмөнкү теорема ошол жөнүндө.

Теорема. ***(Косинустар теоремасы). Үч бурчтуктун каалагандай бир жагынын квадраты калган эки жагынын квадраттары суммасынан ошол жактар менен алардын арасындагы бурчтун косинусунун көбөйтүндүсүн эки эселеп кемиткенге барабар.***

$\Delta ABC,\ AB=c,\ BC=a,\ CA=b$ (1-*сүрөт*) ⇒ $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$



Далилдөө. ABC үч бурчтугунун BD бийиктигин жүргүзөбүз. D чекити AC жагында (1.а *сүрөт*) же анын уландысында (1.б жана 1.в сүрөттөр) болушу мүмкүн. Биринчи учурду карап көрөбүз. Тик бурчтуу BCD үч бурчтугунда Пифагордун теоремасы боюнча,

$$BC^2=BD^2+DC^2.$$

$DC=AC-AD$ болгондуктан:

$$BC^2=BD^2+(AC-AD)^2=BD^2+AC^2-2\cdot AC\cdot AD+AD^2.$$

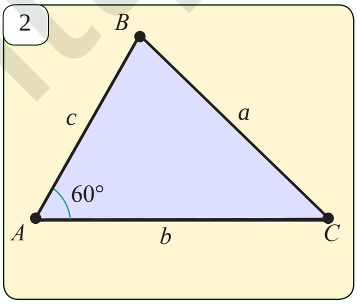
Тик бурчтуу ABD үч бурчтугунда $BD^2+AD^2=AB^2$ жана $AD=AB\cos A$ экендигин эсепке алып, акыркы барабардыктан

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A,$$

башкача айтканда $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ барабардыгына ээ болобуз.

Теорема далилденди.

1.б сүрөттө көрсөтүлгөн учур үчүн $DC=AD-AC$, ал эми 1-в сүрөттө көрсөтүлгөн учур үчүн болсо $DC=AD+AC$ жана $\cos(180°-A)=-\cos A$ барабардыктарынан пайдаланып, косинустар теоремасын өз алдынча далилде.



Эскертүү. Косинустар теоремасы Пифагор теоремасынын жалпылаштырылганы болуп эсептелет. $\angle A=90°$ болгондо ($\cos 90°=0$ болгондуктан) косинустар теоремесынан Пифагордун теоремасы келип чыгат.

1-маселе. ABC үч бурчтугунда $AB=6$ *см*, $AC=7$ *см*, $\angle A=60°$ (2-*сүрөт*). BC жагын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

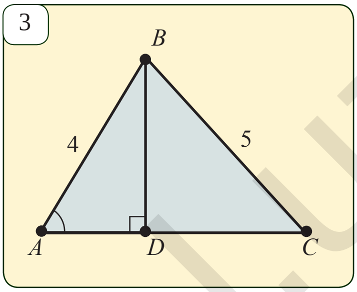
Чыгаруу. Косинустар теоремасы боюнча $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ же $BC^2=AC^2+AB^2-2AC\cdot AB\cdot\cos A$ болгондуктан

$$BC^2=7^2+6^2-2\cdot7\cdot6\cdot\cos60°=49+36-84\cdot\frac{1}{2}=43,$$

башкача айтканда $BC=\sqrt{43}$ *см*. *Жообу:* $\sqrt{43}$ *см*.

Ошондой эле, косинустар теоремасынан пайдаланып, жактары белгилүү болгон үч бурчтуктун бурчтарын табууга болот:

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}. \qquad (1)$$



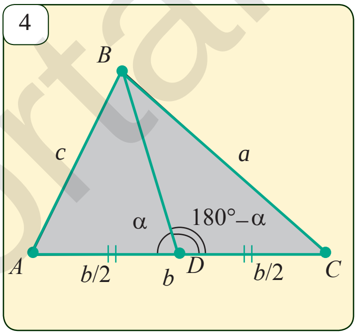
2-*масele*. ABC үч бурчтугунун жактары $a=5$ *м*, $b=6$ *m* жана $c=4$ *м*. Кичине жагынын чоң жагындагы проекциясын тап (3-*сүрөт*).

Чыгаруу. (1) формуланын негизинде $\cos A$ ны табабыз:

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{6^2+4^2-5^2}{2\cdot6\cdot4}=\frac{9}{16}.$$

Тик бурчтуу ABD үч бурчугунда $AD=AB\cdot\cos A$ болгондуктан $AD=4\cdot\dfrac{9}{16}=2{,}25$ (*м*).

Жообу: 2,25 *м*.



Маселелер жана тапшырмалар

29.1. Косинустар теоремасын 1-б жана 1-в сүрөттөрдө көрсөтүлгөн учурлар үчүн далилде.

29.2. ABC үч бурчтугунда

а) $AC=3$ *см*, $BC=4$ *см* жана $\angle C=60°$ болсо, анда AB ны;

б) $AB=4$ *м*, $BC=4\sqrt{2}$ *м* жана $\angle B=45°$ болсо, анда AC ны;

в) $AB=7$ *дм*, $AC=6\sqrt{3}$ *дм* жана $\angle A=150°$ болсо, анда BC ны тап.

29.3. Жактары 5 *см*, 6 *см*, 7 *см* болгон үч бурчтуктун бурчтарынын косинустарын тап.

29.4. ABC үч бурчтугунда $AB=10$ *см*, $BC=12$ *м* жана $\sin B=0{,}6$ болсо, анда AC жагын тап.

29.5. Параллелограммдын диагоналдары 10 *см* жана 12 *см*, ал эми алардын арасындагы бурчу 60° ка барабар. Параллелограммдын жактарын тап.

29.6. Жактары 5 *см* жана 7 *см* болгон параллелограммдын бир бурчу 120° ка барабар. Анын диагоналдарын тап.

29.7*. Жактары *a, b, c* болгон ABC үч бурчтугунун BD медианасы $BD=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$ формуласы аркылуу эсептелишин далилде (4-*сүрөт*).

29.8*. Жактары 6 *м*, 7 *м* жана 8 *м* болгон үч бурчтуктун медианаларын тап.

29.9. Жактары 5 *см*, 6 *см*, 7 *см* болгон үч бурчтуктун биссектрисаларын тап.

29.10. Жактары 5 *см*, 6 *см*, 7 *см* болгон үч бурчтуктун бийиктиктерин тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE
http://eduportal.uz

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

30 СИНУСТАР ЖАНА КОСИНУСТАР ТЕОРЕМАЛАРЫНЫН КЭЭ БИР КОЛДОНУЛУШТАРЫ

Мурдагы сабактарда далилденген синустар жана косинустар теоремаларынан үч бурчтуктарга тиешелүү түркүн-түмөн маселелерди чыгарууда натыйжалуу пайдаланууга болот. Бул сабакта ошол теоремалардын кээ бир колдонулуштарына токтолуп өтөбүз.

1. Косинустар теоремасы үч бурчтуктун бурчтарын таппастан туруп, анын бурчтары боюнча түрүн (тар, кең же тик бурчтуу экендигин) аныктоо мүмкүнчүлүгүн берет. Чындыгында да,

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

формуласында

1) эгерде $b^2+c^2>a^2$ болсо, анда $\cos A>0$. Демек, A — тар бурч;

2) эгерде $b^2+c^2=a^2$ болсо, анда $\cos A=0$. Демек, A — тик бурч;

3) эгерде $b^2+c^2<a^2$ болсо, анда $\cos A<0$. Демек, A — кең бурч.

$b^2+c^2=a^2$ барабардыгы же $b^2+c^2<a^2$ барабарсыздыгы a — үч бурчтуктун эң чоң жагы болгон учурда гана аткарылат. Демек, үч бурчтуктун тик же тар бурчу анын эң чоң жагынын карама-каршысында жатат.

Үч бурчтуктун эң чоң жагынын карама-каршысында жаткан бурчтун чоңдугу боюнча ошол үч бурчтуктун кандай (тар, кең, тик бурчтуу) үч бурчтук экендиги жөнүндө жыйынтык чыгарууга болот.

1-*маселе.* Жактары 5 *м*, 6 *м* жана 7 *м* болгон үч бурчтуктун бурчтарын таппастан туруп, анын түрүн аныкта.

Чыгаруу. Эң чоң бурчтун карама-каршысында эң чоң жак жатат. Ошондуктан, эгерде $a=7$, $b=6$, $c=5$ болсо, анда $\angle A$ эң чоң бурч болот.

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{36+25-49}{2\cdot 6\cdot 5} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} > 0.$$

Демек, A — тар бурч, ал эми берилген үч бурчтук болсо тар бурчтуу.

2. Үч бурчтуктун аянтын анын эки жагы жана алардын арасындагы бурчу аркылуу эсептөөнүн формуласы

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

жана $\sin A=\frac{a}{2R}$ формулаларынан үч бурчтуктун аянтын эсептөө үчүн

$$S=\frac{abc}{4R}$$

формуласын жана үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун эсептөө үчүн

$$R=\frac{abc}{4S}$$

формуласын алабыз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2-*маселе.* Жактары $a=5$, $b=6$, $c=10$ болгон үч бурчтугуна сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

Чыгаруу. Герондун формуласынан пайдаланып, үч бурчтуктун аянтын табабыз:

$$p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{5+7+10}{2}=11,$$

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{11(11-5)(11-7)(11-10)}=\sqrt{11\cdot 6\cdot 4}=\sqrt{264}\approx 16{,}3.$$

Анда, $R=\frac{abc}{4S}\approx\frac{5\cdot 7\cdot 10}{4\cdot 16{,}3}\approx 5{,}4.$ *Жообу:* $\approx 5{,}4$.

Маселелер жана тапшырмалар

30.1. Эгерде $AB=7$ *см*, $BC=8$ *см*, $CA=9$ *см* болсо, анда ABC үч бурчтугунун эң чоң жана эң кичине бурчтарын тап.

30.2. Эгерде ABC үч бурчтугунда $\angle A=47°$, $\angle B=58°$ болсо, анда үч бурчтуктун эң чоң жана эң кичине жактарын аныкта.

30.3. Үч бурчтуктун үч жагы берилген:
а) $a=5$, $b=4$, $c=4$; б) $a=17$, $b=8$, $c=15$; в) $a=9$, $b=5$, $c=6$.
Үч бурчтуктун тар бурчтуу, тик бурчтуу же кең бурчтуу экендигин аныкта.

30.4. Жактары а) 13, 14, 15; б) 15, 13, 4; в) 35, 29, 8; г) 4, 5, 7 болгон үч бурчтуктарга сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

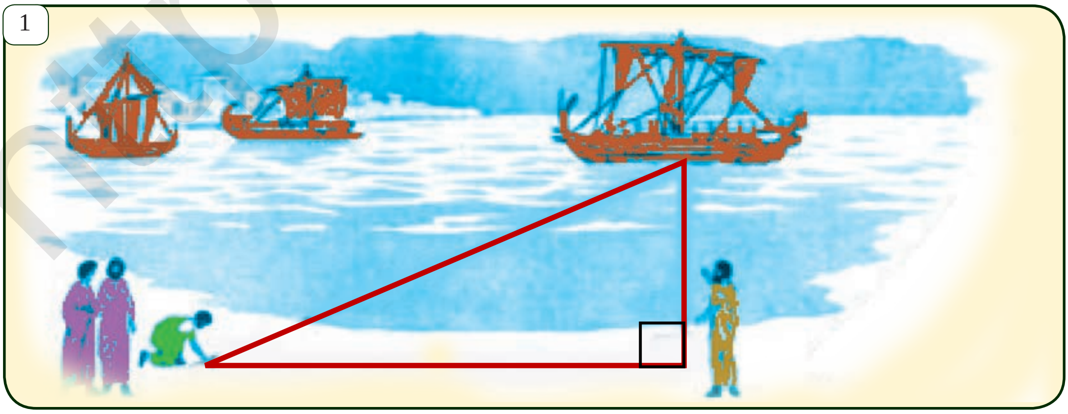
30.5. ABC үч бурчтугунун AB жагында D чекити белгиленген. CD кесиндинин AC жана BC кесиндилеринин кеминде бирөөсүнөн кичине экендигин далилде.

30.6. Үч бурчтуктун чоң бурчунун карама-каршысында чоң жагы жатышын далилде.

30.7. Үч бурчтуктун чоң жагынын карама-каршысында чоң бурчу жатышын далилде.

30.8*. ABC үч бурчтугунун CD медианасы жүргүзүлгөн. Эгерде $AC>BC$ болсо, анда ACD бурчу BCD бурчунан кичине болушун далилде.

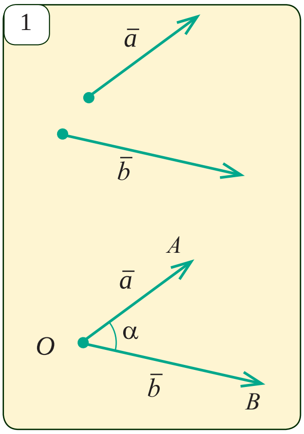
30.9*. 1-сүрөттө берилгендерге негизденип байыркы гректер суунун жээгинен кемеге чейинки болгон аралыкты кандай ченегендиктерин аныкта.

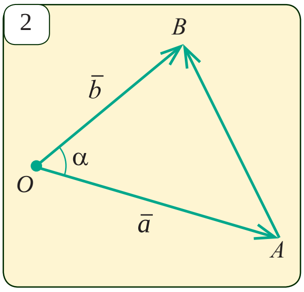


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

31 ЭКИ ВЕКТОРДУН АРАСЫНДАГЫ БУРЧ ЖАНА АЛАРДЫН СКАЛЯРДЫК КӨБӨЙТҮНДҮСҮ





Нөл вектордон айырмалуу $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлору берилген болсун. Каалагандай O чекитинен $\overline{OA}=\bar{a}$ жана $\overline{OB}=\bar{b}$ векторлорун коёбуз. $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлорунун арасындагы бурч деп, AOB бурчуна айтылат (1-*сүрөт*).

Бирдей багытталган векторлордун арасындагы бурч 0° ка барабар деп эсептелет. Эгерде эки вектордун арасындагы бурч 90° ка барабар болсо, анда алар перпендикулярдуу деп айтылат.

$\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсү деп, бул векторлордун узундуктарын алардын арасындагы бурчтун косинусуна көбөйтүндүсүнө айтилат.

Эгерде векторлордун бири нөл вектор болсо, алардын скалярдык көбөйтүндүсү нөлгө тең болот.

Скалярдык көбөйтүндү $\bar{a}\cdot\bar{b}$ же $(\bar{a},\bar{b})$ көрүнүшүндө белгиленет. Аныктама боюнча

$$(\bar{a},\bar{b})=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cos\varphi. \qquad (1)$$

Аныктамадан белгилүү болгондой, $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсү нөлгө тең болсо, алар перпендикулярдуу болот жана тескериси да ушундай.

Физикада нерсени $\bar{F}$ күч таасиринде $\bar{s}$ аралыкка которууда аткарылган A жумуш $\bar{F}$ жана $\bar{s}$ векторлордун скалярдык көбөйтүндүсүнө тең болот:

$$A=(\bar{F},\bar{s})=|\bar{F}|\cdot|\bar{s}|\cos\varphi.$$

Касиет. $\bar{a}$ $(a_1;a_2)$ жана $\bar{b}$ $(b_1;b_2)$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсү $(\bar{a};\bar{b})=a_1b_1+a_2b_2$.

Далилдөө. $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлорун координата башы болгон O чекитинен $OA=a$ жана $OB=b$ векторлорун коёбуз (2-*сүрөт*). Анда $\overline{OA}=(a_1;\ a_2)$ жана $\overline{OB}=(b_1;\ b_2)$ болот. Эгерде берилген векторлор коллинеардуу болбосо, AOB үч бурчтуктан турат жана анын үчүн косинустар теоремасы орундуу болот: $AB^2=OA^2+OB^2-2OA\cdot OB\cdot\cos\varphi$.

Анда $OA\cdot OB\cdot\cos\varphi=\dfrac{1}{2}(OA^2+OB^2-AB^2)$ болот.

Бирок, $OA^2=a_1^2+a_2^2$, $OB^2=b_1^2+b_2^2$ жана $AB^2=(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2$.

Демек, $(\bar{a},\bar{b})=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\cos\varphi=OA.OB.\cos\varphi=\dfrac{1}{2}(OA^2+OB^2-AB^2)=$

$$=\frac{1}{2}\left(a_1^2+a_2^2+b_1^2+b_2^2+(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2\right)=a_1b_1+a_2b_2.$$

Берилген векторлор коллинеардуу болгон (φ=0°, φ=180°) абалда да бул барабардык орундуу болушун өз алдынча көрсөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүнүн касиеттери

1. $\bar{a}\cdot\bar{b}=\bar{b}\cdot\bar{a}$ орун алмаштыруу касиети.
2. $(\bar{a}+\bar{b})\cdot\bar{c}=\bar{a}\cdot\bar{c}+\bar{b}\cdot\bar{c}$ бөлүштүрүү касиети.
3. $\lambda\cdot(\bar{a}\cdot\bar{b})=(\lambda\cdot\bar{a})\cdot\bar{b}=\bar{a}\cdot(\lambda\cdot\bar{b})$ топтоштуруу касиети.
4. Эгерде $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлору бирдей багыттагы коллинеар векторлор болсо, $\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|$ болот, себеби $\cos 0°=1$.
5. Эгерде карама-каршы багытталган болсо, $\bar{a}\cdot\bar{b}=-|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|$ болот, себеби $\cos 180°=-1$.
6. $\bar{a}\cdot\bar{a}=|\bar{a}||\bar{a}|\cos 0°=|\bar{a}|^2 \Rightarrow \bar{a}^2=|\bar{a}|^2$.
7. $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлору өз ара перпендикулярдуу болсо, $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$ болот.

Натыйжа:

а) $\bar{a}=(a_1;a_2)$ вектордун узундугу: $|\bar{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$; (1)

б) $\bar{a}=(a_1;a_2)$ жана $\bar{b}=(b_1;b_2)$ векторлору арасындагы бурчтун косинусу:

$$\cos\varphi=\frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|} \quad \text{же} \quad \cos\varphi=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

Маселе. $\bar{a}(1;2)$ жана $\bar{b}(4;-2)$ векторлорунун арасындагы бурчту тап.

Чыгаруу. Берилген векторлордун арасындагы бурчту α деп белгилесек формула боюнча

$$\cos\alpha=\frac{1\cdot4+2\cdot(-2)}{\sqrt{1^2+2^2}\cdot\sqrt{4^2+(-2)^2}}=\frac{4-4}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}}=0.$$ Демек, $\alpha=90°$. *Жообу:* 90°.

Маселелер жана тапшырмалар

31.1. Эгерде $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлор үчүн а) $|\bar{a}|=4$, $|\bar{b}|=5$, $\alpha=30°$; б) $|\bar{a}|=8$, $|\bar{b}|=7$, $\alpha=45°$; в) $|\bar{a}|=2.4$, $|\bar{b}|=10$, $\alpha=60°$; г) $|\bar{a}|=0,8$, $|\bar{b}|=\frac{1}{2}$, $\alpha=40°$ болсо, анда бул векторлордун скалярдык көбөйтүндүсүн тап (бул жерде α — $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлорунун арасындагы бурч).

31.2. а) $\bar{a}(\frac{1}{2};-1)$ жана $\bar{b}(2;3)$; б) $\bar{a}(-5;6)$ жана $\bar{b}(6;5)$; в) $\bar{a}(1,5;2)$ жана $\bar{b}(4;-2)$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүн эсепте жана алардын арасындагы бурчту тап.

31.3. *ABCD* ромбусунун диагоналдары *O* чекитинде кесилишет жана бул жерде *BD=AB*=4 *см*. а) $\overline{AB}$ жана $\overline{AD}$; б) $\overline{AB}$ жана $\overline{AC}$; в) $\overline{AD}$ жана $\overline{DC}$; г) $\overline{AC}$ жана $\overline{OD}$ векторлорунун скалярдык көбөйтүндүлөрүн жана ошол векторлордун арасындагы бурчту тап.

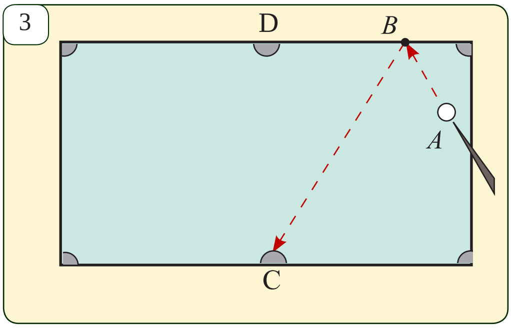
31.4. Нөл вектордон айырмалуу $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлору берилген болсун. $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$ болгондо бул векторлордун өз ара перпендикулярдуу болушун жана терсинче $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторлору өз ара перпендикулярдуу болушса, анда, $\bar{a}\cdot\bar{b}=0$ болушун далилде.

31.5*. *x* тин кандай маанилеринде а) $\bar{a}(4;5)$ жана $\bar{b}(x;6)$; б) $\bar{a}(x;1)$ жана $\bar{b}(3;2)$; в) $\bar{a}(0;-3)$ жана $\bar{b}(5;x)$ векторлору өз ара перпендикулярдуу болушат?

31.6. $\bar{a}(3;3)$, $\bar{b}(2;-2)$, $\bar{c}(-1;-4)$ жана $\bar{d}(-4;1)$ векторлорунун арасынан өз ара перпендиякулярдуу жуптарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

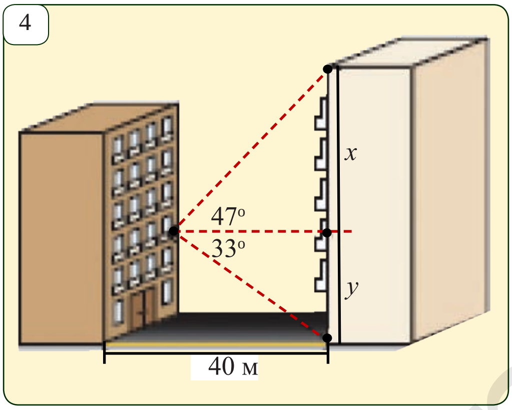
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



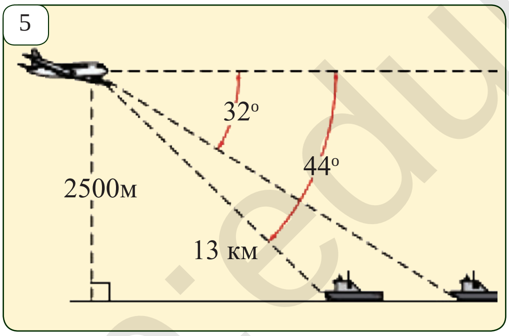
31.7*. Бильярд оюнунда A чекитинде турган шар соккудан кийин бильярд столунун B чекитине барып тийди жана багытын өзгөртүп, C чекитиндеги лузага түштү (3-*сүрөт*).

Эгерде $AB=40$ *см*, $BC=150$ *см* жана $\angle ABD = 120°$ болсо, анда $AB \cdot BC$ скалярдык көбөйтүндүнү тап.

31.8. $F(-3,\ 4)$ күчүнүн аракети менен чекит $A(5,-1)$ абалдан $B(2,\ 1)$ абалга өтөт. Мында кандай жумуш аткарылат?

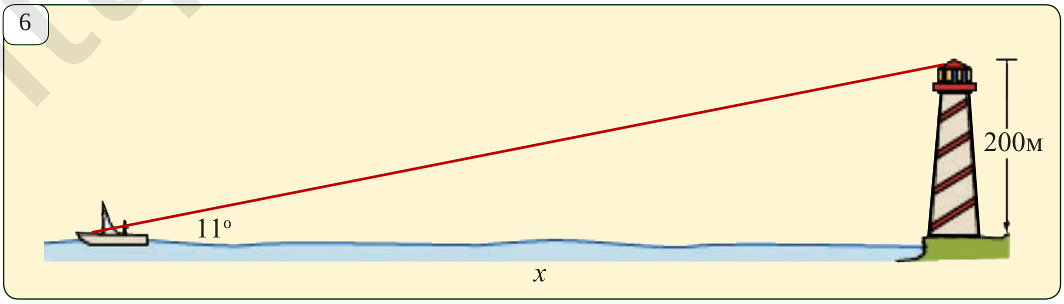


31.9. Лала көп кабаттуу үйдүн 3-кабатында жашайт. Анын терезесинен үйүнөн 40 *м* аралыкта турган башка бир үй көрүнүп турат (4-*сүрөт*). Эгерде каршысындагы үйдүн тамы Лалага 47° бурч астында, төмөнкү негизи болсо 33° бурч астында көрүнсө, каршысындагы үйдүн бийиктигин тап.



31.10. 2500 *м* бийиктикте учуп бараткан самолёттон биринчи кеме күн чыгышка салыштырмалуу 44° бурч астында, экинчи кеме болсо, 32° бурч астында көрүнөт (5-*сүрөт*). Кемелер арасындагы аралыкты тап.

31.11. Балыкчылар катеринен бийиктиги 200 *м* болгон маяк 11° туу бурч астында көрүнөт (6-*сүрөт*). Катерден суу жээгине чейинки аралыкты тап.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Геометрия жана географиядан долбоор иши

География предметинен белгилүү болгондой, Жер шары сыртындагы жайлар географиялык координаталар жардамында аныкталат. 7-сүрөттө бул координаталар келтирилген. Анда

1-нөлүнчү (Гринвич) меридианы;

2-нөлүнчү меридиандан ондо (чыгышта) жайгашкан меридиандар;

3-экватордон төмөндө (түштүктө) жайгашкан меридиандар;

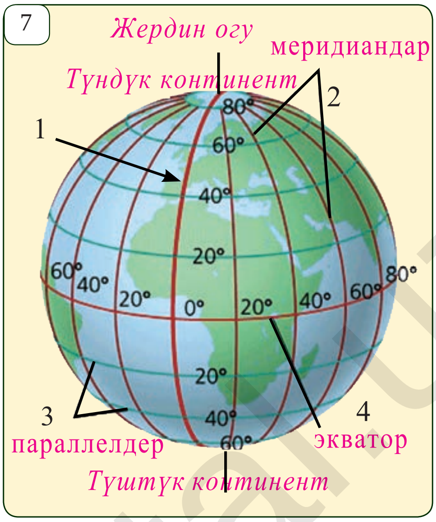
4-экватор.

Нөлүнчү (Гринвич) меридианы (1) дин экватор (4) менен кесилиш чекити географиялык координаталардын эсеп башы болуп эсептелет.

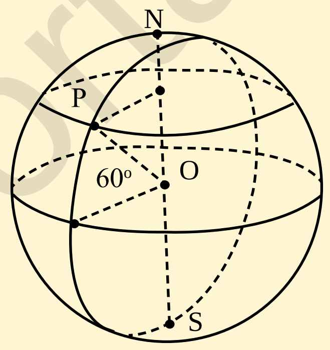
Экватордон түндүккө карай меридиан боюнча чейрек айлана жаасы 90° түндүк кеңдикти, экватордон түштүккө карай да 90° түшдүк кеңдигин өз ичине алат.

Нөлүнчү меридиандан чыгышка карай экватор боюнча жарым айлана жаасы 180° чыгыш алыстыгын, нөлүнчү меридиандан батышка карай экватор боюнча жарым айлана жаасы 180° батыш алыстыгын өз ичине алат.

7



8



1. Ташкент шаарын географиялык координаталарын тап.

2. Мекенибиз борбору менен жана кайсы чоң шаарлар болжол менен бирдей меридианда жайгашкан?

3. Ташкент шаарынан Токио, Пекин, Сеул, Вашингтон жана Нью-Йорк шаарларына чейин (меридиан боюнча) болгон аралыкты аныкта (жетишпеген маалыматтарды өз алдынча издеп тап).

4. Шаар 60° түндүк кеңдикте жайгашкан. Эгерде Жердин радиусу 6400 *км* болсо, бул шаар жайгашкан параллель радиусун тап.

Кызыктуу геометрия

Уучу ууга чыкты. Алгач ал түштүккө карай 1 *км* жүрдү. Кийин чыгышка карай 1 *км*, кийин болсо түндүккө карай 1 *км* жол жүрдү жана алгачкы абалына келип калды. Көрсө, аюу турат. Аны атты.

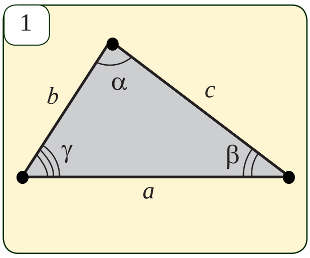
1. Атылган аюунун түсү кандай?

2. Жер шарынын дагы кайсы жеринен жолго чыгып, жогоруда сүрөттөлгөндөй 3 жакка жүрүп дагы алгачкы чекитине келип калуу мүмкүн? Ал жерлерде аюу жашайбы?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

32 ҮЧ БУРЧТУКТАРДЫ ЧЫГАРУУ



Үч бурчтуктун жактарын *a, b, c* менен, ал эми бул жактардын карама-каршысында жаткан бурчтарды тиешелүү түрдө α, β, γ менен белгилейбиз (1-*сүрөт*). Үч бурчтуктун жактарын жана бурчтарын бир эле аталыш менен — анын **элементтери** деп аташат.

Үч бурчтукту аныктоо үчүн берилген элементтери боюнча анын калган элементтерин табууга **үч бурчтукту чыгаруу** деп айтылат.

1-*маселе*. *(Үч бурчтукту берилген бир жагы жана ага жанаша жаткан бурчтары боюнча чыгаруу).* Эгерде үч бурчтукта $a=6$, $\beta=60°$ жана $\gamma=45°$ болсо, анда анын үчүнчү бурчун жана калган эки жагын тап.

Чыгаруу. 1. Үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы 180° болгондуктан

$$\alpha=180°-\beta-\gamma=180°-60°-45°=75°.$$

Синустар теоремасынан пайдаланып, калган эки жагын табабыз:

2. $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}$ барабардыгынан $b=a\cdot\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}=6\cdot\dfrac{\sin 60°}{\sin 75°}\approx 6\cdot\dfrac{0{,}8660}{0{,}9659}\approx 5{,}3794\approx 5{,}4.$

(sin60° жана sin75° тун маанилери микрокалькулятордо таап коюлду, аларды окуу китебинин 153-бетиндеги жадыбалдан тапса болот).

3. $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{c}{\sin\gamma}$ барабардыгынан $c=a\cdot\dfrac{\sin\gamma}{\sin\alpha}=6\cdot\dfrac{\sin 45°}{\sin 75°}\approx 6\cdot\dfrac{0{,}7071}{0{,}9659}\approx 4{,}3924\approx 4{,}4.$

Жообу: $\alpha=75°$; $\beta\approx 5{,}4$; $c\approx 4{,}4$.

2-*маселе*. *(Үч бурчтукту берилген эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча чыгаруу).* Эгерде үч бурчтукта $a=6$, $b=4$ жана $\gamma=120°$ болсо, анда анын үчүнчү жагын жана калган бурчтарын тап.

Чыгаруу. 1. Косинустар теоремасынан пайдаланып, үч бурчтуктун үчүнчү с жагын табабыз.

$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}=\sqrt{36+16-2\cdot 6\cdot 4\cdot(-0{,}5)}=\sqrt{76}\approx 8{,}7.$$

2. Эми, үч бурчтуктун үч жагын билген абалда, косинустар теоремасынан пайдаланып, үч бурчтуктун калган бурчтарын табабыз:

$$\cos\alpha=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{4^2+76-6^2}{2\cdot 4\cdot\sqrt{76}}\approx 0{,}8046.$$

$\cos\alpha\approx 0{,}8046$ барабардыгынын негизинде α бурчунун маанисин жадыбалдан аныктайбыз (α — тар бурч): $\alpha\approx 36°$.

3. $\beta=180°-\alpha-\gamma\approx 180°-(36°+120°)=24°.$ *Жообу:* $c\approx 8{,}7$; $\alpha\approx 36°$, $\beta\approx 24°$.

3-*маселе*. *(Үч бурчтукту берилген үч жагы боюнча чыгаруу).* Эгерде үч бурчтукта $a=10$, $b=6$ жана $c=13$ болсо, анда анын бурчтарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Чыгаруу: **1.** Үч бурчтуктун кең бурчтуу болушун же болбостугун чоң жагынын карама-каршысында жаткан бурчунун косинусунун белгисине карап аныктайбыз:

$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{100+36-169}{2\cdot 10\cdot 6} = -\frac{33}{120} \approx -0{,}275 < 0.$$

Демек, C — кең бурч экен. Муну 153-беттеги жадыбалдан C бурчунун чоңдугун аныктоодо эсепке алабыз. Жадыбалдан косинусу 0,275 ке барабар бурчтун $\angle C_1=74°$ экендигин табабыз. Анда $\cos(180°-\alpha)=-\cos\alpha$ формуласы боюнча,

$$\angle C=180°-\angle C_1=180°-74°=106°.$$

2. Синустар теоремасы боюнча,

$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$. Мындан, $\sin A=\frac{a\cdot\sin C}{c}=\frac{10\cdot\sin 106°}{13}=\frac{10\cdot\sin 74°}{13}\approx\frac{10\cdot 0{,}9615}{13}\approx 0{,}7396.$

A — тар бурч болгондуктан, 153-беттеги жадыбалдан $\angle A\approx 47°$ экендигин аныктайбыз.

3. $\angle B\approx 180°-(106°+47°)=26°$. *Жообу:* $\angle A\approx 47°$, $\angle B\approx 26°$, $\angle C\approx 106°$.

Маселелер жана тапшырмалар

32.1. Үч бурчтуктун бир жагы жана ага жанаша жаткан эки бурчу берилген:

а) $a=5$ *см*, $\beta=45°$, $\gamma=45°$; б) $c=20$ *см*, $\alpha=75°$, $\beta=60°$;

в) $a=35$ *см*, $\beta=40°$, $\gamma=120°$; **г)** $c=12$ *см*, $\alpha=36°$, $\beta=25°$.

Үч бурчтуктун үчүнчү бурчун жана калган эки жагын тап.

32.2. Үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчу берилген:

а) $a=6$, $b=4$, $\gamma=60°$; б) $a=14$, $b=43$, $\gamma=130°$;

в) $b=17$, $c=9$, $\alpha=85°$; **г)** $b=14$, $c=10$, $\alpha=145°$.

Үч бурчтуктун калган бурчтарын жана үчүнчү жагын тап.

32.3. Үч бурчтуктун үч жагы берилген:

а) $a=2$, $b=3$, $c=4$; б) $a=7$, $b=2$, $c=8$;

в) $a=4$, $b=5$, $c=7$; **г)** $a=15$, $b=24$, $c=18$.

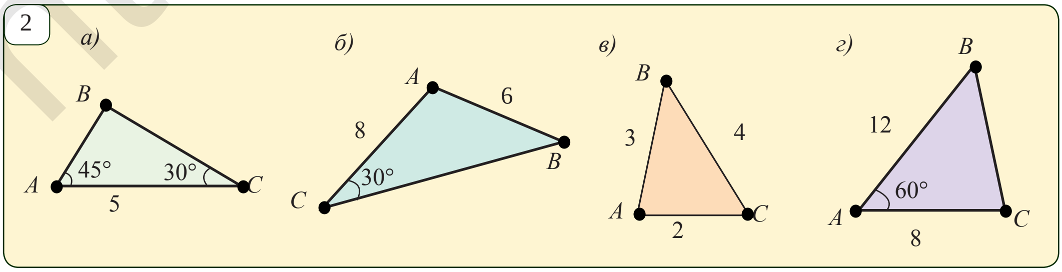
Үч бурчтуктун бурчтарын тап.

32.4. Үч бурчтуктун эки жагы жана бул жактардан биринин каршысындагы бурчу берилген. Үч бурчтуктун калган жагы жана бурчтарын тап:

а) $a=12$, $b=5$, $\alpha=120°$; б) $a=27$, $b=9$, $\alpha=138°$;

в) $b=2$, $c=2$, $\alpha=60°$; **г)** $b=6$, $c=8$, $\alpha=30°$.

32.5. 2-сүрөттө берилген маалыматтар боюнча үч бурчтукту чыгар.



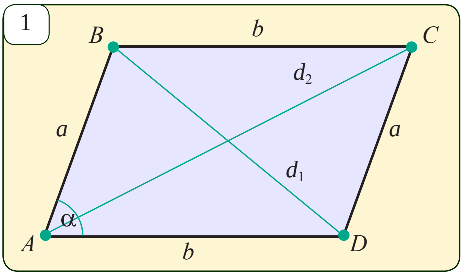
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

33 МАСЕЛЕЛЕР ЧЫГАРУУ

1-*маселе.* Параллелограммдын диагоналдары квадраттарынын суммасы жактары квадраттарынын суммасына барабар экендигин далилде.

ABCD — параллелограмм, $AB=a$, $AD=b$, $BD=d_1$, $AC=d_2$ *(1-сүрөт).* ⇒ $d_1^2+d_2^2=2(a^2+b^2)$



Чыгаруу. $ABCD$ параллелограммынын A бурчу α га барабар болсун. Анда $\angle B=180°-\alpha$. ABD жана ABC үч бурчтуктарына косинустар теоремасын колдонобуз (1-*сүрөт*):

$$d_1^2=a^2+b^2-2ab\cos\alpha, \qquad (1)$$

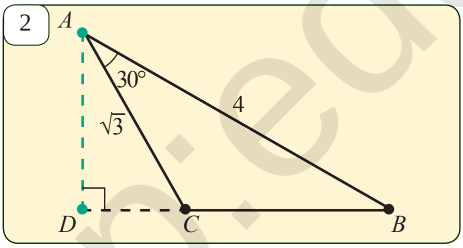
$$d_2^2=a^2+b^2-2ab\cos(180°-\alpha).$$

$\cos(180°-\alpha)=-\cos\alpha$ барабардыгын эсепке алсак,

$$d_2^2=a^2+b^2+2ab\cos\alpha. \qquad (2)$$

(1) жана (2) барабардыктарынын тиешелүү бөлүктөрүн кошуп $d_1^2+d_2^2=2(a^2+b^2)$, барабардыкты пайда кылабыз.

2-*маселе.* ABC үч бурчтугунда $\angle A=30°$, $AB=4$, $AC=\sqrt{3}$ болсо, анда үч бурчтуктун A чокусунан түшүрүлгөн AD бийиктигин тап (2-*сүрөт*).



Чыгаруу.

1) Косинустар теоремасынан пайдаланып, үч бурчтуктун BC жагын табабыз:

$$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A=$$
$$=4^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot4\cdot\sqrt{3}\cdot\cos30°=7, \quad BC=\sqrt{7}.$$

2) Эми үч бурчтуктун аянтын табабыз:

$$S=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin A=\cdot\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot4\cdot\sin30°=\sqrt{3}.$$

3) Табылгандардан пайдаланып, үч бурчтуктун AD бийиктигин табабыз:

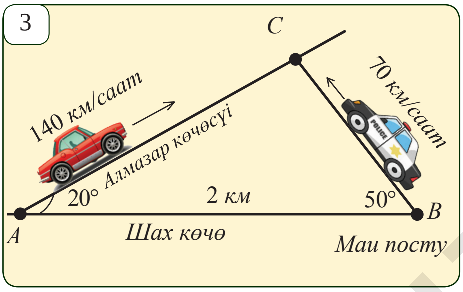
$S=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD$ формуладан $AD=\frac{2S}{BC}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}.$ *Жообу:* $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

3-*маселе.* Айдоочу жол кыймылы эрежесин бузуп, саат 12^{00} дө Шах көчөнүн A чекитинен Алмазар көчөсүн көздөй бурулду жана 140 *км/саат* ылдамдык менен кыймылын улантты (3-*сүрөт*). Саат 12^{00} дө МАИ нин кызматкери таштуу жол менен 70 *км/саат* ылдамдыкта эрежени бузган айдоочунун жолун тороп чыгуу үчүн жолго чыкты.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

МАИ нин кызматкери жолдордун кесилишинде, башкача айтканда C чекитинде эрежени бузган айдоочуну токтотуп кала алабы?



Чыгаруу: ABC үч бурчтугунда

$\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=180°-(20°+50°)=$
$=180°-70°=110°$.

1. Алмазар көчөсүндөгү жолдун AC бөлүгүнүн узундугун табабыз: синустар теоремасы боюнча,

$\frac{AC}{\sin B}=\frac{AB}{\sin C}$. Бул барабардыктан $AC=\frac{AB\cdot\sin B}{\sin C}=\frac{2\cdot\sin50°}{\sin110°}=\frac{2\cdot\sin50°}{\sin(90°+20°)}=\frac{2\cdot\sin50°}{\cos20°}\approx$

$\approx\frac{2\cdot0{,}766}{0{,}940}=\frac{1{,}532}{0{,}94}\approx 1{,}630$ (*км*). Бул жолду эрежени бузган айдоочу $\frac{1{,}630\ км}{140\ км/с}\approx$

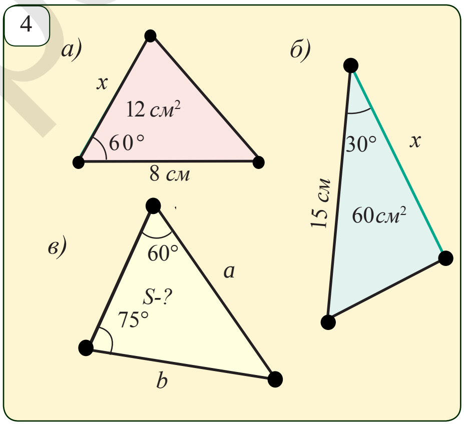
$\approx 0{,}0116$ *саат*$=0{,}012\cdot3600$ *секунда*≈42 *секундада* басып өтөт.

2. Эми таштуу жолдун BC бөлүгүнүн узундугун табабыз. Синустар теоремасы боюнча,

$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}$. Бул катыштан $BC=\frac{AC\cdot\sin A}{\sin B}=\frac{2\cdot\sin20°}{\sin50°}=\frac{2\cdot0{,}342}{0{,}766}\approx0{,}893$ (*км*).

Бул жолду МАИ нин кызматкери $\frac{0{,}893\ км}{70\ км/с}$ $\approx0{,}0128$ *саат*$=0{,}0128.3600$ *секунда*$\approx$ 46 *секундада* басып өтөт. Демек, жолдордун кесилиши болгон С чекитине МАИнин кызматкери айдоочудан кечигип жетип келет экен. *Жообу:* Жок.

Маселелер жана тапшырмалар



33.1. 4-сүрөттөгү маалыматтар боюнча x тин маанисин тап.

33.2. ABC үч бурчтугунун CD бийиктиги 4 *м*. Эгерде $\angle A=45°$, $\angle B=30°$ болсо, анда үч бурчтуктун жактарын тап.

33.3. Бир чекитке чоңдуктары бирдей болгон эки күч берилген (5-*сүрөт*). Эгерде бул күчтөрдүн багыттарынын арасындагы бурч 60°, ал эми ошол күчтөрдүн тең таасир этүүчүсү 150 *кг* болсо, анда бул күчтөрдүн чоңдугун тап.

33.4. Үч бурчтуктун эки жагы 7 *дм* жана 11 *дм*, ал эми үчүнчү жагына түшүрүлгөн медианасы болсо 6 *дм*. Үч бурчтуктун үчүнчү жагын тап.

33.5. Жактары 6 *см* жана 8 *см* болгон параллелограммдын бир диагоналы 12 *см* болсо, анда анын экинчи диагоналын тап.

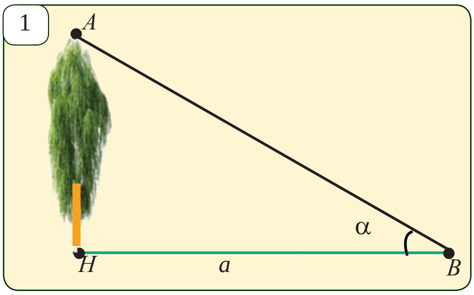
33.6. Үч бурчтуктун 18 *см* ге барабар болгон жагынын карама-каршысындагы бурчу 60°. Үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

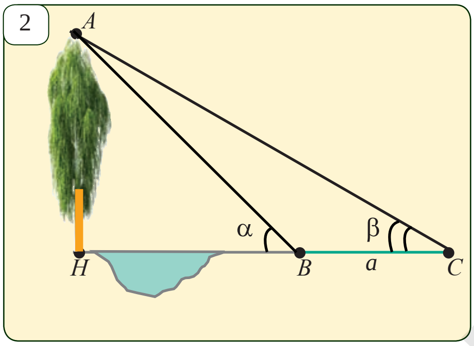
33.7. Тең капталдуу трапециянын кичи негизи каптал жагына тең. Чоң негизи 20 *см*. Эгерде трапециянын бир бурчу 120° болсо, анын периметрин тап.

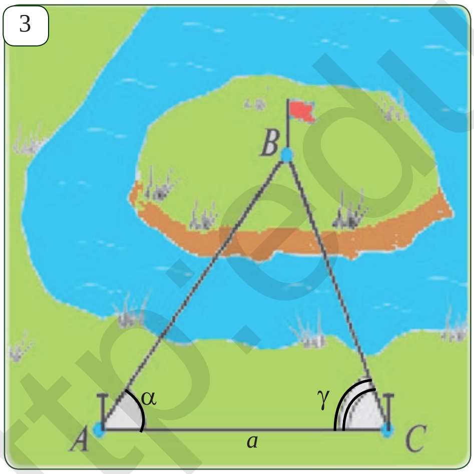
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

34 ПРАКТИКАЛЫК КӨНҮГҮҮ







1. *Бийиктикти ченөө.* Алсак, кандайдыр нерсенин (мисалы, дарактын) AH бийиктигин ченөө зарыл болсун (1-*сүрөт*).

а) Ал үчүн B чекитин белгилейбиз жана BH аралык a ны жана HBA бурч — α ны ченейбиз. Анда, тик бурчтуу ABH үч бурчтугунда

$$AH=BH\,\mathrm{tg}\alpha=a\,\mathrm{tg}\alpha.$$

б) Эгерде бийиктиктин негизи болгон H чекити барууга болбой турган чекит болсо (2-*сүрөт*), анда жогорудагы усул менен AH бийиктигин аныктай албайбыз. Анда төмөнкүдөй жол тутабыз:

1) H чекити менен бир түз сызыкта жаткан B жана C чекиттерин белгилеп алабыз;

2) BC аралыкты ченеп, a ны табабыз;

3) ABH жана ACH бурчтарын ченеп $\angle ABH=\alpha$ жана $\angle ACH=\beta$ ларды табабыз;

4) ABC үч бурчтугуна синустар теоремасын колдонсок ($\angle BAC=\alpha-\beta$)

$$\frac{AB}{\sin\beta}=\frac{a}{\sin(\alpha-\beta)}, \quad \text{б.а.} \quad AB=\frac{a\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}.$$

5) тик бурчтуу ABH үч бурчтугунда AH бийиктигин табабыз:

$$AH=AB\sin\alpha=\frac{a\sin\alpha\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}.$$

2. *Барууга болбой турган чекитке чейин болгон аралыкты эсептөө.* Алсак, A чекитинен B чекитине чейин болгон аралыкты эсептөө керек (3-*сүрөт*). Бул маселени үч бурчтуктардын окшоштук белгилеринен пайдаланып, чыгарганыбызды эскертип өтөбүз.

Эми бул маселени синустар теоремасынан пайдаланып чыгарабыз.

1) A жана B чекиттеринен көрүнүп турган тегиз жерден C чекитин белгилейбиз.

2) AC аралыкты ченейбиз: $AC=a$.

3) Аспаптардын жардамында ACB жана BCA бурчтарын ченейбиз: $\angle BAC=\alpha$, $\angle BCA=\gamma$.

4) ABC үч бурчтугунда $\angle B=180°-\alpha-\gamma$ болгондуктан,

$$\sin B=\sin(180°-\alpha-\gamma)=\sin(\alpha+\gamma).$$

Синустар теоремасы боюнча, $\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$ б.а. $AB=\frac{a\sin\gamma}{\sin(\alpha+\gamma)}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселелер жана тапшырмалар

34.1. 1-сүрөттө $a = 12$ *м*, $\alpha = 42°$ болсо, анда дарактын бийиктигин эсепте.

34.2. 2-сүрөттө $a = 8$ *м*, $\alpha = 43°$, $\beta = 32°$ болсо, анда дарактын бийиктигин эсепте.

34.3. 3-сүрөттө $a = 60$ *м*, $\alpha = 62°$, $\gamma = 44°$ болсо, анда AB аралыкты тап.

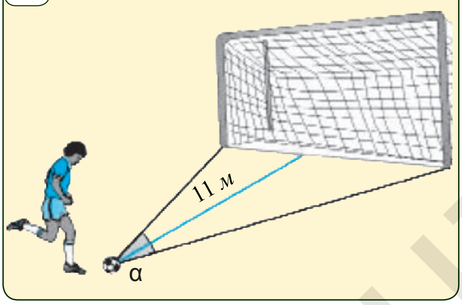
34.4. Футбол оюнундагы 11 метрлүү пенальти тобун дарбазага багыттоочу бурч α ны тап (4-*сүрөт*). Дарбазанын кеңдиги 7 *м*.

34.5. 5-сүрөттө Хива шаарындагы Калтаминар көрсөтүлгөн. Эгерде $\beta = 30{,}7°$, $\gamma = 45°$, $BC = 50$ *м* болсо, анда Калтаминардын бийиктигин тап.

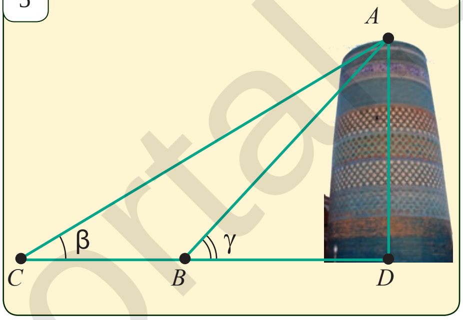
34.6. Саякатчы Шахрисабз шаарындагы Аксарайга андан 47 *м* алыстыкта туруп байкоо жүргүзөт (6-*сүрөт*). Эгерде ага Аксарайдын негизи горизонтко салыштырмалуу 2,5° ка, ал эми жогорку бөлүгү 45° ка барабар бурч менен көрүнүп жаткан болсо, анда Аксарайдын бийиктигин тап.

34.7. Үч жол ABC үч бурчтугун түзөт. Бул үч бурчтукта $\angle A = 20°$, $\angle B = 150°$. A чекитинен жолго чыккан айдоочу C чекитине мүмкүнчүлүгүнүн болушунча тезирээк жетип бармакчы. AC жана CB жолдору таштуу, ал эми AB асфальтталган жол болуп, асфальт жолдо таштуу жолдогуга караганда эки эсе ылдамыраак аракеттенүүгө болот. Айдоочуга кайсы жолдон жүрүүгө кеңеш бересиң?

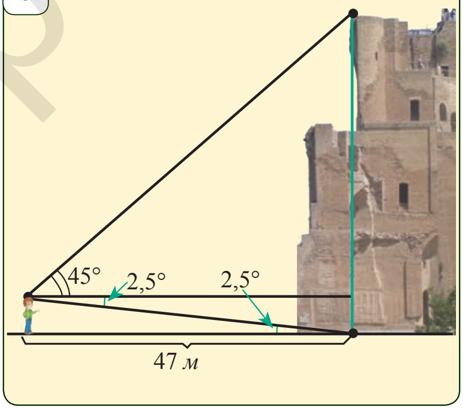
4



5



6



Кызыктуу маселе

Пифагор теоремасынын дагы бир «далили»

Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунда $a = c\sin\alpha$, $b = c\cos\alpha$. Бул эки барабардыкты квадратка көтөрүп, мүчөмө-мүчө кошсок жана $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ экендигин эсепке алсак,

$$a^2 + b^2 = c^2\sin^2\alpha + c^2\cos^2\alpha = c^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = c^2.$$

Демек, $a^2 + b^2 = c^2$. Бул «далилдөө»нүн логикалык жактан туура эмес экендигин далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

35 БИЛИМИНДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. Жактары *a, b, c,* тиешелүү бурчтары α, β, γ, аянты *S* болгон үч бурчтук үчүн кайсы барабардык туура эмес болот?

А. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$;   Б. $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$;

В. $S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$;   Г. $S=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$.

2. Туура эмес барабардыкты тап:

А. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$;   Б. $\sin(180°-\alpha)=\sin\alpha$;

В. $\cos(180°-\alpha)=\cos\alpha$;   Г. $\sin(90°-\alpha)=\cos\alpha$.

3. Үч бурчтуктун үч жагы берилсе, кайсы теоремадан пайдаланып, анын бурчтарын табууга болот?

А. Синустар теоремасы;   Б.Косинустар теоремасы;

В. Фалестин теоремасы;   Г. Герон формуласы.

4. Үч бурчтуктун бир бурчу 137° ка, экинчи бурчу 15° ка барабар. Эгерде бул үч бурчтуктун чоң жагы 22 ге барабар болсо, анын кичине жагын тап.

А. 8,3;   Б. 9,3;   В. 3,8;   Г. 6,5.

5. Үч бурчтуктун 14 жана 19 га барабар болгон жактарынын арасындагы бурчу 26°. Бул үч бурчтуктун үчүнчү жагын тап.

А. 1,2;   Б. 5,4;   В. 6,9;   Г. 19,7.

6. Эгерде эки вектордун узундуктары $|\bar{a}|=2$, $|\bar{b}|=5$ жана алардын арасындагы бурчу 45° болсо, $\bar{a}$ жана $\bar{b}$ векторунун скалярдык көбөйтүндүсүн тап.

А. 52;   Б. 32   В. 102;   Г. 2.

7. $\bar{a}(4; -1)$ жана $\bar{b}(2; 3)$ векторунун скалярдык көбөйтүндүсүн тап.

А. 5;   Б. 3;   В. 4;   Г. 9.

8. $\bar{a}(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$ жана $\bar{b}(\sqrt{3}; 1)$ векторлорунун арасындагы бурчту тап.

А. 30°;   Б. 60°;   В. 90°;   Г. 45°.

9. Үч бурчтук бурчтарынын катышы 3:2:1 сыяктуу болсо, анын жактарынын катышын тап.

А. 3:2:1;   Б. 1:2:3;   В. $2:\sqrt{3}:1$;   Г. $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$.

10. Жагы 3 *см* болгон туура үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

А. $\sqrt{3}$;   Б. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ В. $2\sqrt{3}$;   Г. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

II. Маселелер

1. *ABC* үч бурчтугунда $AB = 6$ *см*, $\angle A = 60°$, $\angle B = 75°$. *BC* жагын жана *ABC* үч бурчтугуна сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

2. Жактары 5 *см*, 6 *см* жана 10 *см* болгон үч бурчтуктун бурчтарынын косинустарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3. ABC үч бурчтугунда $\angle B = 60°$, $AB = 6$ *см*, $BC = 4$ *см*. AC жагын жана ABC үч бурчтугуна сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

4. Жактары 51 *см*, 52 *см* жана 53 *см* болгон үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

5. Үч бурчтуктун эки жагы 14 *см* жана 22 *см*, ал эми үчүнчү жагына жүргүзүлгөн медианасы болсо 12 *см*. Үч бурчтуктун үчүнчү жагын тап.

6. Параллелограммдын диагоналдары 4 *см*, $4\sqrt{2}$ *см* жана алардын арасындагы бурч 45°. Параллелограммдын a) аянтын; b) периметрин; d) бийиктигин тап.

7. Жактары 3 жана 5 болгон параллелограммдын бир диагоналы 4 кө барабар. Анын экинчи диагоналын тап.

8. Жактары a) 2, 2 жана 2,5; b) 24, 7 жана 25; d) 9, 5 жана 6 болгон үч бурчтуктардын түрлөрүн аныкта.

9. Параллелограммдын жактары $7\sqrt{3}$ жана 6 *см*. Эгерде анын кең бурчу 120° болсо, анда анын аянтын тап.

10. ABC үч бурчтугунун AB, BC жактарынан N, K чекиттери алынган. Анда, $BN = 2AN$, $3BK = 2KC$. Эгерде $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$ болсо, анда NK кесиндини тап.

11. ABC үч бурчтугунда $\angle A = 30°$, $BC = 7$ *см*. Үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

12. ABC үч бурчтугунун BE биссектрисасы жүргүзүлгөн. E чекитинен BC жагына EF перпендикуляры түшүрүлгөн. Эгерде $EF = 3$, $\angle A = 30°$ болсо, анда AE ни тап.

13. $ABCD$ тик бурчтугунун AD жагынын ортосу N чекитинде. Эгерде $AB = 3$, $BC = 6$ болсо, анда $\overline{NB} \cdot \overline{NC}$ скалярдык көбөйтүндүнү тап.

14. $\overline{a}(2;x)$, $\overline{b}(-4;1)$ болуп, $\overline{a}+\overline{b}$ жана $\overline{b}$ векторлору перпендикулярдуу. x ти тап.

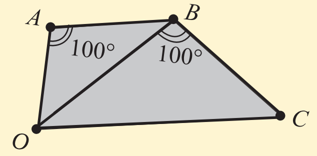
15. $\overline{m}(7;3)$ жана $\overline{n}(-2;-5)$ векторлорунун арасындагы бурчту тап.

16. 1-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, андагы эң чоң кесиндини аныкта.

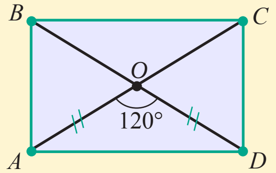
17. $ABCD$ тик бурчтугунун диагоналдары О чекитинде кесилишет. Эгерде $AO = 12$ *см*, $\angle AOD = 120°$ болсо, анда төрт бурчтуктун периметрии тап.

18. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунун биссектрисалары O чекитинде кесилишет ($\angle C = 90°$). Эгерде $OA = \sqrt{10}$, $OB = \sqrt{5}$ болсо, анда AB гипотенузасын тап (3-*сүрөт*).

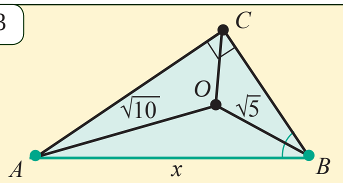
1



2



3



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

III. Өзүңдү сынап көр (текшерүү ишинин үлгүсү)

1. Жактары $a=45$, $b=70$, $c=95$ болгон үч бурчтуктун эң чоң бурчун тап.
2. Үч бурчтукта $b=5$, $\alpha=30°$, $\beta=50°$ болсо, анда үч бурчтукту чыгар.
3. PKH үч бурчтугунда $PK=6$, $KH=5$, $\angle PKH=100°$. HF медиананын узундугун жана PFH үч бурчтугунун аянтын тап.
4. *(Кошумча)*. Үч бурчтукта $a=\sqrt{3}$, $b=1$, $\alpha=135°$ болсо, анда β бурчту тап.

Тарыхтан бир үзүм. Синус жөнүндө

Синус жөнүндөгү маалымат баштап IV-V кылымдардагы инди астрономдорунун чыгармаларында кездешет.

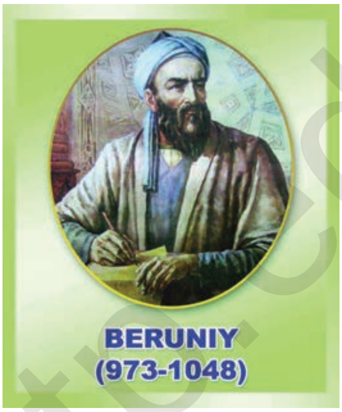
Орто Азиялык окумуштуулар: ал- Харезмий, Беруний, Ибн Сина, Абдуракман ал-Хазинийлер (XII кылым) синус үчүн «***ал-жайб***» терминин колдонушкан.

Азыркы синус белгисин Симпсон, Эйлер, Даламбер, Лагранж (XIII кылым) жана башкалар колдонушкан.

«***Косинус***» термини латинче «komplementi sinus» терамининин кыскартырылганы болуп, ал «кошумча синус», тагыраагы «кошумча жаанын синусу» дегенди билдирет.

Косинустар теоремасын байыркы гректер да билишкен, анын далили Эвклиддин «Негиздер» аттуу чыгармасында келтирилген. Синустар теоремасынын далилдөөсүн Абу Райкан Беруний баяндаган.

Тарыхтан бир үзүм.



Беруний (толук аты - Абу Райкан Мухаммад ибн Акмат) (973 - 1048) - орто кылымдардын залкар энциклопедист окумуштуусу. Ал Харезм өлкөсүнүн Кыят шаарында туулган. Кыят Амударыянын оң жээги - азыркы Беруний шаарынын ордунда болгон, ал жакынкы убакыттарга чейин Шаббаз деб аталган. Берунийдин математикага жана илимдин башка тармактарына кошкон салымын жазып калтырган 150 дөн ашуун чыгармаларынан да көрүүгө болот. Алардан өтө ирилери - «Индия», «Эстеликтер», «Маъсуд мыйзамдары», «Геодезия», «Минералогия» жана «Астрономия».

Берунийдин ири чыгармасы «Масъуд мыйзамдары» негизинен астрономияга тиешелүү болгону менен анын математикага тиешелүү жасаган ачылыштары ошол чыгармада баяндалган. Бул чыгармасында Беруний эки бурчтун суммасынын жана айырмасынын синустары, эки эселенген жана жарым бурчтардын синустары жөнүндөгү теоремалары менен тең күчтүү болгон хордалар жөнүндөгү теоремаларды далилдеген, эки градустуу жаанын хордаларын эсептеп тапкан, синустар жана тангенстер жадыбалын түзгөн, **синустар теоремасын** өзүнө мүнөздүү усулда далилдеген.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

III ГЛАВА

АЙЛАНАНЫН УЗУНДУГУ ЖАНА ТЕГЕРЕКТИН АЯНТЫ

Бул главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

√ *көп бурчтукка сырттан жана ичтен сызылган айланалардын касиеттерин билүү;*
√ *туура көп бурчтуктардын касиеттерин билүү;*
√ *туура көп бурчтуктардын аянттарын эсептөө формулаларын билүү;*
√ *айлананын жана анын жаасынын узундугун эсептөө формулаларын билүү;*
√ *тегеректин жана анын бөлүктөрүнүн аянттарын табуу формулаларын билүү;*
√ *бурчтун радиандык ченин билүү.*

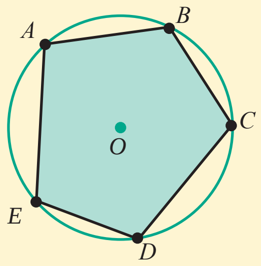
Практикалык көнүккөндүктөр:

√ *туура көп бурчтуктарды сүрөттөй билүү;*
√ *туура көп бурчтукка сырттан жана ичтен сызылган айланалардын радиустарын таба билүү;*
√ *айлананын жана жаанын узундуктарын эсептей билүү;*
√ *тегеректин жана анын бөлүктөрүнүн аянттарын эсептей билүү.*

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

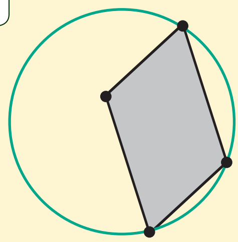
36 АЙЛАНАГА ИЧТЕН СЫЗЫЛГАН КӨП БУРЧТУК

1

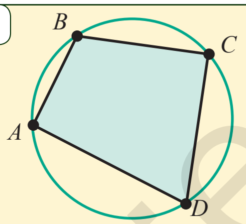


Айланага ичтен сызылган беш бурчтук же беш бурчтукка сырттан сызылган айлана.

2



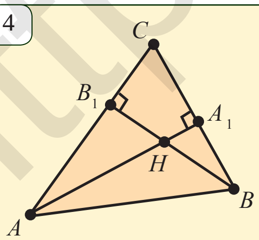
3



$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$

4



Аныктама. Эгерде көп бурчтуктун бардык чокулары айланада жатса, анда бул көп бурчтук айланага **ичтен сызылган**, ал эми айлана болсо көп бурчтукка **сырттан сызылган** деп айтылат (1-*сүрөт*).

Каалагандай үч бурчтукка ичтен айлана сызууга болорун жана ошол айлананын борбору үч бурчтуктун жактарынын орто перпендикулярлары кесилишкен чекитте жатышын 8-класста үйрөнгөнсүң.

Эгерде көп бурчтуктун бурчтарынын саны үчтөн көп болсо, анда көп бурчтукка ар дайым эле сырттан айлана сызууга боло бербейт. Мисалы, тик бурчтуктан айырмалуу түрдө параллелограмм үчүн сырттан сызылган айлананын өзү жок (2-*сүрөт*).

8-класстан белгилүү болгондой, төрт бурчтукка анын карама-каршы жаткан бурчтарынын суммасы 180° ка барабар болгондо гана тыштан айлана сызууга болот (3-*сүрөт*).

1-маселе. Тар бурчтуу ABC үч бурчтугунун AA_1 жана BB_1 бийиктиктери H чекитинде кесилишет. A_1HB_1C төрт бурчтугунун айланага ичтен сызылган экендигин далилде.

Чыгаруу. $AA_1 \perp BC$ жана $BB_1 \perp AC$ болгондуктан (4-*сүрөт*)

$$\angle HB_1C = \angle HA_1C = 90°.$$

Анда $\angle HB_1C + \angle HA_1C = 180°$. Төрт бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 360° болгондуктан:

$$\angle B_1CA_1 + \angle B_1HA_1 = 180°.$$

Демек, A_1HB_1C төрт бурчтукка сырттан айлана сызууга болот.

Айланага ичтен сызылган көп бурчтуктун чокулары айлананын борборунан барабар алыстыкта жатышкандыктан айлананын борбору көп бурчтуктун жактарынын орто перпендикулярларында жатат (5-*сүрөт*).

2-маселе. Негизине түшүрүлгөн бийиктиги 16 *см* болгон тең капталдуу үч бурчтукка радиусу 10 *см* болгон айлана сырттан сызылган. Үч бурчтуктун жактарын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Чыгаруу. ABC үч бурчтугуна сырттан сызылган айлананын борбору O чекити AC жагынын орто перпендикуляры болгон BD бийиктигинде жатат (6-*сүрөт*). Анда,

$$OD = BD - OB = 16 - 10 = 6 \ (cm)$$

болот жана Пифагордун теоремасы боюнча,

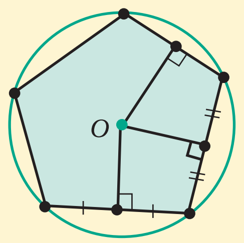
$$AD = \sqrt{OA^2 - OD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \ (см), \ AC = 2AD = 16 (см).$$

Ошондой эле, тик бурчтуу ABD үч бурчтугунда

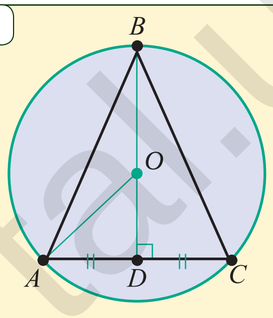
$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5} \ (см).$$

Жообу: $8\sqrt{5}$ *см*, $8\sqrt{5}$ *см*, 16 *см*.

5



6



Маселелер жана тапшырмалар

36.1. Эгерде көп бурчтук айланага ичтен сызылган болсо, анда анын жактарынын орто перпендикулярлары бир чекитте кесилишин далилде.

36.2. Кандай үч бурчтук айланага ичтен сызылган болушу мүмкүн? Төрт бурчтукчу?

36.3. $ABCDE$ беш бурчтук айланага ичтен сызылган болсо, $\angle ACB = \angle AEB$ болушун далилде.

36.4. Катеттери 16 *см* жана 12 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

36.5. Радиусу 25 *см* болгон айланага бир жагы 14 *см* болгон тик бурчтук ичтен сызылган. Тик бурчтуктун аянтын тап.

36.6. Радиусу 10 *см* болгон айланага ичтен сызылган а) тең капталдуу үч бурчтуктун; b) квадраттын; d) тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун жактарын тап.

36.7. Жактары 16 *см*, 10 *см* жана 10 *см* болгон үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

36.8. Айланага ичтен сызылган ABCDEF алты бурчтугунда $\angle BAF + \angle AFB = 90°$ болсо, анда айлананын борбору AF жагында жатышын далилде.

36.9. Каалагандай тең капталдуу трапеция айланага ичтен сызылышын далилде.

36.10. Тең капталдуу трапецияны сыз. Ага сырттан сызылган айлана түз.

Кызыктуу маселе

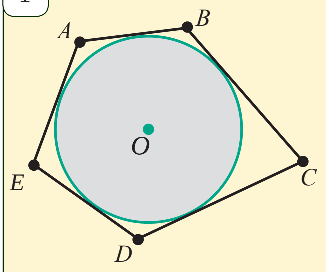
Он алты жаштагы Галуа (Э.Галуа — француз математиги, 1811 — 1831) коллежде окуп жүргөн кездеринде мугалими андан бир сааттын ичинде үч маселени чыгарып берүүнү сураган. Галуа чыгарылышы жеңил болбогон бул маселелерди 15 минутада чыгарып, бардыгын таң калтырган. Мына ошол маселелерден бири.

Маселе. Айланага ичтен сызылган төрт бурчтуктун төрт жагы a, b, c жана d га барабар. Анын диагоналдарын тап.

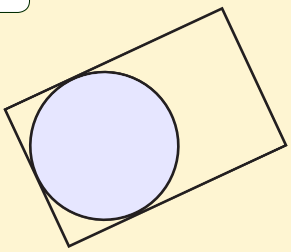
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

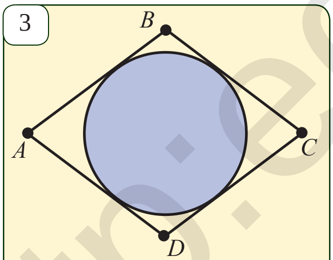
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

37 АЙЛАНАГА СЫРТТАН СЫЗЫЛГАН КӨП БУРЧТУК

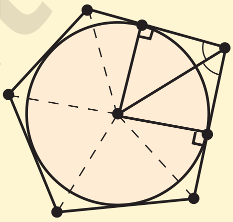


Айланага ичтен сызылган ABCDE беш бурчтугу же ABCDE беш бурчтугуна ичтен сызылган айлана.





$AB + CD = AD + BC$



Аныктама. Эгерде көп бурчтуктун бардык жактары айланага жанып өтсө, анда көп бурчтук айланага **сырттан сызылган**, ал эми айлана болсо көп бурчтукка **ичтен сызылган** деп айтылат (1-*сүрөт*).

Каалагандай үч бурчтукка сырттан айлана сызуугa болору жана ошол айлананын борбору үч бурчтуктун биссектрисалары кесилишкен чекитте экендиги менен 8-класста таанышкансың.

Эгерде көп бурчтуктун бурчтарынын саны үчтөн көп болсо, анда бул көп бурчтукка ар дайым эле ичтен айлана сызууга боло бербейт. Мисалы, квадраттан айырмалуу түрдө тик бурчтукка ичтен айлана сызууга болбойт (2-*сүрөт*).

Дагы 8-класстан белгилүү болгондой, төрт бурчтукка жалаң карама-каршы жаткан жактарынын суммасы барабар болгондо гана ичтен айлана сызууга болот (3-*сүрөт*).

Айланага сырттан сызылган көп бурчтуктун бурчунун жактары айланага жанып өткөндүктөн айлананын борбору ошол бурчтун биссектрисасында жатат (4-*сүрөт*). Демек, айланага сырттан сызылган көп бурчтуктун бурчтарынын биссектрисалары бир чекитте кесилишет.

Теорема. ***Эгерде r радиустуу айланага сырттан сызылган көп бурчтуктун аянты S, ал эми жарым периметри p болсо, анда S = pr болот.***

Далилдөө. Теореманын далилдөөсүн айланага сырттан сызылган *ABCDEF* алты бурчтуу үчүн чыгарабыз. Айлананын борбору болгон *O* чекитин көп бурчтуктун чокулары менен туташтырып, көп бурчтукту үч бурчтуктарга ажыратабыз. Бул үч бурчтуктардын бийиктиктери *r* ге барабар (5-*сүрөт*). Анда,

$$S = S_{AOB} + S_{BOC} + \ldots + S_{FOA} =$$
$$= \frac{1}{2} AB \cdot r + \frac{1}{2} BC \cdot r + \ldots + \frac{1}{2} FA \cdot r =$$
$$= \frac{AB + BC + \ldots + FA}{2} \cdot r = pr.$$

Теорема далилденди.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

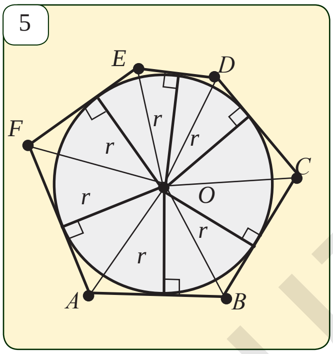
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселе. Айланага сырттан сызылган төрт бурчтуктун аянты 21 $см^2$ ге, ал эми периметри болсо 7 *см* ге барабар. Айлананын радиусун тап.

Чыгаруу. $S = pr$ формула боюнча,

$$r = \frac{S}{p} = \frac{21}{3,5} = 6\ (cm).$$

Жообу: 6 *см*.



Маселелер жана тапшырмалар

37.1. Жагы 6 *см* болгон а) тең жактуу үч бурчтукка; b) квадратка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.

37.2. Радиусу 5 *см* болгон айланага сырттан сызылган көп бурчтуктун аянты 18 $см^2$. Көп бурчтуктун периметрин тап.

37.3. 6-сүрөттөгү төрт бурчтуктардын периметрлерин тап.

37.4. 7-сүрөттөгү маалыматтар боюнча суралган кесиндини тап.

37.5. Айланага сырттан сызылган параллелограммдын ромб болушун далилде.

37.6. Тик бурчтуу үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын радиусу катеттеринин суммасы менен гипотенузасынын айырмасынын жарымына барабар экендигин далилде.

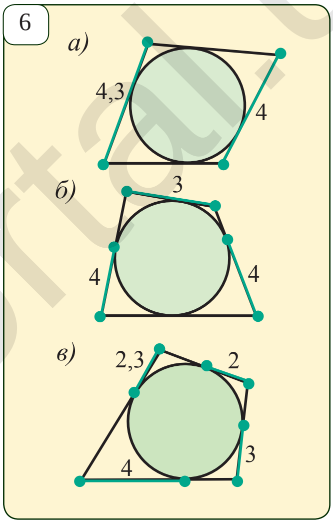
37.7. Айланага сырттан сызылган тең капталдуу трапециянын орто сызыгы анын каптал жагына барабар экендигин далилде.

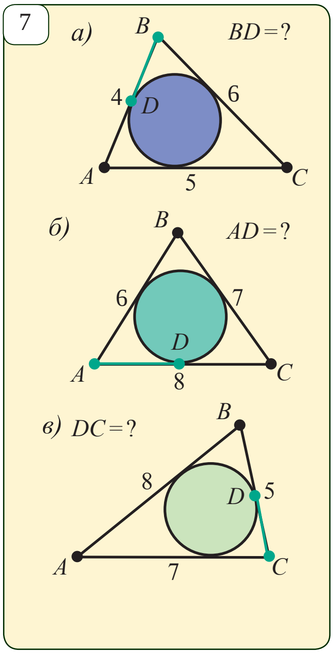
37.8. Негиздери 9 *см* жана 16 *см* болгон тең капталдуу трапеция айланага сырттан сызылган. Айлананын радиусун тап.

37.9*. *ABCD* төрт бурчтугу борбору *O* болгон айланага сырттан сызылган. *AOB* жана *COD* үч бурчтуктарынын аянттарынын суммасы төрт бурчтуктун аянтынын жарымына барабар экендигин далилде.

37.10*. Айланага сырттан сызылган трапециянын негиздери *a* жана *b* болсо, анда анын бийиктиги $\frac{\sqrt{ab}}{2}$ га барабар экендигин далилде.

37.11*. Чокулары *ABCD* болгон төрт бурчтуктун биссектрисаларынын кесилишинен алынган чекиттердеги *EFPQ* төрт бурчтугуна сырттан айлана сызууга болорун далилде.





http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

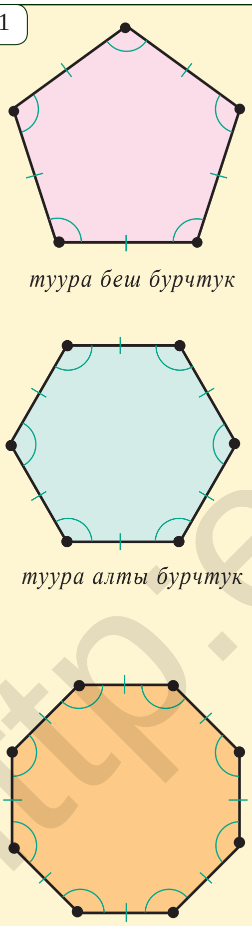
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

38 ТУУРА КӨП БУРЧТУКТАР

Активдештирүүчү көнүгүү

1. Кандай фигураларга көп бурчтуктар дейилет?
2. Көп бурчтуктун бурчтары, коңшулаш жактары, диагоналдары деп эмнеге айтылат?
3. Томпок көп бурчтук деп кандай көп бурчтукка айтылат?
4. Томпок көп бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теореманы айт.

Аныктама. Бардык жактары жана бардык бурчтары барабар болгон томпок көп бурчтукка **туура көп бурчтук** дейилет.



1

туура беш бурчтук

туура алты бурчтук

туура сегиз бурчтук

Тең жактуу үч бурчтук жана квадрат туура көп бурчтуктарга мисал боло алышат. 1-сүрөттө туура беш бурчтук, туура алты бурчтук жана туура сегиз бурчтуктар көрсөтүлгөн.

Теорема. ***Туура n бурчтуктун ар бир бурчу $\frac{n-2}{n}\cdot 180°$ ка барабар.***

Далилдөө. Туура n бурчтуктун бурчтарынын суммасы $(n-2)\cdot 180°$ ка барабар (8-класс). Демек, анын ар бир бурчу $\frac{n-2}{n}\cdot 180°$ ка барабар. *Теорема алилденди.*

Маселе. Туура $A_1A_2A_3A_4A_5$ беш бурчтугунда A_1A_3 жана A_1A_4 диагоналдарынын өз ара барабар экендигин көрсөт (2-*сүрөт*).

$A_1A_2A_3A_4A_5$ — *туура беш бурчтук* ⇒ $A_1A_3 = A_1A_4$

Чыгаруу. Үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча $A_1A_2A_3$ жана $A_1A_5A_4$ үч бурчтуктары өз ара барабар. Чындыгында да, туура көп бурчтуктун жактары жана бурчтары барабар болгондуктан

$$A_1A_2 = A_1A_5,\ A_2A_3 = A_5A_4 \text{ жана } \angle A_1A_2A_3 = \angle A_1A_5A_4.$$

Демек, $\Delta A_1A_2A_3 = \Delta A_1A_5A_4$. Бул жерден

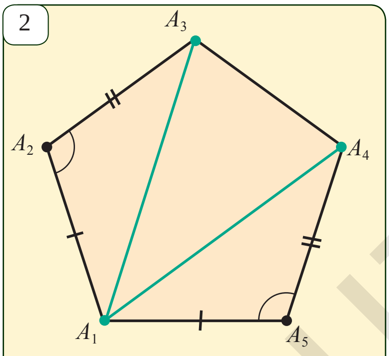
$A_1A_3 = A_1A_4$ экендиги келип чыгат.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Натыйжа. ***Туура беш бурчтуктардын бардык диагоналдары өз ара барабар.***

2



Маселелер жана тапшырмалар

38.1. Туура болбогон көп бурчтуктарга мисалдар келтир жана эмне үчүн туура эместигин түшүндүр.

38.2. Төмөнкү ырастоолордон туураларын тап:

a) бардык жактары барабар болгон үч бурчтук туура болот;

b) бардык жактары барабар болгон төрт бурчтук туура болот;

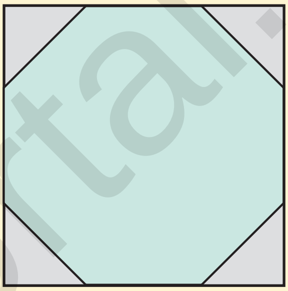
d) бардык бурчтары барабар болгон төрт бурчтук туура болот;

e) бардык бурчтары барабар болгон ромб туура болот;

f) бардык жактары барабар болгон тик бурчтук туура болот.

38.3. Эгерде a) n= 3; b) n= 5; d) n = 6; e) n = 10; f) n = 18 болсо, анда туура n бурчтуктун бурчтарын тап.

3



38.4. Туура n бурчтуктун тышкы бурчу эмнеге барабар болот? Эгерде a) n = 3; b) n = 5; d) n = 6; e) n = 10; f) n = 12 болсо, анда туура n бурчтуктун тышкы бурчун тап.

38.5. Туура n бурчтуктун ар чокусунан бирден алынган тышкы бурчтарынын суммасы 360° ка барабар экендигин далилде.

38.6. Эгерде туура көп бурчтуктун ар бир бурчу a) 60°; b) 90°; d) 135°; e) 150° болсо, анда ошол көп бурчтуктун жактарынын санын тап.

38.7. Туура $ABCDEF$ алты бурчтугу берилген.

a) AC жана BD диагоналдарынын барабар экендигин далилде.

b) ACE — туура үч бурчтук болушун далилде.

d) AD, BE жана CF диагоналдары өз ара барабар экендигин далилде.

38.8. Жагы 10 *см* болгон туура a) беш бурчтуктун; b) алты бурчтуктун; d) сегиз бурчтуктун; e) он эки бурчтуктун; f) он сегиз бурчтуктун кичине диагоналын эсепте.

38.9. Туура көп бурчтуктун квадрат болушун далилде.

38.10*. Квадраттын жагы a га барабар. Анын жактарына ар бир чокусунан баштап диагоналынын жарымына барабар болгон кесиндилер коюлду. Натыйжада 3-сүрөттө көрсөтүлгөн сегиз бурчтук алынды. Анын түрүн аныкта жана аянтын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

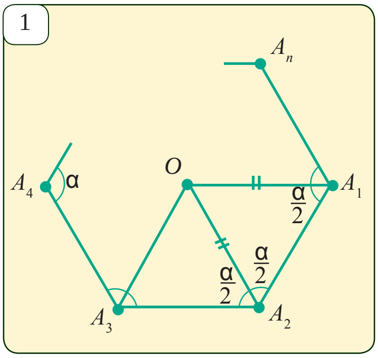
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

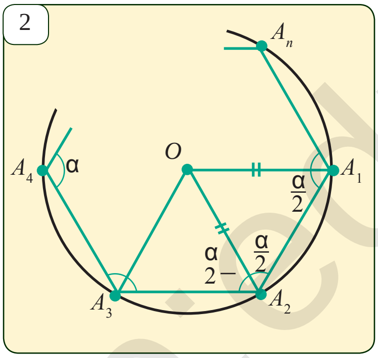
39 ТУУРА КӨП БУРЧТУККА ИЧТЕН ЖАНА СЫРТТАН СЫЗЫЛГАН АЙЛАНАЛАР

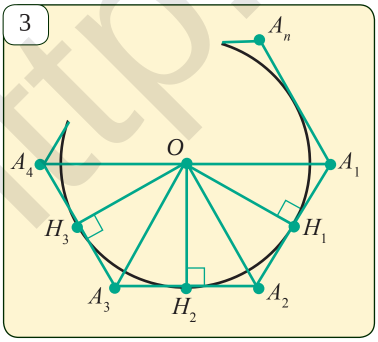
Активдештирүүчү көнүгүү

1. Айланага ичтен сызылган көп бурчтук деп кандай көп бурчтукка айтылат?
2. Айланага сырттан сызылган көп бурчтук деп кандай көп бурчтукка айтылат?
3. Каалагандай көп бурчтук айланага ичтен (сырттан) сызылган болушу мүмкүнбү?

***Теорема.** Ар кандай туура көп бурчтукка ичтен да, сырттан да айлана сызууга болот.*







Далилдөө. Алсак, $A_1A_2 \dots A_n$ — туура көп бурч¬тук, ал эми O — A_1 жана A_2 бурчтарынын биссектрисаларынын кесилиш чекити болсун. Бул туура көп бурчтуктун бурчун α менен белгилейли.

1. $OA_1=OA_2=\dots=OA_n$ экендигин далилдейбиз (1-*сүрөт*). Бурчтун биссектрисасынын аныктамасы боюнча,

$$\angle OA_1A_2=\angle OA_2A_1=\frac{\alpha}{2}.$$

Демек, A_1OA_2 — тең капталдуу үч бурчтук. Бул жерден, $OA_1=OA_2$ келип чыгат. ΔA_1A_2O жана ΔA_3A_2O үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгиси боюнча өз ара барабар, анткени $A_1A_2=A_3A_2$, A_2O — жагы жалпы жана

$$\angle OA_1A_2=\angle OA_2A_1=\frac{\alpha}{2}.$$

Ошондуктан $OA_3=OA_1$. Куду ушундай жол менен $OA_4=OA_2$, $OA_5=OA_3$ жана башка барабардыктардын орундуу болушу көрсөтүлөт.

Ошентип, $OA_1=OA_2= \dots =OA_n$, башкача айтканда борбору O жана радиусу OA_1 болгон айлана көп бурчтукка сырттан сызылган айланадан турган болот (2-*сүрөт*).

2. Жогоруда айтылгандар боюнча тең капталдуу A_1OA_2, A_2OA_3, … A_nOA_1 үч бурчтуктар өз ара барабар. Ошондуктан бул үч бурчтуктардын O чокусунан түшүрүлгөн бийиктиктери да барабар болушат (3-*сүрөт*):

$$OH_1=OH_2= \dots =OH_n.$$

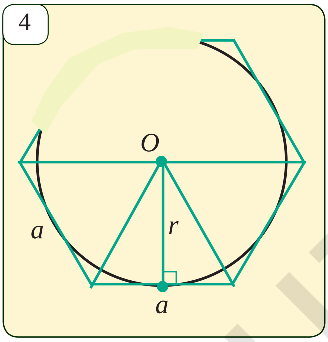
Демек, борбору O жана радиусу OH_1 кесиндисине барабар болгон айлана көп бурчтуктун бардык жактарына жанып өтөт. Башкача айтканда, бул айлана көп бурчтукка ичтен сызылган айлана болот. *Теорема далилденди.*

***Натыйжа.** Туура көп бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган айланалардын борборлору бир чекитте болот.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

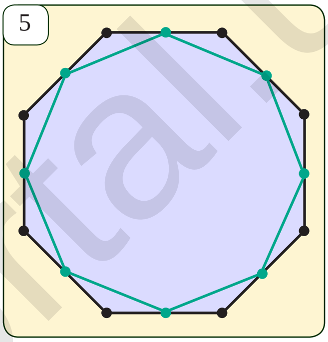
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Бул чекитке туура көп бурчтуктун **борбору** дейилет. Көп бурчтуктун борборун анын эки коңшулаш чокулары менен туташтырган шоолалардан турган бурчка (1-*сүрөттөгү* A_1OA_2, A_2OA_3 ... бурчтар) анын **борбордук бурчу** дейилет. Туура көп бурчтуктун борборунан анын жагына түшүрүлгөн перпендикулярга (3-*сүрөттөгү* OH_1 OH_2 ... кесиндилер) анын **апофемасы** дейилет.



Маселе. Эгерде туура *n* бурчтуктун жагы *a*, ал эми ага ичтен сызылган айлананын радиусу *r* болсо, анда аянты $S=\frac{1}{2}nar$ формуласы аркылуу эсептөөгө болорун далилде. (4-сүрөт).

Чыгаруу. Көп бурчтуктун жарым периметри $p=\frac{1}{2}na$ болгондуктан, айланага сырттан сызылган көп бурчтук аянтын табуу формуласы $S=pr$ боюнча $S=\frac{1}{2}nar$ болот.



Маселелер жана тапшырмалар

39.1. Аянты 36 $см^2$ болгон квадратка ичтен жана сырттан сызылган айланалардын радиустарын тап.

39.2. Периметри 18 *см* болгон туура үч бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган айланалардын радиустарын тап.

39.3. Туура алты бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусу анын жагына барабар болушун далилде.

39.4. Туура көп бурчтуктун жактарынын ортолору кайра туура көп бурчтукту пайда кылышын далилде (5-*сүрөт*).

39.5. Туура үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын радиусу сырттан сызылган айлананын радиусунан эки эсе кичине экендигин далилде.

39.6*. Туура көп бурчтуктун каалагандай эки жагынын орто перпендикулярлары же бир чекитте кесилишин, же бир түз сызыкта жатышын далилде.

39.7. Айланага ичтен сызылган туура көп бурчтуктун бир жагы айланадан а) 60°; b) 30°; d) 36°; e) 18°; f) 72° ка барабар болгон жааны бөлөт. Көп бурчтуктун канча жагы бар?

39.8. Кагаздан бирдей алты туура үч бурчтук кыркып ал. Алардан пайдаланып туура алты бурчтук түз. Жактары барабар болгон туура алты бурчтук менен үч бурчтуктун аянттарынын катышын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

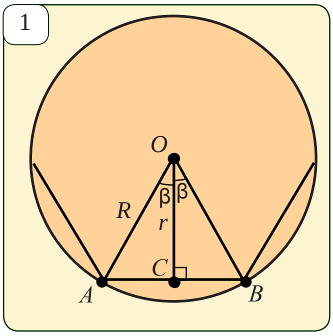
40 ТУУРА КӨП БУРЧТУКТАРДЫН ЖАКТАРЫ МЕНЕН ИЧТЕН ЖАНА СЫРТТАН СЫЗЫЛГАН АЙЛАНАЛАРДЫН РАДИУСТАРЫНЫН ОРТОСУНДАГЫ БАЙЛАНЫШ

Активдештирүүчү көнүгүү

Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчунун а) синусу; b) косинусу; d) тангенси деп эмнеге айтылат?

Жагы a_n ге барабар болгон туура n бурчтугуна сырттан сызылган айлананын R радиусу менен ичтен сызылган айлананын r радиусун эсептөө үчүн формулаларды табабыз. Муну үчүн тик бурчтуу ACO үч бурчтугунан пайдаланабыз. Бул жерде O — көп бурчтуктун борбору, C — көп бурчтуктун AB жагынын ортосу (1-*сүрөт*).

1



Анда,

$$\beta=\angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\cdot\frac{360^\circ}{n}=\frac{180^\circ}{n};$$

$$R=OA=\frac{AC}{\sin\beta}=\frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}; \qquad r=OC=\frac{AC}{tg\beta}=\frac{a_n}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}};$$

$$r=OC=OA\cdot\cos\beta=R\cos\frac{180^\circ}{n}.$$

Бул формулалардан пайдаланып айрым туура көп бурчтуктардын жагы, ичтен жана сырттан сызылган айланалардын радиустары ортосундагы байланыштарды табабыз.

1. *Туура үч бурчтук үчүн (n=3):*

$$\beta=\frac{180^\circ}{3}=60^\circ; \quad R=\frac{a_3}{2\sin 60^\circ}=\frac{a_3}{\sqrt{3}}; \quad r=\frac{a_3}{2\operatorname{tg}60^\circ}=\frac{a_3}{2\sqrt{3}}; \quad R=2r.$$

2. *Квадрат үчүн (n=4):*

$$\beta=\frac{180^\circ}{4}=45^\circ; \quad R=\frac{a_4}{2\sin 45^\circ}=\frac{a_4}{\sqrt{2}}; \quad r=\frac{a_4}{2\operatorname{tg}45^\circ}=\frac{a_4}{2}; \quad R=r\sqrt{2}.$$

3. *Туура алты бурчтук үчүн (n=6):*

$$\beta=\frac{180^\circ}{6}=30^\circ; \quad R=\frac{a_6}{2\sin 30^\circ}=a_6; \quad r=\frac{a_6}{2\operatorname{tg}30^\circ}=\frac{a_6\sqrt{3}}{2}; \quad R=\frac{2r}{\sqrt{3}}.$$

Маселе. Туура n бурчтуктун a_n жагын ошол көп бурчтукка сырттан сызылган айлананын R радиусу жана ичтен сызылган айлананын r радиусу аркылуу туюнт.

Чыгаруу. $R=\dfrac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$ жана $r=\dfrac{a_n}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$ формулаларынан $a_n=2R\sin\dfrac{180^\circ}{n}$ жана $a_n=2r\operatorname{tg}\dfrac{180^\circ}{n}$ формулаларын алабыз. Жалиысынан алганда, $n=3$ болсо, анда $n=3$ bo‘lsa, $a_3=R\sqrt{3}=2r\sqrt{3}$.

Маселелер жана тапшырмалар

40.1. Жагы 15 *см* болгон а) туура үч бурчтукка; b) туура төрт бурчтукка; d) туура алты бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган айланалардын радиустарын эсепте.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

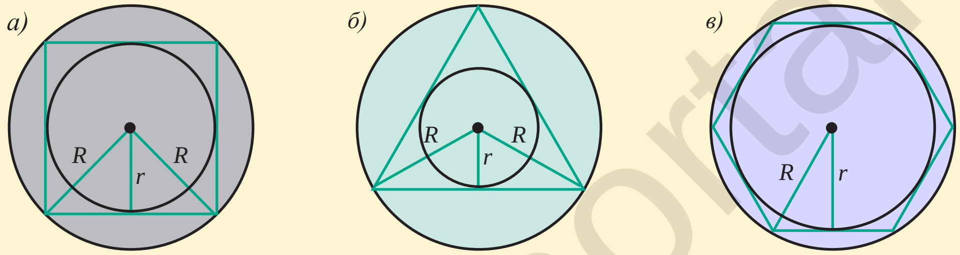
40.2. 2-сүрөттө R радиустуу айланага ичтен сызылган квадрат, туура үч бурчтук жана туура алты бурчтук көрсөтүлгөн. Берилген жадыбалдарды дептериңе көчүрүп, анын бош чакмактарын толтур (a_n — көп бурчтуктун жагы, P — көп бурчтуктун периметри, S — анын аянты, r — ага ичтен сызылган айлананын радиусу).

40.3. Радиусу 8 *см* болгон айланага ичтен сызылган туура он эки бурчтуктун ар бир чокусунан чыккан диагоналдарын тап.

40.4. Айланага ичтен сызылган туура үч бурчтуктун периметри 24 *см*. Ошол айланага ичтен сызылган квадраттын жагын тап.

40.5. Цилиндр формасындагы жыгачтан негизинин жагы 20 *см* болгон: а) квадрат; b) туура алты бурчтук болгон призма көрүнүшүндөгү устун даярдоо керек? Жыгачтын туурасынан кесилишинин диаметри аз дегенде канча болууга тийиш?

2



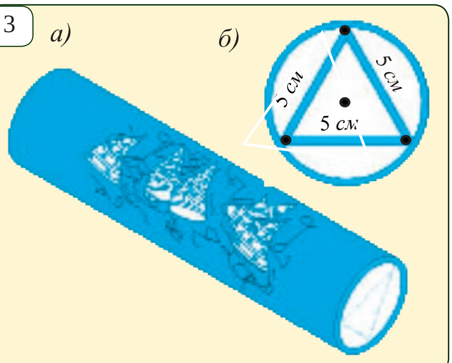
	R	r	a_4	P	S
1.			6		
2.		2			
3.	4				
4.				28	
5.					16

	R	r	a_3	P	S
1.	3				
2.					10
3.		2			
4.			5		
5.				6	

	R	r	a_6	P	S
1.	4				
2.		5			
3.			6		
4.				42	
5.					$24\sqrt{3}$

40.6. 3-*а* сүрөттө берилген, түркүн-түмөн түстөгү орнаменттерди кызыгып көрсө боло турган "Калейдоскоп" деп аталган оюнчук сага тааныш болсо керек. Оюнчук түтүктөн жана күзгүнүн 3 бөлүгүнөн турат. 3-б сүрөттө анын туурасынан кесилиши көрсөтүлгөн жана өлчөмдөрү берилген. Калейдоскоптун туурасынан кесилишинин радиусун тап.

3



http://eduportal.uz

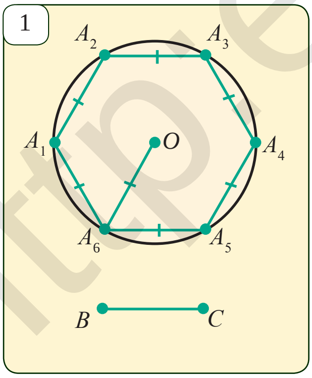
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

41 БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. **Төмөндөгү көп бурчтуктардын кайсы бирине ичтен сызылган айлана болбойт?**
   А) Үч бурчтукка; Б) Квадраттан айырмалуу ромбго;
   В) Квадратка; Г) Ромбдон айырмалуу туура төрт бурчтукка.
2. **Төмөнкү көп бурчтуктардын кайсы бирине сырттан айлана сызууга болбойт?**
   А) Үч бурчтукка; Б) Квадраттан айырмалуу ромбго;
   В) Квадратка; Г) Ромбдон айырмалуу туура төрт бурчтукка.
3. **Айланага ичтен сызылган бардык *ABCD* төрт бурчтуктар үчүн туура эмес барабардыкты тап.**
   А) $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$; Б) $AB+CD=BC+AD$;
   В) $\angle A+\angle C=180°$; Г) $\angle B+\angle D=180°$.
4. **Айланага сырттан сызылган бардык *ABCD* төрт бурчтуктар үчүн туура эмес барабардыкты тап.**
   А) $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$; Б) $AB+CD=BC+AD$;
   В) $\angle A+\angle C=180°$; Г) $AB-BC=AD-CD$.
5. **Жактары 5 *см* жана 12 *см* болгон тик бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусун тап.**
   А) 6 *см*; Б) 6,5 *см*; В) 7 *см*; Г) 7,5 *см*.
6. **Туура 24 бурчтуктун ички бурчтарын тап.**
   А) 120°; Б) 135°; В) 150°; Г) 165°.
7. **Ар бир тышкы бурчу 60° болгон үзгүлтүксүз көп бурчтуктун бурчтарынын жыйындысын тап.**
   А) 540°; Б) 360°; В) 90°; Г) 720°.



II. Түзүү боюнча маселелер.

1. Жагы берилген кесиндиге барабар туура алты бурчтук түз. Мында туура алты бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиусу алты бурчтуктун жагына барабар экендигинен жана 1-сүрөттөн пайдалан.

2. 2-4-сүрөттөрдөгү маалыматтардан пайдаланып, берилген айланага ичтен сызылган а) туура үч бурчтук; b) квадрат; е) туура сегиз бурчтукту түз.

3. 5-сүрөттөн пайдаланып, берилген айланага сырттан сызылган туура алты бурчтук түз (5-сүрөттө көрсөтүлгөн айланага сырттан сызылган туура алты бурчтуктун чокуларынан айланага жүргүзүлгөн жаныма сызыктарда жатат).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

III. Маселелер.

1. Туура үч бурчтуктун, квадраттын жана туура алты бурчтуктун жактары бири-бирине барабар. Алардын аянттарынын катышын тап.

2\. Бир айланага ичтен жана сырттан сызылган туура алты бурчтуктардын аянттарынын катышын тап.

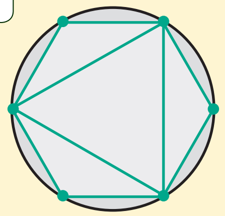
3\. Туура а) алты бурчтук; b) сегиз бурчтук; d) он эки бурчтуктун параллель жактарынын ортосундагы аралык 10 *см* ге барабар. Көп бурчтуктун жагын тап.

4\. Радиусу R болгон айланага $A_1A_2 \ldots A_8$ туура сегиз бурчтугу ичтен сызылган. $A_3A_4A_7A_8$ төрт бурчтугунун тик бурчтук экендигин далилде жана анын аянтын тап.

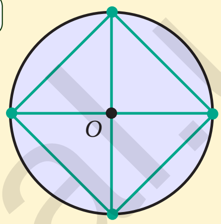
5\. Айланага сырттан сызылган тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы бул айланага жаныма чекитинде 4 *см* жана 6 *см* узундуктагы кесиндилерге бөлүнөт. Үч бурчтуктун аянтын тап.

6\. Туура алты бурчтуктун бир чокусунан чыккан эң чоң жана эң кичине диагоналдары арасындагы бурчту тап.

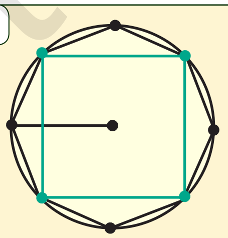
2



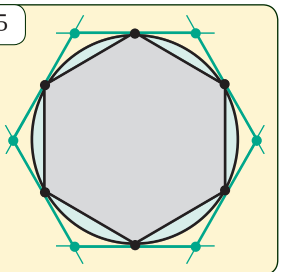
3



4



5



IV. Өзүңдү сынап көр (текшерүү иши үлгүсү).

1\. Катеттери 10 *см* жана 24 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтукка ичтен сызылган жана сырттан сызылган айланалардын радиустарын тап.

2\. Радиусу 5 *см* айланага сырттан сызылган ромбдун бир бурчу 150° ка барабар. Ромбунун а) переметрин; b) диагоналдарын; d) аянтын тап.

3\. Жагы 4 *см* болгон туура алты бурчтуктун бир чокусунан чыккан диагоналын тап.

4\. (*Кошумча*). Радиусу 3 *см* болгон айланага ичтен сызылган туура алты бурчтук жана туура үч бурчтук аянттарынын айырмасын тап.

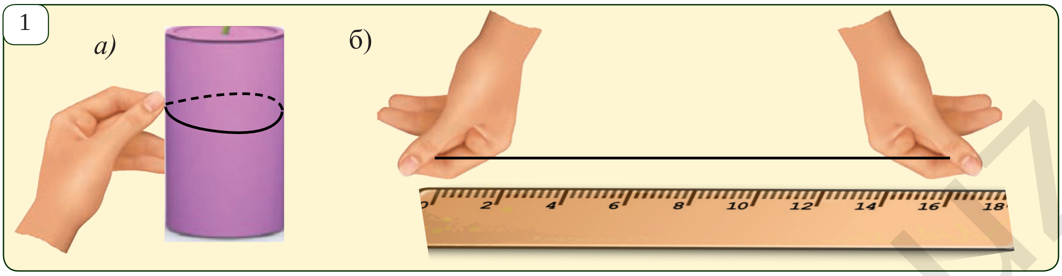
Тарыхтан бир үзүм. Каалаган туура көп бурчтукту циркуль жана сызгычтын жардамында жасоого болбойт. Муну 1801-жылы немец математиги Карл Гаусс (1777—1855) алгебралык усул менен далилдеген. Ал эгерде n санынын $2^m p_1 p_2 \ldots p_n$ жайылмасындагы $p_1, p_2, \ldots p_n$ түрдүү жөнөкөй сандар $2^{2^k}+1$ көрүнүшүндө болсо гана туура n бурчтукту циркуль менен сызгычтын жардамында түзүүгө болорун далилдеди. Бул жерде m жана k терс болбогон бүтүн сандар.

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

42 АЙЛАНАНЫН УЗУНДУГУ



Активдештирүүчү көнүгүү

1. Адатта түтүк бөлүгүнүн туурасынан кесилиши айланадан турат. Ичке жипти бир учунан баштап түтүккө бир жолу оро. Бир жолу орогонго жеткен жиптин бөлүгү түтүктүн туурасынан кесилишинин, башкача айтканда айлананын узундугу болот. Аны сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып сызгычтын жардамында чене.
2. Жогорудагы усул менен түтүктүн туурасынан кесилишинин диаметрин аныкта.
3. Аныкталган айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышын эсепте.
4. Жогоруда берилген ченөө жана эсептөө иштерин дагы түрдүүчө өлчөмдөрдөгү түтүктүн бөлүктөрү менен да аткарып, айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катыштарын тап.
5. Көнүгүүнүн натыйжасы боюнча айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышы жөнүндө кандай жыйынтык чыгарууга болот?

Теорема. ***Айлананын узундугунун айлананын диаметрине болгон катышы айлананын радиусунан көз каранды эмес, башкача айтканда ар кандай айлана үчүн бул катыш бирдей сан болуп эсептелет.***

Далилдөө. Каалагандай эки айлананы алабыз. Алардын радиустары R_1 жана R_2, ал эми узундуктары болсо тиешелүү түрдө C_1 жана C_2 болсун. $\frac{C_1}{2R_1}=\frac{C_2}{2R_2}$ барабардыгын далилдешибиз керек. Эки айланага тең туура n бурчтукту ичтен сызабыз. Алардын периметрлерин тиешелүү түрдө $P1$ жана P_2 деп белгилейли. Анда,

$P_1=n\cdot 2R_1\sin\frac{180^\circ}{n}$, $P_2=n\cdot 2R_2\sin\frac{180^\circ}{n}$ болгондуктан $\frac{P_1}{P_2}=\frac{2R_1}{2R_2}$ (*) болот.

Бул барабардык ар кандай n үчүн туура. n саны чоңоюп отурса, анда берилген айланага ичтен сызылган n бурчтуктун периметри P_1 ошол айлананын узундугу C_1 ге жакындашып барат. Ошого окшоп P_2 да C_2 ге жакындашат.

Ошондуктан $\frac{P_1}{P_2}$ катышы $\frac{C_1}{C_2}$ катышына барабар болот (мунун толук далилдениши математиканын жогорку баскычтарында үйрөнүлөт). Ошентип, (*) барабардыгынан $\frac{C_1}{C_2}=\frac{2R_1}{2R_2}$; ал эми бул жерден болсо $\frac{C_1}{2R_1}=\frac{C_2}{2R_2}$ барабардыгы келип чыгат. *Теорема далилденди.*

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышын грек алфавитинин π тамгасы менен белгилөө кабыл алынган (*«пи» деп окулат*). Айлананын узундугунун анын диаметрине болгон катышын "π" тамгасы менен белгилөөнү илимге улуу математик Леонард Эйлер (1707— 1783) киргизген. Грекчеде "айлана" сөзү ошол тамга менен башталат. π иррационалдык сан болуп, практикада анын 3,1416 га барабар болгон жакындаштырылган маанисинен пайдаланылат.

Ошентип, $\frac{C}{2R}=\pi$. Бул барабардыктан радиусу R ге барабар болгон айлананын узундугу үчүн $C=2\pi R$ формуласын алабыз.

Маселе. Жагы 6 *см* болгон туура үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын узундугун тап.

Чыгаруу. Туура үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын узундугун табуунун формуласы $R=\frac{a_3}{\sqrt{3}}$ боюнча, $R=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ (*см*). Эми, айлананын узундугун табуунун формуласынан

$$C=2\pi R=2\pi\cdot 2\sqrt{3}=4\pi\sqrt{3}\ (см).$$

Жообу: $4\pi\sqrt{3}$ *см*.

Маселелер жана тапшырмалар

42.1. Кандай сан π менен белгиленет? Радиусу R ге барабар болгон айлананын узундугун табуунун формуласынан пайдаланып, жадыбалды толтур (π≈3,14 деп эсепте).

C			82	18π		6,28	
R	4	3			0,7		101,5

42.2. Эгерде айлананын радиусу a) 3 эсе чоңойсо; b) 3 *см* ге чоңойсо; d) 3 эсе азайса; e) 3 *см* ге азайса, анда айлананын узундугу канчага өзгөрөт?

42.3. Эгерде Жер шары экваторунун 40 миллиондон бир бөлүгү 1 *м* ге барабар болсо, анда Жер шарынын радиусун тап.

42.4. a) Жагы *a* га барабар болгон туура үч бурчтукка; b) катеттери *a* жана *b* болгон тик бурчтуу үч бурчтукка; d) негизи *a* жана каптал жагы *b* болгон тең капталдуу үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын узундугун тап.

42.5. a) Жагы *a* га барабар болгон квадратка; b) гипотенузасы *c* га барабар болгон тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтукка; d) гипотенузасы *c*, ал эми тар бурчу α болгон тик бурчтуу үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын узундугун тап.

2

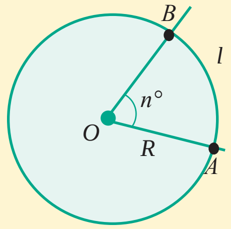
42.6. Тепловоз 1413 *м* жол жүрдү. Бул жерде анын дөңгөлөгү 300 жолу айланды. Тепловоздун дөңгөлөгүнүн диаметрин тап.

42.7. Жеңил автомобиль дөңгөлөгүнүн айланасынын радиусу 24 *см* ге барабар. Автомобиль 100 *км* жол жүрсө, анда анын дөңгөлөгү канча жолу айланат(2-*сүрөт*)?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

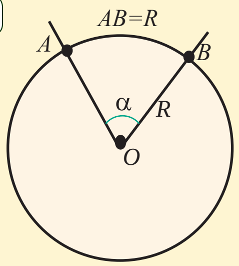
43 АЙЛАНА ЖААСЫНЫН УЗУНДУГУ. БУРЧТУН РАДИАНДЫК ЧЕНИ

1



$l = \frac{\pi R}{180^\circ} n^\circ$

2



$\alpha = 1$ *радиан* $\approx 57^\circ 17' 45''$

1. n° *туу борбордук бурч тирелген жаанын узундугу.*

Алсак, радиусу R ге барабар болгон айланада n° туу борбордук бурч AOB берилген болсун (1-*сүрөт*). AOB борбордук бурчка керилген AB жаасынын градустук өлчөмү n° же n° туу деп жүргүзүүлөрүн эскертип кетебиз.

Радиусу R ге барабар болгон бүтүн айлананын, башкача айтканда 360° туу жаанын узундугу $2\pi R$ ге барабар болгондуктан, $\frac{2\pi R}{360^\circ}$ $\frac{\pi R}{180^\circ}$

1° туу жаанын узундугу $= \frac{\pi R}{180^\circ}$.

Анда, n° туу жаанын узундугу $l = \quad \cdot n^\circ$ формуласы менен аныкталат (1-*сүрөт*).

2. *Бурчтун радиандык чени.*

Математикалык ченөөлөрдү жүргүзүүдө бурчтун градустук чени менен бир катарда анын радиандык чени да колдонулат.

Айлана жаасынын узундугунун радиуска болгон катышы жогорудагы формуланын негизинде: $\frac{l}{R} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot n^\circ$ ка барабар.

Демек, айлана жаасынын узундугунун радиуска болгон катышы ошол жаага тирелген борбордук бурчтун чоңдугуна гана көз каранды экен. Бул касиеттен пайдаланып, бурчтун радиандык чени иретинде дал ошол катышты алабыз:

$$\alpha = \frac{l}{R} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot n^\circ.$$

Адатта, радиан сөзү жазылбайт. Мисалы: 5 радиандын ордуна 5 деп жазылат. Бир радиан $\frac{180^\circ}{\pi}$ ге барабар: $1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45''$.

Бурчтун градустук ченинен радиандык ченине өтүү үчүн

$$\alpha = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot n^\circ$$

формуласынан пайдаланылат.

Ошентип, n° туу бурчтун радиандык ченин табуу үчүн анын градустук ченин $\frac{\pi}{180^\circ}$ ка көбөйтүү жетиштүү экен. Жекече учурда 180° туу бурчтун радиандык чени π ге барабар, 90° туу, б.а. тик бурчтун радиандык чени $\frac{\pi}{2}$ ге барабар болот.

α радианга барабар болгон борбордук бурчка тиешелүү жаанын узундугу $l = \alpha R$ формуласы менен эсептелет.

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE
http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселе. Эки бурчу тиешелүү түрдө 30° жана 45° болгон үч бурчтуктун бурчтарынын радиандык чендерин тап.

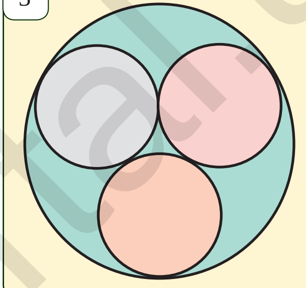
Чыгаруу. Үч бурчтуктун 30° туу бурчунун радиандык чени $30° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{6}$, ал эми 45° туу бурчунун радиандык чени $45° \cdot \frac{\pi}{180°} = \frac{\pi}{4}$. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка, б.а. π ге барабар экендиги жөнүндөгү теоремага негизделип үч бурчтуктун үчүнчү бурчунун радиандык ченин табабыз

$$\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$$

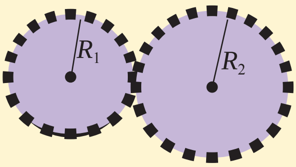
Жообу: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$ жана $\frac{7\pi}{12}$.

Маселелер жана тапшырмалар

3



4



43.1. Радиусу 6 *см* болгон айлананын градустук чени a) 30°; b) 45°; c) 90°; d) 120° болгон жаасынын узундугун тап.

43.2. a) 40°; b) 60°; d) 75° ка барабар болгон бурчтун радиандык ченин тап.

43.3. a) 1,2; b) $\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{5\pi}{6}$ радианга барабар болгон бурчтун градустук ченин тап.

43.4. Эгерде айлананын радиусу 5 *см* болсо, анда анын a) $\frac{\pi}{8}$; b) $\frac{2\pi}{5}$; c) $\frac{3\pi}{4}$ радианга барабар борбордук бурчка керилген жаасынын узундугун тап.

43.5. Радиусу 12 *см* болгон айланага *ABC* үч бурчтугу ичтен сызылган. Эгерде a) $\angle A=30°$; b) $\angle A=120°$ болсо, *A* чекитин өз ичине албаган *BC* жаанын узундугун тап.

43.6. Айлананын тең хордалары айланадан тең жааларды бөлүшүн далилде.

43.7*. Эки айлана бири-биринин борборунан өтөт. Бул айланалардын жалпы хордасы эки айланадан тең бөлгөн жаалардын узундуктарынын катышын тап.

43.8*. Радиустары бирдей болгон үч айлана бири-бири менен сырттан, ал эми радиусу *R* ге барабар болгон айланага ичтен жанышат (3-*сүрөт*): a) айланалардын радиустарын тап; b) боёлгон фигураны чектеген жаалардын узундуктарын тап.

Кызыктуу маселе

4-сүрөттө көрсөтүлгөн эки тиштүү дөңгөлөктөр бири-бирине "тиштетилген". Дөңгөлөктөрдүн радиустары R_1 жана R_2. Биринчи дөңгөлөк *n* жолу айланганда экинчи дөңгөлөк канча жолу айланат?

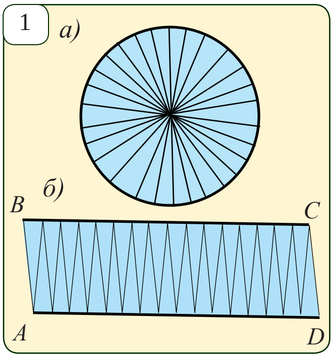
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

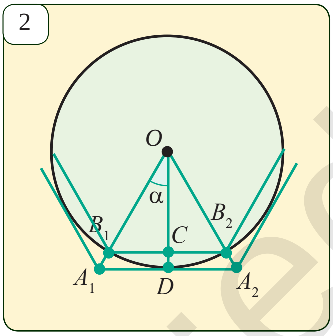
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

44 ТЕГЕРЕКТИН АЯНТЫ

Эреже. Тегиздиктин берилген *O* чекитинен берилген *R* аралыктан чоң болбогон аралыкта жаткан бардык чекиттерден түзүлгөн фигура **тегерек** деп аталат.

Мында *O* чекити тегеректин борбору, *R* тегеректин **радиусу** деп аталат. Тегеректин чегарасы борбору *O* чекитте, радиусу *R* ге барабар болгон айланадан турат.





Активдештирүүчү көнүгүү

Бир барак кагазга жоон сызык менен айлана сыз жана 1.а сүрөттө көрсөтүлгөн сыяктуу анын бир нече диаметрлерин жүргүзүп, тегеректи тең бөлүктөргө бөл. Андан кийин ошол бөлүктөрдү кыркып ал жана 1.б сүрөттө көрсөтүлгөндөй терип, *F* фигурасын түз. Эгерде тегерек каалаганча көп барабар бөлүктөргө бөлүнүп, ошол бөлүктөр сүрөттө көрсөтүлгөн тартипте терилсе, анда натыйжада тик бурчтукка абдан жакын турган *F* фигурасы алынат.

а) *F* фигурасынын тик бурчтук формасына абдан жакын экендигин эсепке алып, анын *AB* жагы болжол менен эмнеге барабар болушун тап (көрсөтмө: *AB* жагын тегеректин радиусу менен салыштыр).

b) *F* фигуранын *BC* «жагы» болжол менен эмнеге барабар болот? (Көрсөтмө: *BC* жана *AD* жактарынын жоон сызык менен сызылганына, б.а. айлананын жааларынан тургандыгына көңүл бур).

d) *F* фигурасынын *ABCD* тик бурчтук формасына абдан жакын экендигин эсепке алып, анын аянтын болжолдуу түрдө эсепте. *F* фигурасынын аянты тегеректин аянтына абдан жакын экендигин эсте тутуп, тегеректин аянты жөнүндө жыйынтык чыгар.

Теорема. ***Радиусу R ге барабар болгон тегеректин аянты πR^2 ка барабар.***

Далилдөө. Радиусу R жана борбору O чекитинде болгон айлананы карап көрөбүз. Айланага сырттан сызылган $A_1A_2 \ldots A_n$ жана ичтен сызылган $B_1B_2 \ldots B_n$ туура *n* бурчтуктардын аянттары тиешелүү түрдө S'_n жана S''_n болсун (2-*сүрөт*).

A_1OA_2 жана B_1OB_2 үч бурчтуктарынын аянттарын табабыз:

$$S'_{A_1OA_2}=\frac{1}{2}A_1A_2\cdot OD=\frac{1}{2}A_1A_2\cdot R;\quad S''_{B_1OB_2}=\frac{1}{2}B_1B_2\cdot OC=\frac{1}{2}B_1B_2\cdot OB_1\cos\alpha=\frac{1}{2}B_1B_2\cdot R\cos\alpha.$$

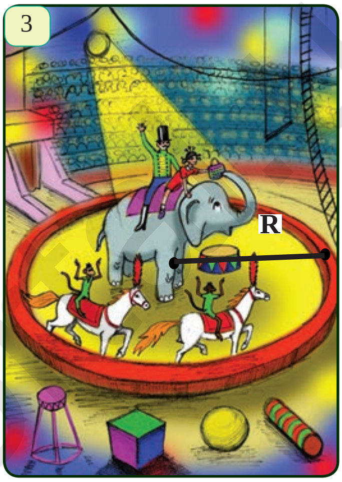
Анда, $S''_n=n\cdot\frac{1}{2}AA_1\cdot R=\frac{1}{2}P_nR,\quad S'_n=n\cdot\frac{1}{2}B_1B_2\cdot R\cos\alpha=\frac{1}{2}P_nR''\cos\alpha$ (1)

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Бул жерде P'_n жана P''_n тиешелүү түрдө $A_1A_2...A_n$ жана $B_1B_2...B_n$ көп бурчтуктарынын периметрлери. $\alpha=\frac{180^\circ}{n}$ болгондуктан π нин жетиштүүчө чоң маанилеринде cosα нын мааниси бирден, P'_n жана P''_n лердин маанилери айлананын узундугунан, б.а. $2\pi R$ ден каалаганча аз айырмаланат. Анда, (1) барабардыгы боюнча, n дин жетиштүүчө чоң маанилеринде көп бурчтуктардын аянты πR^2 ка жакындашып барат. Бул жерден, тегеректин аянты үчүн $S=\pi R^2$ формуласы келип чыгат.

Теорема далилденди.



Маселе. Циркттин аренасынын айланасынын узундугу 41 *м*. Арененын радиусун жана аянтын тап.

Чыгаруу. 1) Айлананын узундугун табуу формуласынан анын радиусун табабыз (3-*сүрөт*):

$$R=\frac{C}{2\pi}\approx\frac{41}{2\cdot 3{,}14}\approx 6{,}53\ (м).$$

2) Тегеректин аянтын эсептөө формуласынан арененын аянтын табабыз: $S=\pi R^2\approx 3{,}14\cdot 6{,}53^2\approx 133{,}84\ (м^2)$.

Жообу: $R\approx 6{,}53$ *м*; $S\approx 133{,}84$ *м*².

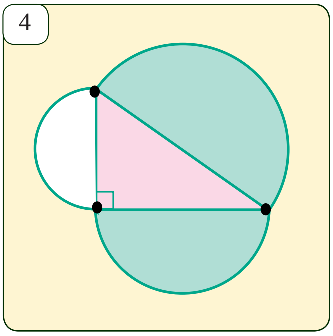
Маселелер жана тапшырмалар

44.1. Тегеректин аянтын эсептөө формуласын негизде.

44.2. Радиусу R ге барабар болгон тегеректин S аянтын табуу формуласынан пайдаланып, жадыбалды толтур ($\pi = 3{,}14$ деп ал).

R	2	5		$\frac{2}{7}$		54,3		6,25
S			9		49π		$\sqrt{3}$	

44.3. Эгерде тегеректин радиусу a) k жолу чоңойсо; b) k жолу азайса, анда тегеректин аянты кандайча өзгөрөт?



44.4. Жагы 5 *см* болгон квадратка ичтен жана сырттан сызылган тегеректердин аянттарын тап.

44.5. Жагы $3\sqrt{3}$ *см* болгон туура үч бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган тегеректердин аянттарын тап.

44.6. Радиусу R болгон тегеректен эң чоң квадрат кыркып алынды. Тегеректин калган бөлүгүнүн аянтын тап.

44.7. Жактары 6 *см* жана 7 *см* болгон тик бурчтукка сырттан сызылган тегеректин аянтын тап.

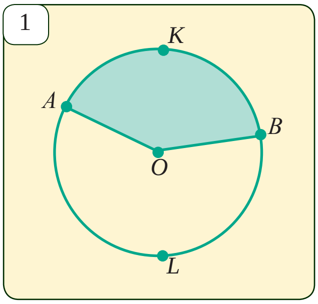
44.8. Жагы 10 *см* жана тар бурчу 60° болгон ромбго ичтен сызылган тегеректин аянтын тап.

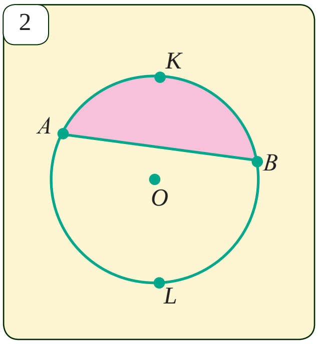
44.9*. Тик бурчтуу үч бурчтуктун жактарын диаметр кылып жарым тегеректер сызылган. Гипотенузага сызылган жарым тегерек аянты катеттерге сызылган жарым тегеректердин аянттары суммасына тең болушун көрсөт (4-*сүрөт*).

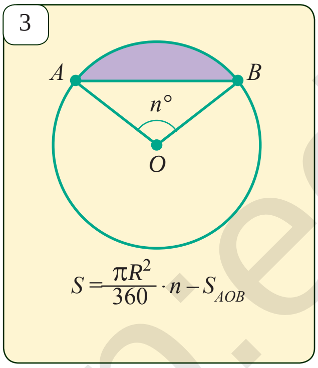
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

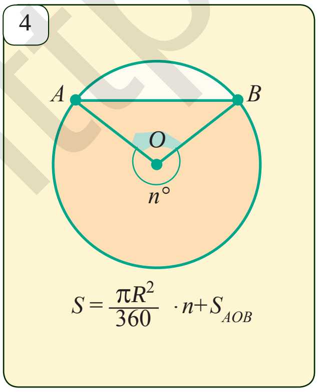
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

45 ТЕГЕРЕК БӨЛҮКТӨРҮНҮН АЯНТТАРЫ









Аныктама. Тегеректин жаасын жана ошол жаасынын аяктарын анын борбору менен туташтырган эки радиусу менен чектелген бөлүгүнө *сектор* дейилет. Сектордун чек арасы болгон жаага *сектордук жаа* деп айтылат.

1-сүрөттө AKB жана BLA жаалуу эки сектор көрсөтүлгөн (*алардан биринчиси боёлгон*).

Радиусу R ге жана жаасынын градустук чени $n°$ ка барабар болгон сектордун S аянтын табуу үчүн формуланы келтирип чыгарабыз. Жаасы 1° ка барабар болгон сектордун аянты тегеректин (б.а. жаасы 360° ка барабар болгон сектордун) аянтынын $\frac{1}{360}$ бөлүгүнө барабар болгондуктан, жаанын п° болгон секторунун аянты

$$S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot n \quad \text{же} \quad S=\frac{1}{2}\,R\cdot l$$

формуласы аркылуу табылат. l – $n°$ туу сектордун жаасынын узундугу.

Аныктама. Тегеректин жаасын жана ошол жаасынын аяктарын туташтырган хордасы менен чектелген бөлүгүнө *сегмент* дейилет.

2-сүрөттө AKB жана BLA жаалуу эки сегмент көрсөтүлгөн (алардын биринчиси боёлгон). Жарым тегеректен айырмалуу түрдө сегменттин S аянты

$$S=S_{сектор}\pm S_{\Delta}=\frac{\pi R^2}{360}\cdot n\pm S_{AOB}$$

формуласы боюнча эсептелет (3- *жана* 4-*сүрөттөргө кара*).

Маселе. Жаанын градустук чени 72° болгон секторунун аянты 45π ге барабар. Сектордун радиусун тап.

Чыгаруу. Сектордун аянтын табуу формуласы боюнча,

$$\frac{\pi R^2}{360}\cdot 72=45\pi.$$

Бул жерден, $R^2=\frac{45\pi\cdot 360}{72\pi}=225$, демек, $R=15$.

Жообу: 15.

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселелер жана тапшырмала

45.1. Сектордун аянтын табуу формуласын келтирип чыгар.

45.2. Сегменттин аянтын табуу формуласын келтирип чыгар.

45.3. Жаасынын градустук чени a) 30°; b) 45°; d) 120°; e) 90° жана радиусу 7 *см* болгон сектордун жана сегменттин аянттарын тап.

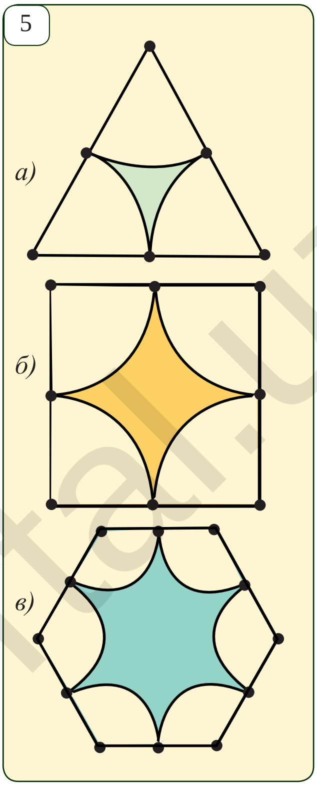
45.4. 5-сүрөттө жагы *a* га барабар болгон туура үч бурчтук, квадрат жана туура алты бурчтук берилген. Боёлгон фигуралардын аянттарын тап. Бул жерде секторлордун радиустары көп бурчтуктун жагынын жарымына барабар.

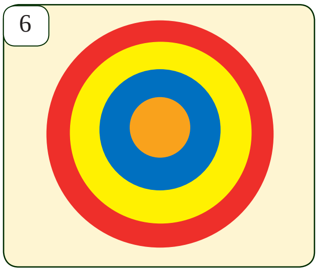
45.5. Бутада радиустары 1, 2, 3, 4 кө барабар болгон төрт айлана бар. Эң кичине тегеректин аянтын жана ар бир алкактын аянттарын тап (6-*сүрөт*).

45.6. Радиусу 10 *см* ге барабар болгон тегеректе радиуска барабар хорда өткөрүлгөн. Алынган сегменттердин аянттарын эсепте.

45.7. Радиустары 15 *см* ден болгон эки тегеректин борборлорунун ортосундагы аралык 15 *см*. Тегеректердин жалпы бөлүгүнүн аянтын тап.

45.8. Радиусу 10 *см* болгон тегеректе ичтен жана сырттан сызылган туура он эки бурчтуктардын аянттарын эсепте. Натыйжаларды тегеректин аянты менен салыштыр.



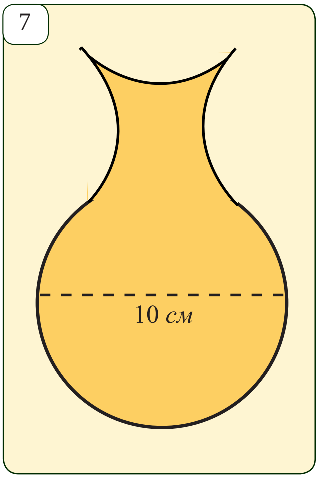


Кызыктуу маселе

7-сүрөттө берилген вазанын сүрөтүн:

а) үч түз сызык менен төрт бөлүккө бөл, натыйжада алардан тик бурчтукту;

b) эки түз сызык менен үч бөлүккө бөл, натыйжада алардан квадратты курaштырууга мүмкүн болсун.



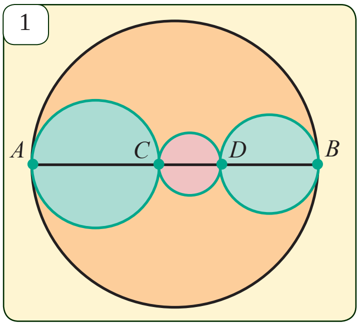
Тарыхтан бир үзүм. Көп убакыттар бою дүйнөнүн көптөгөн математиктери «тегеректин квадратурасы» деп аталган төмөнкү маселени чыгарууга аракет жасашкан: циркуль менен сызгычтын жардамында аянты берилген тегеректин аянтына барабар болгон квадрат түзүү. XIX кылымдын аягында гана бул маселе чыгарылышка ээ эместиги далилденген.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

46 МАСЕЛЕ ЧЫГАРУУ

1-*маселе.* *C* жана *D* чекиттери айлананын *AB* диаметрин үч *AC, CD* жана *DB* кесиндилерге бөлөт. *AC, CD* жана *DB* диаметрлүү айланалардын узундуктарынын суммасы *AB* диаметрлүү айлананын узундугуна барабар экендигин далилде (1-*сүрөт*).



Чыгаруу. Айлананын узундугун табуу формуласынан пайдаланып, *AC, CD* жана *DB* диаметрлүү айланалардын C_1, C_2 жана C_3 узундуктарынын суммасын табабыз:

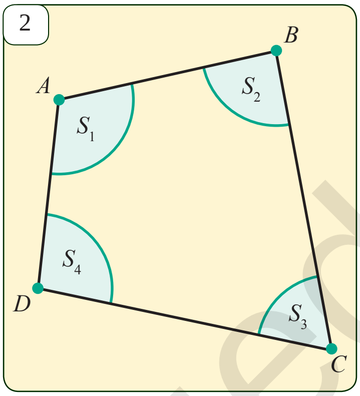
$C_1+C_2+C_3=AC\cdot\pi+CD\cdot\pi+DB\cdot\pi=\pi(AC+CD+DB)$.

$AC+CD+DB=AB$ жана *AB* диаметрлүү айлананын *C* узундугу $AB\cdot\pi$ ге барабар болгондуктан

$$C_1+C_2+C_3=C.$$

Ошол барабардыкты далилдөө талап кылынган болчу.

2-*маселе.* *ABCD* төрт бурчтугунун чокуларын борбор кылып бирдей радиустагы секторлор түзүлгөн (2-*сүрөт*). Бул секторлордон каалагандай экөөсү жалпы чекитке ээ эмес жана бардыгынын радиусу 1 *см*. Секторлордун аянттарынын суммасын тап.



Чыгаруу. 1) Төрт бурчтуктун *A, B, C, D* бурчтары тиешелүү түрдө α_1, α_2, α_3, α_4 болсун. Анда,көп бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема боюнча,

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=360°.$$

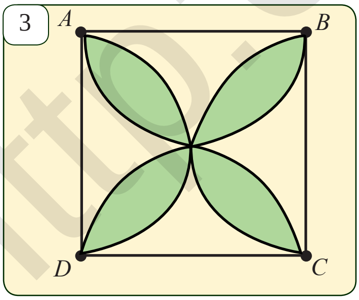
2) Сектордун аянтын табуу формуласы боюнча ($R=1$ *см*),

$$S_1=\frac{\pi}{360°}\cdot\alpha_1,\quad S_2=\frac{\pi}{360°}\cdot\alpha_2,\quad S_3=\frac{\pi}{360°}\cdot\alpha_3,\quad S_4=\frac{\pi}{360°}\cdot\alpha_4.\quad (1)$$

3) (1) барабардыктарынын тиешелүү бөлүктөрүн кошобуз. Анда,

$$S_1+S_2+S_3+S_4=\frac{\pi}{360°}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)=\frac{\pi}{360°}\cdot360°=\pi\ (см^2).$$

Жообу: π *см*^{2}.



Маселелер жана тапшырмалар

46.1. Периметри 1 *м* болгон квадрат жана узундугу 1 *м* болгон айлана берилген. Ошол айлана аркылуу чектелген тегеректин аянты менен квадраттын аянтын салыштыр.

46.2. Радиусу 8 *см* болгон тегеректен 60° туу сектор кыркып алынган. Тегеректин калган бөлүгүнүн аянтын тап.

46.3. Диагоналдары 6 *см* жана 8 *см* болгон ромбго ичтен сызылган тегеректин аянтын эсепте.

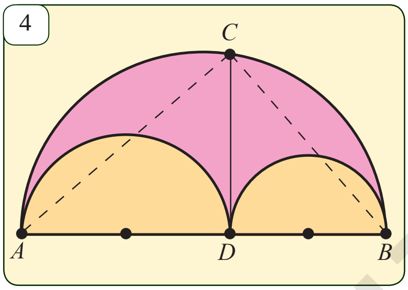
http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

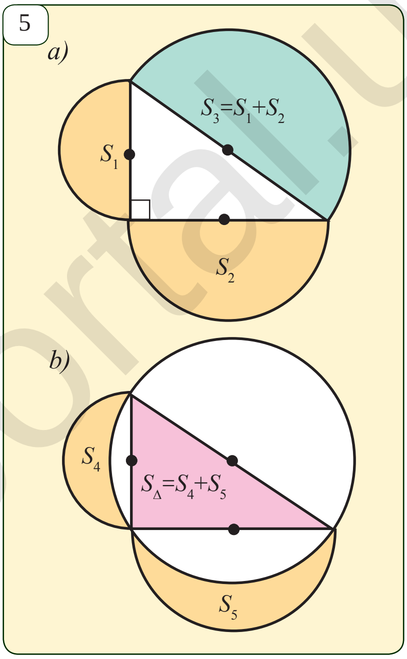
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

46.4. 3-сүрөттө боёп көрсөтүлгөн фигуранын аянтын тап. Анда $ABCD$ — квадрат, $AB = 4$ *см*.

46.5*. 4-сүрөттө "Архимеддин бычагы" деп аталган фигура боёлгон. Анын аянты $\frac{\pi \cdot CD^2}{4}$ формуласы менен эсептелишин далилде (бул жерде $\angle ACB = 90°$ жана $CD^2 = AD \cdot DB$ экендигинен пайдалан).

46.6. Эгерде $AD = 6$ *см*, $BD = 4$ *см* болсо, анда 4-сүрөттө боёлгон фигуранын аянтын жана периметрин (аны курчап турган жаалардын узундугунун суммасын) тап.

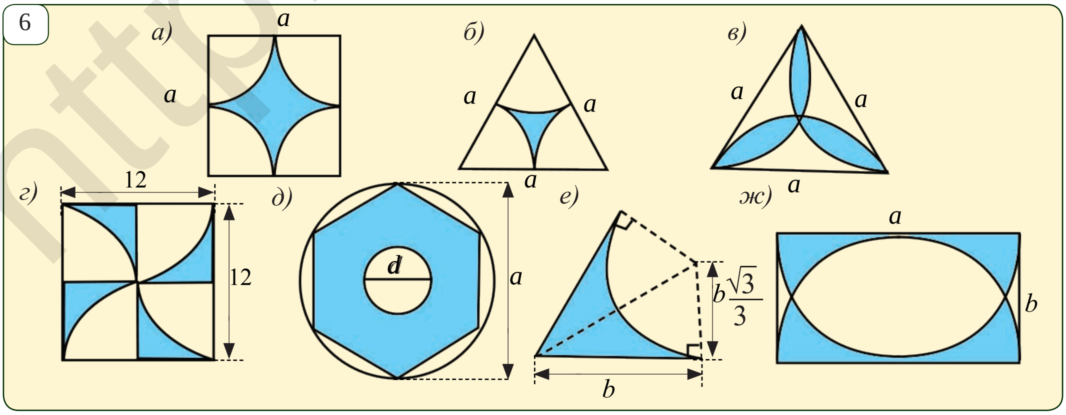




Тарыхтан бир узум. Гиппократтын айчалары.

а) Гиппократтын айчалары — эки айлананын жаалары менен чектелген жана төмөнкүдөй касиетке ээ болгон фигуралар болуп эсептелет. Бул айланалар (айчалар)дын радиустары жана жааларынын хордалары боюнча айчаларга теңдеш квадраттарды түзүүгө болот. Пифагордун теоремасы колдонулса, 5-а сүрөттө көрсөтүлгөн гипотенузага курулган жарым тегеректин аянты катеттерине курулган жарым тегеректердин аянттарынын суммасына барабар болот (121-беттеги 44.9*-маселеге кара). Ошондуктан 5-б сүрөттөгү айчалардын аянттарынын суммасы үч бурчтуктун аянтына барабар (ой жүгүртүп көр!). Эгерде сүрөттөгү үч бурчтуктун ордуна тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтукту алсак, анда алынган эки айчадан ар биринин аянты үч бурчтуктун аянтынын жарымына барабар болот. Тегеректин квадратурасы жөнүндөгү маселени чыгаруу байыркы грек математиги Гиппократ (б.з.ч. V кылым) көп бурчтуктар менен теңдеш болгон бир нече түрдүү айчаларды ачкан. Гиппократтын айчаларынын толук жадыбалы XIX — XX кылымдарда гана түзүлгөн.

b) 6 – сүрөттө көрсөтүлгөн фигуралардын аянттарын тап.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

47 БИЛИМИНДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. 45° градустуу бурчтун радиандык өлчөмү эмнеге барабар?
   А. 1 ге барабар; Б. $\frac{\pi}{2}$ ге барабар; В. $\frac{\pi}{4}$ ге барабар; Г. $\sqrt{2}$ ге барабар.
2. Радиусу 3 *см* болгон айлананын градустук өлчөмү 150° болгон борбордук бурчу керген жаанын узундугун тап.
   А. $\frac{5\pi}{2}$ *см*; Б. $\frac{5\pi}{3}$ *см*; В. $\frac{10\pi}{3}$ *см*; Г. $\frac{5\pi}{4}$ *см*.
3. Радиусу 6 *см* болгон айлананын $\frac{5\pi}{4}$ радианга барабар борбордук бурчу керген жаанын узундугун тап.
   А. $\frac{15\pi}{2}$ *см*; Б. $\frac{5\pi}{6}$ *см*; В. $\frac{4\pi}{3}$ *см*; Г. $\frac{5\pi}{2}$ *см*.
4. Жагы 5 *см* ге барабар болгон квадратка сырттан сызылган айлананын узундугун тап.
   А. $5\sqrt{2}\pi$; Б. $\sqrt{2}\pi$; В. $3\sqrt{2}\pi$; Г. 5π.
5. Диаметри 6 га барабар болгон тегеректин аянтын тап.
   А. 9π; Б. 6π; В. $3\sqrt{2}\pi$; Г. 12π.
6. Жаасынын градустук өлчөмү 150°, радиусу 6 *см* болгон тегерек секторунун аянтын тап.
   А. 15π см^2; Б. 6π см^2; В. $30\sqrt{2}\pi$ см^2; Г. 24π см^2.
7. Жаасынын узундугу 12 *см* жана радиусу 6 *см* болгон тегерек секторунун аянтын тап.
   А. 15π см^2; Б. 6π см^2; В. $30\sqrt{2}\pi$ см^2; Г. 24π см^2.
8. Жаанын градус өлчөмү 120° , радиусу 3 кө барабар болгон тегерек сегменттин аянтын топ.
   А. $6\pi - 4\sqrt{3}$; Б. $6\pi + 4\sqrt{3}$; В. $3\pi - 4\sqrt{3}$; Г. $3\pi + 4\sqrt{3}$.

II. Маселелер

1. *ABCDEFKL* туура сегиз бурчтугунун жагы 6 *см*. Анын *AC* диагоналын тап.

2. Квадрат радиусу 4 *см* болгон айланага ичтен сызылган. Квадраттын коңшулаш жактарынын ортолорунан өткөн хорданы айланадан бөлгөн жааларынын узундуктарын тап.

3. Айлананын 90° туу жаасынын узундугу 15π *см*. Айлананын радиусун тап.

4. Радиусу 20 га барабар болгон айланадан узундугу 10π ге барабар жаа бөлүп алынды. Ошол жаага тиешелүү борбордук бурчту тап.

5. Эки тегеректин жалпы хордасы бул тегеректерди чектеген айланалардан 60° туу жана 120° туу жааларды бөлөт. Тегеректердин аянттарынын катышын тап.

6. Жактары 3, 4, 5 болгон үч бурчтукка ичтен жана сырттан сызылган тегеректердин аянттарын тап.

7. Тегеректин хордасы 60° туу жааны керип турат. Ошол хорда бөлгөн сегменттердин аянттарынын катышын тап.

8. Туура алты бурчтуктун аянтынын ага ичтен сызылган тегеректин аянтына болгон катышын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9. Жагы a га барабар болгон $ABCDEF$ туура алты бурчтук берилген. Борбору A чекити жана радиусу a болгон айлана бул алты бурчтукту эки бөлүккө бөлөт. Ар бир бөлүгүнүн аянтын тап.

10. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунда $\angle A=72°$, $\angle C=90°$, $BC=15$ *см*. BC диаметрлүү айлананын ABC үч бурчтугунун ичинде жаткан жаасынын узундугун тап.

11. Тегеректе ичтен сызылган туура сегиз бурчтук берилген. Анын эки коңшулаш чокуларына өткөрүлгөн радиустар тегеректи эки секторго бөлөт. Бул секторлордун аянттарынын катышын тап.

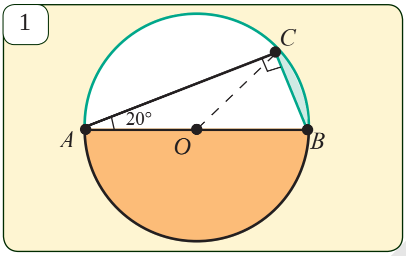
12. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунда $\angle A=20°$, $\angle C=90°$, $AB=18$ *см*. BC кесинди үч бурчтукка сырттан сызылган тегеректи эки сегментке бөлөт. Боёп көрсөтүлгөн сегменттин аянтын тап (1-*сүрөт*).

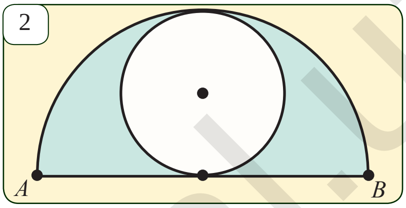
13. Кичине айлана чоң айланага жана анын AB диаметрине жанып өтөт. Эгерде диаметрге жануу чекити айлананын борбору жана AB=4 болсо, анда сүрөттө боёлгон фигуранын аянтын тап. (2-*сүрөт*).

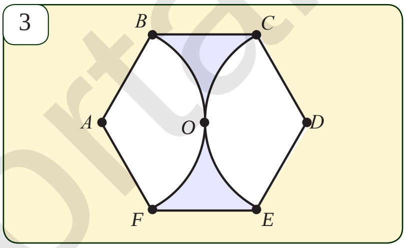
14. Туура $ABCDEF$ алты бурчтуктун жагы 6 га барабар жана борбору O чекитинде. Борборлору A жана D чекиттеринде, ал эми радиустары барабар болгон айланалар O чекитинде жанышат. Боёлгон зонанын аянтын тап (3-*сүрөт*).

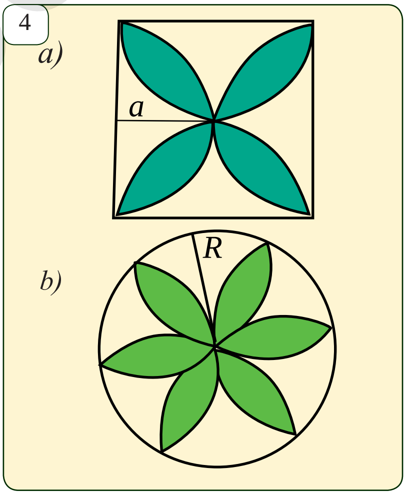
15. 15. Тик бурчтуу ABC үч бурчтугунда $\angle C=90°$, $AC=4$, $CB=2$. Борбору гипотенузада болгон айлана үч бурчтуктун катеттерине жанып өтөт. Ошол айлананын узундугун тап.

16. 4-сүрөттө боёп көрсөтүлгөн формалардын аянтын тапкыла. Алар кандай сызылгандыгын аныктагыла.









III. Өзүңдү сынап көр (текшерүү ишинин үлгүсү)

1. Жагы 6 *см* болгон квадратка сырттан сызылган узундугун жана ичтен сызылган тегеректин аянтын тапкыла.
2. Жагы 24 *см* болгон туура көп бурчтукка ичтен сызылган айлананын радиусу $4\sqrt{3}$ *см* ге барабар болсо, анда ага сырттан сызылган айлнананын радиусун тап.
3. 240° туу айлананын жаасынын узундугу 24 *см* болсо, анда
   а) айлананын радиусун; б) жаасы 240° болгон сектордун аянтын;
   в) жаасы 240° болгон сегменттин аянтын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Кызыктуу маселе

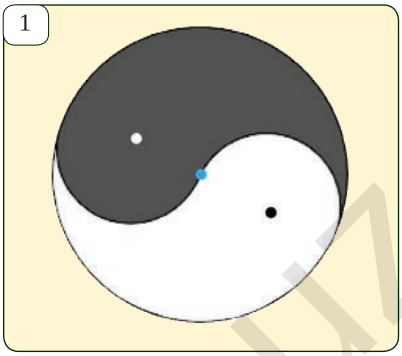
Инь жана Янь

1-сүрөттө жаратылыштагы карама-каршылыктарды туюнткан «Инь жана Янь» деп аталган кытай символу көрсөтүлгөн.

а) Инь жана Янь символдорунун аянттары барабар экендигин көрсөт;

b) бир түз сызык менен бул символдордун ар бирин аянттары барабар болгон эки бөлүккө бөл;

d) Инь жана Янь символдорунун периметрлерин тап.



Тарыхтан бир үзүм. Айлананын узундугун эсептөө байыртадан олуттуу маселе болгон. Айлананын узундугун ага ичтен сызылган көп бурчтуктун периметрине өзгөртүү усулу кеңири таралган.

Орто Азиялык математиктер да тегеректе ичтен сызылган туура көп бурчтуктарды түзүү, алардын жактарын тегеректин радиусу аркылуу туюнтуу маселелери менен алектенишкен. Абу Райкан Беруний «Кануни Маъсудий» аттуу чыгармасында тегеректе ичтен сызылган көп бурчтуктардын жактарын аныктоо менен алектенип, ичтен сызылган беш бурчтуктун, алты бурчтуктун, жети бурчтуктун ... он бурчтуктун жактарын аныктоо усулдарын көрсөтөт. Бул эсептөөнүн натыйжасында ал π и 3,14 маанисине ээ болот.

Байыркы Вавилон менен Египеттин кол жазмаларында п үчкө барабар деп алынган. Бул болсо ошол доордун аныктык талабы үчүн жетиштүү болгон. Кийинчерээк римдиктер π үчүн 3,12 ни колдонушкан. π саны үчүн Архимед берген маани 3,14 болуп, бул практикалык маселелерди чыгарууда абдан ыңгайлуу.

Кытай математикчилеринде $\pi \approx 3{,}155$ ... жана 22/7. Индилердин "Sulva Sutra" ("Аркан эрежеси ") чыгармачылыгында π үчүн 3,008 жана 3,1416 ... жана $\sqrt{10} \approx 3{,}162$ ... өлчөмдөрү жолугат.

Мырза Улукбектин «Астрономия мектеби» окулдорунон бири Жамшит Кыязиддин ал-Каший 1424-жылы жазган «Айлананын узундугу жөнүндөгү китеп» аттуу китепчесинде айланага ичтен жана сырттан сызылган туура көп бурчтуктардын санын эки эселентүү жолу менен $3 \cdot 2^{28}$ = 800 335 168 жактуу көп бурчтуктардын периметрлерин эсептеп, π үчүн π = 3,1 415 826 535 897 932 маанини алган. Бул 16 ондук цифрага чейинки тактык эле.

Бирок ал-Кашийдин чыгармасы узак маалга чейин Европада белгисиз болгон. Европалыктардан белгиялык Ван Ромен 1597- жылы 230 жактуу туура көп бурчтукка Архимеддин усулун колдонуп, π үчүн 17 ондук цифралары анык болгон маанини тапкан. Голландиялык Рудольф ван Цейлон (1540— 1610) бул аныктыкты 35 ондук цифраларга чейин алып барган. Азыркы учурда электрондук эсептөө машиналарынын жардамында π үчүн миллиондон ашуун ондук цифралары анык болгон маани табылган. Күндөлүк эсептөөлөр үчүн 3,1416 мааниси, математикалык эсептөөлөр үчүн 3,1416 мааниси, а түгүл астрономия жана космонавтика үчүн 3,1415826 мааниси жетиштүү.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

IV ГЛАВА

ҮЧ БУРЧТУК ЖАНА АЙЛАНАДАГЫ МЕТРИКАЛЫК КАТЫШТАР

Ушул главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен төмөнкү билим жана практикалык көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

Билимдер:

√ *Пропорционалдык кесиндилердин касиеттерин билүү;*
√ *тик бурчтуу үч бурчтуктагы гипотенузага түшүрүлгөн бийиктиктин касиеттерин билүү;*
√ *өз ара кесилишкен хордалардын кесиндилери жөнүндөгү жана айлананы кескен түз сызыктын кесиндилери жөнүндөгү касиеттерди билүү.*

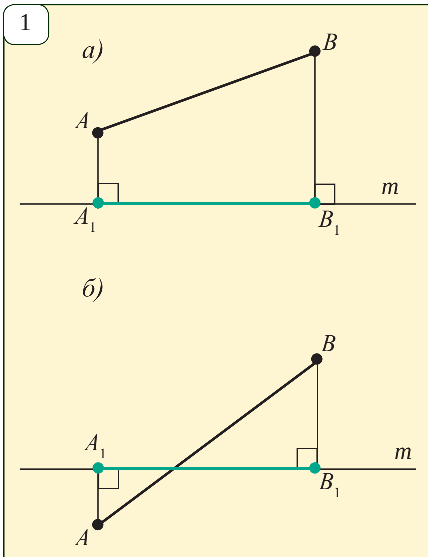
Көнүккөндүктөр:

√ *кесиндилердин катышы жана пропорциялаш кесиндилерге тиешелүү маселелерди чыгаруу;*
√ *тик бурчтуу үч бурчтуктагы гипотенузага түшүрүлгөн бийиктиктин касиеттеринен пайдаланып маселелер чыгаруу;*
√ *кесүүчү хордалардын жана түз сызыктардын кесиндилеринин касиеттеринен пайдаланып маселелер чыгаруу.*

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

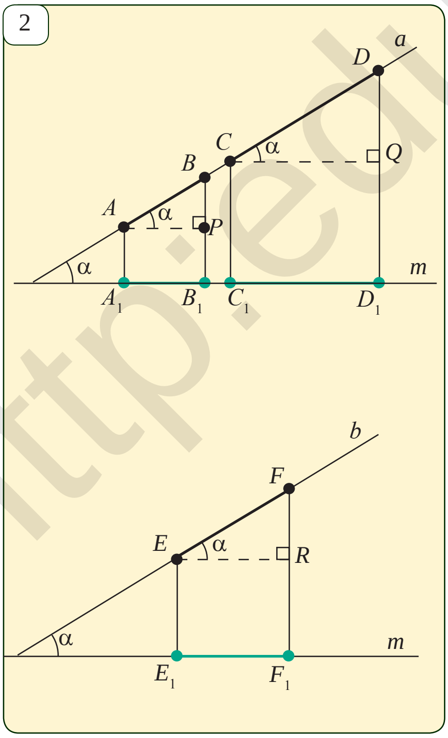
48 КЕСМЕЛЕР ПРОЕКСИЯСЫ ЖАНА ПРОПОРЦИОНАЛДЫК

1



A_1 — *A* чекитинин,
B_1 — *B* чекитинин,
A_1B_1 — *AB* кесиндинин ***m* түз сызыкталы проекциясы**

2



Активдештирүүчү көнүгүү

1. Кесмелер катышы эмнени билдирет?
2. Кандай кесмелер пропорционал дейилет?
3. Фалес теоремасыны айткыла.

Тегиздикте *m* түз сызыгы жана *AB* кесинди берилген болсун. *A* жана *B* чекиттеринен *m* түз сызыгына AA_1 жана BB_1 перпендикулярларын түшүрөбүз (1-*сүрөт*). A_1B_1 кесиндисине *AB* кесиндинин *m* огундагы **проекциясы** (**көлөкөсү**) дейилет.

AB кесиндинин *m* түз сызыгындагы A_1B_1 проекциясын куруу амалына *AB* кесиндини *m* түз сызыгына **проекциялоо** дейилет.

Теорема.* *Бир түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер берилген болсун. Алардын ошол бир түз сызыктагы проекциялары берилген кесиндилерге пропорциялаш болушат.

a||*b*,
A_1B_1 — *AB* нын,
C_1D_1 — *CD* нын,
E_1F_1 — *EF* нын
m түз сызыгы проекциялары (*2-сүрөт*)

$$\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{C_1D_1}{CD}=\frac{E_1F_1}{EF} \quad (1)$$

Далилдөө. а) Эгерде *a* жана *b* түз сызыктары *m* түз сызыгына параллель болсо, анда $AB=A_1B_1$, $CD=C_1D_1$, $EF=E_1F$ болушу жана (1) барабардыгынын орундуу экендиги анык.

b) Кокус *a* жана *b* түз кесиндилер *m* түз сызыгына перпендикулярдуу болушса, анда A_1 жана B_1, C_1 жана D_1, E_1 жана F_1 чекиттери үстү-үстүнөн түшөт. Ошондуктан A_1B_1, C_1D_1, E_1F_1 кесиндилеринин узундугу нөлгө барабар болот жана (1) барабардыгы аткарылат.

d) Эми башка учурларды карап көрөбүз. 2-сүрөттө берилгендей тик бурчтуу *ABP*, *CDQ*, *EFR* үч бурчтуктарын курабыз. Анда *a*||*b* болгондуктан, $\angle BAP=\angle DCQ=\angle FER$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Демек, *ABP, CDQ* жана *EFR* тик бурчтуу үч бурчтуктар окшош.

Бул жерден $\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{C_1D_1}{CD}=\frac{E_1F_1}{EF}$ барабардыгын алабыз.

Теорема далилденди.

Маселе. *AB* жана *CD* кесиндилер параллель түз сызыктарда жатышат. Эгерде $AB=12$ *см*, $CD=15$ *см* жана *AB* кесиндинин кандайдыр *m* түз сызыгындагы проекциясы 8 *см* болсо, анда *CD* кесиндинин ошол *m* түз сызыгындагы проекциясын тап.

Чыгаруу. *CD* кесиндинин *m* түз сызыгындагы проекциясы *x* болсун. Анда, далилденген теоремадан пайдаланып пропорция түзөбүз:

$$\frac{x}{15}=\frac{8}{12}.$$

Бул барабардыктан $x=10$ болушун табабыз.

Жообу: 10 *см*.

Маселе жана тапшырмалар

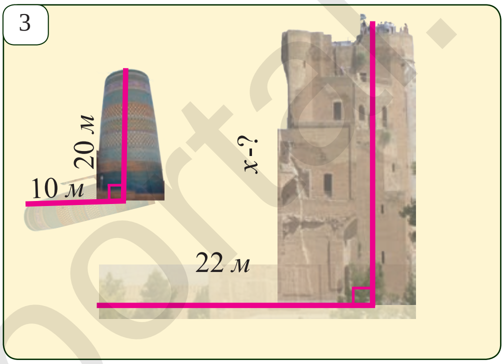
48.1. Кесиндинин берилген түз сызыктагы проекциясы деген эмне?

48.2. Бир түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилердин башка түз сызыктагы проекциялары берилген кесиндилерге пропорциялаш экендигин далилде.

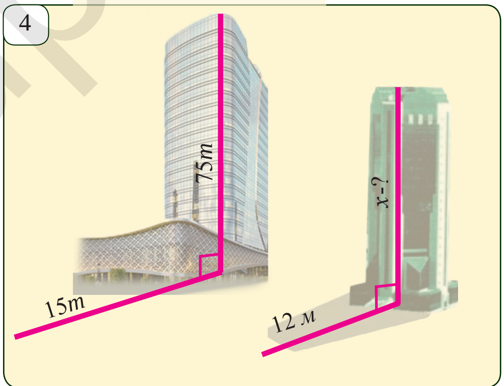
48.3. *a* жана *b* түз сызыктарынын арасындагы бурч 45° ка барабар. *a* түз сызыгынан узундугу 10 *см* болгон *AB* кесинди алынган. *AB* кесиндинин *b* түз сызыктагы проекциясын тап.

48.4. *AB* кесиндинин учтары *l* түз сызыгынан 9 *см* жана 14 *см* алыстыкта жатат. Эгерде *AB* кесинди *l* түз сызыгын кесип өтпөсө жана $AB = 13$ *см* болсо, анда *AB* кесиндинин *l* түз сызыгындагы проекциясын тап.

3



4



48.5. 3- жана 4-сүрөттөрдөгү маалыматтардын негизинде имараттардын бийик- тиктерин тап.

48.6. Түз сызык жана ага параллель болбогон кесинди сыз. Кесиндинин түз сызыктагы проекциясын түз.

48.7. Координаталар тегиздигинде *A*(2;3) жана *B*(3;-4) чекиттери берилген. *AB* кесиндинин координата окторундагы проекцияларын тап.

48.8. *a* жана *b* түз сызыктарынын арасындагы бурч *α* экендиги белгилүү. *a* түз сызыгынан *AB* кесинди алынган. *AB* кесиндинин *b* түз сызыгындагы проекциясын тап.

48.9*. *AB* жана *CD* кесиндилердин *l* түз сызыгындагы проекциялары барабар. *AB* жана *CD* кесиндилердин узундуктары жөнүндө эмне деса болот? Мисалдар келтир.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

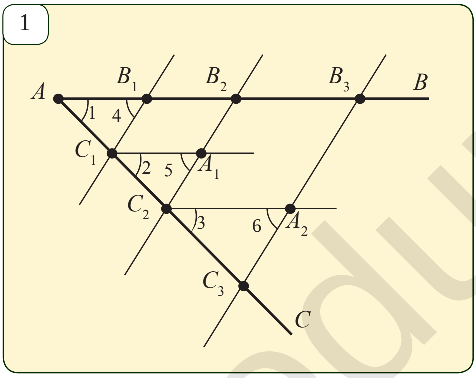
49 ПРОПОРЦИЯЛАШ КЕСИНДИЛЕРДИ ТҮЗҮҮ

Фалестин теоремасынын жалпылаштырылганынан турган маанилүү касиетти далилдейбиз.

***Теорема.* Бурчтун эки жагын тең кесип өткөн параллель түз сызыктар анын жактарын пропорциялаш кесиндилерге бөлүшөт.**

$\angle BAC,\ B_1C_1||B_2C_2||B_3C_3$ (1-*сүрөт*) ⇒ $\dfrac{AB_1}{AC_1}=\dfrac{B_1B_2}{C_1C_2}=\dfrac{B_2B_3}{C_2C_3}$

Далилдөө. C_1 жана C_2 чекиттеринен AB га параллель C_1A_1 жана C_2A_2 түз сызыктарын жүргүзөбүз. Анда, биринчиден, $\angle1=\angle2=\angle3$ болот, анткени алар өз ара параллель болгон AB, C_1A_1 жана C_2A_2 түз сызыктарын AC кескенде алынган тиешелүү бурчтар болуп эсептелет. Экинчиден, $\angle4=\angle5=\angle6$, анткени алар жактары параллель болгон бурчтар болуп саналат.



Демек, үч бурчтуктардын окшоштугунун ББ белгиси боюнча $\Delta AB_1C_1 \backsim \Delta C_1A_1C_2 \backsim \Delta C_2A_2C_3$ болушат.

Анда, $\dfrac{AB_1}{AC_1}=\dfrac{C_1A_1}{C_1C_2}=\dfrac{C_2A_2}{C_2C_3}$ (1)

барабардыктарын алабыз.

Мындан тышкары, $B_1C_1A_1B_2$ жана $B_2C_2A_2B_3$ төрт бурчтуктары параллелограмм, анткени

$B_1C_1||B_2C_2||B_3C_3$ — шарт боюнча;

$AB||C_1A_1||C_2A_2$ — түзүү боюнча.

Ошондуктан, бул параллелограммдардын карама-каршы жактары өз ара барабар болушат:

$C_1A_1=B_1B_2$ жана $C_2A_2=B_2B_3$. (2)

(1) жана (2) барабардыктарынан $\dfrac{AB_1}{AC_1}=\dfrac{B_1B_2}{C_1C_2}=\dfrac{B_2B_3}{C_2C_3}$ болушу келип чыгат.

Теорема далилденди.

***Практикалык көнүгүү.* Кесиндини берилген катышта бөлүү.**

Берилген *a* кесиндини төрт бөлүккө бөл, натыйжада бөлүктөрдүн өз ара катышы $m:n:l:k$ сыяктуу болсун.

Ал үчүн төмөнкүлөрдү баскычма-баскыч аткарабыз:

1-баскыч. Каалагандай тар бурч сызып, анын бир жагына узундуктары $OA=m$, $AB=n$, $BC=l$ жана $CD=k$ га барабар болгон кесиндилерди 2-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып, удаалаш коюп чыгабыз.

2-баскыч. Бурчтун экинчи жагына берилген $OD=OD_1$ кесиндини коёбуз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3-баскыч. D жана D_1 чекиттерин туташтырабыз.

4-баскыч. A, B, C чекиттери аркылуу DD_1 ге параллель болгон AA_1, BB_1 жана CC_1 кесиндилерин өткөрөбүз.

Жогорудагы теорема боюнча, берилген $a=OD_1$ кесинди A_1, B_1, C_1 жана D_1 чекиттери менен $m:n:l:k$ катышта бөлүнгөн болот.

Тапшырма: Бул ырастоону өз алдынча негизде.

Практикалык тапшырма. Төртүнчү пропорциянал кесиндини түзүү.

a, b жана c кесиндилери берилген. a жана b кесиндилери c жана d кесиндилерине пропорциялаш, б.а. $a:b=c:d$ экендиги белгилүү. d кесиндини түз (3-*сүрөт*).

1-баскыч. Каалагандай тар бурч сызып, анын бир жагына $OA = a$ жана $AB = b$ кесиндилерин 3-сүрөттө көрсөтүлгөндөй коёбуз.

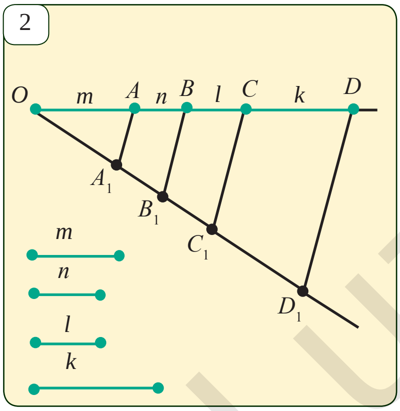
2-баскыч. Экинчи жагына болсо $OC = c$ кесиндини коёбуз.

3-баскыч. A жана C чекиттерин туташтырабыз.

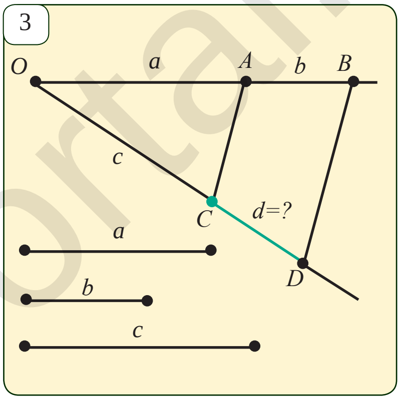
4-баскыч. B чекитинен AC га параллель BD түз сызыгын жүргүзөбүз.

Тапшырма: CD нын изделип жаткан d кесинди болушун негизде.

2



3



Маселелер жана тапшырмалар

49.1. Узундугу 42 *см* болгон кесинди берилген. Аны а) 5:2; b) 3:4:7; d) 1:5:1:7 катыштагы бөлүктөргө бөл.

49.2. Сүрөттө ар бир бөлүк бирдик кесиндиден турган болсо, анда AB жана CD, EF жана MN, AC жана DF, AN жана CE, EN жана BM кесиндилеринин катыштарын тап.

49.3. m, n кесиндилер l жана к кесиндилерин пропорциялаш. Эгерде а) $m=4$ *см*, $n=3$ *см* жана $l=8$ *см*; b) $m=2$ *см*, $n=3$ *см* жана $l=7$ *см* болсо, k — төртүнчү кесиндини түз жана узундугун тап.

49.4. Төрт бурчтуктун периметри 54 *см* жана жактары 3:4:5:6 катышта болсо, анда анын ар бир жагын аныкта.

49.5. Төрт бурчтуктун бурчтары өз ара 3:4:5:6 сыяктуу катышта болушса, анда анын кичине бурчу эмнеге барабар экендигин тап.

49.6. Узундугу 4, 5 жана 6 болгон кесинди берилген. Узундугу 4,8 ка барабар кесинди түз.

49.7*. Периметри 60 *см* болгон төрт бурчтуктун бир жагы 15 *см*, калган жактары болсо 2:3:4 катышта экендиги белгилүү. Анын чоң жагын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

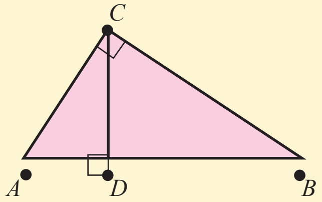
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

50 ТИК БУРЧТУУ ҮЧ БУРЧТУКТАГЫ ПРОПОРЦИЯЛАШ КЕСИНДИЛЕР

Касиети. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунун чокусунан түшүрүлгөн бийиктиги аны өзүнө окшош эки үч бурчтукка бөлөт.

ΔABC, $\angle C = 90°$, CD — *бийиктик* (1-*сүрөт*) ⇒ $\Delta ABC \backsim \Delta ACD$, $\Delta ABC \backsim \Delta CBD$

1



Далилдөө. ABC жана ACD бурчтуктары тик бурчтуу болуп, A бурчу алар үчүн жалпы. Демек, $\Delta ABC \backsim \Delta ACD$. Ошол сыяктуу, ΔABC жана ΔCBD да тик бурчтуу болуп, алар үчүн $\angle B$ жалпы. Демек, $\Delta ABC \backsim \Delta CBD$.

1-сүрөттө көрсөтүлгөн AD жана DC кесиндилер тиешелүү түрдө AC жана BC катеттеринин гипотенузадагы проекциялары болот.

Аныктама. Эгерде a, b жана c кесиндилер үчүн $a:b = b:c$ болсо, анда b кесинди a жана c кесиндилеринин арасындагы **орто пропорциялаш кесинди** деп аталат.

Орто пропорциялаштыктын шартын $b^2 = ac$ же $b = \sqrt{ac}$ көрүнүшүндө да жазууга болот.

Жогоруда далилденген касиетке негизделе турган болсок, анда орто пропорциялаш кесиндилер жөнүндөгү төмөнкү теоремалар оңой эле далилденет:

1-теорема. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунун чокусунан түшүрүлгөн бийиктик катеттердин гипотенузадагы проекцияларынын арасындагы орто пропорциялаш болот.

Чындыгында да далилденген касиет боюнча $\Delta ACD \backsim \Delta CBD$. Бул жерден,

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD^2 = AD \cdot BD \Rightarrow CD = \sqrt{AD \cdot BD}.$$

2-теорема. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети гипотенуза менен ошол катеттин гипотенузадагы проекциясынын арасындагы орто пропорциялаш болуп эсептелет (1-*сүрөт*).

Чындыгында да далилденген касиет боюнча $\Delta ABC \backsim \Delta ACD$. Бул жерден,

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AD \Rightarrow AC = \sqrt{AB \cdot AD}.$$

Куду ушул сыяктуу $BC = \sqrt{BD \cdot AB}$ экендигин далилдөөгө болот.

Маселе. Катеттери 15 *см* жана 20 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун кичине катетинин гипотенузадагы проекциясын тап.

ΔABC, $\angle C = 90°$, CD — *бийиктик*, $AC = 15$ *см*, $BC = 20$ *см* (1-*сүрөт*) ⇒ $AD = ?$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Чыгаруу. 1) Пифагордун теоремасынан пайдаланып, үч бурчтуктун гипотенузасын табабыз: $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$, б.а. $AB = 25$ *см*.

2) Экинчи теоремадан пайдаланып, AD ны табабыз:

$$AC^2 = AB \cdot AD \Rightarrow AD = \frac{AC^2}{AB} = \frac{15^2}{25} = 9 \text{ (см)}.$$

Жообу: 9 *см*.

Экинчи теоремадан алынган натыйжа иретинде Пифагор теоремасынын **Пифагордун өзү жазып калтырган далили** келип чыгат (1-*сүрөт*): 2-теорема боюнча

$$\left.\begin{array}{l} AC^2 = AD \cdot AB \\ BC^2 = BD \cdot AB \end{array}\right\} \Rightarrow AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + BD \cdot AB = AB \cdot (\underbrace{AD + BD}_{AB}) = AB \cdot AB = AB^2.$$

Ошентип, $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

Маселелер жана тапшырмалар

50.1. Далилде (2-*сүрөт*):

a) $\Delta ACD \backsim \Delta CBD \backsim \Delta ABC$;

b) $b^2 = b_c \cdot c$, $a^2 = a_c \cdot c$; d) $h_c^2 = a_c \cdot b_c$.

50.2. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн бийиктиги гипотенузаны 9 *см* жана 16 *см* ге барабар болгон кесиндилерге бөлөт. Үч бурчтуктун жактарын тап.

50.3. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы 15 *см* ге, ал эми бир катети болсо 9 *см* ге барабар. Экинчи катеттин гипотенузадагы проекциясын тап.

50.4. 3-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде ABC үч бурчтугунун жактарын тап.

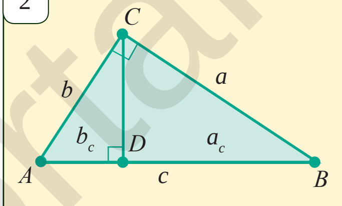
50.5*. Катеттеринин катышы 4:5 сыяктуу болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин гипотенузадагы проекцияларынын катышын тап.

50.6*. Катеттеринин катышы 3:2 сыяктуу болгон тик бурчтуу үч бурчтук берилген. Катеттердин гипотенузасындагы проекцияларынан бири экинчисинен 6 *см* ге узун. Үч бурчтуктун аянтын тап.

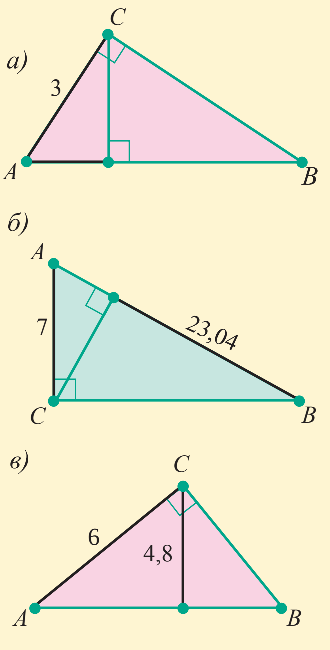
50.7. Катеттеринин гипотенузасындагы проекциялары 2 *см* жана 18 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун аянтын тап.

50.8*. ABC үч бурчтугунда $\angle C = 90°$, CD — бийиктик, CE — биссектриса жана $AE : EB = 2 : 3$. a) $AC : BC$; b) $S_{ACE} : S_{BCE}$; d) $AD : BD$ катыштарын тап.

2



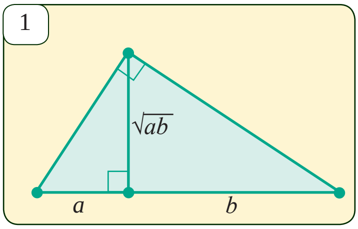
3

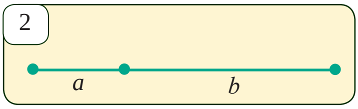


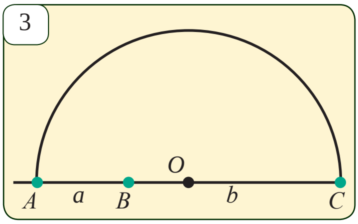
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

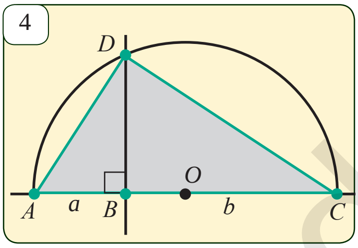
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

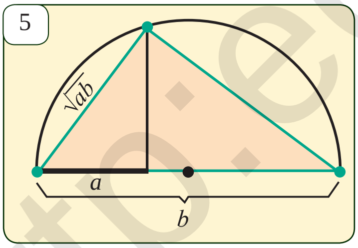
51 БЕРИЛГЕН ЭКИ КЕСИНДИГЕ ОРТО ПРОПОРЦИЯЛАШ БОЛГОН КЕСИНДИНИ ТҮЗҮҮ











Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан түшүрүлгөн бийиктиги гипотенузаны a жана b кесиндилерге бөлсө, анда бийиктик $\sqrt{ab}$ га барабар болушун көргөн элек (1-*сүрөт*).

Демек, берилген эки кесиндиге орто пропорциялаш кесиндини түзүү үчүн:

1) гипотенузасынын узундугу $a+b$ га барабар (2-*сүрөт*);

2) тик бурчунан түшүрүлгөн бийиктиги ошол гипотенузаны a жана b бөлүктөргө бөлө турган тик бурчтуу үч бурчтукту түзүү жетиштүү.

Ал үчүн тик бурчтуу үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору гипотенузанын ортосунда жайлашканынан пайдаланабыз (3-*сүрөт*).

Түзүү:

1) Түз сызык сызып, анда $AB = a$ жана $BC = b$ болгондой кылып A, B жана C чекиттерин белгилейбиз (3-*сүрөт*).

2) AC кесиндинин ортосу болгон O чекитин табабыз. Борбору O чекитинде болгон AC диаметрлүү жарым айлана түзөбүз (3-*сүрөт*).

3) B чекитинен AC түз сызыгына перпендикулярдуу түз сызык жүргүзөбүз (4-*сүрөт*). Бул түз сызык жарым айлананы D чекитинде кесип өткөн болсун. Анда ΔADC — тик бурчтуу үч бурчтук, ал эми, $BD = \sqrt{ab}$ — болсо түзүшүбүз керек болгон кесинди болот.

Түзүү аткарылды.

Орто пропорциялаш кесиндини түзүүдө тик бурчтуу үч бурчтуктун катети гипотенуза менен ошол катеттин гипотенузадагы проекциясынын арасында орто пропорциялаш экендигинен да пайдаланууга болот (5-сүрөт).

Маселелер жана тапшырмалар

51.1. Узундуктары a жана b болгон кесиндилер берилген. Узундугу $\sqrt{ab}$ болгон кесинди түз.

51.2. Узундугу a жана b га барабар кесиндилер берилген. Пифагордун теоремасынан пайдаланып, узундугу a) $\sqrt{a^2+b^2}$; b) $\sqrt{a^2-b^2}$ болгон кесиндилер түз.

51.3. Узундугу 1 ге барабар кесинди берилген. Узундуктары a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; d) $\sqrt{5}$; e) $\sqrt{6}$; f) $\sqrt{18}$; g) $\sqrt{30}$ болгон кесиндилер түз.

51.4. 6-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде ABC үч бурчтугунун аянтын тап.

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

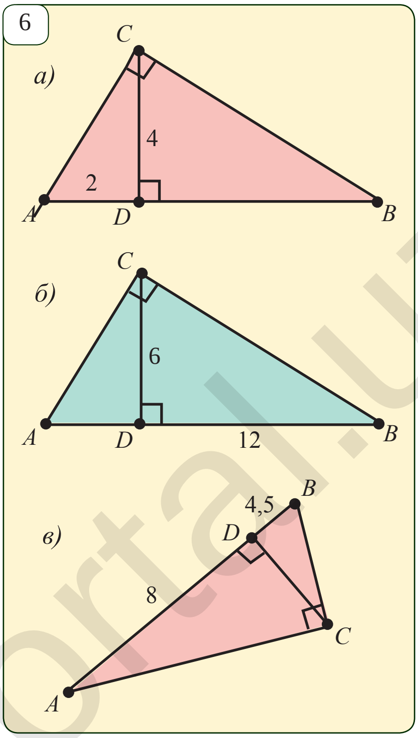
51.5. Айланадагы C чекитинен AB диаметрге CD перпендикуляры түшүрүлгөн. Эгерде $CD=12$ *см*, $AD=24$ *см* болсо, анда тегеректин аянтын тап.

51.6. Мурдагы маселедеги ABC үч бурчтугунун аянтын тап.

51.7. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунун биссектрисасы гипотенузаны 5:3 сыяктуу катышта бөлөт. Тик бурчтун чокусунан түшүрүлгөн бийиктиктин гипотенузадан болгон кесиндилеринин катышын тап.

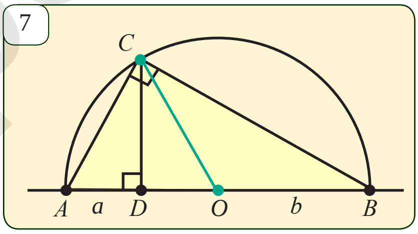
51.8. Радиусу 8 *см* ге барабар болгон тегерекке бир бурчу 30° болгон тик бурчтуу үч бурчтук ичтен сызылган. Тегеректин үч бурчтуктан тыштагы бөлүгү 3 сегменттен турат. Мына ошол сегменттердин аянттарын тап.

51.9*. 7-сүрөттө $AD=a$, $DB=b$, демек, $OC=\dfrac{a+b}{2}$ (O— айлананын борбору). Сүрөттөн пайдаланып, $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ барабарсыздыгын далилде.

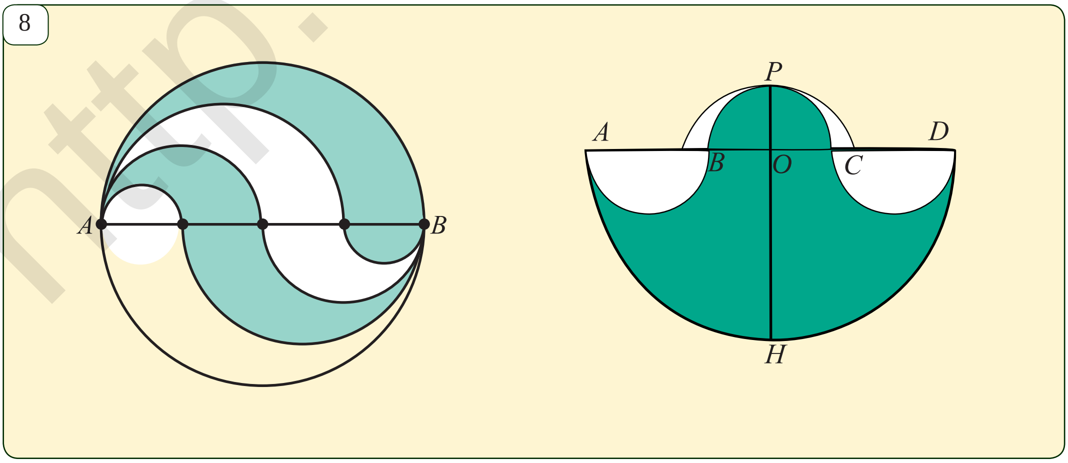


Кызыктуу маселе

1. Айлананын AB диаметри төрт барабар бөлүктөргө бөлүндү жана 8-сүрөттө көрсөтүлгөндөй жарым айланалар түзүлдү. Эгерде $AB = d$ болсо, анда сүрөттө боёп көрсөтүлгөн ар бир фигуранын аянтын эсепте.



2. 9-сүрөттө AB жана CD кесиндилер барабар. O чекит AD кесиндинин ортосу. AB, CD, AD жана BC жарым тегеректердин диаметри. Ошол жарым тегеректер менен чектелген фигуранын аянты диаметри PH тең тегерек аянтына барабардыгын далилде. Бул жерде PH кесинди AD кесиндинин ортосу O чекитине өткөзүлгөн перпендикуляр.



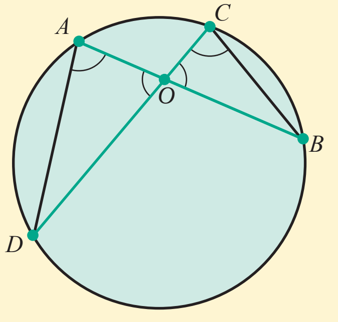
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

52 АЙЛАНАДАГЫ ПРОПОРЦИЯЛАШ КЕСИНДИЛЕР

1-теорема. **Айлананын *AB* жана *CD* хордалары *O* чекитинде кесилишсе, $AO \cdot OB = CO \cdot OD$ барабардыгы орундуу болот.**

1

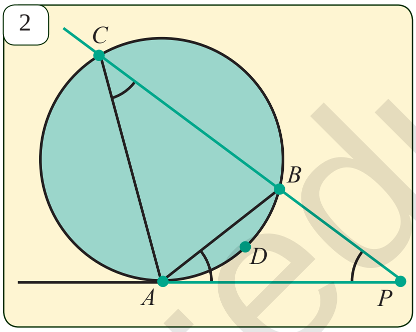


Далилдөө. *AB* жана *CD* хордалары (1-*сүрөт*) көрсөтүлгөн тартипте жайлашкан болсун. Учтарын *AD* жана *BC* хордалар менен туташтырабыз. Ошондо *BAD* жана *BCD* бурчтар бир жаага тирелет, демек, $\angle BAD = \angle BCD$. Дагы көрүнүп тургандай, $\angle AOD = \angle BOC$. Бул эки барабардыктан ББ белги боюнча *AOD* жана *COB* үч бурчтуктарынын окшоштугу келип чыгат. Окшош үч бурчтуктардын тиешелүү жактары болсо пропорциялаш: $\frac{OD}{OB} = \frac{AO}{CO}$ же $AO \cdot OB = CO \cdot OD$.

Теорема далилденди.

2-теорема. **Айлананын тышкы зонасындагы *P* чекитинен айланага *PA* жаныма (*A* - жануу чекнти) жана айлананы *B* жана *C* чекиттеринде кеснп өткөн түз сызык жүргүзүлгөн болсо, анда $PA^2 = PB \cdot PC$ болот.**

2



Далилдөө. *ABP* жана *CPA* үч бурчтуктарын карап көрөбүз (2-*сүрөт*). Анда,

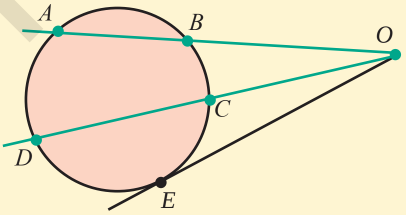
$\angle C = \frac{ADB}{2} = \angle BAP$ жана $\angle P$ — бул үч бурчтуктар үчүн жалпы бурч. Демек, ABP жана CPA үч бурчтуктары эки бурчу боюнча окшош. Бул жерден

$$\frac{PA}{PC} = \frac{PB}{PA} \quad \text{же} \quad PA^2 = PB \cdot PC.$$

Теорема далилденди.

Маселе. *A, B, C* жана *D* чекиттери айлананы *AB, BC, CD* жана *AD* жааларга бөлөт. Эгерде *AB* жана *DC* шоолалары *O* чекитинде кесилишсе, анда $OA \cdot OB = OC \cdot OD$ барабардыгы орундуу болушун далилде.

3



Чыгаруу. Маселенин шартына тиешелүү чийме сызабыз (3-*сүрөт*) жана *O* чекитинен *OE* жаныма өткөрөбүз. Анда, 2-теорема боюнча,

$$\left.\begin{matrix} OB \cdot OA = OE^2 \\ OC \cdot OD = OE^2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow OA \cdot OB = OC \cdot OD.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Маселелер жана тапшырмалар

52.1. 4-сүрөттөн x менен белгиленген белгисиз кесиндини тап.

52.2. A чекитинен айланага AB жаныма (B — жануу чекити) жана айлананы C жана D чекиттеринде кесип өткөн кесинди өткөрүлгөн. Эгердег

a) $AB = 4$ *см*, $AC = 2$ *см* болсо, анда AD кесиндини;

b) $AB = 5$ *см*, $AD = 10$ *см* болсо, анда AC кесиндини;

d) $AC = 3$ *см*, $AD = 2{,}7$ *см* болсо, анда AB кесиндини тап.

52.3. Айланага $ABCD$ төрт бурчтугу ичтен сызылган, AB жана CD шоолалар O чекитинде кесилишет. Эгерде a) $AO = 10$ *дм*, $BO = 6$ *дм*, $DO = 15$ *дм* болсо, анда OC кесиндини;

b) $CD = 10$ *дм*, $OD = 8$ *дм*, $AB = 4$ *дм* болсо, анда OB кесиндини тап.

52.4. Айлананын AB диаметри жана ошол диаметрге перпендикулярдуу болгон CD хордасы E чекитинде кесилишет. Эгерде $AE = 2$ *см*, $EB = 8$ *см* болсо, анда CD хорданы тап.

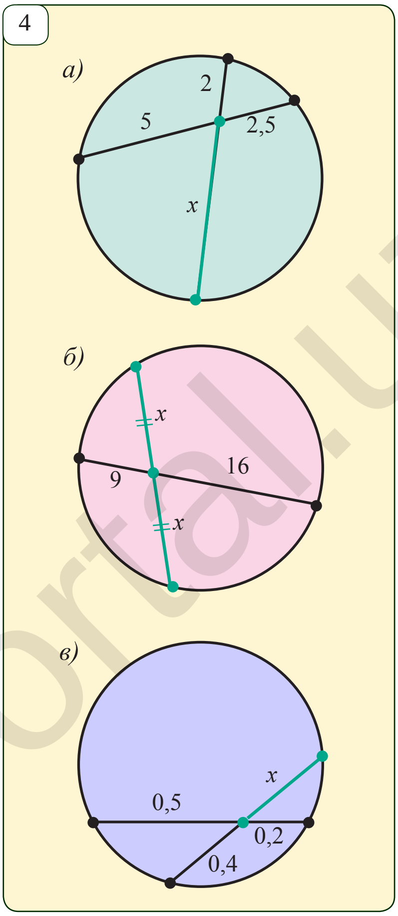
52.5. AB жана CD кесиндилер O чекитинде кесилишет. Эгерде $AO \cdot OB = BO \cdot OD$ болсо, анда A, B, C жана D чекиттеринин бир айланада жатышын далилде.

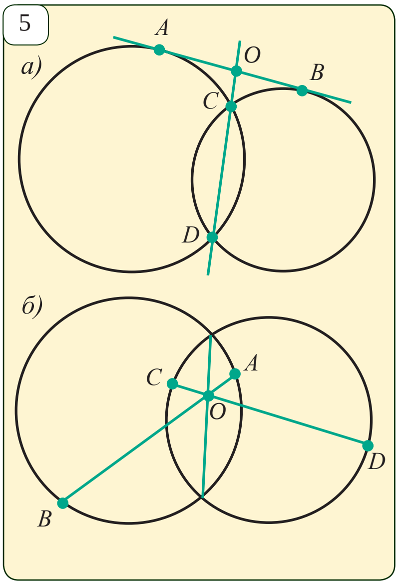
52.6. Радиусу 13 *дм* болгон айлананын борборунан 5 *дм* алыстыкта P чекити алынган. P чекитинен узундугу 25 *дм* болгон AB хорда өткөрүлгөн. AP жана PB кесиндилерин тап.

52.7. 3-сүрөттөн $AO \cdot OB = CO \cdot OD$ барабардыгын AOD жана BOC бурчтардын окшоштугунан пайдаланып далилде.

52.8*. 5-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде $AO \cdot OB = = CO \cdot OD$ барабардыгын далилде.

52.9*. Эки айлана C чекитинде жанышат. AB түз сызыгы биринчи айланага B чекитинде жанып өтөт. $ACB = 90°$ экендигин далилде.



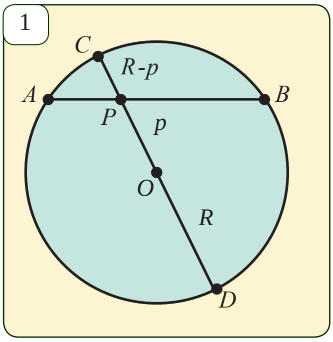


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

53 МАСЕЛЕ ЧЫГАРУУ

Мурдагы сабакта айлананын кесүүчүлөрүнүн жана хордаларынын касиеттерин далилдеген элек. Эми ошол касиеттердин айрым жекече учурлары менен таанышабыз.



1-маселе. P чекити R радиустуу айлананын ички зонасындагы анын борборунан p аралыкта жайлашкан болсун. Анда P чекитинен өткөн каалагандай AB хорда үчүн

$$AP \cdot PB = R^2 - p^2 \qquad (1)$$

барабардыгы орундуу болот.

Чыгаруу. P чекити аркылуу айлананын CD диаметрин жүргүзөбүз. Анда, $PC = R - p$, $PD = R + p$ (1-*сүрөт*). Кесүүчү хордалар жөнүндөгү теорема боюнча

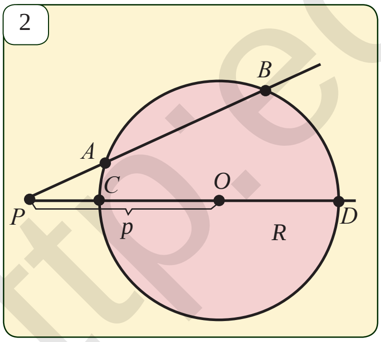
$$AP \cdot PB = CP \cdot PD = (R - p)(R + p) = R^2 - p^2.$$

(1) барабардык далилденди.

2-маселе. Радиусу 6 *см* болгон айлананын O борборунан 4 *см* алыстыкта P чекити алынды. P чекити аркылуу AB хордасы өткөрүлдү. Эгерде AP = 2 *см* болсо, анда PB кесиндини тап.

Чыгаруу. Маселенин шарты боюнча $R = 6$ *см*, $d = 4$ *см*, $AP = 2$ *см*. Анда (1) барабардык боюнча $2 \cdot PB = 6^2 - 4^2 = 36 - 16 = 20$. Бул жерден, $PB = 10$ *см*.

Жообу: $PB = 10$ *см*.



3-маселе. P чекити R радиустуу айлананын тышкы зонасында анын борборунан p аралыкта жайлашкан болсун. Анда P чекити аркылуу өткөн жана айлананы A жана B чекиттеринде кесип өткөн каалагандай түз сызык үчүн

$$PA \cdot PB = p^2 - R^2 \qquad (2)$$

барабардыгы орундуу болот.

Чыгаруу. Айлананын O борбору аркылуу өткөн PO түз сызыгы айлана менен C жана D чекиттеринде кесилишсин (2-*сүрөт*). Анда, шарт боюнча, $PC = p - R$, $PD = p + R$. Айлананын тышкы зонасындагы чекиттен өткөрүлгөн кесүүчүлөр жөнүндөгү теорема боюнча

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = (p - R)(p + R) = p^2 - R^2.$$

Ошентип, (2) барабардыгы далилденди.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4-маселе. Радиусу 7 *см* болгон айлананын борборунан 13 *см* алыстыктагы *P* чекитинен өткөн түз сызык айлананы *A* жана *B* чекиттеринде кесип өтөт. Эгерде *PA* = 10 *см* болсо, анда *AB* хорданы тап.

Чыгаруу. Шарт боюнча, $R=7$ *см*, $p=13$ *см*. Анда (2) формула боюнча

$$PA\cdot PB=p^2-R^2=13^2-7^2=169-49=120.$$

Бул жерден, $PB=\frac{120}{PA}=\frac{120}{10}=12$ (*см*). Демек,

$AB=PB-PA=12-10=2$ (*см*). *Жообу:* 2 *см*.

Маселелер жана тапшырмалар

53.1. Радиусу 5 *см* болгон айлананын борборунан 3 *см* алыстыкта *P* чекити алынган. *AB* хорда *P* чекити аркылуу өтөт. Эгерде *PA* = 2 *см* болсо, анда *AB* хордасынын узундугун тап.

53.2. Радиусу 5 *м* болгон айлананын борборунан 7 *м* алыстыкта *P* чекити алынган. *P* чекити аркылуу өткөн түз сызык айлананы *A* жана *B* чекиттеринде кесип өтөт. Эгерде *PA* = 4 *м* болсо, анда *AB* хорданын узундугун тап.

53.3. 3-сүрөттөгү *x* менен белгиленген кесиндини тап (*O* — айлананын борбору).

53.4. 4-сүрөттөн пайдаланып маселени чыгар. Анда,

а) $PC=5$ *дм*, $OD=7$ *дм*, $AB=2$ *дм*, $PA=?$

b) $PA=5$ *дм*, $AB=4$ *дм*, $PC=3$ *дм*, $OD=?$

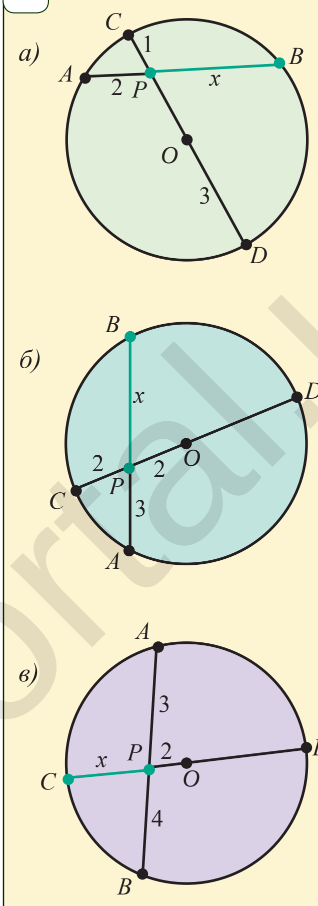
53.5. Айлананын $AB=7$ *см* жана $CD=5$ *см* болгон хордалары *P* чекитинде кесилишет. Эгерде $CP:PD=2:3$ болсо, анда *P* чекити *AB* хорданы кандай катышта бөлөт?

53.6. Айлананын *C* чекитинен *AB* диаметрине *CD* перпендикуляр түшүрүлгөн. Эгерде *AD* = 2 *см*, *DB* = 18 *см* болсо, анда *CD* кесиндини тап.

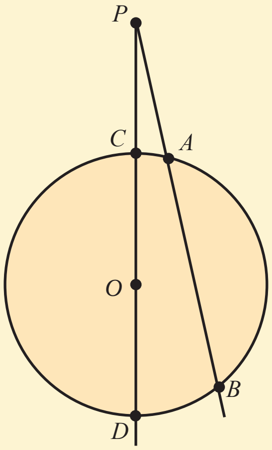
53.7*. Айланага ичтен сызылган *ABCD* төрт бурчту- гунун диагоналдары *K* чекитинде кесилишет. Эгерде $AB=2$, $BC=1$, $CD=3$ жана $CK:KA=1:2$ болсо, анда *AD* кесиндини тап.

53.8*. Айланага ичтен сызылган *ABCD* төрт бурчтугунда $AB:DC=1:2$ жана $BD:AC=2:3$ болсо, анда $DA:BC$ катышты тап.

3



4



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

54 БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР

I. Тесттер

1. **Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн бийиктиги жөнүндөгү туура эмес ырастоону көрсөт:**
   А. Катеттеринен кичине;
   Б. Үч бурчтукту эки окшош үч бурчтуктарга бөлөт;
   В. Катеттеринин гипотенузадагы проекцияларынын арасында орто пропорциялаш;
   Г. Гипотенузанын жарымына барабар.
2. ***AB* жана *CD* хордалар *O* чекитинде кесилишет. Туура эмес ырастоону тап:**
   А. $\angle DAB = \angle DCB$; Б. *AOD* жана *COB* үч бурчтуктары окшош;
   В. $AO \cdot OB = CO \cdot OD$; Г. $AO = CO$.
3. **Туура ырастоону тап:**
   А. Барабар кесиндилердин проекциялары да барабар;
   Б. Чоң кесиндинин проекциясы чоң;
   В. Бир түз сызыктагы барабар кесиндилердин проекциялары барабар;
   Г. Проекциянын узундугу проекцияланууучу кесиндинин узундугунан барабар.
4. **Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн бийиктик аны эки үч бурчтукка бөлөт. Бул үч бурчтуктар:**
   А. Барабар; Б. Тендеш; В. Окшош; Г. Теңкапталдуу.
5. **Узундугу *a* жана *b* болгон кесиндилердин орто пропорциялашы эмнеге барабар?**
   А. $a+b$; Б. $\sqrt{ab}$; В. $\frac{a+b}{2}$; Г. $a:b$.
6. ***ABCD* төрт бурчтугу борбору *O* болгон айланага ичтен сызылган. Туура эмес ырастоону көрсөт:**
   А. $\Delta AOB \sim \Delta COD$; Б. $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$;
   В. $AO \cdot OB = CO \cdot OD$; Г. $AB \cdot CD = BC \cdot AD$.

II. Маселелер.

1. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин катышы 3:4 кө барабар. Бул үч бурчтуктун гипотенузасы 50 *см*. Үч бурчтуктун тик бурчунун чокусунан түшүрүлгөн бийиктик гипотенузадан кандай узундуктагы кесиндилерди бөлөт?
2. Айлананын *AB* жана *CD* хордалары *E* чекитинде кесилишет. Эгерде *AE*= 5 *см*, *BE* = 2 *см* жана *EC* = 2,5 *см* болсо, анда *ED* ны тап.
3. Радиусу 6 *м* болгон айлананын борборунан 10 *м* алыстыкта *K* чекити алынды жана *K* чекитинен айланага жаныма өткөрүлдү. Жаныманын жануу чекити *P* менен *K* чекитинин ортосундагы аралыкты тап.
4. *ABC* үч бурчтугунда $\angle C = 90°$ жана *CD* бийиктик 4,8 *дм*. Эгерде *AD* =3,6 *дм* болсо, *AB* жагын тап.
5. Айлананын *AB* жана *CD* хордалары *O* чекитинде кесилишет. Эгерде *AO* = 6, *OB*= 4 жана *CO*= 3 болсо, анда *OD* кесиндини тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6. Айланада A, B, C, D чекиттер берилген, BA жана CD шоолалар O чекитинде кесилишет, $OA = 5$, $AB=4$, $OD=6$. DC хорданы тап.

7. Айланага B чекитинде жанган түз сызыктын үстүндө A чекити алынды. Эгерде $AB = 12$ жана A чекитинен айланага чейин болгон эң кыска аралык 8 болсо, анда айлананын радиусун тап.

8. Жарым айланадагы C чекитинен AB диаметрине түшүрүлгөн CD перпендикуляр AB кесиндиден 4 жана 9 га барабар кесиндилерди бөлөт. CD кесиндини тап.

9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиги гипотенузаны 3 *дм* жана 12 *дм* ге барабар кесиндилерге бөлөт. Үч бурчтуктун аянтын тап.

10. Радиусу 5 *см*, борбору O болгон айлананын AB хордасында D чекит алынган. Эгерде $AD = 2$ *см*, $DB = 4{,}5$ *см* болсо, анда OD кесиндини тап.

11. Радиусу 5 *м*, борбору O болгон айлананы A жана B чекиттеринде кесип өткөн түз сызыктан P чекити алынды. Эгерде $PA = 5$ *м*, $AB = 2{,}8$ *м* болсо, анда OP аралыкты тап.

12. Төрт параллель түз сызык берилген. Алар бурчтун жактарын A жана A_1 , B жана B_1, C жана C_1 , D жана D_1 чекиттеринде кесишет. A, B, C, D чекиттер бурчтун бир жагында жатат. Эгерде $AB = 8$, $CD = 12$ жана $C_1D_1 = 9$ болсо, анда A_1B_1 кесиндини тап.

13. Айлана бурчка ичтен сызылган. Эгерде бурчтун чокусунан айланага чейин болгон аралык радиуска барабар болсо, анда бурчтун чоңдугун тап.

14. Айлананын AB диаметринин B учунан BC жаныма жана AC кесүүчү өткөзүлөн. AC айлана менен D чекитинде кесишет. Эгерде $AD = DC$ болсо, CBD бурчту тап.

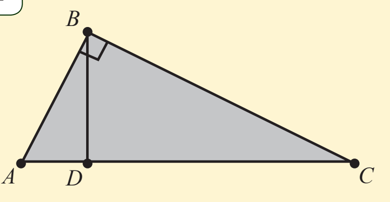
15. Тик бурчтуу үч бурчтуктун кетаттери катышы 2:3. Үч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн бийиктик аны эки үч бурчтукка бөлөт. Алардын аянттары катышын тап.

III. Өзүңдү сынап көр (текшерүү ишинин үлгүсү)

1. Айлананын тышындагы чекиттен айланага жаныма жүргүзүлгөн. Бул чекиттен айланага чейин болгон эң кыска аралык 2 *см* ге, ал эми жануу чекитине чейин болгон аралык болсо 6 *см* ге барабар. Айлананын радиусун тап.

2. ΔABC тик бурчтуу, $AD = 9$ *дм*, $DC = 16$ *дм* болсо, анда ошол үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын радиусун эсепте (1-*сүрөт*)

1



3. Чекиттен түз сызыкка эки жантайма жүргүзүлгөн. Эгерде жантаймалар 1:2 катышта болуп, алардын проекциялары 1 *м* жана 7 *м* болсо, анда жантаймалардын узундуктарын тап.

4.* (*Кошумча маселе*). PQ жана андан узун ET кесиндилер берилген. $ABCD$ төрт бурчтугун түз, натыйжада, $AB = BC = PQ$; $BD = ET$ болуп,

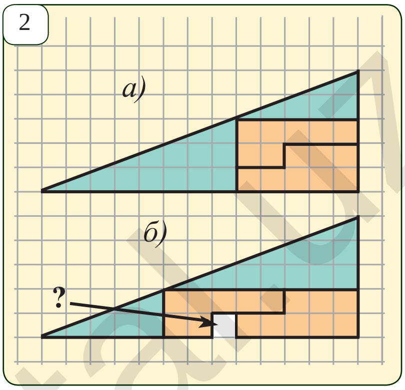
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

диагоналдары кесилише турган *O* чекит үчүн $AO \cdot OC = BO \cdot OD$ барабардыгы орундуу болсун.

Кызыктуу маселе

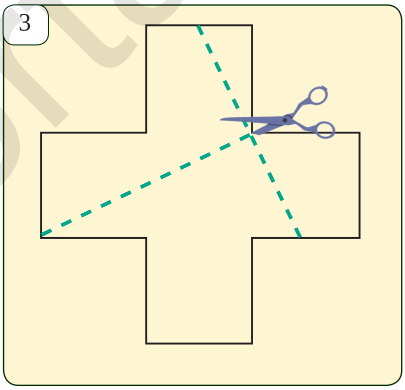
Үч бурчтук а-сүрөттө көрсөтүлгөндөй абалда төрт бөлүккө бөлүнгөн жана 5-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кайра курамтырылган. Айтчы, артык баш квадрат кайдан келди?



Грек кресги

Биздин эрага чейинки 500-жылдарда пайда болгон бул фигураны жашоонун символу иретинде нандын үстүнө чийишкен. (3-сүрөт)

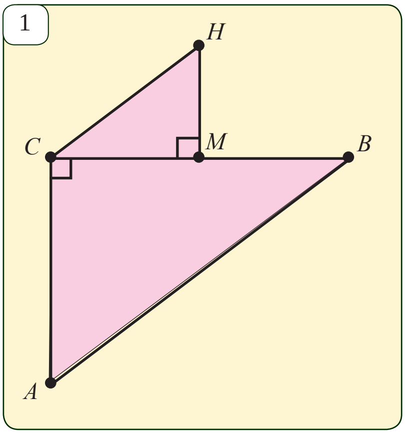
Бул фигураны калың кагазга чийип, аны сүрөттө көрсөтүлгөн сызыктар боюнча кыркып ал. Алынган бөлүктөрдөн квадратты түзүү мүмкүн экендигине ишеним пайда кыл.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

55 ЖЫЙЫНТЫКТООЧУ ТЕКШЕРҮҮ ИШИ



I. Текшерүү ишинин үлгүсү

1. $ABCD$ параллелограммында $\angle A=45°$, $AD=4$. Параллелограммдын AB жагынын уландысына $\angle PDA=90°$ ка барабар болгон BP кесинди коюлду. BC жана PD кесиндилер T чекитинде кесилишет, бул жерде $PT:TD=3:1$.

a) $\Delta BPT \backsim \Delta CDT$ экендигин далилде, бул үч бурчтуктардын аянттарынын катышын тап.

b) $ABCD$ параллелограммынын аянтын тап.

d) AB жана TD кесиндилеринин ортолорун туташтырган кесиндинин узундугун тап.

e) $\overline{AB}$ векторун $\overline{CA}$ жана $\overline{TB}$ векторлору аркылуу туюнт.

f) CAD бурчунун синусун тап.

2. *(Кошумча)* 1-сүрөттө $BC \perp AC$, $MH \perp BC$, $2MC=BC$, $MH=0{,}5AC$ болсо, анда $AB||CH$ экендигин далилде.

II. Текшерүү иши үчүн тесттердин үлгүсү

1. Эгерде тик бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиги гипотенузасын 6 *см* жана 54 *см* кесиндилерге бөлсө, анда ошол үч бурчтуктун аянтын тап:
   А) 648 см^2; Б) 324 см^2; В) 1080 см^2; Г) 540 см^2.

2. C чекитинен жүргүзүлгөн бир кесип өтүүчү айлананы A жана B, ал эми экинчиси болсо D жана E чекиттеринде кесип өтөт. Эгерде $CA=18$ *см*, $CB=8$ *см*, $CD=8$ *см* болсо, анда DE кесиндинин узундугун тап:
   А) 17 *см*; Б) 1 *см*; В) 9 *см*; Г) туура жооп берилбеген.

3. Эгерде $A(-5;2\sqrt{3})$, $B(-4;2)$, $C(-2;\sqrt{3})$, $D(0;2)$ болсо, анда $ABCD$ төрт бурчтугунун диагоналдарынын арасындагы бурчту тап:
   А) 30°; Б) 60°; В) 90°; Г) туура жооп берилбеген.

4. Эгерде параллелограммдын диагоналдары 10 *см* жана $8\sqrt{2}$ *см* ге барабар жана алардын арасындагы бурч 45° болсо, анда параллелограммдын жактарын тап:
   А) $\sqrt{17}$ *см* жана $\sqrt{97}$ *см*; Б) 5 *см* жана 6 *см*;
   В) $\sqrt{34}$ *см* жана $\sqrt{63}$ *см*; Г) туура жооп берилбеген.

5. Радиусу 8 см болгон айланага ичтен сызылган туура алты бурчтуктун аянтын тап:
   А) $48\sqrt{3}$ см^2; Б) $192\sqrt{3}$ см^2; В) $96\sqrt{2}$; Г) туура жооп берилбеген.

6. Борбордук бурчу 140°, аянты $31{,}5\pi$ см^2 болгон айлана секторунун радиусун аныкта:
   А) 9 *см*; Б) 18 *см*; В) 9π *см*; Г) туура жооп берилбеген.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7. Негизинин узундугу 15 см болгон үч бурчтукта негизине параллель кесинди жүргүзүлгөн. Эгерде алынган трапециянын $\frac{3}{4}$ аянты үч бурчтуктун аянтынан:
А) 6,5; Б) 7; В) 7,5; Г) 5.

8. Каптал жагы $2\sqrt{39}$ *см* болгон тең капталдуу үч бурчтуктун бийиктигинин негизине катышы 3:4 кө барабар болсо, анда үч бурчтуктун аянтын тап:
А) 260; Б) 245; В) 310; Г) 72.

9. $\overline{a}(4;4\sqrt{3})$ жана $\overline{b}(8\sqrt{3};8)$ векторлор арасындагы бурчту тап:
А) 45°; Б) 90°; В) 30°; Г) 60°.

10. Тең капталдуу трапециянын негиздери 10 *см* жана 16 *см*, ал эми каптал жагы болсо 5 *см*. Трапециянын аянтын тап:
А) 45; Б) 50; В) 48; Г) 52.

11. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы 13 *см* болуп, катеттеринен бири экинчисинен 7 *см* ге чоң. Үч бурчтуктун аянтын тап:
А) 30 $см^2$; Б) 25 $см^2$; В) 45 $см^2$; Г) 40 $см^2$.

12. Жагы 5 *см* болгон ромбдун бир диагоналы 6 *см* ге барабар. Ромбдун аянтын тап:
А) 24 $см^2$; Б) 30 $см^2$; В) 29 $см^2$; Г) 40 $см^2$.

13. Диагоналы $6\sqrt{2}$ болгон квадратка ичтен сызылган айлананын узундугун тап:
А) 10π; Б) 8π; В) 9π; Г) 6π.

14. Жагы $6\sqrt{2}$ *см* болгон квадратка сырттан сызылган тегеректин аянтын тап:
А) 9π; Б) 12π; В) 15π; Г) 18π.

15. Бийиктиктери 4 *см* жана 6 *см* болгон параллелограммдын аянты 36 $см^2$ ге барабар. Анын периметрии тап:
А) 26 *см*; Б) 30 *см*; В) 29 *см*; Г) 36 *см*.

16. Периметри 30 *см* болгон параллелограммдын жактары 2:3 катышта. Эгерде параллелограммдын тар бурчу 30° болсо, анда анын аянтын тап:
А) 26 $см^2$; Б) 27 $см^2$; В) 29 $см^2$; Г) 30 $см^2$.

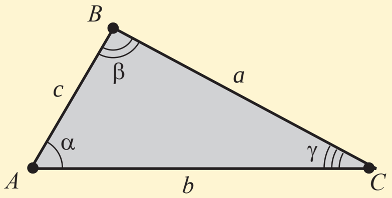
17. Эгерде ABC үч бурчтугунда $AB=6\sqrt{3}$ *см*, $BC=12$ *см* жана $\angle C=60°$ болсо, анда үч бурчтуктун А бурчун тап:
А) 45°; Б) 90°; В) 30°; Г) 60°.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ПЛАНИМЕТРИЯ БОЮНЧА НЕГИЗГИ ТҮШҮНҮКТӨР ЖАНА МААЛЫМАТТАР

1 **ҮЧ БУРЧТУКТАР**



1°. Негизги түшүнүктөр

Тегиздикте бир түз сызыкта жатпаган үч чекит берилген болсун. Ошол чекиттерди эки-экиден кылып кесиндилер менен туташтырабыз. Алынган фигурага **уч бурчтук** дейилет. Чекиттерге үч бурчтуктун **чокулары**, ал эми кесиндилерге болсо **жактары** деп айтылат. Белгилениши: A, B, C — чокулары, a, b, c — жактары (1-*сүрөт*).

Үч бурчтук үч бурчка ээ: $\angle BAC$, $\angle CBA$, $\angle ACB$. Белгилениши: α , β, γ.

Медиана — үч бурчтуктун чокусу менен ошол чокусунун карама- каршысында жаткан жагынын ортосун туташтырган кесинди. Үч бурчтукта үч медиана болуп, алар m_a, m_b, m_c сыяктуу белгиленет.

Биссектриса — үч бурчтуктун чокусун анын каршысындагы жагы менен туташтырган жана ошол чокудагы биссектрисасында жаткан кесинди. Үч бурчтукта үч биссектриса болуп, алар l_a, l_b, l_c сыяктуу белгиленет.

Бийиктик — үч бурчтуктун чокусунан анын каршысындагы жагы жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр. Үч бурчтукта үч бийиктик болуп, алар h_a, h_b, h_c түрүндө белгиленет.

Орто сызык — эки жагынын ортолорун туташтырган кесинди.

Орто сызыктардын саны да 3 өө.

Периметр — үч жагынын узундуктарынын суммасы. Белгилениши: P.

Үч бурчтуктар жактары боюнча үч түргө бөлүнөт:

а) тең жактуу ($a = b = c$); b), тең капталдуу (a, b, c лардын кайсыдыр экөөсү барабар);

d) түрдүүчө жактуу (a, b, c лардын эч бири экинчисине барабар эмес).

Үч бурчтуктун үч жагына тең жанышып өткөн айланага ага ичтен сызылган **айлана** дейилет (мындай айлана бар, бирок бирөө гана). Ичтен сызылган айлананын радиусу r аркылуу белгиленет. Үч бурчтуктун үч чокусунан тең өткөн айланага ага сырттан **сызылган айлана** дейилет жана анын радиусу R аркылуу белгиленет (мындай айлана бар, бирок бирөө гана).

2°. Негизги байланыштар

1) $\alpha+\beta+\gamma=180°$. Үч бурчтуктун ички бурчтурынын суммасы 180^0 ка барабар.

2) Үч медианасы бир чекитте кесилишет. Ошол чекит медиананы 2;1 катышта бөлөт. Медиана үч бурчтукту аянттары барабар болгон эки үч бурчтукка бөлөт. Медианалардын узундуктары $m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$; $m_b=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-b^2}$; $m_c=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$ формулаларынан табылат.

3) Үч биссектриса бир чекитте кесилишет. Бул чекит ичтен сызылган айлананын борбору болот. Биссектриса карама-каршысындагы жакты (өзү жүргүзүлгөн жакты) калган жактарга пропорциялаш бөлүктөргө бөлөт (2-*сүрөт*).

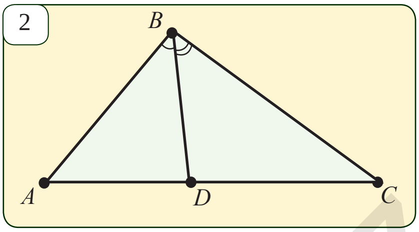
BD биссектриса болсо, $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DC}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$$l_a = \frac{2\sqrt{bc}}{b+c}\sqrt{p(p-a)}; \quad l_b = \frac{2\sqrt{ac}}{a+c}\sqrt{p(p-b)};$$

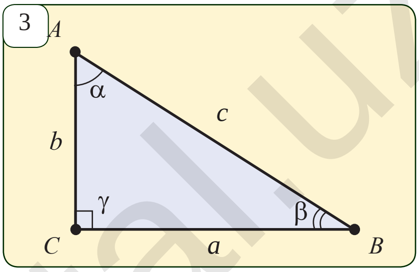
$$l_c = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\sqrt{p(p-c)}, \quad p=(a+b+c)$$



Биссектрисанын узундуктары формулаларынан табылат.

4) Үч бурчтуктун бийиктиктери же алардын уландылары бир чекитте кесилишет. Бийиктиктин узундуктары.

$$h_a = \frac{2S}{a}; \quad h_b = \frac{2S}{b}; \quad h_c = \frac{2S}{c}$$



формулаларынан табылат. Бул жерде S үч бурчтуктун аянты.

5) Үч бурчтуктун жактарынын ортогоналдык перпендикулярлары бир чекитте кесилишет. Бул чекит үч бурчтукка *сырттан сызылган айлананын борбору* болот.

6) Үч бурчтуктун *орто сызыгы* үчүнчү жагына параллель жана анын жарымына барабар.

7) Синустар теоремасы:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R.$$

8) Косинустар теоремасы:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

9. Үч бурчтуктун аянтын эсептөөнүн формулалары:

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c; \quad S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta;$$

10. Герондун формуласы:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}; \quad S = \frac{abc}{4R}, \quad S = pr.$$

3°. Маанилүү жекече учурлар

а) *Тик бурчтуу үч бурчтук* (3-*сүрөт*).

$\angle\gamma = 90°$, $\alpha + \beta = 90°$, AC жана BC — катеттер, AB — гипотенуза. Пифагордун теоремасы: $a^2 + b^2 = c^2$.

$$S = \frac{1}{2}ab; \quad R = \frac{c}{2}; \quad r = \frac{a+b+c}{2};$$

$$\frac{a}{c} = \sin\alpha; \quad \frac{a}{c} = \cos\beta; \quad \frac{b}{c} = \sin\beta; \quad \frac{b}{c} = \cos\alpha.$$

$$\frac{a}{b} = \mathrm{tg}\,\alpha; \quad \frac{a}{b} = \mathrm{ctg}\,\beta; \quad \frac{b}{a} = \mathrm{ctg}\,\alpha; \quad \frac{b}{a} = \mathrm{tg}\,\beta.$$

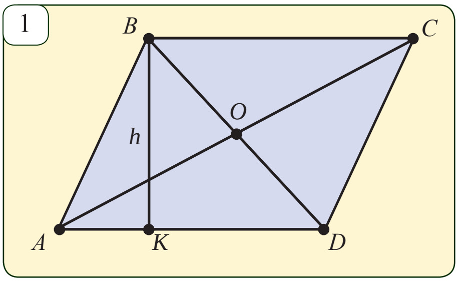
b) *Тең жактуу үч бурчтук*

$$\alpha = \beta = \gamma = 60°, \quad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \quad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ТӨРТ БУРЧТУКТАР



1°. Параллелограмм

Карама-каршы жактары параллель болгон төрт бурчтукка *параллелограмм* дейилет (1-*сүрөт*).

Коңшулаш болбогон чокуларды туташтырган кесиндиге *диагональ* дейилет.

AB жана CD; AD жана BC параллель жактар; BD жана AC диагоналдар.

Негизги касиеттери жана байланыштар

1) Диагоналдарынын кесилишүү чекити параллелограмм симметриясынын борбору болот.

2) Карама-каршы жактарынын узундуктары өз ара барабар:

$$AB = CD \quad \text{жана} \quad AD = BC.$$

3) Параллелограммдын карама-каршы бурчтары өз ара барабар:

$$\angle BAD = \angle BCD \quad \text{жана} \quad \angle ABC = \angle ADC.$$

4) Коңшулаш бурчтарынын суммасы 180° ка барабар.

5) Диагоналдары кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт: $BO = OD$ жана $AO = OC$

6) Жактарынын квадраттарынын суммасы диагоналдарынын квадраттарынын суммасына барабар:

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2 \quad \text{же} \quad 2(AB^2 + BC^2) = AC^2 + BD^2.$$

7) Параллелограммдын аянты: a) $S = ah_a$, бул жерде: $a = AD$ жагы, $h_a = BK$ — бийиктиги; b) $S = ab\sin\alpha$, бул жерде: $b = AB$ — жагы, $\alpha = \angle BAD$ — AB жана AD жактарынын арасындагы бурч.

2°. Ромб

Бардык жактары өз ара барабар болгон параллелограммга *ромб* дейилет.

Параллелограмм үчүн орундуу болгон бардык касиеттер ромб үчүн да орундуу.

Ромбдун кошумча касиеттери.

1) Ромбдун диагоналдары өз ара перпендикуляр.

2) Ромбдун диагоналдары ички бурчтарынын биссектрисалары болот.

3) Ромбдун аянты $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$, бул жерде: d_1, d_2 — ромбдун диагоналдары.

3°. Тик бурчтук

Бардык бурчтары 90° ка барабар болгон параллелограммга *тик бурчтук* дейилет.

1) Тик бурчтуктун диагоналдары өз ара барабар.

2) Тик бурчтуктун аянты $S = ab$, бул жерде a жана b тик бурчтуктун коңшулаш жактары.

4°. Квадрат

Бардык жактары өз ара барабар болгон тик бурчтукка *квадрат* дейилет.

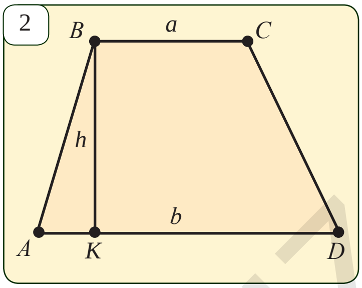
Ромб жана тик бурчтуктар үчүн орундуу болгон бардык касиеттер квадрат үчүн да орундуу. Эгерде a — квадраттын жагы, ал эми d анын диагоналы болсо, анда: $S = a^2$; $S = \frac{d^2}{2}$; $d = a\sqrt{2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5°. Трапеция

Негиздери деп аталган эки жагы өз ара параллель жана каптал жактары деп аталган калган эки жагы болсо параллель болбогон төрт бурчтукка *трапеция* дейилет. Каптал жактарынын ортолорун туташтырган кесиндиге трапециянын *орто сызыгы* дейилет.

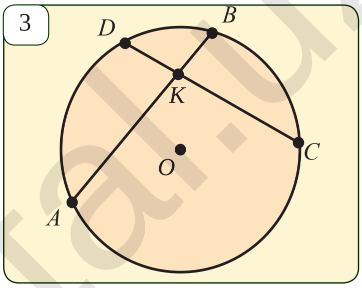


Негизги касиеттери

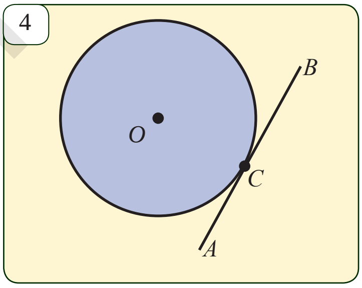
1) Трапециянын орто сызыгы негиздерине параллель болот жана негиздеринин суммасынын жарымына барабар.

2) Трапециянын аянты $S=\frac{a+b}{2}h$, бул жерде a жана b — негиздери, h болсо бийиктиги (2-*сүрөт*).

АЙЛАНА, ТЕГЕРЕК



1°. Оң сан R жана тегиздикте O чекит берилген болсун. O чекитинен R аралыкта жайлашкан чекиттерден турган фигурага *айлана* дейилет. O чекитине *айлананын борбору*, борбор менен айланадагы чекитти туташтырган кесиндиге *радиус*, ал эми R санына болсо радиустун узундугу дейилет. Айланадагы эки чекитти туташтырган кесиндиге хорда, ал эми борбор аркылуу өткөн хордага *диаметр* дейилет. Тегиздиктин айлана менен чектелген бөлүгүнө *тегерек* деп айтылат.



Негизги байланыштар

1) $D=2R$, бул жерде: D — диаметр узундугу.

2) $l=2\pi R$ — айлана узундугу.

3) $S=\pi R^2$ — тегеректин аянты.

4) AB жана CD хордалар K чекитте кесишсе, (3-*сүрөт*), $AK\cdot KB = CK\cdot KD$ байланыш аткарылат.

5) Хорданы тең экиге бөлгөн диаметр ошол хордага перпендикуляр болуп эсептелет.

6) Барабар хордалар борбордон барабар аралыктарда жайлашат жана, тетирисинче, борбордон барабар аралыктарда жаткан хордалар өз ара барабар болушат.

2°. Жаныма

Айлана (же тегерек) менен жалпы чекитке ээ болгон түз сызыкка *жаныма* дейилет. Чекитке болсо *жануу чекити* дейилет (4-*сүрөт*).

Айлана менен 2 жалпы чекитке ээ болгон түз сызык *кесүүчү* (*кесип өтүүчү*) деп аталат.

Жаныманын касиеттери

1) Жануу чекитине жүргүзүлгөн радиус жанымага перпендикуляр болот.

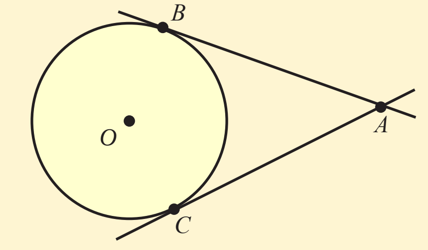
2) Тегеректен тыштагы чекиттен ошол тегеректе эки жаныма өткөрүүгө болот. Бул жанымалардын кесиндилери өз ара барабар (5-*сүрөт*): $AB=AC$.

3) Эгерде AC кесүүчү болуп, айлананы C жана D чекиттеринде кесип өтсө, ал эми AB жаныма болсо, анда $AB_2=AD\cdot AC$ барабардыгы орундуу (6-*сүрөт*).

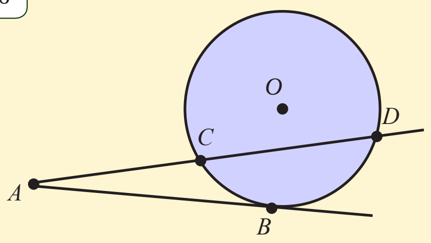
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



6



3°. Борбордук жана ичтен сызылган бурчтар

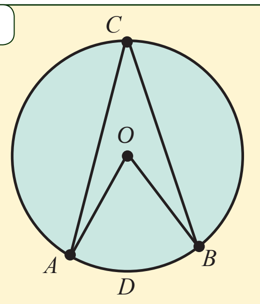
Айланадагы эки чекиттин жардамында айлана эки бөлүккө бөлүнөт. Бул бөлүктөр жаалар деп аталышат (5-*сүрөт*). Белгилениши: ADB; ACB.

AOB бурчка ADB жаасына тирелген борбордук бурч (7-*сүрөт*), ал эми ACB бурчуна болсо ADB жаасына *тирелген* жана айланага *ичтен сызылган бурч* дейилет. Бул бурчтардын ортосунда

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$$

байланышы орундуу.

7



Жалпысынан алганда, жарым айланага (диаметрге) тирелген ички бурч тик бурч болот (8-*сүрөт*), ал эми бир жаага тирелген айланага ичтен сызылган бурчтар барабар болушат.

4°. Сектор жана сегмент

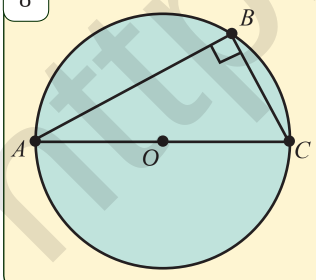
Тегеректин эки радиус менен чектелген бөлүгүнө *сектор* дейилет (9-*сүрөт*). Сектор жаасынын узундугу:

$l = \frac{\pi R\alpha}{180^\circ}$, бул жерде α — борбордук бурчтун градустук чени.

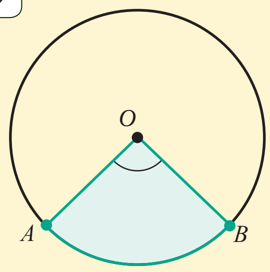
Сектордун аянты: $S = \frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}$; $S = \frac{1}{2}Rl.$

Сегмент — тегеректин хорда жана ошол хорда тирелген жаа менен чектелген бөлүгү (10-*сүрөт*).

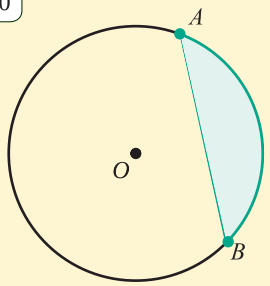
8



9



10



Сегмент аянты: $S = S_{сектор} \pm S_{\Delta} = \frac{\pi R^2}{360^\circ}\cdot\alpha \pm \frac{1}{2}R^2\sin\alpha$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ТУУРА КӨП БУРЧТУКТАР

Туура n бурчтуктун жагы a_n, периметри P_n, аянты S_n, ичтен сызылган айлананын радиусу r_n, ал эми сырттан сызылган айлананын радиусу R_n, ички бурчу α_n болсо, анда,

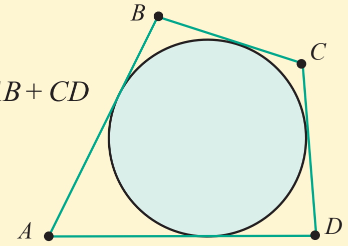
$$P_n = na_n, \quad S_n = \frac{1}{2}P_n r_n = \frac{1}{2}na_n r_n, \quad \alpha_n = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$$

$$R_n = \frac{a_n}{2\sin\frac{180°}{n}}, \quad r_n = \frac{a_n}{2\mathrm{tg}\frac{180°}{n}}$$

Айланага сырттан жана ичтен сызылган төрт бурчтуктар (11-*сүрөт*).

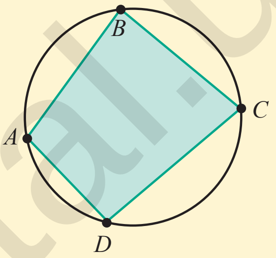
11

$BC + AD = AB + CD$



$\angle A + \angle C = 180°$

$\angle B + \angle D = 180°$



10 дон 99 га чейин болгон натуралдык сандардын квадраттарынын жадыбалы

ондук / бирдик	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
4	196	576	1156	1936	2916	4036	5476	7056	8836
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801

Кээ бир чоңдуктардын жадыбалы

$\pi \cong 3{,}1416$	$\sqrt{8} \cong 2{,}8284$
$\sqrt{2} \cong 1{,}4142$	$\sqrt{10} \cong 3{,}1623$
$\sqrt{3} \cong 1{,}7320$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0{,}7071$
$\sqrt{5} \cong 2{,}2360$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0{,}5774$
$\sqrt{6} \cong 2{,}4495$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cong 0{,}3183$
$\sqrt{7} \cong 2{,}6457$	

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тригонометриялык функциялар маанилеринин жадыбалы

α°	sinα	cosα	tgα	ctgα	α°	sinα	cosα	tgα	ctgα
1	0,0175	1,000	0,0175	57,3	**46**	0,719	0,695	1,036	0,966
2	0,0349	0,999	0,0349	28,6	**47**	0,731	0,682	1,072	0,933
3	0,0523	0,999	0,0524	19,1	**48**	0,743	0,669	1,111	0,900
4	0,0698	0,998	0,0699	14,3	**49**	0,755	0,656	1,150	0,869
5	0,0872	0,996	0,0875	11,4	**50**	0,766	0,643	1,192	0,839
6	0,1045	0,995	0,1051	9,51	**51**	0,777	0,629	1,235	0,810
7	0,1219	0,993	0,1228	8,14	**52**	0,788	0,616	1,280	0,781
8	0,139	0,990	0,141	7,11	**53**	0,799	0,602	1,327	0,754
9	0,156	0,988	0,158	6,31	**54**	0,809	0,588	1,376	0,727
10	0,174	0,985	0,176	5,67	**55**	0,819	0,574	1,428	0,700
11	0,191	0,982	0,194	5,145	**56**	0,829	0,559	1,483	0,675
12	0,208	0,978	0,213	4,507	**57**	0,839	0,545	1,540	0,649
13	0,225	0,974	0,231	4,331	**58**	0,848	0,530	1,600	0,625
14	0,242	0,970	0,249	4,011	**59**	0,857	0,515	1,664	0,601
15	0,259	0,966	0,268	3,732	**60**	0,866	0,500	1,732	0,577
16	0,276	0,961	0,287	3,487	**61**	0,875	0,485	1,804	0,554
17	0,292	0,956	0,306	3,271	**62**	0,883	0,469	1,881	0,532
18	0,309	0,951	0,325	3,078	**63**	0,891	0,454	1,963	0,510
19	0326	0,946	0,344	2,904	**64**	0,899	0,438	2,050	0,488
20	0,342	0,940	0,364	2,747	**65**	0,906	0,423	2,145	0,466
21	0,358	0,934	0,384	2,605	**66**	0,914	0,405	2,246	0,445
22	0,375	0,927	0,404	2,475	**67**	0,921	0,391	2,356	0,424
23	0,391	0,921	0,424	2,356	**68**	0,927	0,375	2,475	0,404
24	0,405	0,914	0,445	2,246	**69**	0,934	0,358	2,605	0,384
25	0,423	0,906	0,466	2,145	**70**	0,940	0,342	2,747	0,364
26	0,438	0,899	0,488	2,050	**71**	0,946	0,326	2,904	0,344
27	0,454	0,891	0,510	1,963	**72**	0,951	0,309	3,078	0,325
28	0,469	0,883	0,532	1,881	**73**	0,956	0,292	3,271	0,306
29	0,485	0,875	0,554	1,804	**74**	0,961	0,276	3,487	0,287
30	0,500	0,866	0,577	1,732	**75**	0,966	0,259	3,732	0,268
31	0,515	0,857	0,601	1,664	**76**	0,970	0,242	4,011	0,249
32	0,530	0,848	0,625	1,600	**77**	0,974	0,225	4,331	0,231
33	0,545	0,839	0,649	1,540	**78**	0,978	0,208	4,507	0,213
34	0,559	0,829	0,675	1,483	**79**	0,982	0,191	5,145	0,194
35	0,574	0,819	0,700	1,428	**80**	0,985	0,174	5,67	0,176
36	0,588	0,809	0,727	1,376	**81**	0,988	0,156	6,31	0,158
37	0,602	0,799	0,754	1,327	**82**	0,990	0,139	7,11	0,141
38	0,616	0,788	0,781	1,280	**83**	0,993	0,1219	8,14	0,1228
39	0,629	0,777	0,810	1,235	**84**	0,995	0,1045	9,51	0,1051
40	0,643	0,766	0,839	1,192	**85**	0,996	0,0872	11,4	0,0875
41	0,656	0,755	0,869	1,150	**86**	0,998	0,0698	14,3	0,0699
42	0,669	0,743	0,900	1,111	**87**	0,999	0,0523	19,1	0,0524
43	0,682	0,731	0,933	1,072	**88**	0,999	0,0349	28,6	0,0349
44	0,695	0,719	0,966	1,036	**89**	1,000	0,0175	57,3	0,0175
45	0,707	0,707	1,000	1,000	**90**	1,000	0,0000	-	0,0000

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ЖООПТОР ЖАНА КӨРСӨТМӨЛӨР

1-тема. **5.** 50°; 130°; 133°; 97°. **6.** 65°; 70°; 45°. **7.** 105°; 130°; 125°. **8.** 35°; 35°; 110°. **9.** 94°; 56°; 30°. **10.** 110°; 130°; 120°. **11.** *Көрсөтмө.* Төрт үч бурчтуктун ар биринин жактарынын жармына барабар. **12.** *Көрсөтмө. DF* кесиндиси *ABH* үч бурчтуктун да *CEB* үч бурчтуктун да орто сызыгы болот. **13.** *Көрсөтмө. ANC* жана *CKA* үч бурчтуктарынын жана ички кайчылаш бурчтарынын барабардыгынан пайдалан.

2-тема. **2.** a) $\sqrt{34}$ же ≈ 5,8 *см*; b)14 $\sqrt{2}$ *м*; c) ≈ 21,5 *см; d)* $\frac{\sqrt{5}}{2}$*cm ; e)* $\sqrt{2}$ *см; f)* $\sqrt{13}$ *см.*

4. a) $\sqrt{21}$ *см,* $\sqrt{5}$ *см;* b) $\sqrt{21}$ *см,* $\sqrt{22}$ *см;* c) $\sqrt{2}$ *см,* $\sqrt{3}$ *см.* **5.** 12 *см.* **6.** a) $\sqrt{10}$ *см;* b) $2\sqrt{5}$ *см*; c) $\sqrt{33}$ *м.* **8.** b), *e) жана.* f) **9.** бардыгы. **10.** 225. **11.** 5 *см.*
12. $\sqrt{27}$ *м.* **14.** b) ≈ 4,3 *м;* c). ≈ 2,23. **15.** a) 8,62 *м*; b) ≈ 5,97 *м.*
16. ≈ 1,84 $м^2$. **17.** ≈ 105,6 *м.* **18.** ≈ 102,5 км. **19.** ≈ 48,4 км.

3-тема. **1.** a) 11,7 *м*; b) 35 *мм*; c) 6,2 *км*; d) 172 *см*; e) 4(*x*-1) *см*; f) (4*x*+2) *м*; g) (13*x*+2) *км*; h) (6*y*-8) *см*; *i)* 8*x км.* **2.** a). ≈ 7,967 *см*; b) ≈ 44,329 *м*;
c) ≈ 409,86 *мм.* **3.** a) ооба; b) Жок; c) ооба; d) ооба. **4.** 0,8 *м*; 24,64 $м^2$; 21,12 $м^2$.
5. ≈ 50 marta. **7.** 17,5 *см*; 10,5 *см*; 38,1 *см*; 59,1 *см.* **8.** 91,5 *м.*

4-тема. **1.** *c.* **2.** a)*C*; b) *A* ; **3.** 8 ta , 2,4m. **5.** ≈ 53,4 *м.* **6.** ≈ 19,25 $м^2$. **9.** 12 та **10.** Биринчисиде.
11. 80 та . **12.** 7 $дм^2$. **14.** a)180 $дм^3$; b)105 $см^3$ c)1364 $см^3$. **15.** 1,8 $м^3$.
16. a) 22 *cm;* b) 20 *см жана* 24 $см^2$; c) 96 $см^3$. **20.** a) $4\sqrt{2}$; b) $2\sqrt{21}$;
c) h= $2\sqrt{7}$. **21.** a) $(384+80\sqrt{5})$ $см^2$, 640 $см^3$; b) 84 $см^2$, 36 $см^3$.
c) $(12\sqrt{34}+156)$$м^2$, 180 $м^3$. d) $36564+306\sqrt{97}$ $см^2$, 404838 $см^3$.

6-тема. **2.** Үч бурчтуктар окшош. **4.** 5; 8; $\frac{1}{2}$. **5.** 72; 162; 90.

7-тема. **3.** 12 *м.* **4.** 7,5 *см*; 12,5 *см*; 15 *см.* **6.** 73,5 $м^2$; 37,5 $м^2$. **7.** Үч бурчтуктар окшош.

8-тема. **3.** a) 4,5; b) 10,5; c) 4,5. **4.** a) 10; b) 6; c) 4,5. **5.** a) 5 *см*, 3,5 *см*; b) $5\frac{5}{7}$*см*, $2\frac{2}{7}$*см.* **6.** a) 8; b) 3,5; c) 12,5. **8.** 12 *см.*

9-тема. **3.** a) ооба; b) жок; c) жок. **4.** $2\frac{1}{3}$*см*, 9. **5.** a) 15 *см*; 20 *см*; b) 24 *см*; 18 *см*;
c) 144 $см^2$; 256 $см^2$.

10-тема. **2.** ооба. **3.** a) жана c); d) жана e). **4.** 108 $см^2$. **5.** 4 *см*; 6 *см.* **7.** 4,8 *см.* **9.** 12.

11-тема. **1.** a) жана d); b) жана e); g) жана f). **2.** 36 м же 20,25 *м.* **3.** 12 *см*; 14 *см.* **5.** $5\frac{5}{11}$*см.*

7. 4 *м.* **8.**16 *м* **9.** 8,4 *м.*

12-тема. **3.** a) 15; b) $3\frac{2}{11}$; c) $3\frac{5}{17}$. **4.** 18 *см*; 6 *см.* **5.** 29 $дм^2$. **6.** 6 *дм.* **7.** *m*:*n*. **10.** ооба.

13-тема. **1.** $3\frac{3}{17}$*м*; 13,6 *см.* **7.** *n*:*m*. **8.** a) *S*:4; b) *S*:2; c) *S*:4. **9.** 30. **10.** 57,75.

14-тема. **II. 1.** 12 $см^2$. **2.** 8,4. **3.** 2,4. **4.** 24. **5.** 8. **6.** 1,6. **7.** 18 *мм.* **8.** a)4; b)10; c)32.

9. Ооба. Үч бурчтуктун 2-белгисине карата. **10.** 16. **11.** Ооба , *k*=2.
12. 24 *мм.* **13.** a) 36$см^2$; b)54 $мм^2$. **14.** a) ; b) . **15.** a) 7; b) 7. **16.** 6 *м.* **17.** 12 *м.*

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16-тема. **1.** a) *Ox* огуна салыштырмалуу симметрияда: (1;-2), (0;-2), (2;-2). b) *Oy* огуна салыштырмалуу симметрияда: (-1;2), (0;2), (-2;2). **2.** *Ox* огуна салыштырмалуу. **4.** Тиешелүү түрдө: 2, 4, 2, 1, 1. **8.** ТЫТ, МУМ

17-тема. **1.** (8;3). **3.** (2;-5), (-2;-2), (6;-12). **6.** Тик бурчтук, квадрат, параллелограммдын симметрия борбору – диагоналдары кесишүү чекитинде, түз сызыктын симметрия борбору – анын каалаган чекитинде.
12. a) окко салаштырмалуу симметрия (бир).
b) борбордук симметрия, окко салыштырмалуу симметрия (4).
c) борбордук симметрия.
d) окко салыштырмалуу симметрия (5).
e) борбордук симметрия, окко салыштырмалуу симметрия (6).
13. a) окко салаштырмалуу симметрия:
M, X, V, T, Y, V, W, D, B, H, K, C, I, E, A. b) борбордук симметрия: N, S, Z, X, H, I.
14. a) 180° га; b) Жок; c) Жок; d) 90° га; e) Жок; f) 120° га.
15. a) $\frac{360°}{7}$; b) 60°; c) 360°. **17.** 15

18-тема. **5.** 1 *км* 750 *м*. **8.** 7,2 *см*. **9.** $k=\frac{1}{2}$ же $k=2$.

19-тема. **4.** $k=2$. **5.** 6 *см*²; 24 *см*². **6.** 104 *см*². **7.** Ар эки абалда $k=1$. **8.** 1,2 *м*². **9.** 16 *см,* 32 *см*.

20-тема. **4.** $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$. **5.** X_1X жана Y_1Y шоолалардын кесишиш чекити гомотетия борборунда.
6. $OX_1=2\cdot OX$. **7.** *Көрсөтмө:* Темада чыгарылган маселеден пайдалан.

21-тема. **4.** a) $P_2=42$; $k=\frac{1}{2}$; b) $S_1=12$, $k=2$; d) $P_1=150\sqrt{2}$, $k=\sqrt{2}$; e) $P_1=10$, $S_2=216$.

22-тема. **1.** ≈6,94 *м*. **2.** 300 *м*. **3.** ≈72 *м*. **4.** 6,6 *м*.

23-тема. **1.** 9. **2.** $P_2=39$ *дм*. **3.** 8 *м*. **4.** 24 *дм*². **6.** *Көрсөтмө: ABC* үч бурчтугун сыз, көп бурчтуктар жасоо темасындагы 1-маселеден пайдаланып, сызылган үч бурчтук жагынан үч эсе кичине үч бурчтук жаса.
9. 72°; 72°; 36°. **11.** 12 *см*². **12.** 150 000 000 *км*. **13.** a) оба; b) оба. **15.** 6 *см*, 12 *см*, 18 *см*. **16.** 84 *м*.

24-тема. **II. 1.** 8 *см*. **2.** $4\frac{4}{9}$ *см*. **3.** 48 *м*. **4.** 4 *см*; 0,5 *см*². **5.** $5\frac{1}{3}$ *м*. **6.** 867 *км*. **III. 7.** 7,5 *м*. **8.** 6 *см*. **9.** a) 7,5 *см*; b) 6 *см*; d) 16,2 *см*. *Кызыктуу маселелер:* **1.** Өзгөрбөйт. **2.** a) Ооба; b) Жок. **3.** *Көрсөтмө:* Сызгыч менен ар бир куурчактын боюн чене жана алардын катышын тап.

25-тема. **1.** $\sin\alpha>0$, $\cos\alpha<0$, $\operatorname{tg}\alpha<0$, $\operatorname{ctg}\alpha<0$. **5.** a) 1; b) 1; d) 1. **6.** 3,5 *см*. . **7.** a) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$; b) $\pm\frac{\sqrt{15}}{4}$; d) 0. **8*.** a) 30°; b) 135°; d) 150°.

26-тема. **2.** 36 *см*². **3.** 24 *см*. **4.** a) $6\sqrt{3}$; b) 30; d) $\frac{105\sqrt{3}}{4}$. **5.** $(24+4\sqrt{3})$ *см*; $(24+8\sqrt{3})$ *см*².
6. $10\sqrt{3}$ *см*. **7.** a) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; b) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **8.** ≈807 *м*². **9.** ≈88 *м*.
10. 1000, 37°. **12.** 2°. **13.** 34°. **14.** $2\sqrt{3}$; $4\sqrt{3}$. **15.** R = $3\sqrt{3}$ *см; BO* = $6\sqrt{3}$. **16.** 5 *см*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17. 12, $24\sqrt{3}$. **18.** 20 *см,* 200 см². **19.** 4, $16\sqrt{3}$. **20.** 30°; 60°. **22.** 12 *см*; $4\sqrt{3}$ *см*; $8\sqrt{3}$ *см*.
23. 32 *см²*.

27-тема. **2.** a) 6 *см²*; b) 73,5 *см²*; d) 6 *см²*. **3.** 36 *см²*. **4.** $49\sqrt{2}$ *см²*. **5.** $54\sqrt{3}$ *см²*.
6. $2\frac{2}{3}$ *см*; $4{,}5\sqrt{2}$ *см*. **7.** $S = \frac{h_b \cdot h_c}{2\sin\alpha}$ **8.** $4{,}8\sqrt{3}$ *см*.

28-тема. **2.** a) $BC = 6$; b) $AB = 8\sqrt{2}$; d) $AC = 7\sqrt{2}$. **3.** a) $\sin C = \frac{1}{3}$; b) $\sin A = \frac{7}{16}$; d) $\sin B = \frac{2}{3}$.
4. 4,8 *дм*. **5.** 30° же 150°. **6.** Мүмкүн. **7.** $AB \approx 21{,}1$ *м*; $\angle B \approx 37°$, $\angle C \approx 76°$.
8. 76°; 26,1 *см*; 23,8 *см*.

29-тема. **2.** a) $\sqrt{13}$ *см*; b) 4 *м*; d) $\sqrt{283}$ *дм*. **3.** $\frac{1}{5}; \frac{19}{35}; \frac{5}{7}$. **4.** $2\sqrt{13}$ *см* же $2\sqrt{109}$ *см*. **5.** $\sqrt{31}$ *см*, $\sqrt{91}$ *см*. **6.** $\sqrt{109}$ *см*, $\sqrt{39}$ *см*.
7. *Көрсөтмө:* *ADB* жана *BDC* үч бурчтуктарга косинустар теоремасын колдонуп, a^2 жана c^2 ты тап жана бул барабардыктарды мүчөмө-мүчө кош. **8.** $\frac{\sqrt{106}}{2}$ *см*; $\frac{\sqrt{151}}{2}$ *см*; $\frac{\sqrt{190}}{2}$ *см*.

30-тема. **1.** $\angle B$ жана $\angle C$. **2.** *AB* жана *BC*. **3.** a) тар бурчтуу; b) тик бурчтуу;
d) кең бурчтуу. **4.** a) $8\frac{1}{8}$; b) $8\frac{1}{8}$; d) $24\frac{1}{6}$; e) $\frac{35\sqrt{6}}{24}$. **6.** *Көрсөтмө:* Синустар теоремасынан пайдалан. **7.** *Көрсөтмө:* 6-маселеге карап чыгар.
8. *Көрсөтмө:* Синустар теоремасынан пайдалан.

31-тема. **1.** a) $10\sqrt{3}$; b) $28\sqrt{2}$; d) 12; e) ≈0,3064. **2.** a) —2; b) 0; d) 2. **3.** a) 8; b) 24; d) 8; e) 0.
5. a) —7,5; d) 0. **6.** $a \perp b$, $c \perp d$.

32-тема. **1.** a) $\alpha = 90°$, $c = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. b) $\gamma \approx 45°$; $a \approx 27{,}3$, $b \approx 24{,}5$; d) $\alpha = 20°$; $b \approx 65.8$; $c \approx 88{,}6$; e) $\gamma = 119°$; $a \approx 8{,}1$; $b \approx 5{,}8$. **2.** a) $c \approx 5{,}29$; $\alpha \approx 79°6'$; $\beta \approx 138°21'$; b) $c \approx 53{,}09$; $\alpha \approx 11°39'$; $\beta \approx 38°21'$; d) $a \approx 19{,}9$; $\beta \approx 58°19'$; $\gamma \approx 936°41'$; e) $a \approx 22{,}9$; $\beta \approx 21°$; $\gamma \approx 15°$. **3.** a) $\alpha \approx 29°$; $\beta \approx 47°$; $\gamma \approx 104°$; b) $\alpha \approx 54°$; $\beta \approx 13°$; $\gamma \approx 113°$; d) $\alpha \approx 34°$; $\beta \approx 44°$; $\gamma \approx 102°$; e) $\alpha \approx 39°$; $\beta \approx 93°$; $\gamma \approx 48°$.

33-тема. **1.** a) $2\sqrt{3}$ *см*; b) 16 *см*; d) $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$. **2.** $4\sqrt{2}$ *м*; 8 *м* жана $4+4\sqrt{3}$ *м*. **3.** $50\sqrt{3}$ *kg*.
4. 14 *см*. **5.** $2\sqrt{14}$ *см*. **6.** $6\sqrt{3}$ *см*. **7.** 50 *см*.

34-тема. **1.** ≈10,8 *м*. **2.** ≈15 *м*. **3.** ≈43,4 *м*. **4.** ≈35°. **5.** ≈73,2 *м*. **6.** ≈49 *м*. **7.** Асфалт жолдон.

35-тема. **II. 1.** $3\sqrt{6}$, $3\sqrt{2}$. **2.** $\frac{111}{120}$; 0,89; —0,65. **3.** $2\sqrt{7}$ *см*; $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ *см*. **4.** $30\frac{1}{30}$ *см*. **5.** 28 *см*. **6.** 8 *см²*; $(4+4\sqrt{5})$ *см*; $h_a = 4$ *см*, $h_b = 0{,}8\sqrt{5}$ *см*. **7.** $2\sqrt{13}$. **8.** a) тар бурчтуу; b) тик бурчтуу, d) кең бурчтуу. **9.** 63 *см²*. **10.** ≈3,7 *см*. **11.** 7 *см*. **12.** 6. **13.** 0. **14.** —9. **15.** 135°. **16.** $OC \approx 9{,}6$. **17.** $(24+24\sqrt{3})$ *см*. **18.** 5. **III. 1.** ≈109°.
2. $\gamma = 100°$, $a \approx 3{,}25$; $c \approx 6{,}43$. **3.** 6,25; 14,76.

36-тема. **2.** a) Ар кандай үч бурчтук айланага ичтен сызууга болот; b) Карама-каршы бурчтарынын суммасы 180° болгон төрт бурчтуктар. **3.** Бир жаага керилген бурчтар барабар. **4.** 10 *см*. **5.** 672 *см²*. **6.** a) $10\sqrt{3}$ *см*; b) $10\sqrt{2}$ *см*; d) $10\sqrt{2}$ *см*; $10\sqrt{2}$ *см*; 20 *см*. **7.** $8\frac{1}{3}$ *см*. **8.** ΔABF де, $\angle BAF + \angle AFB = 90°$, $\angle ABF = 90°$. Демек, *AF* – диаметр. **9.** Карама-каршы бурчтарынын суммасы 180°, б.а. айланага ичтен сызууга болот. **10.** *Көрсөтмө:* Бир негиз менен бир каптал жагынын орто перпендикулярлары кесилишкен чекит айлананын борбору болот.

37-тема. **2.** 7,2 *см*. **3.** a) 16,6; b) 22; d) 22,6. **4.** a) 2,5; b) 3,5; d) 2. **8.** 6 *см*.

38-тема. **3.** a) 60°; b) 108°; d) 120°; e) 144°; f) 160°. **4.** a) 120°; b) 72°; d) 120°; e) 36°;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

f) 30°. **5.** a) 3; b) 4; d) 8; e) 12.

39-тема. **1.** 3 *см* жана $3\sqrt{2}$ *см*. **2.** $\sqrt{3}$ жана $2\sqrt{3}$. **7.** a) 6; b) 12; d) 10; e) 20; f) 5.

40-тема. **3.** 8 *см*; $8\sqrt{2}$ *см*; $8\sqrt{3}$ *см*; $8\sqrt{2}+\sqrt{3}$ *см*; 16 *см*.
4. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ *см*; **5.** a) $20\sqrt{2}$ *см*; b) 40 *см*. **6.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ *см*.

41-тема. **I. 1.** E; **2.** D; **3.** D; **4.** B; **5.** B; **6.** E; **7.** E. **III. 1.** $\sqrt{3}$:4: $6\sqrt{3}$. **2.** 3:4. **3.** a) ≈5,780 *см*; b) ≈4,142 *см*; d)≈2,679 *см*. **4.** $S=\sqrt{2R^2}$. **5.** 24 $см^2$. **IV. 1.** 4 *см*; 13 *см*. **2.** a) 80 *см*; b) $20\sqrt{2}-\sqrt{3}$ *см*; $40\sqrt{2}-\sqrt{3}$ *см*; d) 200 $см^2$. **3.** $4\sqrt{3}$ *см*; 8 *см*. 4. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ $см^2$.

42-тема. **2.** a) 3 эсе көп; b) 6π *см* ге чоңоёт; d) 3 эсе азаят; e) 6π *см* ге азаят. **3.** 6369 *км*. **4.** a) $\frac{2\pi\sqrt{3a}}{3}$; b) $\pi\sqrt{a^2+b^2}$; d) $\frac{2\pi b^2}{\sqrt{4b^2-a^2}}$. **5.** a) πa;
b) $\pi c(\sqrt{2}-1)$; d) $\pi c(\sin\alpha+\cos\alpha-1)$. **6.** 1,5 *м*. **7.** 66348 жолу.

43-тема. **1.** a) π *см*; b) 1,5π *см*; d) 3π *см*; e) 4π *см*. **2.** a) $\frac{2\pi}{9}$; b) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{5\pi}{12}$. **3.** a) ≈69°; b) 120°; d) 150°. **4.** a) $\frac{5\pi}{8}$ *см*; b) 2π *см*; d) $\frac{15\pi}{4}$ *см*; **5.** a) 4π; b) 16π. **7.** 2.

44-тема. **3.** k^2 эсе чоңойду; b) k^2 эсе азайды. **4.** 6,25π $см^2$; 12,5π $см^2$. **5.** 2,25π $см^2$; 9π $см^2$. **6.** $(\pi-2)R^2$. **7.** 21,25 π $см^2$. **8.** 18,75 $см^2$.

45-тема. **3.** a) $\frac{49}{12}$ π $см^2$; $\frac{49(\pi-3)}{12}$ $см^2$; b) 6,125π $см^2$; $\frac{49(\pi-2\sqrt{2})}{8}$ $см^2$; d) $\frac{49\pi}{3}$ $см^2$; $\frac{49(4\pi-3\sqrt{3})}{2}$ $см^2$; e) $\frac{49\pi}{4}$ $см^2$; $\frac{49(\pi-2)}{4}$ $см^2$. **4.** a) $a^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{8}\right)$; b) $a^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$ d) a^2; **5.** π $см^2$; 3π $см^2$; 5π $см^2$; 7π $см^2$. **6.** $\frac{25(2\pi-3\sqrt{3})}{3}$ $см^2$; $\frac{25(10\pi-3\sqrt{3})}{3}$ $см^2$; **7.** $\frac{75(4\pi-3\sqrt{3})}{2}$ $см^2$.
8. $S_1<S<S_2$; 300 $см^2$ < 314$см^2$ < 321,48 $см^2$.

46-тема. **1.** Тегеректин аянты чоң. **2.** $\frac{160\pi}{3}$ $см^2$. **3.** 5,76π $см^2$. **4.** 8.(π—2) $см^2$. **6.** 6π $см^2$; 10π *см*.

47-тема. **II. 1.** $6\sqrt{2}+\sqrt{2}$. **2.** $\frac{8\pi}{3}$ *дм*. **3.** 30 *см*. **4.** 90°. **5.** 3. **6.** π жана 6,25π. **7.** $\frac{10\pi+3\sqrt{3}}{2\pi-3\sqrt{3}}$.
8. $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ **9.** $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{6}$ a^2. **10.** 1,5π. **11.** 7. **12.** ≈9π—26,04. **13.** π. **14.** $54\sqrt{3}$—24π. **15.** $\frac{3\pi}{8}$. **III. 2.** $8\sqrt{3}$ *см*. **3.** a) $\frac{18}{\pi}$ *см*; b) $\frac{216}{\pi}$ $см^2$; d) $\frac{256\pi+81\sqrt{3})}{\pi^2}$ $см^2$.

48-тема. **3.** $5\sqrt{2}$ *см*. **4.** 12 *см*. **5.** 44 *м*, 60 *м*. **7.** 1:7. **8.** $AB\cos\alpha$.

49-тема. **1.** a) 30 *см*, 12 *см*; b) 9 *см*, 12 *см*, 21 *см*; d) 3 *см*, 15 *см*, 3 *см*, 21 *см*.
3. 6 *см*; 10,5 *см*. **4.** 9 *см*, 12 *см*, 15 *см*, 18 *см*. **5.** 60°. **6.** 21 *см*. **7.** 20 *см*.

50-тема. **1.** *Көрсөтмө:* $\Delta ACD \backsim \Delta CBD$ ΔABC. **2.** 25 *см*, 15 *см*, 20 *см*. **3.** $9\frac{3}{5}$ *см*.
4. a) 5, 4; b) 24, 25; d) 8,10. **5.** 16:25. **6.** 56,16 $см^2$. **7.** 60 $см^2$. **8.** $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{4}{9}$.

51-тема. **2.** *Көрсөтмө:* a) катеттери *a* жана *b* болгон тик бурчтуу үч бурчтук түз; b) гипотенузасы *a*, бир катети *b* болгон тик бурчтуу үч бурчтук түз. **3.** *Көрсөтмө:* Катеттери $AB=BC=1$ болгон ΔABC түз. Андан кийин катети $CC_1=1$ жана $\angle C_1=90°$ болгон ΔBCC_1 түз жана у.с. **4.** a) 20; b) 45; d) 37,5. **5.** 225π $см^2$. **6.** 180 $см^2$. **7.** 25:9. **9.** $OC \geq OD$ болгондуктан барабарсыздык ар дайым туура.

52-тема. **1.** a) 6,25; b) 12; d) 0,25. **2.** a) 8 *см*; b) 2,5 *см*; d) 0,9 *см*. **3.** a) 4 *дм*; b) 4 *дм*.
4. 8 *см*. **6.** 9 *дм*; 16 *дм*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

53-тема. **1.** 10 *см*. **2.** 2 *см*. **3.** a) 2,5; b) 4; d) 2. **4.** a) $4\sqrt{6}-1$ *см*; b) 6 *см*. **5.** 1:6. **6.** 6 *см*. **7.** 3. **8.** 1:4.

54-тема. **II. 1.** 18 *см*; 32 *см*. **2.** 4 *см*; **3.** 8 *см*; **4.** 6,4 *дм*. **5.** 8 *см*. **6.** 1,5. **7.** 5. **8.** 6. **9.** 45 *дм*^{2}. **10.** 4 *см*. **11.** 8 *см*. **12.** 6. **13.** 60°. **14.** 45°. **15.** 4:9.

III. 1. 8 *см*. **2.** 5 *дм*. **3.** 4 *см*; 8 *см*.

55-тема. **1.** a) 9; b) 4 *см*^{2}; d) 3,5 *см*; e) $\frac{1}{2}$ $TB-CA$; f) 0,2. **2.** $\Delta CMH \backsim \Delta BCA$.

Окуу китебин түзүүдө пайдаланылган жана кошумча үйрөнүүгө сунушталган окуу адабияттары жана электрон ресурстар

1. A’zamov A., B. Haydarov. Matematika sayyorasi. Toshkent. «O‘qituvchi», 1993.
2. Александров А.Д. "Геометрия -9", учебник, Москва. Просвешение", 2013.
3. Атанасян С. "Геометрия 7-9 классы", учебник, Москва. Просвешение", 2002.
4. Бевз Г.П. и др. "Геометрия 9" учебник, Киев, "Вежа", 2007
5. Билянина О.Я. и др. "Геометрия 8" учебник, Киев, "Генеза", 2010.
6. Истер О.С. "Геометрия 9" учебник, Киев, Освита, 2007.
7. Мерзляк А.Г. и др., "Геометрия 9" учебник, Харьков, Гимназия, 2008.
8. Перельман Я.И. Қизиқарли геометрия, Тошкент. Ўқитувчи, 1981.
9. Погорелов А.В. "Геометрия 7-9", учебник, Москва. Просвешение", 2004.
10. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп, Москва. Наука, 1993.
11. Daniel C.Alexander, Elementary geometry for college students, Canada, Brooks/ Cole, Cengage Learning, 2011.
12. Mal Coad and others, Mathematics for the international students, Haese and Harris publocations, Australia, 2010.
13. Jennie M. Bennett, «Pre-Algebra» Holt, Rinehart and Winston, New York, 2004
14. http://www.uzedu.uz - Xalq ta’limi vazirligining axborot ta’lim portali.
15. http://www.eduportal.uz - Multimedia markazi axborot ta’lim portali.
16. http://www.matematika.uz - Masofadan turib o‘qitish sayti (uzbek tilida).
17. http://www.problems.ru/ Matematikadan masalalar izlash tizimi (rus tilida).
18. http://www.ixl.com - Masofadan turib o‘qitish sayti (ingliz tilida).
19. http://www.mathkang.ru - "Kenguru" xalqaro matematik tanlov sayti (rus tilida).
20. http://www.khanakademy.org -"Xon akademiyasi" masofaviy ta'lim sayti (ingliz tilida)
21. http://www.brilliant.org – Matematikadan asofaviy ta’lim sayti (ingliz tilida).
22. http://www.markaz.tdi.uz - Ta'lim sifatini baholash bo‘yicha xalqaro tadqiqotlarni amalga oshirish milliy markazi sayti.
23. http://www.occd.org/pisa - Iqtisodiy hamkorlik жана taraqqiyot tashkiloti sayti, PISA – tadqiqotlarning ochiq materiallari.

http://eduportal.uz
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Xaydarov Boxodir Qayumovich
Geometriya: 9-sinf uchun darslik/B.Q.Xaydarov, E.S.Sariqov, A.Sh.Qo‘chqorov. — T.:, 2019.—160 b.

Q. Xaydarov, Boxodir.
ISBN 978-9943-5971-7-4

UDK 514.1(075)
BBK 22.151ya7
X 18

Boxodir Qayumovich Xaydarov,
Ergashvoy Sotvoldiyevich Sariqov,
Atamurod Shamuratovich Qo‘chqorov

ГЕОМЕТРИЯ

9-класс үчүн окуу китеби

Үчүнчү басылышы
(Кыргыз тилинде)

Original-maket "Huquq жана Jamiyat" nashriyoti tomonidan tayyorlandi.

Которгондор	*У. Эсирганов*
Редактору	Н. *Дустов*
Көркөм редактору	Н. Файзуллаев
Компьютерде беттеген	А. Юнусалиева
Башкы дизайнер	*H&J жамааты*

Litsenziya AI №160, yil.

Bosishga ruxsat etildi 20.08.2019y. Bichimi $70\times100^1/_{16}$. Tayms garniturasi.
Kegli 10. Ofset usulida bosildi. Shartli bocma tabog‘i 11,7. . Nashr tabog‘i 11,83.
Adadi 817 nusxa. 19-19 sonli buyurtma.
Shartnoma 21/01

"Huquq va Jamiyat" nashriyotining matbaa bo‘limi
Toshkent, Yunusobod 6, Jumamasjid ko‘chasi.
Guvohnoma №10-2750, 13.06.2017 yil

http://eduportal.uz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Ижарага берилген окуу китебинин абалын көрсөткөн жадыбал

№	Окуучунун аты, жөнү	Окуу жалы	Китептин алынгандагы абалы	Класс жетекчисинин колу	Китептин тапшырылгандыгы абалы	Класс жетекчисинин колу
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Окуу китебин ижарага бергенде жана окуу жылынын аягында кайтарып алганда жогорудагы жадыбал класс жетекчиси тарабынан баалоонун төмөнкү критерийлеринин негизинде толтурулат:

Жаңы	Окуу китебин пайдаланууга алгачкы жолу берилгендеги абалы
Жакшы	Мубакасы бүтүн, китептин негизги бөлүгүнөн ажырабаган. Бардык барактары бар, жыртылбаган, көчпөгөн, беттеринде жазуу-чийүүлөрү жок.
Канааттандырарлык	Мубакасы эзилген, бир аз чийилип, беттери тытылган, китептин негизги бөлүгүнөн ажырган түрү бар, пайдалануучу тарабынан канааттандырарлуу ремонттолгон. Көчкөн барактары кайра ремонттолгон, айрым беттери чийилген
Канааттандырарсыз	Мубакасы чийилген, жыртылган, негизги бөлүгүнөн ажыраган же таптакыр жок, канааттандырарсыз ремонттолгон. Беттери жыртылган, барактары жетишпейт, чийип, боёп ташталган, окуу китебин калыбына келтирүүгө болбойт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE