Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ГЕОМЕТРИЯ

10

Жалпы орто билим берүү мектептеринин
10-классы үчүн окуу китеби

Өзбекстан Республикасынын Элге билим
берүү министрлиги басууга сунуш кылган

Жаңы басылым

Ташкент – 2022

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

UO‘K 514(075.3)
KBK 22.151ya72
G 35

Түзүүчүлөр:

Боходир Хайдаров
Наргиза Таштемирова
Исак Асроров

Рецензенттер:

З. Р. Бабаева – Сырдарыя облусу Гүлстан шаарындагы 11-жалпы орто билим берүү мектебинин математика предметинин мугалими.

М. Х. Усманов – Наманган облусу элге билим берүү башкармасынын карамагындагы 3-АМЖМИ математика предметинин мугалими.

А. К. Алибекова – Ташкент облусу Шайхантахур районундагы 180-АМЖМ математика предметинин мугалими.

Геометрия 10-класс [Текст]: окуу китеби / Б. Хайдаров, Н. Таштемирова, И. Асроров − Ташкент: Республикалык билим берүү борбору, 2022. − 192 б.

ӨЗбекстан Республикасы Илимдер академиясынын В. И. Романовский атындагы математика институтунун жыйынтыктары негизинде өркүндөтүлдү.

Оригинал макет жана дизайн концепциясы
Республикалык билим берүү борбору тарабынан иштелди.

Республикалык максаттуу китеп фондунун каражаттары эсебинен басылды.

ЮНИСЕФтин Өзбекстандагы өкүлдүгү менен шериктештикте даярдалды.

ISBN 978-9943-8458-5-5

© Республикалык билим берүү борбору, 2022.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

СӨЗБАШЫ

Кымбаттуу окуучу! Сен геометриянын бөлүмүн – стереометрия курсун үйрөнүүнү баштайсың. Стереометрия мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнүүгө багышталган. 10-класста стереометриянын аксиомалары жана алардын натыйжалары, мейкиндиктеги түз сызыктар менен тегиздиктердин параллелдиги жана перпендикулярдуулугу менен таанышасың.

Берилген теориялык материалдар мүмкүнчүлүктүн болушунча жөнөкөй тилде баяндалган. Бардык тема жана түшүнүктөрдүн мазмуну ар түрдүү турмуштук мисалдар аркылуу ачып берилген. Ар бир темадан кийин берилген суроолор, далилдөө, эсептөө жана түзүү боюнча көптөгөн маселе жана мисалдар окуучуну чыгармачыл ой жүгүртүүгө үндөйт, өздөштүрүлгөн билимдерди тереңдетүүгө жана бышыктап барууга жардам берет. Окуу китеби өзүнө мүнөздүү дизайны жана окуу материалын көргөзмөлүү түрдө бериши менен өзгөчөлөнүп турат. Анда берилген сүрөттөр менен чиймелер окуу материалдарын мыкты өздөштүрүүгө кызмат кылат.

Үйрөнүлгөн геометриялык түшүнүктөр жана касиеттер сенде турмуштук көйгөлөрдү чечүү жана иш жүзүндө колдоо жөндөмүн өнүктүрөт. Стереометрия боюнча өздөштүрүлгөн билим жана көнүккөндүктөр күндөлүк турмушта, көптөгөн кесип ээлери жана адистердин – архитекторлор, куруучулар, дизайнерлер, токарлар жана башкалардын кесибинде зарыл экенидигине ишенесиң.

Бардык материалдар главаларга, ал эми главалар темаларга бөлүнгөн. Ар бир темада теориялык материалдар жана тапшырмалар бар. Теорияны үйрөнүп жатканда калың тамга менен ажыратылган текстке өзгөчө көңүл бур. Ал өтө маанилүү аныктама жана касиеттер. Көйгөйлөрдү чечүүдө аларды түшүнүү, эстеп калуу жана колдой билүү керек. Темалардын текстинде кээ бир көйгөйлөрдү чечүүнүн жана маселелерди чыгаруунун үлгүлөрүн да табасың.

Ар бир темадан кийин берилген суроолор теманын материалы кандай өздөштүрүлгөнүн текшерүүгө жана аны кайталоого жардам берет. Ар бир бөлүмдүн акырында көзөмөл суроолору жана тест тапшырмалары берилген болуп, алардын жардамында бөлүмдүн темалары кандай өздөштүрүлгөнүн текшерүүгө болот. Суроо жана тапшырмалар үч кыйындык деңгээлине ээ. Теманын акырындагы суроолор жана кээ бир тегерек (°) менен белгиленген маселелер баштапкы кыйындык деңгээлинде болуп, алар теориялык материалды өздөштүргөнүнө толук ишенбегендер үчүн даярдык көнүгүүлөрү эсептелет. Эч кандай белгиси жоктору – орточо кыйын тапшырмалар жана көнүгүүлөр. Аларды чыгарууну үйрөнүп, жетиштүү деңгээлдеги академиялык утуктарыңды ишеним менен көрсөтө алсың. Жылдызча (*) менен жогорку татаалдыктагы тапшырмалар белгиленген. Эгерде сен аларды заматта чыгара албасаң, чочулаба, бирок сабырдуу жана чечкиндүү бол. Кыйын тапшырманы аткаруунун кубанычы сен үчүн сыйлык болот. Жооптордогу көрсөтмөлөр ошол тапшырмалардын кээ бирлерин аткаруунун жолдорун табууга жардам берет.

Илимди, ошонун катарында, геометрияны окутуудан көздөлгөн негизги натыйжа окуучуларда тиешелүү компетенцияларды – билим жана көнүккөндүктөргө негизделген тажрыйбадан турмушта билгичтик менен пайдалануу калыптандыруудан турат. Китепте берилген бардык тапшырмалар жана көнүгүүлөр мына ошол максатты жүзөгө ашырууга багытталган.

Авторлор

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ОКУУ КИТЕБИНЕН ПАЙДАЛАНУУ БОЮНЧА СУНУШТАР

Окуу китебинен стереометрияны мыкты үйрөнүү үчүн төмөнкүлөргө баш ийүүнү сунуш кылабыз:

- *ар бир мейкиндиктеги нерсени үйрөнүүнү анын моделин түзүүдөн баштоо жана алардын касиеттерин ошол моделдердин негизинде үйрөнүү;*
- *мейкиндиктеги нерселерди дептерде сүрөттөөгө өзгөчө көңүл буруу;*
- *көбүрөөк турмуштук, күндөлүк турмуштан алынган маселелерди чыгаруу, башкача айтканда компетенцияларды калыптандырууга көңүл буруу;*
- *акырындык менен сүрөттүү маселелерден тексттүү маселелерге өтүү;*
- *сабакта түрдүү предметтерге, үй-тиричилик буюмдарына мейкиндиктеги нерсенин модели иретинде карап, алардын касиеттерин үйрөнүү боюнча маселелерди көбүрөөк чыгаруу;*
- *ар түрдүү касиеттердин жана формулалардын далилине караганда алардын мазмунуна жана колдонулушуна көбүрөөк токтолуу.*

ОКУУ КИТЕБИНДЕ КОЛДОНУЛГАН БЕЛГИЛЕР ЖАНА АЛАРДЫН МАЗМУНУ:

 – геометриялыктүн түшүнүктүн аныктамасы.

 – теореманын аныктамасы.

 – аксиоманын аныктамасы.

 – тема боюнча суроолор.

 – активдештирүүчү машыгуу.

 – маселе чыгаруунун үлгүсү.

 – көнүгүү жана колдонуу.

 – геометриялык изилдөө.

 – тарыхый үзүндүлөр.

 – геометриялык башкатырмалар.

 – мультимедиялык тиркемелер.

 – электрондук ресурстар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

М А З М У Н У



I ГЛАВА
ПЛАНИМЕТРИЯНЫ СИСТЕМАЛУУ КАЙТАЛОО

1. Геометриянын логикалык түзүлүшү 8
2. Геометриялык маселелер жана аларды чыгаруунун усулдары 15
3. Главаны кайталоо боюнча иш жүзүндө машыгуулар..... 26



II ГЛАВА
СТЕРЕОМЕТРИЯГА КИРИШҮҮ

4. Стереометриянын негизги түшүнүктөрү..... 32
5. Мейкиндикте түз сызыктар жана тегиздиктер 39
6. Мейкиндиктеги геометриялык фигуралар. Көп грандыктар 44
7. Көп грандыктарды сүрөттөө жана моделин түзүү 58
8. Көп грандыктардын жөнөкөй кесилиштерин түзүү 64
9. Долбоор иши боюнча машыгуу 74
10. Главаны кайталоо боюнча иш жүзүндө машыгуулар..... 77



III ГЛАВА
МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫК МЕНЕН ТЕГИЗДИКТЕРДИН ПАРАЛЛЕЛДИГИ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11. Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу 88
12. Кайчылаш түз сызыктар 95
13. Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин өз ара жайлашуусу 98
14. Мейкиндикте тегиздиктердин өз ара жайлашуусу 103
15. Мейкиндикте параллель проекциялоо 109
16. Главаны кайталоо боюнча иш жүзүндө машыгуулар 113

IV ГЛАВА
МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫК МЕНЕН ТЕГИЗДИКТЕРДИН ПЕРПЕНДИКУЛЯР-ДУУЛУГУ



17. Мейкиндикте перпендикулярдуу түз сызыктар жана тегиздиктер 120
18. Мейкиндикте перпендикуляр, жантык жана аралык 127
19. Үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема 135
20. Мейкиндикте тегиздиктердин перпендикулярдуулугу 142
21. Мейкиндикте ортогоналдык проекция жана андан техникада пайдалануу 148
22. Главаны кайталоо боюнча иш жүзүндө машыгуулар 152

V ГЛАВА
КАЙТАЛОО



23. Кайталоо боюнча маселелер 162
Геометрия боюнча негизги маалыматтар 175

10-КЛАСС «ГЕОМЕТРИЯ» ОКУУ КИТЕБИ ҮЧҮН БИЛИМ БЕРҮҮЧҮ ОЮНДАР

10-КЛАСС «ГЕОМЕТРИЯ» ОКУУ КИТЕБИ ҮЧҮН ВИДЕОСАБАКТАР

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



I глава

ПЛАНИМЕТРИЯНЫ СИСТЕМАЛУУ КАЙТАЛОО

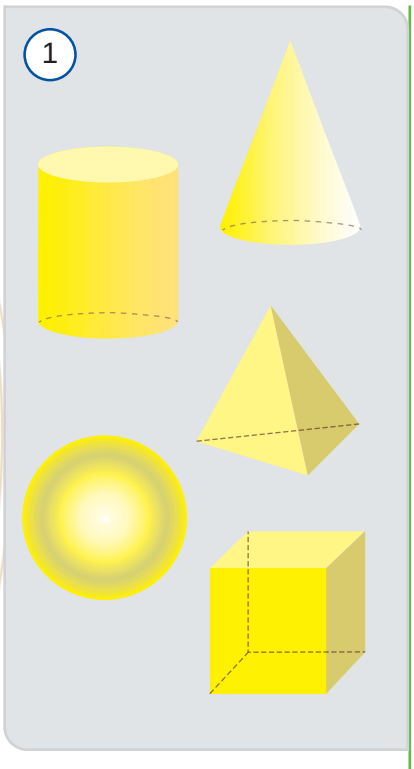
Главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен 7–9-класстарда геометриянын планиметрия бөлүмү боюнча калыптандырган төмөнкү билим жана көнүккөндүктөрүңдү бышыктап аласың:

- геометриянын логикалык (аксиомалык) түзүлүшү менен таанышасың;
- планиметриянын негизин түзгөн аксиомалар системасын билип аласың;
- геометрияны өз алдынча илим иретинде негиздөөгө чоң салым кошкон окумуштуулар менен таанышасың;
- геометриянын тарыхы боюнча маалыматтар менен таанышасың;
- геометриялык маселелерди чыгаруунун аналитикалык, синтетикалык, туура жана тескери, алгебралык, аянттар, векторлор, координаталар жана геометриялык алмаштыруулар усулдары менен таанышасың;
- жогорудагы усулдардын негизинде планиметрия боюнча маселелерди чыгарасың.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1 ГЕОМЕТРИЯНЫН ЛОГИКАЛЫК ТҮЗҮЛҮШҮ



Геометриянын негиздери египеттиктерге б. з. ч. 3-миң жылдыктын баштарында белгилүү болгон. Ошол доорлордо, пирамидалардын курулушу жүрүп жатканда, алар бул билимдерди орундуу колдошкон. Окумуштуулардын аныкташынча, байыркы египеттик инженерлер тең аралыктагы 12 түйүн менен ажыратылган, үч казыкка тартылган аркан тик бурчту түзүшүн билишкен. Алар, ошондой эле, айыл чарба эгиндерин эгүү үчүн Нил түздүгүнүн аймактарын белгилеп, геометриялык билимдерди колдошкон.

Геометрия – реалдуу турмуштагы предметтердин сандык көрсөткүчтөрүн жана мейкиндиктеги формаларын үйрөнүүчү илим. Нерселердин башка касиеттерин башка илимдер үйрөнөт. Эгерде кандайдыр нерсе үйрөнүлүп жатканда анын мейкиндиктеги формасы жана өлчөмдөрү гана эсепке алынса, анда *геометриялык фигура* деп аталган абстракттуу объектке ээ болобуз.

«Геометрия» грекче сөз болуп, «жер ченөө» деген маанини билдирет. Мектепте үйрөнүлгөн геометрия байыркы грек окумуштуусу Евклиддин ысымы менен *Евклиддин геометриясы* деп аталат. Геометрия эки бөлүктөн: *планиметрия жана стереометриядан* турат. *Планиметрия* – тегиздиктеги, ал эми *стереометрия* мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнөт *(1-сүрөт)*.

Геометриялык фигураларды бирин-биринен айырмалоо үчүн алардын өзгөчөлүктөрү мүнөздөлөт, б. а. аларга *аныктама* берилет. Бирок фигуралардын бардыгына аныктама берүүгө болбойт. Алардын баштапкы бир канчасын аныктамасыз кабыл алууга аргасызбыз. Аларды мүнөздөп болбогон, *башталгыч (негизги) геометриялык фигуралар* деп алабыз.

Геометриянын логикалык курулушу төмөнкү тартипте аткарылат:

1. Адегенде негизги (башталгыч) геометриялык фигуралар аныктамасыз кабыл алынат;
2. Негизги геометриялык фигуралардын негизги касиеттери далилдөөсүз кабыл алынат;
3. Башка геометриялык фигуралар негизги фигураларга жана алардын касиеттерине таянып мүнөздөлөт жана алардын касиеттери ага чейин белгилүү касиеттерге таянып далилденет.

Предметтин мындай түзүлүшү *аксиомалык түзүлүш* деп аталат. *Аксиома* деп, тууралыгы далилдөөсүз кабыл алынган касиетке айтылат.

Ушул убакытка чейин биз үйрөнгөн планиметриянын негизги фигуралары чекит, түз сызык жана тегиздик эле. Аларды аныктамасыз кабыл алдык. Ал эми кесинди, шоола, үч бурчтук өңдүү геометриялык фигураларга аныктама бердик. Ошондой эле, төмөнкү касиеттерди далилдөөсүз аксиома иретинде кабыл алдык:

I. Тиешелүүлүк аксиомаларынын тобу:

1.1.Тегиздикте кандай түз сызык алынбасын, анда ушул түз сызыкка тиешелүү да, тиешелүү эмес да чекиттер бар.

1.2. Ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өтөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

II. Ирет аксиомаларынын тобу:

2.1. Бир түз сызыктагы каалагандай үч чекиттин бири гана калган экөөнүн арасында жатат.

2.2. Ар бир түз сызык тегиздикти эки бөлүккө – эки жарым тегиздикке бөлөт.

III. Ченөө аксиомаларынын тобу:

3.1. Ар кандай кесинди нөлдөн айырмалуу узундукка ээ болуп, ал оң сан менен туюнтулат. Бул узундук анын каалагандай чекити бөлгөн бөлүктөрү узундуктарынын суммасына барабар.

3.2. Ар кандай бурч градустук өлчөмүнө ээ болуп, анын мааниси оң сан менен туюнтулат. Жайылган бурчтун градустук өлчөмү 180° ка барабар. Бурчтун градустук өлчөмү бурчтун жактары арасынан өткөн каалагандай шоола бөлгөн бурчтардын градустук өлчөмдөрүнүн суммасына барабар.

IV. Тең фигураны коюу аксиомаларынын тобу:

4.1. Каалагандай шоолага анын учунан баштап берилген кесиндиге тең кесиндини коюуга болот, бирок бирди гана.

4.2. Каалагандай шооладан жарым тегиздикке түшкөн жайылган эмес бурчка тең бурчту коюуга болот, бирок бирди гана.

4.3. Ар кандай үч бурчтук үчүн ага тең үч бурчтук бар жана аны шооладан жарым тегиздикке коюуга болот, бирок бирди гана.

V. Параллелдиктин аксиомасы:

5.1. Тегиздикте түз сызыктан сырттан алынган чекиттен ушул түз сызыкка бир гана параллель түз сызык өткөрүүгө болот.

Кандайдыр тастыктын тууралыгын логикалык ой жүгүртүүлөрдүн жардамында келтирип чыгаруу *далил* деп аталат. Ал эми тууралыгы далилдөө жолу менен негизделген тастык *теорема* деп аталат. Теорема, адатта, *шарт* жана *жыйынтык* бөлүктөрдөн турат. Теореманын биринчи – шарт бөлүгүндө эмнелер берилгендиги баяндалат. Ал эми экинчи – жыйынтык бөлүгүндө эмнени далилдөө керектиги туюнтулат.

Теореманы далилдөө – анын шартынан пайдаланган түрдө ушуга чейин далилденген жана кабыл алынган касиеттерге таянып, ой жүгүртүп, жыйынтык бөлүгүндө туюнтулган сүйлөмдүн тууралыгын келтирип чыгаруу. Теореманын шарт жана жыйынтык бөлүктөрүн тактап алуу теореманы түшүнүктүү кылат, аны түшүнүү

Геометрия математиканын маанилүү бөлүмү саналат. Анын пайда болушу бир нече миң жылдарга барат жана биринчи кезекте кол өнөрчүлүк, маданият, көркөм өнөрдүн, адам эмгегинин жана айлана-чөйрөгө байкоо жүргүзүүнүн өнүгүшү менен байланышкан. Муну геометриялык фигуралардын аттары да тастыктайт. Мисалы, *трапеция* термини грекче отургуч, ал эми *конус* «конос» (карагайдын конусу) сөздөрүнөн алынган.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Евклид (биздин заманга чейинки 356–300-жылдар)

Геометрияны үйрөнгөн өтө белгилүү окумуштуулардан бири Евклид болчу. Анын урматына ушул илимдин классикалык тармагы "Евклиддин геометриясы" деп аталат. Анын өзү 465 теореманы далилдеген. Азырга чейин бул рекорд эч ким тарабынан жаңыланбаган.

жана далилдөө жараянын жеңилдештирет.

Грек окумуштуусу *Платон* геометрияда өзгөчө бир мыйзам ченемдүүлүктү байкаган: мурда үйрөнүлгөн, тууралыгы далилденген касиеттерден логикалык пикирлөө, ой жүгүртүү аркылуу жаңы касиеттерди келтирип чыгарса болот экен. Мындай мүмкүнчүлүктөн пайдаланып, калган касиеттер теоремалар көрүнүшүндө туюнтулат, аксиомалар жана ушул убакытка чейин тууралыгы далилденген касиеттердин негизинде логикалык ой жүгүртүү аркылуу далилденет.

Ой жүгүртүү жараянында далилденбеген касиеттерден (алардын тууралыгы айдан ачык көрүнүп турса да) пайдалануу тыюу салынат.

Ошентип, геометрияны бир үй деп карасак, башталгыч түшүнүктөр жана аксиомалар анын фундаментин түзөт. Бул фундаменттин үстүнө коюлган «кыштар» мүнөздөлгөн жаңы түшүнүктөр жана теоремалар көрүнүшүндө далилденген касиеттерден турат.

Геометрияны өз алдынча илим иретинде негиздөөгө байыркы грек окумуштуулары чоң салым кошушкан. Мисалы, *Гиппократ* геометриянын негиздери жөнүндөгү баштапкы түшүнүктөрүн баяндаган. Бул багыт боюнча негизги иштерди улуу грек окумуштуусу Евклид жүзөгө ашырган. Анын негизги чыгармасы – «Негиздер» планиметрия, стереометрия жана сандар теориясынын кээ бир маселелерин, ошондой эле, алгебра, катыштардын жалпы теориясын, аянт жана көлөмдөрдү эсептөөнүн усулун, лимиттер теориясынын элементтерин өзүндө камтыйт. «Негиздерде» Евклид байыркы грек математикасынын бардык жетишкендиктерин чогултту жана анын өнүгүшү үчүн негиз түздү.

«Негиздер» 13 китептен турат жана ал биздин заманга чейинки V–IV кылымдар грек математиктери чыгармаларынын кайра иштиелмеси болуп саналат. Чыгармаа 23 аныктама, 5 постулат жана 9 аксиома берилген. Чыгармада тик бурчтук, квадрат жана айланага туура аныктамалар берилген. Чекит менен сызыкка төмөнкүдөй аныктамалар берилген: «Чекит – бөлүктөргө ээ эмес нерсе»; «Сызык – туурасы жок узундук».

«Негиздерде» 9 аксиома – далилдөөсүз

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

кабыл алына турган пикирлер баяндалган. Геометриялык түзүүлөрдү жүзөгө ашырууга болорун билдирген математикалык ойлордон (постулаттан) төмөнкү бешөөсү баяндалган:

I. Ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өткөрүүгө болот.

II. Түз сызыктын кесиндисин чексиз улантууга болот.

III. Ар кандай борбордон каалагандай радиуста айлана түзүүгө болот.

IV. Бардык тик бурчтар өз ара барабар.

V. Бир тегиздикте жаткан эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип, бир жактуу ички бурчтарды пайда кылса жана бурчтар эки тик бурчтан кичине болсо, бул түз сызыктар улантырылганда, алардын суммасы эки тик бурчтан кичине бурчтардын жагында кесилишет.

Бул чыгарма аябай чоң жана көпкө созулган даңкка ээ болду. Айныкса, V постулат чоң илимий талкууларга себеп болду. Аны төмөнкүдөй кайра мүнөздөөгө болот: алсак, a жана b түз сызыктарды кесүүчү кесип өткөндө алынган ички бир жактуу бурчтар α жана β болсун *(2-сүрөт)*. Анда, эгерде $\alpha + \beta < 180°$ болсо, a жана b түз сызыктар ошол бурчтар жаткан жакта кесилишет.

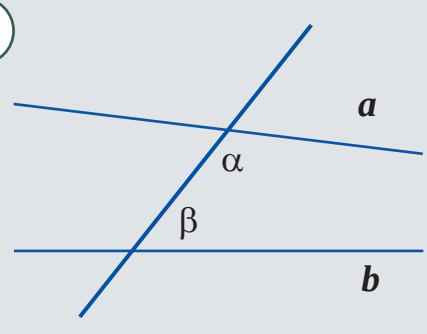
Көрүнүп тургандай, ал жогорудагы кыска жана так мүнөздөлгөн 4 постулатка окшобойт. Ал көбүрөөк теоремага окшоп кетет. Ошол себептүү аны постулат эмес, теорема деп карап далилдемекчи болгондор аябай көп болгон. Постулатту далилдөөнүн жолунда ага тең күчтүү бир топ пикирлер пайда болгон. Мисалы, англис математиги *Янь Плейфердин* (1748–1819) *параллелдиктин аксиомасы* ошолордун катарына кирет: тегиздикте түз сызыктан сырттан алынган чекиттен ошол түз сызыкка бир гана параллель түз сызык өткөрүүгө болот.

Математик, акын, астроном жана ойчул *Умар Хайям* да ошол маселе менен алектенген. Хайям «Евклиддин китебинин киришүү бөлүгүндөгү кыйынчылыктарга түшүндүрмөлөр» деген чыгармасында V постулатка токтолгон. Ал Евклиддин постулаты теорема экендигин далилдөө үчүн төмөнкү негизиндеги эки бурчу тик жана капталдары тең болгон төрт бурчтукка байкоо жүргүзгөн *(3-сүрөт)*. Бул төрт бурчтуктун

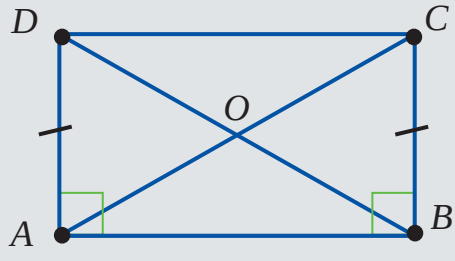


Умар Хайям (1048–1131)

2



3



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Н. И. Лобачевский (1792–1856)

Б. з. ч. V кылымда геометриянын өнүгүшүндө чечүүчү бурулуш жасалган. Ал Милет шаарында туулуп, эмгектенген Фалестин аты менен байланышкан. Өзү соодагер болгон Фалес бош маалдарында математика менен алектенген жана математиканын тарыхындагы эң чоң ачылышты жасаган: ал көптөгөн геометриялык мыйзам ченемдүүлүктөрдү тажрыйба менен эмес, пикирлөө (далил) менен да чечүүгө болорун аныктады. Ошонун негизинде ал бир топ теоремаларды далилдеген. Б. з. ч. III кылымга келип геометрия өзүнүн аксиомаларына (баштапкы касиеттерине) ээ жана башка бардык касиеттер (теоремалар) далил жардамында үйрөнүлүүчү илимге айланган. Фалестин ою боюнча, Евдокс, Евклид жана Архимед геометриянын өнүгүшүнө чоң салым кошкон.

төмөнкү эки бурчу тик болсо, жогорудагы эки бурчу да тик болууга тийиш деген жыйынтыкка келген. Умар Хайям: «Бир түз сызыкка перпендикулярдуу эки түз сызык түз сызыктын эки жагында тең кесилише албайт ко», – дейт. Муну менен Умар Хайям V постулаттын маселесине аныктык киргизишине бир кадам калган. Анын бул иштеринен кабарсыз италиялык математик Ж. Саккери(1667–1733) да V постулат менен алектенип, жогорудагы төрт бурчтукка кайрылган. Геометриянын негиздерине бул тик бурчтук *Хайям-Саккери төрт бурчтугу* аталышы менен кирген.

Бул талашты орус математиги *Николай Иванович Лобачевский* (1792–1856) чечти жана Евклиддик эмес геометрияны жаратты. Лобачевский биринчи жолу Евклиддин V постулаты геометриянын башка аксиомаларынан көз каранды эместигин далилдеди. Бул геометрия Евклиддин геометриясынан таптакыр айырмаланган. Бирок ал логикалык карама-каршылыкка туш келүүгө тийиш эле, анткени бир мезгилде эки геометриянын болушу акылга сыйбайт эле. Ошого карабай, Лобачевский жаңы натыйжаларды келтирип чыгара берди, алар логикалык карама-каршылыктарга жолукпады. Жаңы геометрия менен Евклиддин геометриясында биринчи төрт топтогу аксиомалар үстү-үстүнөн түшөт. Бул аксиомалардын топтору жана алардын натыйжалары *абсолюттук геометрия* деп атала баштады.

Бирок Евклиддик эмес геометрия (Лобачевскийдин геометриясы) Евклиддин геометриясынан олуттуу түрдө айырмаланган. Мисалы, Лобачевскийдын геометриясында үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы π ден кичине, анда окшош же тең эмес үч бурчтуктар жок; берилген түз сызыктан бирдей алыстаган чекиттердин жыйнагы түз сызык эмес, ийри сызык эсептелет жана у. с.

Евклиддик эмес геометрияны жаратууга венгер математиги *Янош Бойяи* (1802–1860) жана немис математиги *Карл Фридрих Гаусс* (1777–1855) чоң салым кошту. Ошондой эле, итальян математиги *Эужено Бельтрами* (1835–1900) жана немис математиги *Бернхард Риман* (1826–1866) жаңы геометриянын аныктамасы боюнча чоң иштерди жасады.

Евклид баштап берген аксиоматика белгилүү мааниде немис математиги *Давид Гильберт* (1862–1943) менен орус математиги *Вениамин Фёдорович Кагандын* (1859–1953) иштеринде аягына чыгарылды.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тема боюнча суроо жана тапшырмалар

1. *Геометриянын аксиомалары системасын баяндаган Евклид жөнүндө эмнелерди билесиң?*
2. *Евклиддин «Негиздер» деген чыгармасы жөнүндө сүйлөп бер.*
3. *Аныктама деген эмне? Тегиздикте кайсы фигуралар негизги (башталгыч) фигуралар иретинде аныктамасыз кабыл алынган?*
4. *Теорема менен аксиома бири-биринен эмнеси менен айырмаланат?*
5. *Планиметриянын аксиомаларын сана жана түшүндүр.*
6. *Геометрия илими кандай түзүлгөн?*
7. *Евклиддин V постулаты эмне жөнүндө жана эмне үчүн аны далилдөөгө аракеттенишкен?*
8. *V постулатту далилдөөгө аракеттенген окумуштуулар жана алардын иштери жөнүндө сүйлөп бер.*
9. *Лобачевский жаңы геометриянын жаралышына кандай салым кошкон?*
10. *Евклиддик эмес геометрияны жараткан окумуштуулар жана алардын иштери жөнүндө сүйлөп бер.*

Иш жүзүндө машыгуулар жана колдонуулар

1.1. Мектептин геометрия курсунда төмөнкү геометриялык фигуралардын кайсылары аныктамасыз кабыл алынган (негизги) жана кайсыларына аныктама берилген?

а) чекит б) бурч в) тегиздик
г) кесинди д) шоола е) түз сызык
ж) үч бурчтук з) тар бурч

1.2. Мектептин геометрия курсунда геометриялык фигуралардын төмөнкү касиеттеринен кайсылары аксиома (далилдөөсүз кабыл алынган) жана кайсылары теорема (алардын тууралыгы далилдеп көрсөтүлүшү шарт) иретинде берилген?

а) Ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өтөт.

б) Жандаш бурчтардын суммасы 180º ка барабар.

в) Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180º ка барабар.

г) Параллелограммдын диагоналдары кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт.

д) Бир түз сызыкта жаткан каалагандай үч чекиттин бири гана калган экөөнүн арасында жатат.

е) Тегиздикте түз сызыктан сыртта жаткан чекиттен ошол түз сызыкка бир гана параллель түз сызык өткөрүүгө болот.

1.3. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөм туура болсо, «+», туура эмес болсо, «–» белгисин бош чакмакка жаз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1	Планиметрия тегиздиктеги, ал эми стереометрия мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөнөт.	
2	Башталгыч (негизги) геометриялык фигуралар аныктамасыз кабыл алынат.	
3	Тегиздикте түз сызыктан сыртта жаткан чекиттен ошол түз сызыкка каалаганча параллель түз сызык өткөрүүгө болот.	
4	Евклид «Негиздер» деген чыгармасында геометрия боюнча бардык жетишкендиктерин чогултуп, анын өнүгүшүнө чоң салым кошкон.	

1.4. Геометрия илиминин өнүгүшүнө ким кандай салым кошкон? Төмөнкү жадыбалдын биринчи мамычасында берилген окумуштуулардын аттарына экинчи мамычадагы аныктамалардан тиешелүүсүн тандап кой.

Умар Хайям	Евклиддик эмес геометрияны жараткан.
Н. И. Лобачевский	Евклиддин V постулатына тактык киргизүү боюнча изилдөөлөр жүргүзгөн.
Бернхард Риман	Геометрияны илим иретинде мүнөздөгөн.
Евклид	Евклиддик эмес геометрияны мүнөздөөдө чоң иштерди жасаган.

1.5. Евклид төмөнкү тастыктардын кайсы бирин V постулат иретинде мүнөздөгөн? Алардын кайсылары ошол постулатка тең күчтүү эсептелет?

A. Бир тегиздикте жаткан эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип, бир жактуу ички бурчтарды түзсө жана бурчтардын суммасы эки тик бурчтан кичине болсо, бул түз сызыктар улантырылганда, алардын суммасы эки тик бурчтан кичине бурчтардын жагында кесилишет.

B. a жана b түз сызыктарын кесүүчү кесип өткөндө алынган ички бир жактуу α жана β бурчтар үчүн $\alpha + \beta < 180^0$ болсо, анда берилген түз сызыктар ошол бурчтар жаткан жакта кесилишет.

C. Тегиздикте түз сызыктан сыртта жаткан чекиттен ошол түз сызыкка бир гана параллель түз сызык өткөрүүгө болот.

D. Ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өткөрүүгө болот.

1.6*. «Хайям-Саккери төрт бурчтугу», башкача айтканда төмөнкү негизиндеги эки бурчу тик жана каптал жактары барабар болгон төрт бурчтук *(3-сүрөт)* берилген. Бул төрт бурчтуктун жогорудагы эки бурчу да тик болушун параллелдиктин аксиомасынан пайдаланбай далилдөөгө аракеттенип көр. Мунун мүмкүнчүлүгү барбы? Эмне үчүн?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2 ГЕОМЕТРИЯЛЫК МАСЕЛЕЛЕР ЖАНА АЛАРДЫ ЧЫГАРУУНУН УСУЛДАРЫ

Жогоруда белгилегенибиздей, геометриянын укмуштуу өзгөчөлүгү бул мурда үйрөнүлгөн, тууралыгы далилденген касиеттерден логикалык пикирлөө, ой жүгүртүү аркылуу жаңы касиеттерди келтирип чыгаруунун мүмкүндүгү. Мындай мүмкүнчүлүктөн пайдаланып, башка касиеттер теоремалар же маселелер көрүнүшүндө туюнтулган, аксиомаларга жана ушул убакытка чейин тууралыгы далилденген касиеттерге негизденип, логикалык ой жүгүртүү аркылуу далилденген. Ошондойчо математикалык же геометриялык маселелер пайда болгон.

Математикалык маселеде эмнелердир (шарттар) берилген болот. Алардан пайдаланып эмненидир табуу (эсептөө) же далилдөө, же түзүү талап кылынат. Коюлган талапты аткаруу маселени чыгарууну билдирет.

Геометриялык маселелер коюлган талабы боюнча эсептөө, далилдөө, изилдөө жана түзүү боюнча маселелерге бөлүнөт.

Математикалык маселени чыгаруу үчүн теориянын өзүн гана жетиштүү эмес. Маселе чыгаруунун тажрыйбасына да ээ болуу талап кылынат. Мындай тажрыйба жөнөкөй маселелерден баштоо, барган сайын татаалыраак маселелерди чыгаруу аркылуу өркүндөтүлөт. Ошондой эле, маселелерди чыгаруунун ар түрдүү усулдары болуп, аларды көптөгөн маселелерди чыгаруу аркылуу гана өздөштүрүүгө болот. Ар бир усул белгилүү түркүмгө тиешелүү маселелерди чыгаруу үчүн колдонулат. Канча көп усул өздөштүрүлсө, маселе чыгаруу боюнча ошончо тажрыйба калыптанат.

Төмөндө геометриялык маселелерди чыгаруунун кээ бир маанилүү усулдарына токтолобуз.

Маселе чыгаруунун усулдары түзүлүшү боюнча синтетикалык, аналитикалык, тескерисинен элестетүү жана у. с. түрлөргө бөлүнөт. Ал эми математикалык аппараттын колдонулушу боюнча алгебралык, векторлуу, координаталуу, аянттар усулу, окшоштук усулу, геометриялык алмаштыруулар сыяктуу түрлөргө бөлүнөт.

Синтетикалык усулда маселенин шартында берилгендерден пайдаланып ой жүгүртүү аркылуу логикалык пикирлөө чынжыры түзүлөт. Пикирлер чынжырынын акыркы бөлүгү маселенин талабы менен үстү-үстүнөн түшкөнгө чейин улантылат.

1-мисал. Тик бурчтуктун бурчунун биссектрисасы анын жагын 7 *см* жана 9 *см* узундуктагы кесиндилерге бөлөт *(1-сүрөт)*. Тик бурчтуктун периметрин тап.

Чыгаруу. Алсак $ABCD$ – тик бурчтук, AK – бис-



Аксиомалык курулушу жагынан ар түрдүү геометриялар бар жана алардын бардыгында да үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° эмес. Лобачевскийдин геометриясында үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° тан кичине, ал эми Римандын геометриясында 180° тан чоң.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

сектриса, $K \in BC$, $BK = 7$ *см*, $KC = 9$ *см* (же $BK = 9$ *см*, $KC = 7$ *см*) болсун.

1. $BC \parallel AD$ жана AK кесүүчү болгондуктан:

$$\angle 1 = \angle 2 \qquad (1)$$

болот, бул бурчтар ички кайчылаш бурчтар.

2. AK – биссектриса: $\angle 2 = \angle 3$ (2)

3. Анда (1) жана (2) боюнча, $\angle 1 = \angle 3$;

4. Анда ABK тең капталдуу үч бурчтук жана $AB = BK$

5. Бул натыйжадан пайдаланып эсептөөлөрдү аткарабыз:

1-учурда: $AB = BK = 7$ *см.*

$P = 2 \cdot (AB + BB) = 2 \cdot (7 + 16) = 46$ (*см*).

2-учурда: $AB = BK = 9$ *см.*

$P = 2 \cdot (AB + BB) = 2 \cdot (9 + 16) = 50$ (*см*).

Бул маселе таяныч маселелердин катарына кирет, анткени көптөгөн маселелер ушул идеянын айланасында курулат. Параллелограмм менен трапециянын бурчунун биссектрисасы бул фигуралардын тегиздигинен тең капталдуу үч бурчтукту кесип алат. Мындай таяныч фактарды дайыма эсте сактоо керек. Алар башка маселелерди чыгарганда жардам берет.

Аналитикалык усулда теореманын (маселенин) жыйынтык бөлүгүнөн келип чыккан түрдө мурдатан белгилүү тастыктардан пайдаланып, ой жүгүртүү аркылуу логикалык пикирлер чынжырын түзөт. Пикирлер чынжырынын акыркы бөлүгү маселе шартынын натыйжасы экендигин аныктаганга чейин улантылат.

2-мисал. Каалагандай төрт бурчтуктун жактарынын ортолору параллелограммдын чокулары болушун далилде.

Далилдөө. Алсак $ABCD$ – төрт бурчтук *(2-сүрөт)*, $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ болсун.

Төрт бурчтуктун AC жана BD диагоналдарын жүргүзөбүз.

1. $\triangle ABC$ да KL – орто сызык: $KL \parallel AC$ (1).

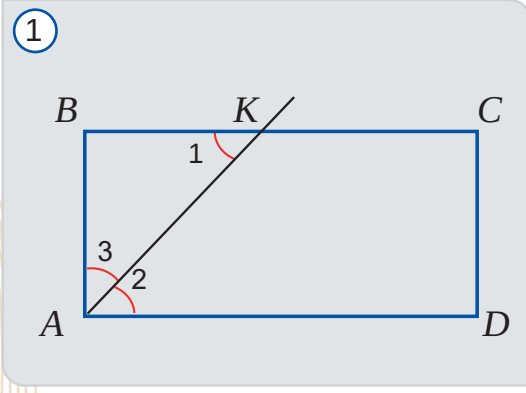
2. $\triangle ADC$ да PQ – орто сызык: $AC \parallel PQ$ (2).

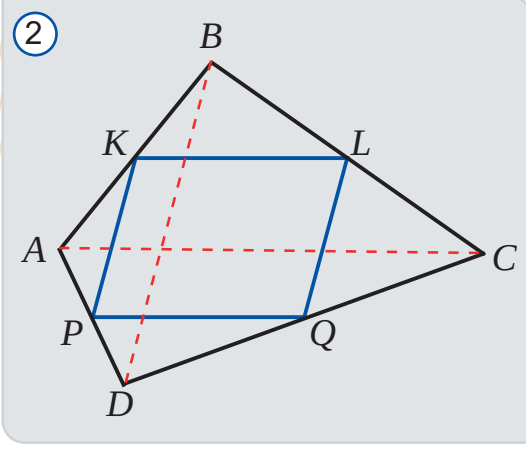
3. (1) жана (2) ден: $KL \parallel PQ$ (3).

4. Жогорудагыга окшош: $KP \parallel LQ$ (4).

5. (3) жана (4) төн: $KLQP$ – параллелограмм.

Жогоруда каралган синтетикалык жана аналитикалык усулдар *туура усулдар* деп да аталат. Маселени туура усулдар менен чыгарганда баштап маселенин мазмуну үйрөнүлөт. Үйрөнүүнүн натыйжасы боюнча усул тандалат.





*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Ошондой кийин сүрөт көрүнүшүндө маселени чыгаруунун модели (чиймеси) түзүлөт жана чийменин үстүндө ой жүгүртүлөт. Ошондойчо ой жүгүртүп, маселенин шартынан анын жыйынтык бөлүгүн карай барылат.

Маселе чыгаруунун тескери усулу да бар. Аны менен көп жолу туш келгенбиз. Ал *тескерисин элестетип далилдөө усулу* деп аталат. Ушул усулду колдоонун алгоритмин келтиребиз.

Тескерисин элестетип далилдөө усулун колдоо алгоритми

Теорема (туура тастык)	**Эгерде A орундуу болсо, B орундуу болот.** (А жана В кандайдыр пикирлер)
Далил.	
Тескерисин элестетебиз:	Теоремада берилген тастыктын тескерисин элестетебиз, б. а. теореманын шарты аткарылып, жыйынтыгы орундуу болбосун: **Эгерде A орундуу болсо, B орундуу болбойт.**
Ой жүгүртөбүз:	Тууралыгы мурда далилденген теорема же кабыл алынган аксиомаларга таянып логикалык ой жүгүртөбүз.
Каршылыкка келебиз:	Тууралыгы мурда далилденген теорема же кабыл алынган аксиомалардын бирине каршы тастыкка туш келип калабыз.
Жыйынтык чыгарабыз:	Демек, оюбуз туура эмес, башкача айтканда берилген теорема туура экен.
Теорема далилденди.	

3-мисал. Эгерде эки түз сызыктын ар бири үчүнчү түз сызыкка параллель болсо, алар өз ара параллель болушат.

Алсак, a жана b түз сызыктар берилген болуп, алардын ар бири үчүнчү – c түз сызыкка параллель болсун. Теореманы тескерисин элестетүү усулу менен далилдейбиз.

Далилдөө. Тескерисин элестетебиз: a жана b түз сызыктын ар бири үчүнчү – c түз сызыкка параллель болсун, бирок өз ара параллель болбосун, б. а. кандайдыр A чекитинде кесилишсин (*3-сүрөткө кара*).

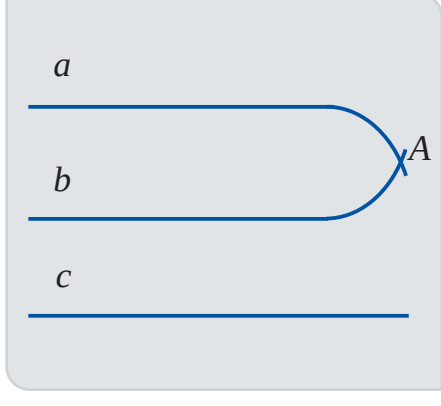
Анда A чекитинен c түз сызыкка эки – a жана b параллель түз сызыктар жүрүүдө. Бул параллелдиктин аксиомасына каршы. Каршылык оюбуздун туура эмес экендигин көрсөтөт. Башкача айтканда a жана b түз сызыктын ар бири үчүнчү – c түз сызыкка параллель болсо, алар өз ара параллель болот.

Теорема далилденди.

Бул усул төмөнкү логиканын мыйзамына негизделген: бири-бирине каршы эки тастыктын бири гана чын, ал эми экинчиси жалган болот, үчүнчү учур болушу мүмкүн эмес.

Эми геометриялык маселелерди чыгаруунун башка усулдарына токтолобуз.

3



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Евклиддин геометриясында берилген түз сызыкта жатпаган ар кандай чекит аркылуу бир гана түз сызык өткөрүүгө болот. Бирок Лобачевскийдин геометриясында аз дегенде экөөсүн өткөрүүгө болот.

Алгебралык усул

Геометриялык маселени алгебралык усул менен чыгарганда төмөнкү алгоритмдин негизинде иш жүргүзүү максатка ылайыктуу:

1) маселенин мазмунун иликтөө жана анын чийме моделин куруу;

2) белгисизди тамгалар менен белгилөө;

3) маселенин шартын туюнткан теңдеме же теңдемелер системасын түзүү;

4) түзүлгөн теңдеме же теңдемелер системасын чыгаруу;

5) табылган чыгарылышты иликтөө;

6) жоопту жазуу.

4-мисал. Тик бурчтуу үч бурчтуктун периметри 36 $см$. Гипотенузанын катетке катышы 5 : 3. Үч бурчтуктун жактарын тап.

Алсак, $\triangle ABC$ берилген болуп, анда $\angle C = 90°$, $P = 36\ см$, $AB : AC = 5 : 3$ болсун.

Чыгаруу. Пропорциялаштык коэффициентин k менен белгилейбиз.

Анда: $AB = 5k$, $AC = 3k$.

Пифагордун теоремасы боюнча: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ же $25k^2 = 9k^2 + BC^2$.

Мындан $BC = \sqrt{25k^2 - 9k^2} = 4k$.

Шарт боюнча:

$P = 36\ см$; $AB + AC + BC + P$; $5k + 3k + 4k = 36$; $k = 3$;
$AB = 5k = 15\ (см)$, $AC = 3k = 9\ (см)$, $BC = 4k = 12\ (см)$.

Жообу: 15 $см$, 9 $см$, 12 $см$.

Аянттар усулу

Кээ бир геометриялык маселелерди чыгарууда аянттарды эсептөө формулаларынан пайдалануу күтүлгөн натыйжаны тезирээк берет. Мында табуу талап кылынган белгисиз маселедеги жардамчы фигуралардын аянттарын теңештирүүнүн натыйжасында алынган теңдемеден табылат. Муну төмөнкү мисалда көрсөтөбүз.

5-мисал. Үч бурчтуктун жактары 13 $см$, 14 $см$ жана 15 $см$. Узундугу 14 кө барабар жакка түшүрүлгөн бийиктикти тап.

Чыгаруу. Алсак, $\triangle ABC$ берилген болуп, анда $a < b$ жана $b < c$, башкача айтканда $a = 13\ см$, $b = 14\ см$, $c = 15\ см$ жана h_b – изделип жаткан бийиктик болсун.

Геронформуласыбоюнча: $S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 3 \cdot 7 \cdot 4 = 84\ (см^2)$

Башка формула боюнча: $S_\Delta = \frac{1}{2} b h_b$ га ээбиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Анда $\frac{1}{2}bh_b = 84$ же $h_b = \frac{84}{2b} = \frac{84}{2\cdot 14} = 12$,

$h_b = 12$ $(см)$.

Жообу: 12 $см$.

Векторлор усулу

Геометриялык маселени векторлор усулу менен чыгаруу үчүн төмөнкү алгоритмдин негизинде иш жүргүзүү максатка ылайыктуу.

1) Маселени векторлор тилине өткөрүү, б. а. маселедеги кээ бир чоңдуктарга вектор иретинде карап, алар боюнча векторлуу теңдемелерди түзүү;

2) Векторлордун белгилүү касиеттеринен пайдаланып векторлуу теңдемелердин түрүн алмаштыруу жана белгисизди табуу;

3) Векторлор тилинен геометрия тилине кайтуу;

4) Жоопту жазуу.

Вектор усулу менен төмөнкү геометриялык маселелерди чыгаруу максатка ылайыктуу:

а) түз сызыктардын (кесиндилердин) параллелдигин аныктоо (далилдөө):

б) кесиндилерди берилген катышта бөлүү;

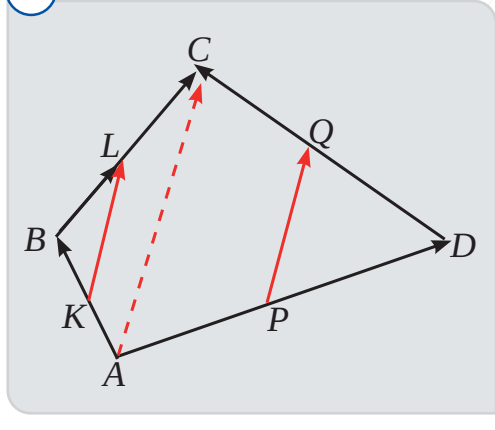
в) үч чекиттин бир түз сызыкта жатышын көрсөтүү;

г) төрт бурчтуктун параллелограмм (ромб, трапеция, квадрат, тик бурчтук) экендигин көрсөтүү.

6-мисал. Томпок төрт бурчтуктун жактарынын ортолору параллелограммдын чокулары болушун далилде.

Алсак, $ABCD$ төрт бурчтук берилген болуп, анда $AK = KB$, $BL = LC$, $CQ = QD$, $AP = PD$ болсун *(4-сүрөт)*.

4



Далилдөө. 1. Берилген кесиндилерди тиешелүү түрдө $AB, AC, BC, DC, AD, KL, PQ, BL, KB$ векторлор менен алмаштырып, маселени вектор тилине өткөрөбүз.

2. Векторлорду кошуунун үч бурчтук эрежесинен пайдаланабыз:

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC},\ \overline{KB} + \overline{BL} = \overline{KL},\ \overline{KB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

жана $\overline{BL} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ экендигинен пайдаланып,

$$\overline{KL} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{1}{2}\overline{AC}.$$

Ушуга окшош $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ болот.

3. $KL = PQ$, б. а. бул векторлор бирдей багытталган жана узундуктары барабар. Бул $KLQP$ төрт бурчтуктун параллелограмм экендигин билдирет.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Координаталар усулу

Геометриялык маселени координаталар усулу менен чыгарганда төмөнкү алгоритмдин негизинде иш жүргүзүү максатка ылайыктуу:

1) маселенин мазмунун иликтөө жана аны координаталар тилине өткөрүү;

2) туюнтмалардын түрүн алмаштыруу жана маанисин эсептөө;

3) натыйжаны геометрия тилине өткөрүү;

4) жоопту жазуу.

Координаталар усулу менен төмөнкү геометриялык маселелерди чыгаруу максатка ылайыктуу: а) чекиттердин геометриялык ордун табуу; б) геометриялык фигуралардын сызыктуу элементтеринин ортосундагы байланыштарды далилдөө.

Координаталар усулу менен маселе чыгарганда координаталардын башын туура тандоо чоң мааниге ээ. Берилген фигураны координаталар тегиздигине жайлаштырганда, мүмкүнчүлүгү болушунча чекиттердин координаталары нөлгө же бирдей санга тең болсун.

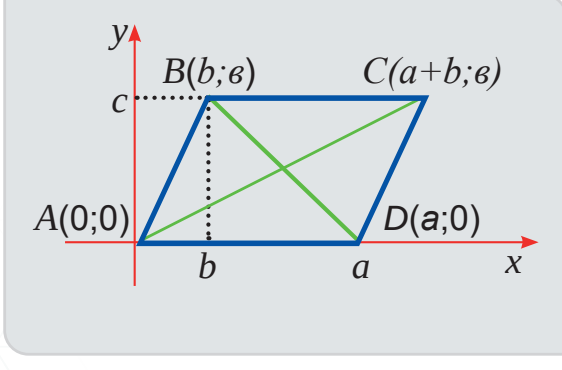
7-мисал. Диагоналдары тең параллелограммдын тик бурчтук болушун далилде.

Далилдөө. Координаталар системасын тандаганыбызда, параллелограммдын чокулары төмөнкү координаталарга ээ болсун *(5-сүрөткө кара)*:

$A(0;0)$, $B(b;в)$, $C(a+b;в)$, $D(a;0)$,
бул жерде $a > 0$, $b \geq 0$, $c > 0$.

A, B, C, D чекиттердин ортосундагы аралыктарды алардын координаталары аркылуу туюнтабыз:

5



$$AC = \sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2}$$

$$BD = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

$$\sqrt{(a+b-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2}$$

$$(a+b-0)^2 + (c-0)^2 = (a-b)^2 + (0-c)^2$$

Мындан $4ab = 0$.

Бирок $a > 0$, анда $b = 0$. Бул болсо $B(b; в)$ чекити Oy огунда жатышын билдирет. Ошондуктан BAD тик бурч болот.

Мындан $ABCD$ параллелограммдын тик бурчтук экендиги келип чыгат.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Геометриялык алмаштыруулар усулу

Геометриялык алмаштыруулар усулуна буруу, симметриялуу чагылдыруу, параллель көчүрүү жана гомотетия сыяктуу алмаштырууларга негизделген усулдар кирет. Геометриялык алмаштыруулар жардамында маселелерди чыгаруу жараянында берилген геометриялык фигуралар менен кошо жаңы, колдонулган геометриялык алмаштыруунун жардамында алынган фигураларга да каралат. Жаңы фигуралардын касиеттери аныкталат жана берилген фигурага өткөрүлөт. Ошондой кийин маселени чыгаруунун жолу табылат. Жогоруда берилген геометриялык фигуралардын касиеттерине негизделген бардык усулдар бир жалпы ат менен *геометриялык усулдар* деп аталат.

Маанилүү эскертүү!

Бул бөлүмдөгү материалдар планиметрияны кайталоо үчүн берилген. Кайталоо үчүн маселелер жетиштүү санда берилүүдө. Алардын бардыгын класста кароонун мүмкүнчүлүгү болбостугу мүмкүн. Ошондуктан аларды өз алдынча чыгарууну кеңеш беребиз. Бул 10-класста геометрияны үйрөнүүнү ийгиликтүү улантышыңа негиз түзөт.

Тема боюнча суроолор

1. *Математикалык маселе дегенде эмнени түшүнөсүң?*
2. *Геометриялык маселенин кандай түрлөрүн билесиң?*
3. *Маселе чыгаруунун кандай усулдарын билесиң?*
4. *Геометриялык маселени чыгаруунун синтетикалык, аналитикалык усулдары жөнүндө сүйлөп бер.*
5. *Маселе чыгаруунун туура жана тескери усулдары жөнүндө эмне билесиң?*
6. *Тескерисинен элестетип далилдөө усулунун маани-маңызы эмнеде?*
7. *Геометриялык маселени алгебралык усулда чыгаруунун алгоритмин түшүндүрүп бер.*
8. *Геометриялык маселени вектор усулунда чыгаруунун алгоритмин түшүндүрүп бер.*
9. *Вектор усулу менен, адатта, кандай маселелер чыгарылат?*
10. *Геометриялык маселени координаталар усулу менен чыгаруу алгоритмин түшүндүрүп бер.*
11. *Координаталар усулу менен, адатта, кандай маселелер чыгарылат?*
12. *Геометриялык алмаштыруулар усулун түшүндүрүп бер.*

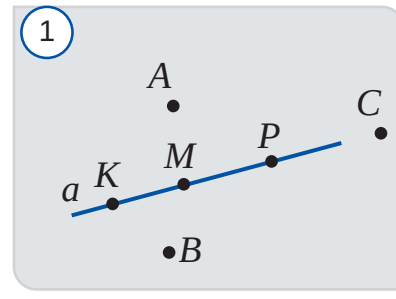


Белгилүү окумуштуу жана ойлоп табуучу Архимед геометрияны дүйнөдөгү эң маанилүү илим деп эсептеген. Геометрия дүйнөнүн бардык эрежелерин түшүндүрүп бере алат, деп ишенген жана өзүнүн геометриялык билимдери себептүү өз доорунан озгон көптөгөн механизмдерди ойлоп тапкан.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Иш жүзүндө машыгуулар



2.1. 1-сүрөттөн пайдаланып туура математикалык тастыкты тап.

А) $A \in a$ Б) $K \notin a$ В) $C \in a$ Г) $M \notin a$

2.2. Бир түз сызыкта A, B, C чекиттери тандалган, AB = 2,7 $дм$, BC = 1,3 $дм$, AC = 1,3 $дм$. Бир чекиттин калган экөөсүнүн арасында жатышы жөнүндөгү туура тастыкты аныкта.

А) $A \in BC$ Б) $B \in AC$ В) $C \in AB$ Г) $C \notin AB$.

2.3. AC кесинди BC кесиндиден үч эсе узун. Ушул катыш көрсөтүлгөн эки пунктту аныкта.

А) $AC = 3BC$ Б) $3AC = BC$ В) $AC + BC = 4AC$ Г) $BC = \frac{1}{3}AC$

2.4. AC кесинди BC кесиндиден 2 $см$ ге кыска. Ушул катыш көрсөтүлгөн эки пунктту аныкта.

А) $AC - BC = 3$ $см$; Б) $BC - AC = 2$ $см$

В) $AC - 2$ $см = BC$; Г) $AC + 2$ $см = BC$

2.5. A, B, C чекиттеринин кайсы бири калган экөөнүн арасында жатат?

А) $AC = 3$, $AB = 8$, $BC = 5$ Г) $AC = 9$ $мм$, $BC = 21$ $мм$, $AB = 12$ $мм$

Б) $AC=7$, $BC = 12$, $AB= 19$ Д) $AC = 21$ $м$, $BC = 37$ $м$, $AB = 16$ $м$

В) $AC=27$ $м$, $BC=5$ $м$, $AB=22$ $м$ Е) $BC=18$ $дм$, $AC=33$ $дм$, $AB =15$ $дм$

2.6. AB кесиндини O чекити узундугу 18 $см$ жана 14 $см$ болгон бөлүктөргө бөлөт. Эгерде K жана M чекиттери AO жана BO кесиндилеринин ортосу болсо, KM кесиндинин узундугун тап.

2.7. Узундугу 48 $дм$ болгон кесиндиде O чекити белгиленген. Эгерде $AO : BO = 3 : 5$ болсо, AO жана BO кесиндилеринин узундуктарын тап.

2.8. A, B, C, M чекиттери бир түз сызыкта жатат жана $AC = 12$ $м$, $CB = 5$ $м$, ал эми M *болсо* AC кесиндинин ортосу. MB кесиндинин узундугун тап.

2.9. $\angle KOC = 153^\circ$. OM шоола бурч жактарынын арасынан өтөт. Эгерде $\angle KOM = 2MOC$ болсо, KOM жана MOC бурчтарын тап.

2.10*. Узундугу 75 $см$ болгон AB кесиндиде M жана K чекиттери белгиленген. Мында $N \in AK$, $K \in NB$. Ошондой эле, AN кесинди NK кесиндиден 5 $см$ ге узун, ал эми KB кесинди AN ден 2 эсе узун. Алынган 5 кесиндинин узундуктарын тап.

2.11*. Бурчтун жактары арасынан өткөн шоола аны эки бурчка бөлөт. Бул бурчтардын биссектрисаларынын ортосундагы бурч берилген бурчтан 2 эсе кичине экендигин далилде.

2.12*. a, b, c жана d түз сызыктары берилген. Алардын ар үчөөсү бир чекитте кесилишет. Бардык түз сызыктардын бир чекиттен өтүшүн далилде.

2.13. Эки түз сызыктын кесилишинен төрт бурчтук алынды *(2-сүрөт)*. Төмөндө берилген жадыбалда ар бир шартка (А–Д) андан келип чыккан жыйынтыкты (1–5) туура кой.

А) $\angle 1 = \angle 3$ 1) $\angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$

Б) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 4 = 90^\circ$

В) $\angle 1 = \angle 2 + 90^\circ$ 3) $\angle 1$ жана $\angle 4$ – жандаш

Г) $\angle 2 + \angle 4 = 260^\circ$ 4) $\angle 1$ жана $\angle 3$ – тар

Д) $\angle 3 = 90^\circ$. 5) $\angle 2$ жана $\angle 4$ – вертикалдуу

А	
Б	
В	
Г	
В	

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.14. Төмөндө кээ бир бурчтардын градустук өлчөмдөрү (1–7) берилген. Алардан кайсы жуптары жандаш болушу мүмкүндүгүн аныкта.

1) 18° 2) 72° 3) 128° 4) 62° 5) 28° 6) 108° 7) 38°

А) 1 жана 2 Б) 2 жана 6 В) 3 жана 4 Г) 1 жана 7 Д) 2 жана 5

2.15. Эгерде 2-сүрөттө $\angle 1 = \angle 7$ болсо, туура тастыкты тап.

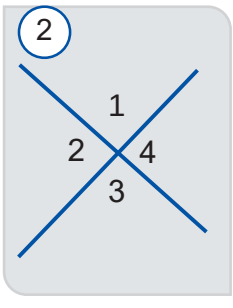
А) $a \parallel b$; *Б)* $a \perp b$; *В)* a жана b кесишпейт.

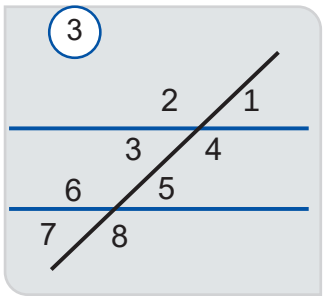
2.16. Эгерде 3-сүрөттө $CD \parallel AB$, $\angle 1 = \angle 2$ жана $\angle 2 = 72^o$ болсо, $\angle 3 = ?$

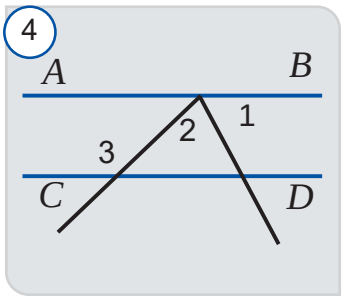
А) 72° Б) 144° В) 108° Г) 36° Д) 124°

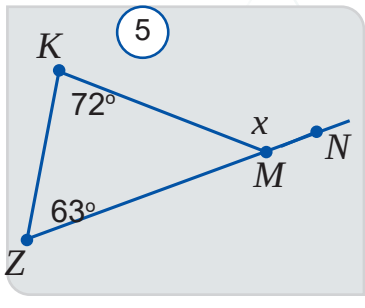
2.17. Эгерде тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтары 3:4:3 катышта болсо, анын чокусунун биссектрисасы менен каптал жагынын ортосундагы бурчту тап.

А) 18° Б) 36° В) 72° Г) 60° Д) 30°









2.18. 5-сүрөттө берилген KMZ үч бурчтугунун бурчуна сырткы болгон KMN бурчтун градустук өлчөмүн тап.

А) 135° Б) 108° В) 45° Г) 125° Д) 117°

2.19. Туура барабардыктарды аныкта *(6-сүрөт)*.

А) $\triangle ABO = \triangle OCD$ Б) $BA = CD$ В) $\triangle ABO = \triangle COD$

Г) $\angle AOB = \angle DOC$ Д) $\angle BAO = \angle DCO$ Е) $\angle BAO = \angle CDO$

2.20. 7-сүрөттөгү BOC үч бурчтугунун бурчтарын тап.

А) 48°, 48°, 84° Б) 24°, 132°, 24°

В) 132°, 48°, 48° Г) 42°, 90°, 48° Д) 48°, 32°, 20°

2.21. Ар бир алты бурчтуктун периметрине (А–Д) ага сырттан сызылган айлананын радиусунан (1–5) тиешелүүсүн кой жана жадыбалды толтур.

А) $P = 42$ *см* 1) $R = 2$ *см*

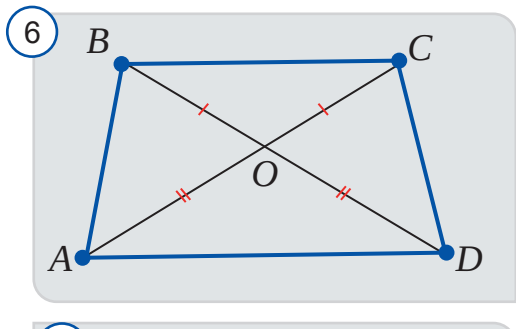
Б) $P = 12$ *см* 2) $R = 8$ *см*

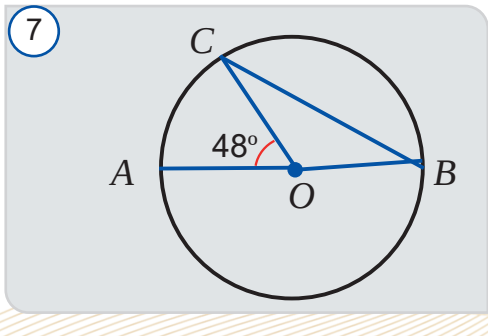
В) $P = 84$ *см* 3) $R = 6$ *см*

Г) $P = 48$ *см* 4) $R = 14$ *см*

Д) $P = 36$ *см* 5) $R = 7$ *см*

A	
B	
C	
D	
E	

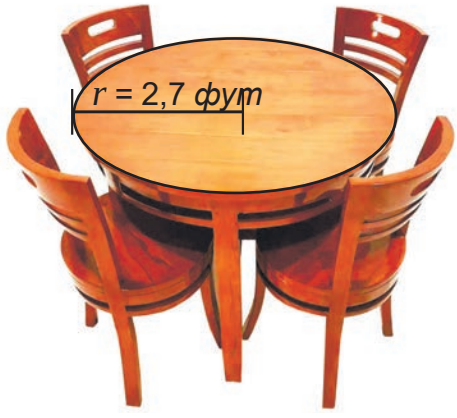




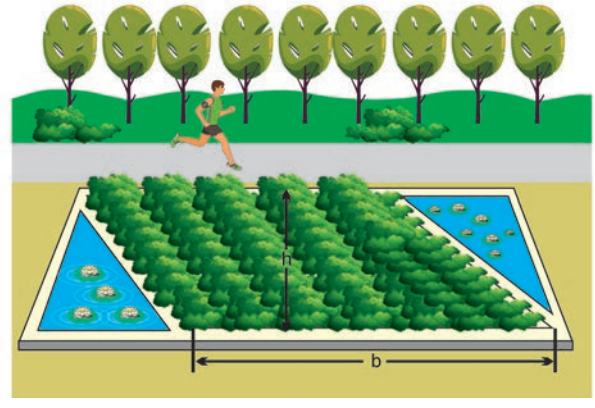
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.22. Тегерек формасындагы стол бетинин аянтын тап (1 *фут* = 30,48 *см*).

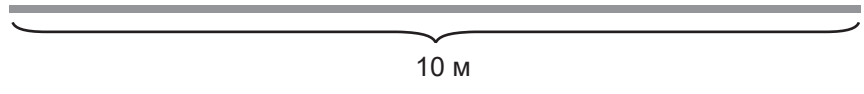


2.23. Эгерде $h = 3\,м$ жана $b = 6\,м$ болсо, сүрөттөгү гүлзардын аянтын тап.

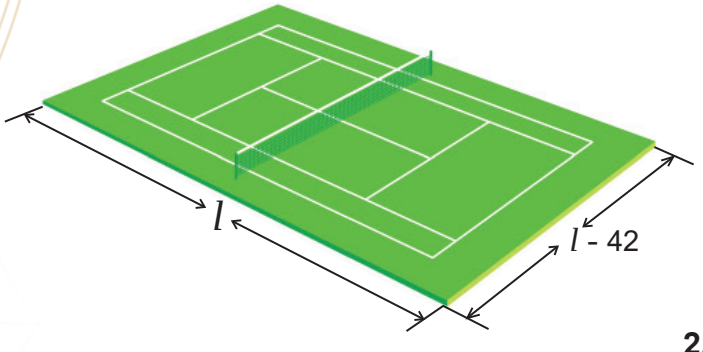


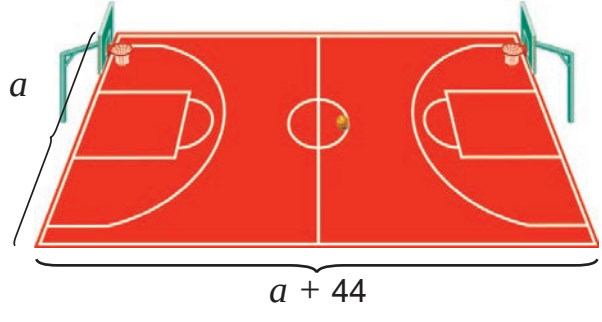
2.24. Квадрат формасындагы терезелер үчүн 10 *м* рейка колдонулган болсо, ар бир терезенин өлчөмдөрүн тап.



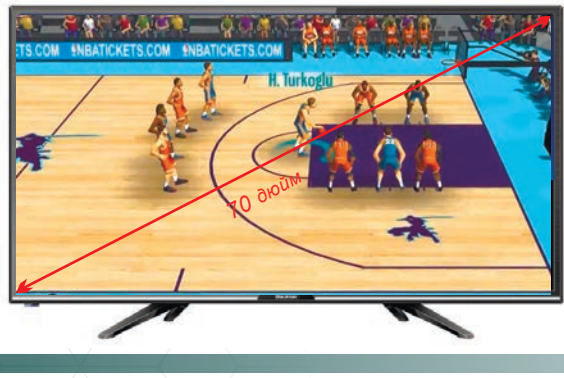


2.25. Баскетбол майданынын периметри 288 *фут*, ал эми узуну туурасынан 44 *фут* ка узун болсо, майдандын өлчөмдөрүн метрлерде тап (1 *фут* = 30,48 *см*).









2.26. Теннис кортунун периметри 288 *фут*, ал эми узуну туурасынан 42 *фут* ка узун болсо, майдандын өлчөмдөрүн метрлерде тап. (1 *фут* = 30,48 *см*).

2.27. Автомобилдер токтоо жериндеги тең капталдуу үч бурчтук формасындагы талланын аянты 288 *фут*^{2} жана негизи 16 *фут* болсо, анын бийиктигин тап (1 *фут* = 30,48 *см*).

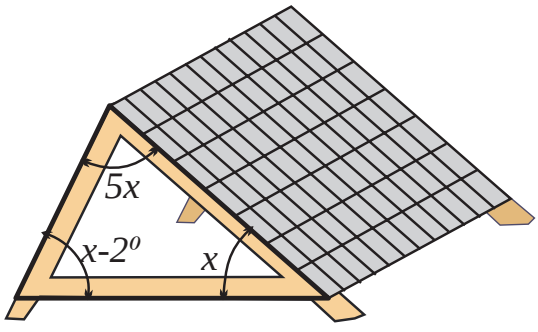
2.28. Сүрөттөгү HD телевизору экранынын узуну менен туурасынын узундугунун катышы 16 : 9 сыяктуу. Диагоналы 70 дюйм болгон HD телевизорунун өлчөмдөрүн *см* лерде тап (1 *дюйм* = 2,54 *см*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.29. Сүрөттөрдөгү чатырдын бурчтарын тап.

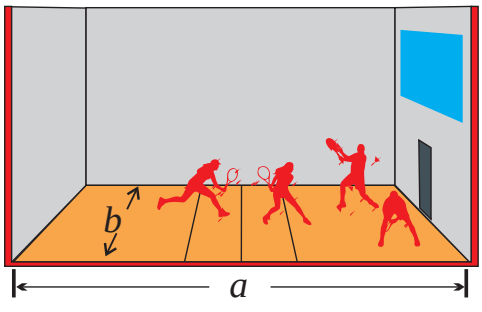
а)

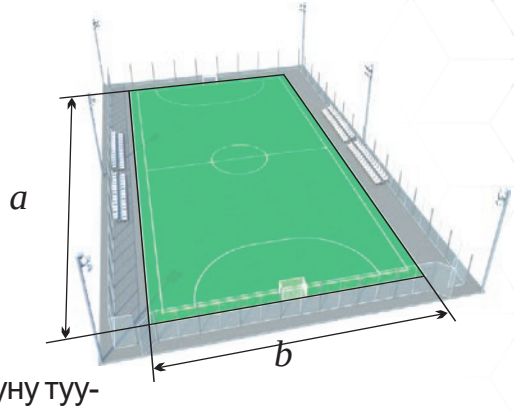


б)



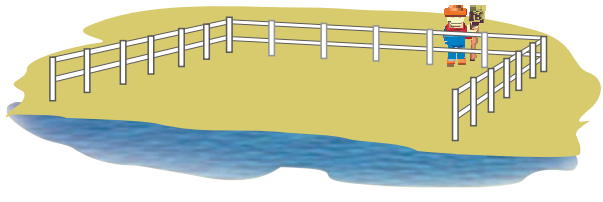
2.30. Жабылган спорт майданынын периметри 120 *фут*, ал эми узуну туурасынан эки эсе узун болсо, майдандын өлчөмдөрүн метрлерде тап (1 *фут* = 30,48 *см*).





2.31. Футбол майданынын периметри 340 *м*, ал эми узуну туурасынан 50 *м* ге узун болсо, майдандын өлчөмдөрүн тап.

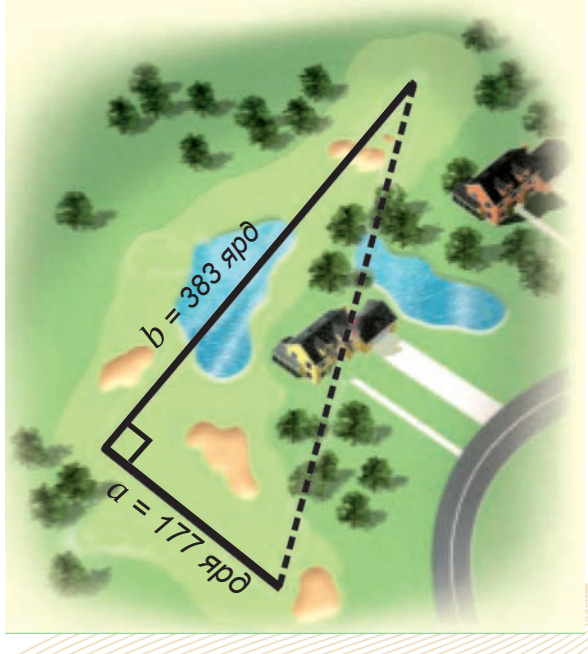
2.32. Фермер дарыянын жээгинде тик бурчтук формасындагы талааны панжара менен тосмокчу. 100 *м* узундуктагы панжара менен кандай өлчөмдөгү эң чоң аянттуу талааны курчоого болот?



2.33. Тегерек формадагы эки гүлзардын аянттарынын суммасы 90π $м^2$, айырмасы 72π $м^2$. Ар бир гүлзардын радиусун тап.



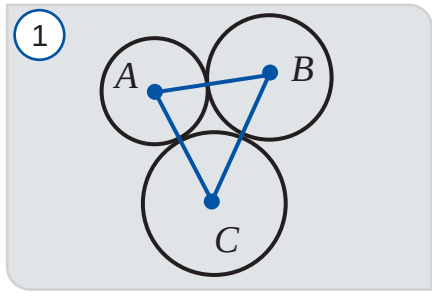
2.34. Гольф аянтынын планы берилген. Эгерде оюнчу биринчи соккуда топту a аралыкка, биринчи соккунун багытына перпендикулярдуу экинчи соккуда b аралыкка алыстатса, топ башталгыч абалынан канча аралыкка барып түшкөн?



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3 ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО БОЮНЧА ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУЛАР

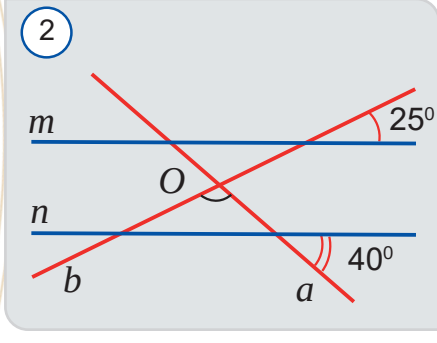


3.1. Үч бурчтуктун чокулары радиустары 6 *см*, 7 *см* жана 8 *см* болгон жана жубу-жубу менен жанган үч айлананын борборлорунда жатат (*1-сүрөт*). Ошол үч бурчтуктун периметрин тап.

А) 28 *см* Б) 29 *см* В) 27 *см* Г) 42 *см* Д) 21 *см*

3.2. Квадраттын жагы *20* га барабар. Ушул квадратка ичтен сызылган айлананын радиусун тап.

А) 20 Б) $10\sqrt{2}$ В) 10 Г) $5\sqrt{2}$ Д) 5



3.3. Трапециянын бир негизи экинчисинен 8 *см* ге узун, ал эми орто сызыгы 10 *см* ге барабар. Трапециянын кичине негизин тап.

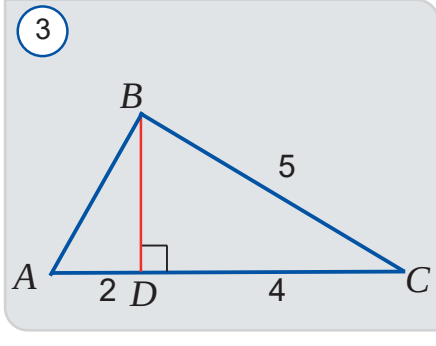
А) 2 *см* Б) 4 *см* В) 6 *см* Г) 8 *см* Д) 10 *см*

3.4. Диагоналдары 10 *м* жана 36 *м* болгон ромбдун аянтын тап.

А) 90 *м²* Б) 92 $м^2$ В) 180 $м^2$ Г) *184* $м^2$ Д) *36* $м^2$

3.5. 2-сүрөттөгү m жана n түз сызыктар өз ара параллель болсо, a жана b түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.

А) 50° Б) 80° В) 100° Г) 65° Д) 115°

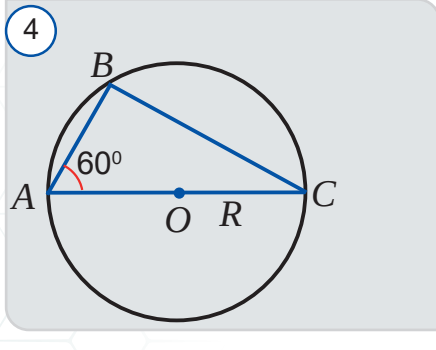


3.6. 3-сүрөттөгү үч бурчтуктун аянтын тап.

А) 6 Б) 9 В) 12 Г) 24 Д) 30

3.7. 4-сүрөттөгү R радиустуу айланага ичтен сызылган ABC үч бурчтугунун BC жагын тап.

А) R Б) $R\frac{\sqrt{2}}{2}$ В) $R\sqrt{2}$ Г) $R\sqrt{3}$ Д) $R\frac{\sqrt{3}}{2}$



3.8. Аянты 9π $см^2$ болгон тегеректи курчап турган айлананын узундугун тап.

А) 3π *см* Б) 9π *см* В) 12π *см* Г) 18π *см* Д) 6π *см*

3.9. Жагы 6 *см* ге барабар болгон квадратка ичтен сызылган тегеректин аянтын тап.

А) 9π $см^2$ Б) 144π $см^2$ В) 36π $см^2$ Г) 72π $см^2$ Д) 18π $см^2$

3.10. Квадратка ичтен сызылган айлананын радиусу 5 *см*. Квадраттын диагоналын тап.

А) $5\frac{\sqrt{2}}{2}$ Б) $5\sqrt{2}$ В) $5\frac{\sqrt{2}}{4}$ Г) $10\sqrt{3}$ Д) $20\sqrt{3}$

3.11. Ички бурчтарынын суммасы 1600° болгон туура көп бурчтуктун жактарынын санын тап.

А) *12* Б) *14* В) *16* Г) 18 Д) *20*

3.12. Диагоналдары 24 *см* жана 18 *см* болгон ромбдун периметрин тап.

А) *120 см* Б) *60 см* В) *84 см* Г) 108 *см* Д) *144 см*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

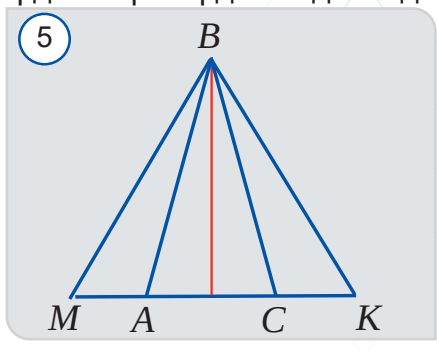
3.13. Параллелограммдын периметри 48 *дм* болуп, бир жагы экинчисинен 8 *дм* ге узун. Параллелограммдын кичине жагын тап.

А) *8 дм* Б) *16 дм* В) *6 дм* Г) *12 дм* Д) *10 дм*

3.14. 5-сүрөттөгү ABC тең капталдуу үч бурчтуктан сыртта эки тең ABM жана CBK бурчтары түзүлдү. Бул бурчтардын жактары AC жакты тиешелүү түрдө M жана K чекиттеринде кесип өттү. MBC жана KBA үч бурчтуктардын барабардыгын далилде.

3.15. 6-сүрөттө берилген AB жана CD түз сызыктарынын өз ара жайлашуусун аныкта. Жообуңду негизде.

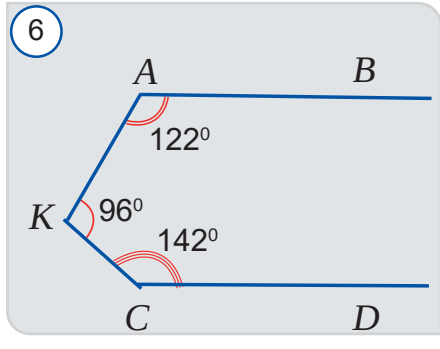
5



3.16. 7-сүрөттөгү ABC үч бурчтугуна айлана ичтен сызылган. Айлананын N жана Z жануу чекиттери үч бурчтуктун AB жана AC жактарын айырмасы тиешелүү түрдө 3 *см* жана 4 *см* болгон кесиндилерге бөлөт ($AN > NB$, $AZ > ZB$). Эгерде үч бурчтуктун периметри 28 *см* болсо, анын жактарын тап.

3.17. Тең жактуу үч бурчтукка радиусу $3\sqrt{3}$ болгон айлана сырттан сызылган. Ичтен сызылган айлананын радиусун тап.

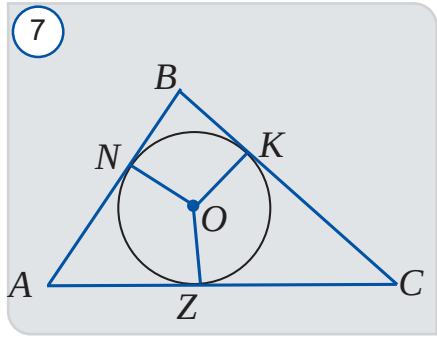
6



3.18. Негизиндеги бурчу 30° болгон тең капталдуу трапецияга айлана сырттан сызылган. Трапециянын бийиктиги 7 *см* ге барабар болсо, анын орто сызыгын тап.

3.19. Негизиндеги бурчу 150° болгон тең капталдуу трапеция айланага сырттан сызылган. Трапециянын орто сызыгы $16\sqrt{3}$ кө барабар болсо, анын бийиктигин тап.

7



3.20. Негизи 16 *см* жана ушул негизге түшүрүлгөн бийиктиги 15 *см* болгон тең капталдуу үч бурчтуктун каптал жагын тап.

3.21. ABC үч бурчтугунун AO бийиктиги анын BC жагын BO жана OC кесиндилерге бөлөт. Эгерде $AB = 10\sqrt{2}$ *см*, $AC = 26$ *см* жана $B = 45°$ болсо, OC кесиндинин узундугун тап.

3.22. Ромбдун жагы 10 *см*, диагоналдарынан бири 12 *см*. Ромбго ичтен сызылган айлананын радиусун тап.

3.23. Радиусу 15 *см* болгон айланага анын борборунан 12 *см* алыстыкта болгон хорда жүргүзүлгөн. Ошол хорданын узундугун тап.

3.24. Айланада эки кесишүүчү хорда жүргүзүлгөн. Алардан бири кесилишүү чекити менен тең экиге, ал эми экинчиси узундуктары 5 *см* жана 20 *см* болгон кесиндилерге бөлүнөт. Ар бир хорданын узундугун тап.

3.25. Айланадан сыртта жаткан чекиттен ага жаныма жана кесүүчү жүргүзүлгөн. Эгерде жаныма өзүнүн сырткы бөлүгүнөн 5 *см* ге узун, кесүүчүнүн ички бөлүгүнөн 5 *см* ге кыска болсо, анын узундугун тап.

3.26. Айланадан сыртта жаткан чекиттен ага жаныма жана кесүүчү жүргүзүлгөн. Эгерде жаныма менен кесүүчүнүн узундуктарынын суммасы 15 *см*, кесүүчүнүн сырткы бөлүгү жанымадан 2 *см* кыска болсо, жаныма менен кесүүчүнүн узундуктарын тап.

3.27. Тик бурчтуу үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын жануу чекити гипотенузаны узундуктары 6 *см* жана 9 *см* болгон кесиндилерге бөлөт. Ошол үч бурчтуктун аянтын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3.28. Тик бурчтуу трапециянын кичине негизи 8 *см*, ал эми кичине каптал жагы 6 $\sqrt{3}$ *см*. Эгерде трапециянын бурчтарынан бири 120° болсо, анын аянтын тап.

3.29. Негиздери 40 *см* жана 14 *см*, ал эми бийиктиги 39 *см* болгон трапецияга айлана сырттан сызылган. Айлананын радиусун тап.

3.30. Трапециянын диагоналдары 20 *см* жана 15 *см*, бийиктиги 12 *см*. Трапециянын аянтын тап.

3.31. Ромбдун чоң диагоналы 24 *см*, ичтен сызылган айлананын радиусу 6 *см*. Ромбдун аянтын тап.

3.32. Үч бурчтуктун жактары 17 *см*, 25 *см*, 28 *см*. Борбору чоң жактын ортосунда болгон айлана анын калган эки жагына жанат. Тегеректин аянтын тап.

3.33. Жактары 6 *см* жана 4 *см*, диагоналдарынын ортосундагы бурчу 60° ка барабар болгон параллелограммдын аянтын тап.

3.34. Эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде алынган бурчтардын үчөөсүнүн суммасы 240°. Алынган жандаш бурчтардын чоңунун кичигине катышын пайыздарда туюнт.

3.35. Эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде алынган бурчтардан бири экинчисинен 3 эсе чоң болсо, эки тар бурчтардын суммасын тап.

3.36. Айланада жаткан чекиттен жүргүзүлгөн, бири-бирине перпендикулярдуу эки хорданын узундугу 8 *см* жана 15 *см*. Айлананын радиусун тап.

3.37. Айланада жаткан чекиттен жүргүзүлгөн эки хорданын ортосундагы бурч 30°. Айлананын радиусу 5 *см* болсо, хордалардын аягын туташтырган кесиндинин узундугун тап.

3.38. Айлананын 6 *см* лүү хордасы анын борборунан 4 *см* алыстыкта жайлашкан. Айлананын узундугун тап.

3.39. Айланага сырттан сызылган трапециянын каптал жактарынын катышы 7 : 9 га барабар, орто сызыгы 32 *см*. Трапециянын каптал жактарын тап.

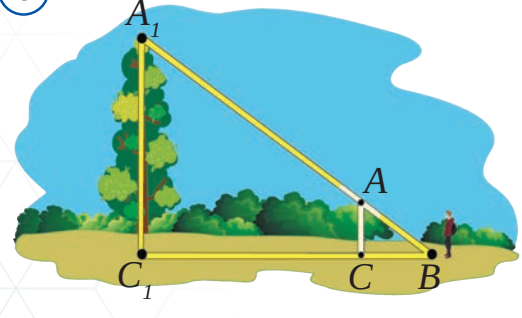
3.40. Радиусу 4 *см* болгон айланага трапеция ичтен сызылган. Трапециянын диагоналы тар бурчунун биссектрисасы менен 30° бурчту түзөт. Трапециянын бийиктигин тап.

3.41. ABC үч бурчтугунда $\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$, $BC = 3\sqrt{6}$ *см* болсо, AC жакты тап.

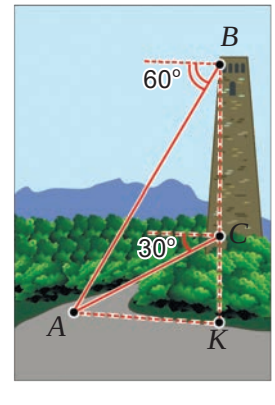
3.42. 8-сүрөттө рейканын жардамында даректын бийиктигин табуу жараяны берилген. Аны түшүндүр.

3.43. Кырда бийиктиги 70 *м* болгон мунара жайлашкан (*9-сүрөт*). Мунаранын B чокусунан ылдыйдагы A предмет горизонтко салыштырмалуу 60°, ал эми мунаранын негизиндеги C чекитинен 30° туу бурч менен көрүнөт. Кырдын бийиктигин тап.

8



9



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Математикалык маселелердин казнасы

Белгилүү болгондой, кийинки учурларда маалымат-коммуникация технологиялары аябай тез өнүгүүдө жана билим берүү системасына да чечкиндүү кирип келүүдө. Учурда Интернет тармагынан аябай көп маалымат булактары орун алган, бул казнадан пайдалануу ар бир жаш муун үчүн абдан зарыл жана пайдалуу. Интернеттен сен өзбек, орус, англис, кыргыз жана башка тилдерде математика ааламындагы эң соңку жаңылыктарды, электрондук китепканаларда сакталган көптөгөн электрондук китептерди, санариптүү ресурстарды табышың мүмкүн. Ошондой эле, ар түрдүү теориялык материалдар, усулдук сунуштар, сан миңдеген маселелер, мисалдар жана алардын чыгарылыштары, түрдүү дооорлордо өткөрүлгөн математикалык сыноолор жана олимпиадалар жөнүндөгү маалыматтар, аларда берилген математикалык маселелер жана алардын чыгарылыштары менен тааныша аласың.



Электрондук фигуралар





Видеосабактар

Төмөндө бир топ булактардын даректери берилүүдө. Алардан геометрия боюнча өзүңдү кызыктырган түрдүү маалыматтарды табууну, математиканы өз алдынча үйрөнүү мүмкүнчүлүктөрүнөн пайдалануу сунуштайбыз:

1. http://www.uzedu.uz – Элге билим берүү министрлигинин расмий сайты, маалымат билим берүү порталы.
2. http://www.ziyonet.uz – «Ziyonet» билим берүү порталы.
3. http://dr.rtm.uz – жаңы окуу китептердин, мугалимдер үчүн методикалык колдонмолордун электрондук варианттары, презентациялар, мультимедиялык тиркемелер, видеосабактар, санариптүү ресурстар платформасы
4. http://www.maktab.uz – 1–11-класстар үчүн онлайн мектеп, мектеп окуу программасы боюнча видеосабактар жана башка материалдар платформасы.
5. http://www.stesting.uz – окуучулар үчүн «Эл аралык баалоо изилдөөлөрүнө даярдануу» электрондук платформасы (өзбек тилинде).
6. http://www.oraliq.uz – А. Авлоний атындагы улуттук изилдөө институтунун аралыктан окутуу порталы.



Презентациялар

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Тесттер



Тапшырмалар



Кошумча материалдар

7. http://www.onlinedu.uz – А. Авлоний атындагы улуттук-изилдөө институтунун «Үзгүлтүксүз кесиптик билим берүү» электрондук платформасы.
8. http://www.skillgrover.com.uz – Финляндиянын математиканы үйрөнүү жана окуучулардын билимдерин баалоо платформасы (өзбек тилинде).
9. http://www.khanakademy.org – «Хан академиясы» аралыктан билим берүү сайты (англис тилинде).
10. http://www.xanakademiyasi.uz – математика, информатика, химия, физика, экономика, биология жана астрономия сыяктуу предметтер боюнча видеосабактар платформасы (өзбек тилинде).
11. http://www.school.edu.ru – жалпы билим берүү порталы (орус тилинде).
12. http://www.problems.ru/ – математикадан маселелерди издөө системасы (орус тилинде).
13. http://geometry.net/ – алгебра жана геометриядан окуу материалдары (англис тилинде).
14. http://mathproblem.narod.ru/ – математикалык ийримдер жана олимпиадалар (rus тилинде).
15. http://www.ixl.com – математиканы аралыктан окутуу порталы (англис тилинде).
16. http://www.mathkang.ru – «Кенгуру» эл аралык математикалык тандоо сайты (орус тилинде).
17. http://www.olimpia.uz – «Кенгуру» эл аралык математикалык тандоо сайты (өзбек тилинде).
18. http://www.brilliant.org – математикадан аралыктан билим берүү сайты (англис тилинде).
19. http://www.geogebra.org – геометрия жана алгебра предметтери боюнча динамикалык («жандуу») чиймелер түзүү мүмкүнчүлүгүн берген акысыз программа.
20. http://www.yaklass.ru – мектеп окуучулары жана мугалимдер үчүн онлайн билим берүү платформасы.
21. www.schulen-ans-netz.de – Германия «Интернет-Мектеп» сайты (немис тилинде).
22. www.studienkreis.de – Германия окуу ийримдери сайты (немис тилинде).
23. www.educasource.education.fr – Франция билим берүү сайты (француз тилинде).
24. www.educmath.inrp.fr – Франция математика билим берүүнүн санариптүү ресурстары (француз тилинде).
25. http://mat-game.narod.ru/ – математикалык гимнастика. Математикалык маселелер жана башкатырмалар (орус тилинде).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



II глава

СТЕРЕОМЕТРИЯГА КИРИШҮҮ

Главаны үйрөнүүнүн натыйжасында төмөнкү билим жана көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

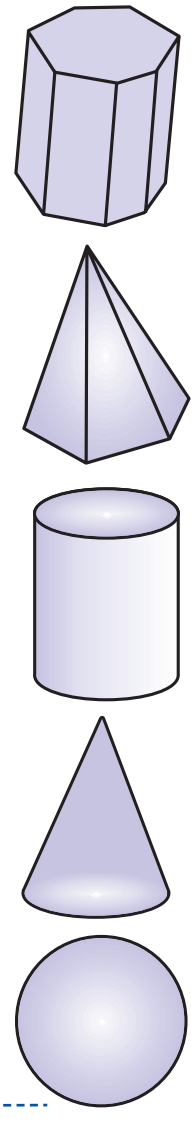
- стереометриянын аксиомаларын билүү жана алардан пайдалана алуу;
- стереометриянын аксиомаларынан алынган натыйжаларды билүү жана аларды колдой алуу;
- мейкиндиктеги кайчылаш, параллель жана кесишүүчү түз сызыктардын аныктамасын билүү жана чиймеде сүрөттөө;
- түз сызыктын тегиздикке параллелдигинин аныктамасын билүү;
- кесишүүчү жана параллель тегиздиктер жөнүндө түшүнүккө ээ болуу;
- мейкиндиктеги нерселер, көп грандыктар – призма, параллелепипед, куб, пирамида жөнүндө башталгыч түшүнүктөргө ээ болуу, тегиздикте сүрөттөй алуу, аларды чиймеде көрсөтүү жана аянтын табуу боюнча маселелерди чыгаруу;
- көп грандыктардын жөнөкөй кесилиштерин «издер» жана параллель көчүрүү усулдарынан пайдаланып түзүү;
- үйрөнүлгөн түшүнүктөр, фактылар жана методдорду тааныш эмес же турмуштук жагдайларда колдой алуу.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4 СТЕРЕОМЕТРИЯНЫН НЕГИЗГИ ТҮШҮНҮКТӨРҮ

1



Белгилүү болгондой, геометриялык фигуралар тегиздикте толук жаткан же жатпаганына карай *жалпак* жана *мейкиндиктеги фигураларга* бөлүнөт. Ушул убакытка чейин геометрия сабактарында негизинен жалпак геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөндүк. Ал эми 9-класстын акырында кээ бир мейкиндиктеги фигуралар: призма, пирамида, цилиндр, конус жана шардын *(1-сүрөт)* касиеттерин карап чыккан элек.

Геометриянын планиметрия бөлүмү жалпак геометриялык фигураларды, ал эми *стереометрия* бөлүмү мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын (же нерселердин) касиеттерин үйрөнөт. *Стереометрия* сөзү грекчеден алынган болуп, *stereos* – «мейкиндиктеги», *metreo* – «ченеймин» деген маанини билдирет.

2-сүрөттө берилген нерселер мейкиндиктеги нерселердин символу иретинде алар жөнүндө түшүнүк берет. Айлана-чөйрөдөгү бардык предметтер үч өлчөмдүү болуп, алардын формасы кандайдыр мейкиндиктеги геометриялык нерсеге окшоп кетет.

Мейкиндиктеги негизги геометриялык фигуралар – *чекит, түз сызык* жана *тегиздик*. Алар стереометриянын негизги түшүнүктөрү болуп, аларга аныктама берилбейт.

Чекитке өлчөмдөрү эсепке алынбаса да болгон майда предметтердин символу иретинде, ал эми түз сызыкка катуу тартылган жип же мектеп доскасынын кырынын символу иретинде кароого болот. Чекиттер чоң латин тамгалары – $A, B, C...$ менен, ал эми түз сызыктар кичине латин тамгалары – $a, b, c...$ менен белгиленет.

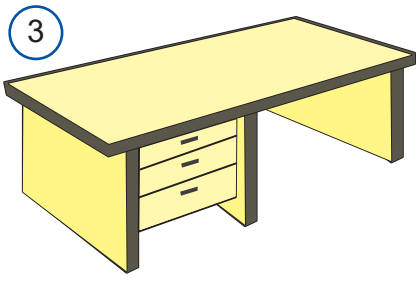
2



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

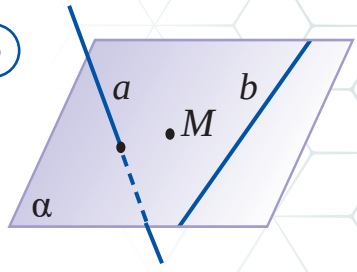
3



4



5



Тегиздикти столдун бети сыяктуу тегиз бет деп элестетишибиз мүмкүн *(3-сүрөт)*. Тегиздик да түз сызык сыяктуу чексиз. Сүрөттө тегиздиктин бир бөлүгүн гана көрсөтөбүз. Бирок аны бардык жакка чексиз улантылат деп элестетебиз жана адатта чийменде параллелограмм түрүндө беребиз *(4-сүрөт)*.

Стереометрияда колдонулуучу кээ бир белгилөөлөр

Тегиздиктерди α, β, γ... – грек тамгалары менен белгилейбиз.

Мейкиндикте тегиздик, түз сызык жана чекиттер 5-сүрөттөгүдөй көрсөтүлөт.

Мейкиндикте чекит тегиздикке тиешелүү болбостугу *(6а-сүрөт)* же тиешелүү болушу *(6б-сүрөт)* мүмкүн.

M чекити α тегиздигине тиешелүү болгон түрдө α тегиздиги M чекитинен өтөт, деп да айтылат жана $M \in \alpha$ түрүндө белгиленет.

M чекити α тегиздигине тиешелүү болбосо, $M \notin \alpha$ түрүндө белгиленет.

Ошондой эле, мейкиндикте түз сызык тегиздикке тиешелүү болушу же тиешелүү болбостугу да мүмкүн.

a түз сызыгынын бардык чекиттери α тегиздигине тиешелүү болсо *(7а-сүрөт)*, a түз сызыгы α тегиздигинде жатат же α тегиздик a түз сызык аркылуу өтөт, деп айтылат жана $a \subset \alpha$ түрүндө белгиленет.

a түз сызык α тегиздикке тиешелүү болбосо, $a \not\subset \alpha$ түрүндө белгиленет.

a түз сызыктын бир чекити гана α тегиздикке тиешелүү болсо *(7б-сүрөт)*, a түз сызык α тегиздикти кесип өтөт, деп айтылат жана ал $\alpha \cap a = M$ түрүндө жазылат.

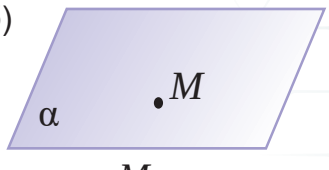
Эгерде α жана β тегиздиктердин жалпы чекиттери a түз сызыкты түзсө *(8-сүрөт)*, бул эки тегиздик a түз сызыкты бойлой кесилишет, дейбиз жана аны $\alpha \cap \beta = a$ түрүндө жазабыз.

Эгерде α жана β тегиздиктердин жалпы чекиттери болбосо *(9-сүрөт)*, бул эки тегиздик өз ара кесишпейт, дейбиз жана аны $\alpha \cap \beta = \varnothing$ түрүндө жазабыз.

6

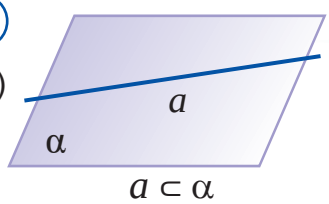


$M \notin \alpha$

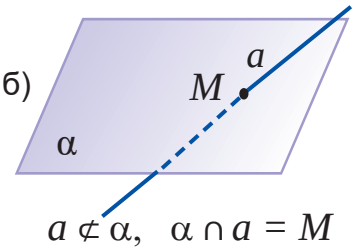


$M \in \alpha$

7

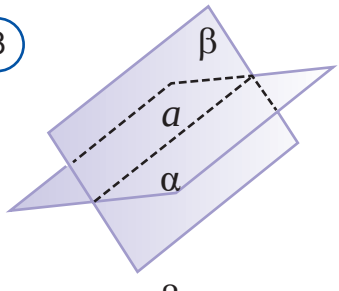


$a \subset \alpha$



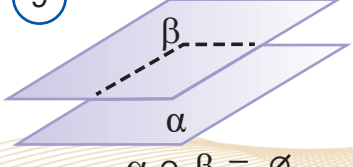
$a \not\subset \alpha, \quad \alpha \cap a = M$

8



$\alpha \cap \beta = a$

9

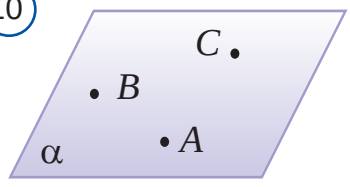


$\alpha \cap \beta = \varnothing$

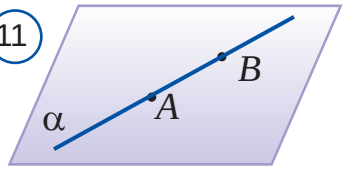
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

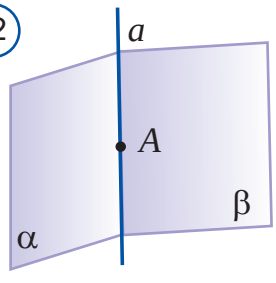
10



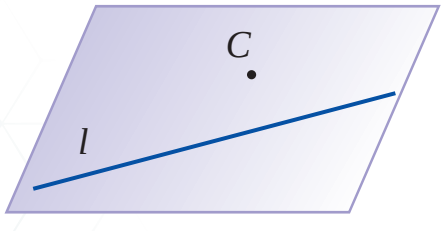
11



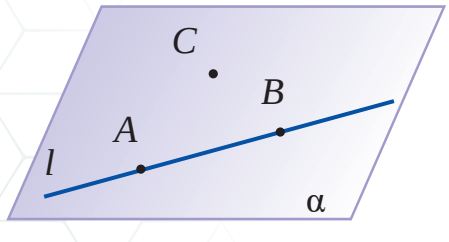
12



13 а)



б)



Стереометриянын аксиомалары

Планиметриядагы сыяктуу стереометрияда да кээ бир геометриялык фигуралардын касиеттери далилдөөсүз кабыл алынат. Мейкиндикте тегиздиктердин төмөнкү касиеттерин далилдөөсүз, S топтун аксиомалары иретинде кабыл алабыз:

S_1 *Эгерде үч чекит бир түз сызыкта жатпаса, анда алар аркылуу бир гана тегиздикти өткөрүүгө болот (10-сүрөт).*

S_2 *Эгерде түз сызыктын эки чекити бир тегиздикте жатса, анда анын бардык чекиттери ошол тегиздикте жатат (11-сүрөт).*

S_3 *Эгерде эки тегиздик жалпы чекитке ээ болсо, анда бул тегиздиктер ошол чекиттен өткөн жалпы түз сызыкка да ээ болот (12-сүрөт).*

Планиметрияда киргизилген аксиомалар менен биргеликте бул үч аксиома стереометриянын негизин түзөт. Планиметрияда биз караган бардык фигуралар жайлашкан бир тегиздикке ээ элек. Ал эми стереометрияда мындай тегиздиктер чексиз көп болуп, алардын бардыгында планиметриянын аксиомалары жана планиметрияда далилденген бардык касиеттер орундуу болот, деп каралат. Ошондой эле, стереометрия курсунда планиметрия аксиомаларына стереометриянын көз карашынан кароого туура келет.

Стереометрия аксиомаларынан алынган натыйжалар

1-натыйжа. Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.

Далилдөө. l – берилген түз сызык, ал эми C анда жатпаган чекит болсун *(13а-сүрөт)*.

Адегенде теореманын жыйынтык бөлүгүндө айтылган тегиздиктин бар экендигин көрсөтөбүз. l түз сызыгында A жана B чекиттерин алабыз. Шарт боюнча, A, B жана C чекиттер бир түз сызыкта жатпайт. Анда S_1 аксиома боюнча, A, B жана C чекиттер аркылуу α тегиздикти өткөрүүгө болот *(13б-сүрөт)*. Ал эми S_2 аксиома боюнча α тегиздик l түз сызыгынан өтөт.

Демек, α изделген тегиздик экен.

Эми бул тегиздиктин жалгыз экендигин көрсөтөбүз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тескерисин элестетебиз: l – берилген түз сызык жана анда жатпаган C чекиттен дагы бир β тегиздик өткөрүүгө болсун. Анда β тегиздик да A, B жана C чекиттеринен өтөт. Бирок S_1 аксиома боюнча, үч чекиттен бир гана тегиздик өткөрүүгө болот. Каршылык. Демек, оюбуз туура эмес. Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.

2-натыйжа. Берилген кесишүүчү эки түз сызык аркылуу жалгыз гана тегиздикти өткөрүүгө болот.

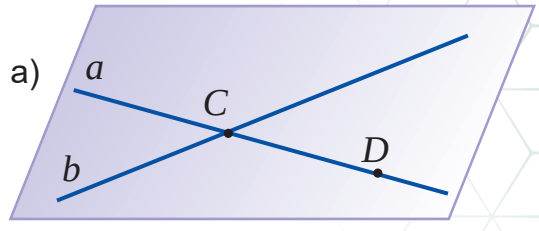
Далил. Берилген a жана b түз сызыктары C чекитинде кесилишсин *(14а-сүрөт)*.

a түз сызыкта C чекитинен башка дагы бир D чекитин алабыз. Анда далилденген 1-натыйжа боюнча, b түз сызык жана анда жатпаган D чекити аркылуу жалгыз α тегиздиги өтөт *(14б-сүрөт)*. Бул тегиздик a түз сызыгынын C жана D чекиттеринен өтөт. Анда S_2 аксиома боюнча, α тегиздик a түз сызыгынан да өтөт.

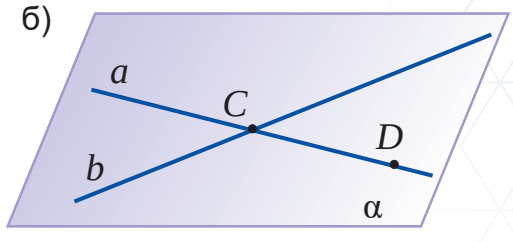
Демек, α тегиздик берилген кесишүүчү эки түз сызык аркылуу өтөт. Бул тегиздиктин жалгыз экендигин өз алддынча далилде.

14

а)



б)



Тема боюнча суроолор

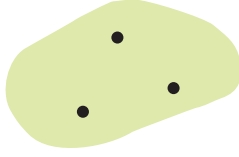
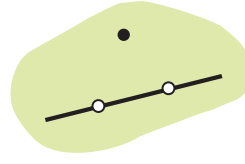
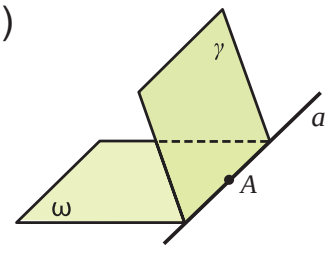
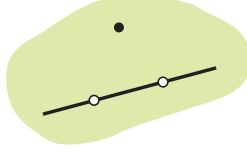
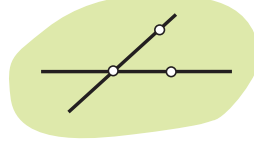
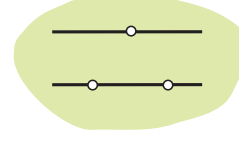
1. *Мейкиндиктеги негизги геометриялык фигураларды айт. Аларды эмнелердин символу иретинде алууга болот?*
2. *Стереометриянын S тобунун аксиомаларын айт жана түшүндүр.*
3. *Стереометрияда планиметриянын аксиомалары да иштейби? Планиметриянын аксиомаларына стереометриянын көз карашынан кароо дегенде эмнени түшүнөсүң?*
4. *S_1 аксиомада үч чекиттин бир түз сызыкта жатпастыгы белгиленген. Бул талап ушунчалык маанилүүбү? Аны алып салса, аксиома орундуу болобу? Эмне үчүн?*
5. *Стереометриянын аксиомаларынан алынган натыйжаларды түшүндүр.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

4.1. Жадыбалда 4-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Стереометриянын аксиомалары жана алардан алынган натыйжалар		
а)  **S_1 аксиома.** Бир түз сызыкта жатпаган үч чекит аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.	б)  **S_2 аксиома.** Эгерде түз сызыктын эки чекити бир тегиздикте жатса, анда анын бардык чекиттери ошол тегиздикте жатат.	в)  **S_3 аксиома.** Эгерде эки тегиздик жалпы чекитке ээ болсо, анда алар ошол чекиттен өткөн жалпы түз сызыкка да ээ болот.
 **1-натыйжа.** Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот.	 **2-натыйжа.** Кесишүүчү эки түз сызык аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.	 **3-натыйжа.** Параллель эки түз сызык аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.

4.2. Төмөнкү тастыктарга дал келген белгилүү туюнтмаларды тап.

Тастык		Туюнтма
1. M чекити α тегиздигине тиешелүү.		$\alpha \cap \beta = \varnothing$
2. M чекити α тегиздигине тиешелүү эмес.		$M \in \alpha$
3. a түз сызыгы α тегиздигинде жатат.		$M \notin \alpha$
4. a түз сызыгы α тегиздигинде жатпайт.		$a \subset \alpha$
5. α жана β тегиздиктер a түз сызыгын бойлой кесилишет.		$\alpha \cap \beta = a$
6. α жана β тегиздиктер өз ара кесишпейт.		$a \not\subset \alpha$

4.3. Класстык бөлмөнүн дубалдарын тегиздиктердин бөлүктөрү деп элестет жана төмөнкүлөрдү көрсөт:

а) эки кесишүүчү түз сызык;
б) эки кесишүүчү тегиздик;
в) бир чекитте кесишүүчү үч түз сызык;
г) эки кесишпей турган тегиздик;
д) эки кесишпей турган түз сызык;
е) үч кесилише турган тегиздик.

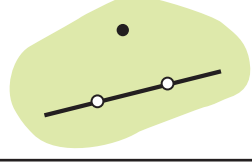
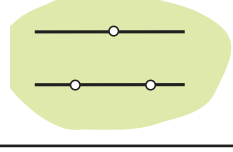
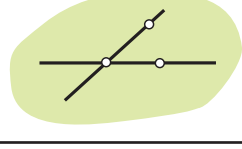
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4.4. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөм туура болсо «+», туура эмес болсо «–» белгисин алдыдагы чакмакка жаз.

1	Эки тегиздик бир гана жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн.	
2	Эки тегиздик эки гана жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн.	
3	Эки тегиздик эки жалпы түз сызыкка ээ болушу мүмкүн.	
4	Берилген кесишүүчү эки түз сызык аркылуу жалгыз тегиздикти өткөрүшү мүмкүн.	
5	Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.	
6	Эгерде үч чекит бир түз сызыкта жатпаса, анда алар аркылуу жалгыз гана тегиздикти өткөрүүгө болот.	
7	Эгерде түз сызыктын эки чекити бир тегиздикте жатса, анда анын бардык чекиттери ошол тегиздикте жатат.	
8	Эгерде эки тегиздик жалпы чекитке ээ болсо, анда бул тегиздиктер ошол чекиттен өткөн жалпы түз сызыкка да ээ болот.	

4.5. Төмөнкү мейкиндиктеги фигуралардын касиеттерине тиешелүү сүрөттү тап.

Касиеттер		Сүрөттөр
Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.		
Кесишүүчү эки түз сызык аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.		
Параллель эки түз сызык аркылуу тегиздикти өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.		

4.6. Мейкиндикте эки чекиттен канча түз сызык өтүшү мүмкүн?

4.7. Мейкиндикте үч чекиттен канча тегиздик өткөрүүгө болот?

4.8. Мейкиндикте бир түз сызыктан канча тегиздик өткөрүүгө болот?

4.9. Мейкиндикте үч чекит кандай жайлашканда, алардан чексиз көп тегиздик өткөрүүгө болот?

4.10. Мейкиндикте: а) эки түз сызык; б) түз сызык жана тегиздик; в) эки тегиздик канча жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн?

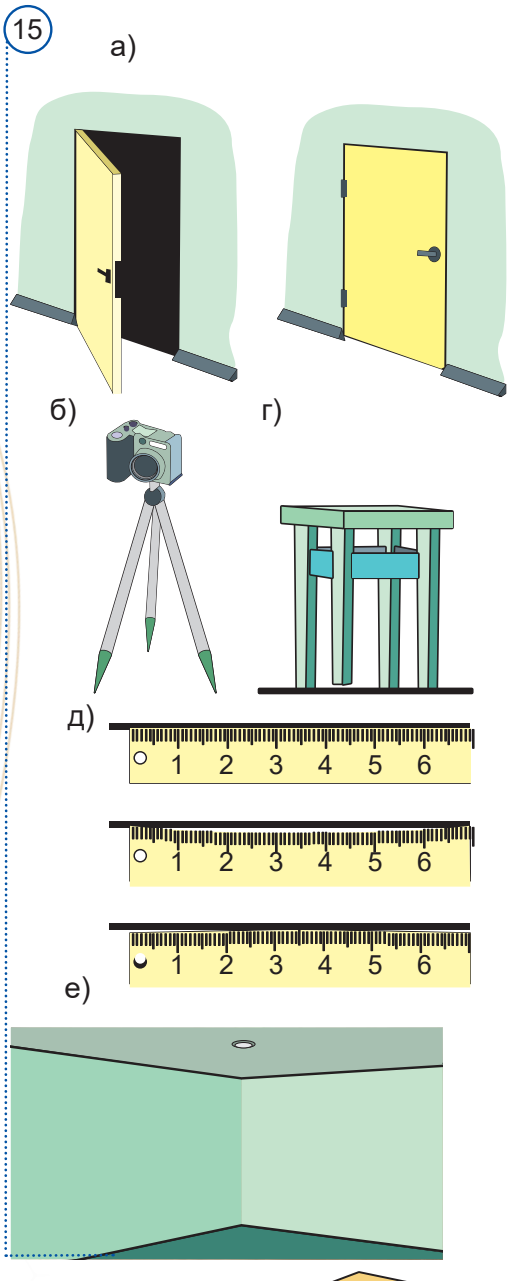
4.11. Мейкиндикте: а) эки түз сызык; б) түз сызык жана тегиздик; в) эки тегиздик; г) үч тегиздик жалгыз жалпы чекитке ээ болушу мүмкүнбү?

4.12. Бир түз сызыкта жаткан үч чекиттен тегиздикти өткөрүүгө болушун далилде. Тегиздиктердин саны канча болот?

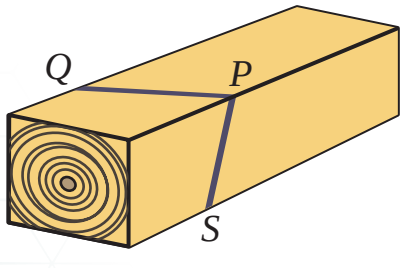
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15



16



17



4.13. A, B, C жана D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. AB жана CD түз сызыктарынын кесилишпестигин далилде.

4.14. Берилген эки түз сызыктын кесилишкен чекитинен ошол түз сызыктар менен бир тегиздикте жатпаган түз сызыкты өткөрүүгө болобу? Жообуңду негизде.

4.15. A, B, C чекиттери эки ар түрдүү тегиздиктин ар биринде жатат. Ошол чекиттердин бир түз сызыкта жатышын далилде.

4.16. Түз сызык аркылуу эки ар түрдүү тегиздик өтүшүн далилде.

4.17. Ар түрдүү: а) үч; б) төрт; в) беш; г) n чекиттин жуптарынан эң көбү менен канча түз сызык өткөрүүгө болот?

4.18. Ар түрдүү: а) үч; б) төрт; в) беш; г) n чекиттин үчтүгүнөн эң көбү менен канча тегиздик өткөрүүгө болот?

Иш жүзүндө колдонуулар

4.19. 15-сүрөттөгү жагдайларды түшүндүрүүдө кайсы аксиомаларга таянууга болот?

А) Эмне үчүн ачылган эшик өтмө шамал учурунда ачылып-жабылып кыймылда болот? Эмне үчүн кулпу илингенде мындай кыймыл байкалбайт?

Б) Камеранын буттары эмне үчүн үчөө?

В) Стул жерде бекем турушу үчүн анын буттары кантип текшерилет?

Г) Сызгычтын түздүгү кантип текшерилет?

Д) Эки дубал стереометриянын аксиомаларынан алынган кайсы натыйжаны түшүндүрүүдө оң келет?

4.20. 16-сүрөттө жыгаччынын тактайды араалоодон мурда чийген сызыктары көрсөтүлгөн. Анын бул ишин стереометриянын аксиомаларынан алынган кайсы натыйжа менен түшүндүрүүгө болот?

4.21. 17-сүрөттө темирчинин ийри темирди түздөө жараяны көрсөтүлгөн. Темир баштап тегиз жерге коюлуп, балка менен согуп түздөлөт. Андан кийин айландырылып, дагы согуп түздөлөт. Эки баскычтан турган бул ишти стереометриянын аксиомаларынан алынган кайсы натыйжа менен түшүндүрүүгө болот?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5 МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫКТАР ЖАНА ТЕГИЗДИКТЕР

Мейкиндикте түз сызыктар

Мейкиндикте эки түз сызык бир тегиздикте жатышы же жатпастыгы мүмкүн *(1-сүрөт)*. Мейкиндикте бир тегиздикте жатпаган эки түз сызыкка *кайчылаш түз сызыктар* дейилет *(1а-сүрөт)*.

Бир тегиздикте жаткан жана бир гана жалпы чекитке ээ болгон түз сызыктар *кесишүүчү түз сызыктар* деп аталат *(1б-сүрөт)*.

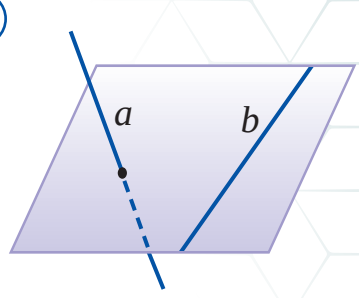
Ал эми бир тегиздикте жаткан жана өз ара кесишпей турган түз сызыктар *параллель түз сызыктар* деп аталат *(1в-сүрөт)*.

Кайчылаш түз сызыктарга мисал иретинде бири көпүрөдөн, экинчиси көпүрөнүн астынан өткөн жолдорду мисал иретинде келтирүүгө болот *(2-сүрөт)*. Ошондой эле, 3-сүрөттөгү параллелепипеддин MN жана L_1M_1 кырлары жаткан түз сызыктар да кайчылаш болот.

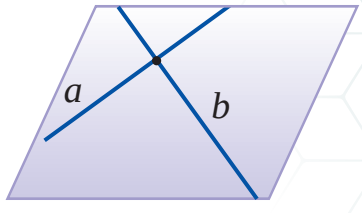
Кайчылаш (параллель) түз сызыктарда жаткан кесинди, шоолаларга да кайчылаш (параллель) дейбиз.

1

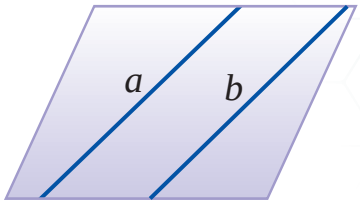
а)



б)



в)



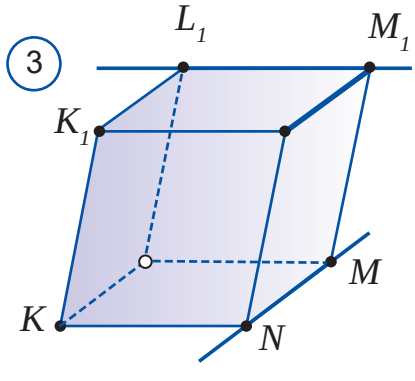
2



Мейкиндикте түз сызык жана тегиздик

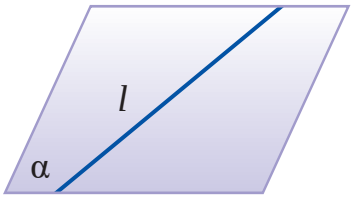
Түз сызык тегиздикте жатышы *(4а-сүрөт)*, аны кесип өтүшү *(4б-сүрөт)* же кесип өтпөстүгү, б. а. жалпы чекитке ээ болбостугу *(4с-сүрөт)* мүмкүн. Соңку учур *түз сызык тегиздикке параллель* деп аталат.

3

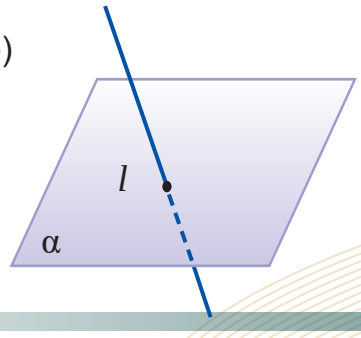


4

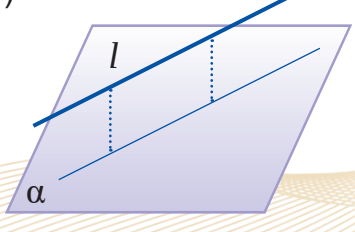
а)



б)



в)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

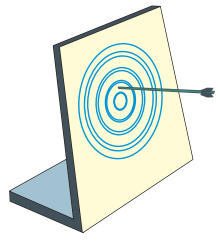
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5

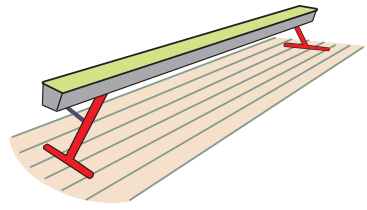
а)



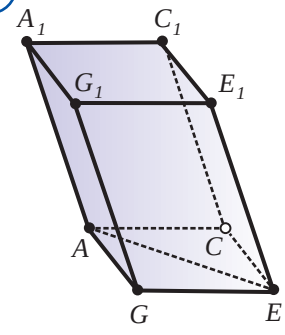
б)



в)

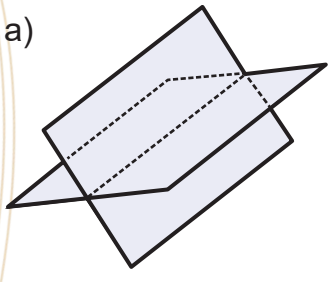


6

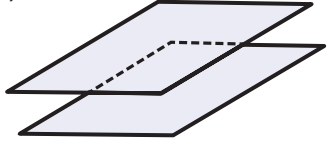


7

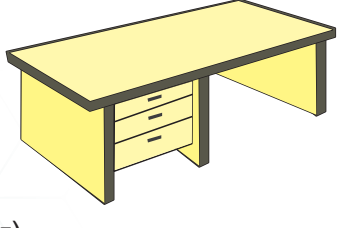
а)



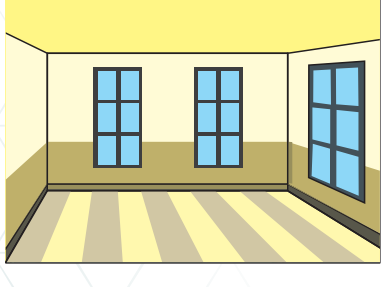
б)



в)



г)



Столдун үстүндө жаткан калем тегиздикте жаткан түз сызык жөнүндө *(5а-сүрөт)*, бутага сайылган жебе *(5б-сүрөт)* тегиздикти кесип өткөн түз сызык жөнүндө, ал эми полдо турган гимнастика жыгачы тегиздикке параллель түз сызык жөнүндө *(5с-сүрөт)* элес берет.

6-сүрөттө көрсөтүлгөн параллелепипеддин $AGEC$ негизинин диагоналы AE жаткан түз сызык негиздин тегиздигинде жатат, AGA_1G_1 каптал жаткан тегиздикти кесип өтөт жана $A_1G_1E_1C_1$ жогорку негиздин тегиздигине параллель болот.

Мейкиндикте тегиздиктер

Эми тегиздиктердин мейкиндикте өз ара жайлашуусуна аныктык киргизели.

Мейкиндикте тегиздиктер кандайдыр түз сызыкты бойлой кесилиши *(7а-сүрөт)* же жалпы чекитке ээ болбостугу мүмкүн *(7б-сүрөт)*. Ошондон улам, бул тегиздиктер тиешелүү түрдө *кесишүүчү* же *параллель тегиздиктер* деп аталат.

7в-сүрөттө көрсөтүлгөн столдун үстүңкү бети жана каптал жагы кесишүүчү тегиздиктер жөнүндө, ал эми бөлмөнүн полу менен шыбы *(7г-сүрөт)* параллель тегиздиктер жөнүндө түшүнүк берет.

Ошондой эле, 6-сүрөттө көрсөтүлгөн параллелепипеддин карама-каршы эмес каптал грандары кесишүүчү тегиздиктер жөнүндө, ал эми төмөнкү жана үстүңкү негиздери менен карама-каршы жактары параллель тегиздиктер жөнүндө элес берет.

Параллелдиктин белгиси – «//» параллель түз сызыктарды гана эмес, тегиздикке параллель түз сызыкты жана параллель тегиздиктерди белгилөөдө да колдонулат:

$$a \parallel b,\ a \parallel \alpha \text{ жана } \alpha \parallel \beta.$$

Кээде тегиздиктер бир түз сызыкта жатпаган үч: A, B жана C чекиттеринин жардамында «ABC тегиздик» түрүндө да белгиленет.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тема боюнча суроолор

1. *Тегиздикте жаткан кандай түз сызыктар: а) кесишүүчү; б) параллель деп аталат?*
2. *Кандай түз сызыктар кайчылаш деп аталат? Мисалдар келтир.*
3. *Мейкиндикте эки түз сызык кандай жайлашышы мүмкүн?*
4. *Кандай түз сызыктар: а) тегиздикте жаткан; б) тегиздикке параллель деп аталат?*
5. *Мейкиндикте түз сызык менен тегиздик кандай жайлашышы мүмкүн?*
6. *Мейкиндикте кандай тегиздиктер: а) кесишүүчү; б) параллель деп аталат?*
7. *Мейкиндикте эки тегиздик кандай жайлашышы мүмкүн?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

5.1. Жадыбалдарда 5-пункттун негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Фигуралар	Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу		
a жана b түз сызыктары	Бир тегиздикте жатат	Бир жалпы чекитке ээ	Кесишүүчү: $a \otimes b$
		Жалпы чекитке ээ эмес	Параллель: $a \parallel b$
	Бир тегиздикте жатпайт		Кайчылаш: $a \div b$

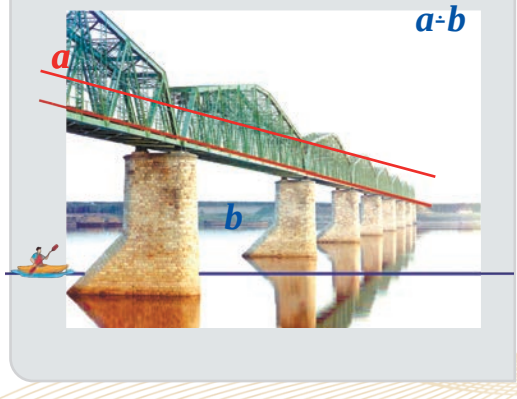
Фигуралар	Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин өз ара жайлашуусу		
a түз сызыгы жана α тегиздиги	a түз сызык α тегиздикте жатпайт.	a түз сызык α тегиздик менен бир жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү: $a \otimes \alpha$
		a түз сызык α тегиздик менен бир жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $a \parallel \alpha$
	a түз сызык α тегиздикте жатат.		$a \subset \alpha$

Фигуралар	Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу	
α жана β тегиздиктер	Жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү: $\alpha \cap \beta = a$ түз сызык
	Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $\alpha \parallel \beta$

5.2. 8-сүрөттө мейкиндикте кайчылаш түз сызыктар эмнелерди көрсөтүп жатканын аныкта.

5.3. Кубдун моделинде анын төмөнкү элементтеринин жуптарын көрсөт:
а) бир жалпы чекитке ээ эки кыр;
б) жалпы чекитке ээ эмес эки кыр;
в) бир тегиздикте жатпаган эки кыр;
г) бир жалпы чекитке ээ кыр жана гран;
д) жалпы чекитке ээ эмес кыр жана гран;
е) гран жана анда жаткан кыр;
ж) кесишпей турган эки гран;
з) кесилише турган эки гран.

8



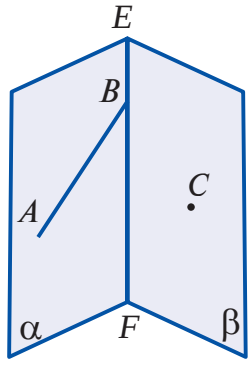
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5.4. Жадыбалдагы эки түз сызыкты касиеттери боюнча өз ара жайлашуусун такта.

Түз сызыктардын касиеттери	*Өз ара жайлашуусу*
Бир тегиздикте жатат жана жалпы чекитке ээ эмес.	Кайчылаш
Бир тегиздикте жатат жана жалпы чекитке ээ.	Параллель
Бир тегиздикте жатпайт.	Кесишүүчү

9



5.5. 9-сүрөттөгү α жана β тегиздиктер EF түз сызыкты бойлой кесилишет. AB түз сызык α тегиздикте жатат. β тегиздикте жаткан C чекиттен түз сызык жүргүз, ал:

а) AB түз сызыкты кесип өтсүн;

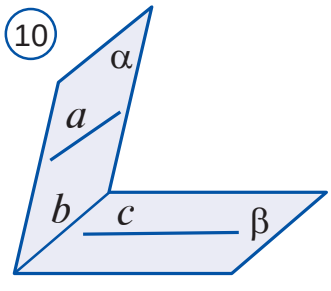
б) AB түз сызык менен кайчылаш болсун;

в) AB түз сызык менен параллель болсун.

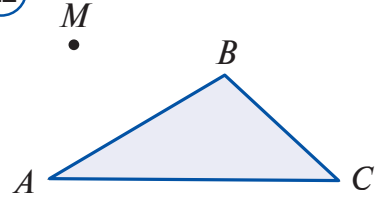
5.6. $a \parallel b$ жана $a \parallel \alpha$ экендиги белгилүү. b түз сызык менен α тегиздик өз ара кандай жайлашкан болушу мүмкүн?

5.7. $\alpha \parallel \beta$, $a \subset \alpha$ жана $b \subset \beta$ экендиги белгилүү. a жана b түз сызыктар өз ара кандай жайлашкан болушу мүмкүн?

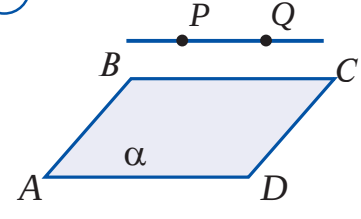
10



11



12



5.8. 10-сүрөттө α жана β тегиздиктер b түз сызыкты бойлой кесилишет. Эгерде $a \parallel b$, c жана b түз сызыктар параллель болбосо, a жана c түз сызыктар өз ара кандай жайлашышы мүмкүн?

5.9. 11-сүрөттө M чекит ABC үч бурчтуктун сырт жагында жатат. MA, MC, MB түз сызыктарга кайчылаш түз сызыктарды аныкта.

5.10. 12-сүрөттө PQ түз сызык $ABCD$ төрт бурчтуктун сырт жагында жатат жана BC га параллель: а) PQ жана AB; б) PQ жана CD; в) PQ жана AD кандай түз сызыктар?

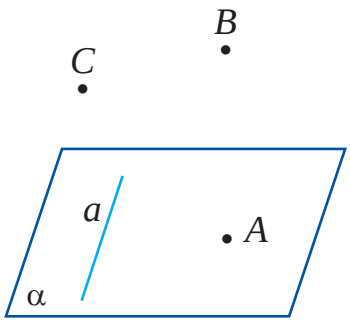
5.11. $ABCP$ үч бурчтуу пирамида (тетраэдр) берилген. Төмөнкү жадыбалда берилген түз сызыктар өз ара кандай жайлашат? Тиешелүү чакмакка тиешелүү белгини ($\otimes$ – кесилишет, $\div$ – кайчылаш, $\parallel$ – параллель) кой.

	AB	BC	AC	PA	PB	PC
AB						
BC						
AC						
PA						
PB						
PC						

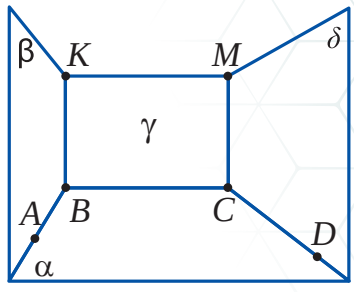
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13



14



5.12. 13-сүрөттө a түз сызык жана A чекит α тегиздикке тиешелүү. Ал эми C жана B чекиттер бул тегиздикке тиешелүү эмес. Төмөнкүлөрдөн өткөн тегиздик берилген α тегиздиктен айырмаланабы?

А) a түз сызык менен B чекиттен; Б) a түз сызык менен C чекиттен;

В) AB жана AC түз сызыктан; Г) AB жана BC түз сызыктан;

5.13. 14-сүрөттөгү маалыматтардан пайдаланып жадыбалды үлгү боюнча толтур:

Тегиздиктер	α жана β	α жана γ	α жана δ	β жана γ	γ жана δ
Жалпы чекиттери	A жана B				
Жалпы түз сызык	AB				

5.14. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Алардын ар дайым, кээде же эч качан туура болушун же болбостугун аныктап, жадыбалдын тиешелүү чакмагына «+» белгисин кой. Жообуңду негиздөөчү мисалдарды келтир.

	Сүйлөм	Ар дайым	Кээде	Эч качан
1	Мейкиндикте түз сызык тегиздикте жатпайт.			
2	Эки тегиздик бир гана жалпы чекитке ээ.			
3	Тегиздиктер түз сызык боюнча кесилишет.			
4	Эки тегиздик эки гана жалпы чекитке ээ.			
5	Эки тегиздик эки жалпы түз сызыкка ээ.			
6	Кесишүүчү эки түз сызык аркылуу жалгыз тегиздик өтөт.			
7	Түз сызык жана чекит аркылуу бир тегиздик өтөт.			
8	Үч чекит аркылуу жалгыз тегиздик өтөт.			
9	Түз сызыктын бир чекити тегиздикте жатса, анын бардык чекиттери да ошол тегиздикте жатат.			
10	Эки тегиздик жалпы чекитке ээ болсо, алар үстү-үстүнөн түшөт.			

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

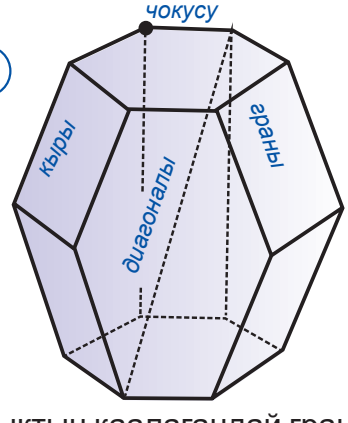
6 МЕЙКИНДИКТЕГИ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ФИГУРАЛАР. КӨП ГРАНДЫКТАР

Төмөнкү класстарда бир топ мейкиндиктеги геометриялык фигуралар менен тааныштык. Алардын кээ бирлерин *мейкиндиктеги нерселер* деп да атадык. Мейкиндиктеги нерселерди кандайдыр материалдык нерсе ээлеген мейкиндиктин бөлүгү иретинде элестетүүгө болот. Мейкиндиктеги нерсени анын бети чектеп турат.

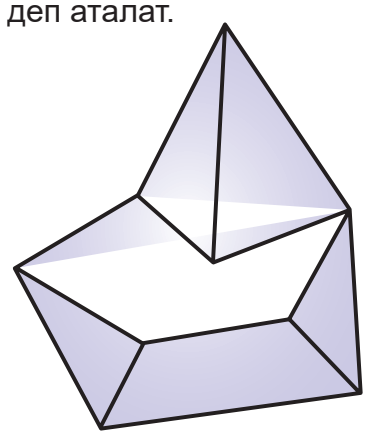
Көп грандык деп жалпак көп бурчтуктар менен чектелген нерсеге айтылат. Жалпак көп бурчтуктар *көп грандыктын грандары*, көп бурчтуктардын чокулары *көп грандыктын чокулары,* ал эми жактары *көп грандыктын кырлары* деп аталат. Бир гранга тиешелүү эмес чокуларды бириктирген кесинди *көп грандыктын диагоналы* деп аталат *(1-сүрөт)*.

Көп грандыктын чек арасы анын *бети* деп аталат. Көп грандыктын бети мейкиндикти эки бөлүккө бөлөт. Алардан чексиз бөлүгү *көп грандыктын тышкы зонасы,* ал эми чектүү бөлүгү *көп грандыктын ички зонасы* деп аталат.

1



2



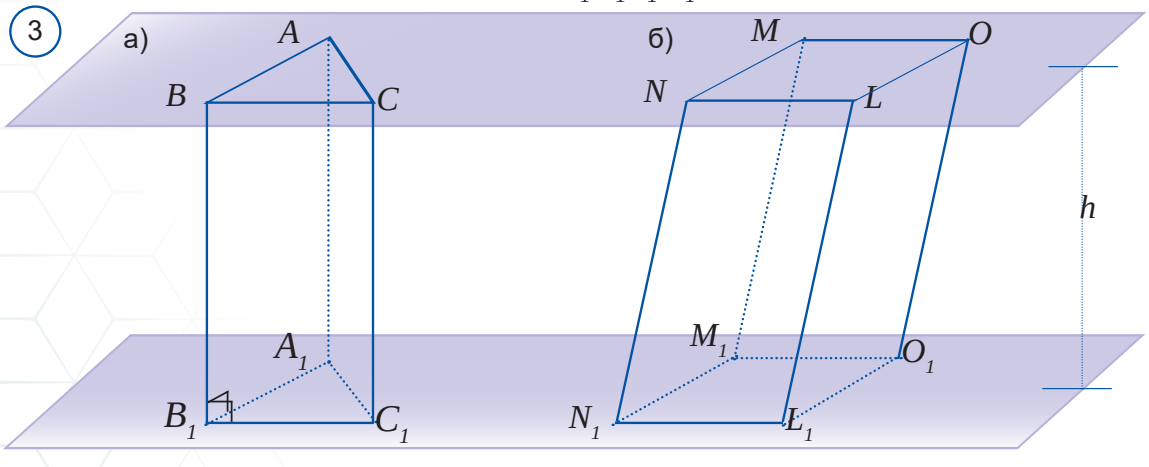
Көп грандыктын каалагандай граны жаткан тегиздиктин бир жагында жатса, мындай көп грандыкка *томпок көп грандык* дейилет.

Мисалы, куб – томпок көп грандык. Ал эми 2-сүрөттө томпок эмес көп грандык көрсөтүлгөн. Мындан ары өтө жөнөкөй томпок көп грандыктар – призма менен пирамидаларды үйрөнөбүз.

Призма деп эки граны тең көп бурчтуктан, ал эми калган грандары параллелограммдардан турган көп грандыкка айтылат *(3-сүрөт)*. Тең грандары призманын *негиздери*, ал эми параллелограммдар анын *каптал грандары* деп аталат *(4-сүрөт)*.

Негизинин жактарынын санына карай призмалар *үч бурчтуу, төрт бурчтуу* жана у. с. *n бурчтуу призмалар* деп айтылат. 3а-сүрөттө үч бурчтуу $ABCA_1B_1C_1$ призма, ал эми 3б-сүрөттө төрт бурчтуу $MNLOM_1N_1L_1O_1$ призма көрсөтүлгөн.

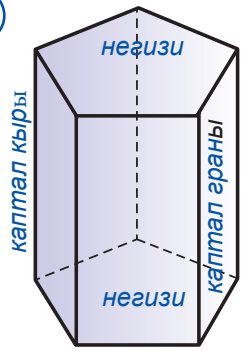
3



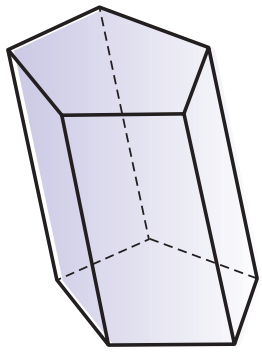
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

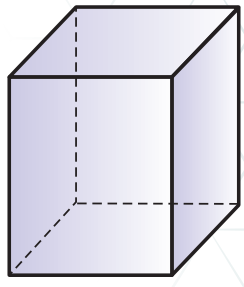
4



5



6



Каптал грандары тик бурчтуктардан турган призма *тик призма (4-сүрөт)*, болбосо *жантык призма (5-сүрөт)* деп аталат.

Негизи туура көп бурчтуктан турган тик призма *туура призма* деп аталат *(6-сүрөт)*.

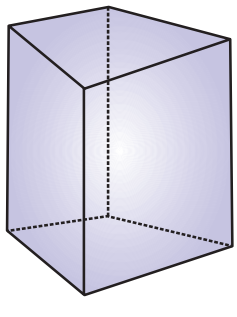
Негиздери параллелограммдан турган призма *параллелепипед* деп аталат *(7-сүрөт)*. Параллелепипеддер да призма сыяктуу тик *(8-сүрөт)* жана жантык *(9-сүрөт)* болушу мүмкүн. Тик параллелепипеддин каптал грандары тик бурчтуктардан турат.

Негизи тик бурчтуктан турган тик параллелепипед *тик бурчтуу параллелепипед* деп аталат *(8-сүрөт)*. Демек, тик бурчтуу параллелепипеддин бардык грандары тик бурчтуктардан турат экен.

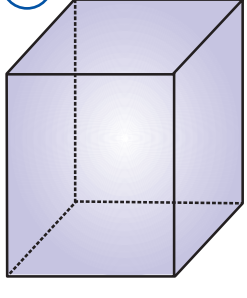
Тик бурчтуу параллелепипеддин бир чокусунан чыккан үч кырынын узундуктарына анын *өлчөмдөрү* деп айтылат.

Өлчөмдөрү өз ара тең болгон тик бурчтуу параллелепипед *куб* деп аталат. Демек, кубдун бардык грандары тең квадраттардан турат экен.

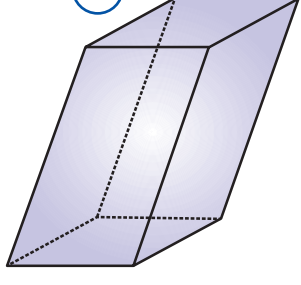
7



8



9



Пирамида деп, бир граны көп бурчтуктан, ал эми калган грандары бир чокуга ээ үч бурчтуктардан турган көп грандыкка айтылат. Көп бурчтук пирамиданын *негизи*, ал эми үч бурчтуктар анын *каптал грандары* деп аталат. 10-сүрөттө $TABCDE$ беш бурчтуу пирамида көрсөтүлгөн. $ABCDE$ беш бурчтугу – пирамиданын негизи, ATB, BTC, CTD, DTE жана ETA үч бурчтуктар – анын каптал грандары, T – анын чокусу.

Негизинин жактарынын санына карай пирамидалар *үч бурчтуу, төрт бурчтуу* жана у. с. *n бурчтуу пирамидалар* деп айтылат. Үч бурчтуу пирамида *тетраэдр* деп да аталат.

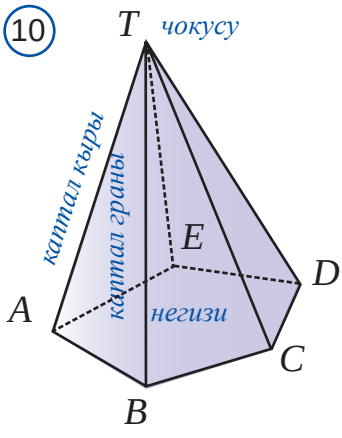
11-сүрөттө үч бурчтуу, ал эми 12-сүрөттө төрт бурчтуу пирамида көрсөтүлгөн.

Туура пирамида деп, негизи туура көп бурчтук жана каптал грандары өз ара тең болгон пирамидага айтылат.

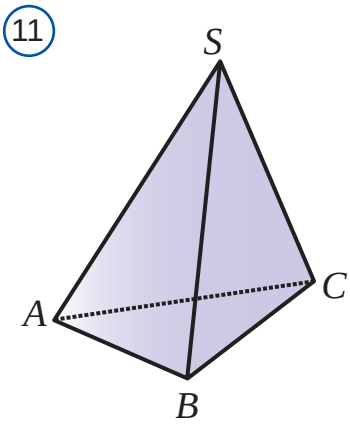
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

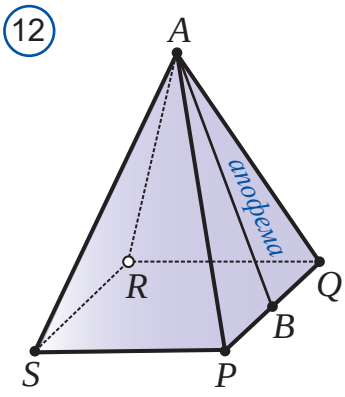
10



11



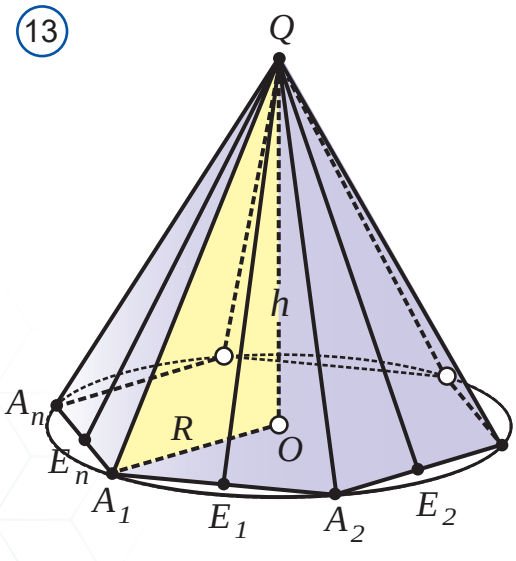
12



Туура пирамида каптал гранынын пирамиданын чокусунан түшүрүлгөн бийиктигине анын *апофемасы* деп айтылат. 12-сүрөттө $APQRS$ төрт бурчтуу туура пирамида көрсөтүлгөн. Андагы AB кесинди – пирамиданын апофемаларынан бири.

2.1-теорема. ***Туура пирамиданын: а) каптал грандары; б) каптал кырлары; в) апофемалары өз ара барабар.***

13



Далилдөө. Алсак, $QA_1A_2\ldots A_n$ туура пирамида, ал эми O пирамиданын негизинин борбору болсун *(13-сүрөт)*.

1) OA_1, OA_2,... OA_n кесиндилер туура көп бурчтукка сырттан сызылган айлананын радиустары болгондуктан, алар өз ара тең болот. Тик бурчтуу QOA_1, QOA_2,..., QOA_n үч бурчтуктарында эки катет өз ара тең болгондуктан, алар тең болушат. Анда алардын гипотенузалары да тең болот:

$QA_1 = QA_2 = \ldots = QA_n$.

2) $QA_1A_2\ldots A_n$ туура пирамиданын каптал кырлары өз ара тең болгондуктан, анын каптал грандары тең капталдуу үч бурчтуктардан турат. Бул үч бурчтуктардын негиздери туура көп бурчтуктун жагы болгондуктан, өз ара тең болот.

Демек, туура пирамиданын каптал грандары үч жагы боюнча өз ара тең.

3) Туура пирамиданын каптал грандары тең болгондуктан, алардын Q чокусунан түшүрүлгөн бийиктиктери да өз ара тең болот.

Демек, туура пирамиданын апофемалары да өз ара тең.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.2-теорема. ***Туура пирамиданын каптал бети негизинин жарым периметри менен апофемасынын көбөйтүндүсүнө барабар.***

Далилдөө. Алсак, $QA_1A_2 \dots A_n$ туура пирамида болсун *(13-сүрөт)*. Пирамиданын каптал бети анын каптал грандарынын аянттарынын суммасына барабар. Ал эми анын каптал грандары өз ара барабар тең капталдуу үч бурчтуктардан турат. Өз кезегинде, бул үч бурчтуктардын бийиктиктери да өз ара барабар апофемалардан турат: $QE_1 = QE_2 = \dots = QE_n$.

Булардан: $S = S_{A_1QA_2} + S_{A_2QA_3} + \dots + S_{A_nQA_1} =$

$$= \frac{1}{2} A_1A_2 \cdot QE_1 + \frac{1}{2} A_2A_3 \cdot QE_2 + \dots + \frac{1}{2} A_nA_1 \cdot QE_n =$$

$$= \frac{1}{2} (A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_nA_1)\, QE_1 = p \cdot a.$$

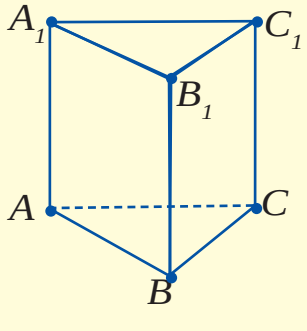
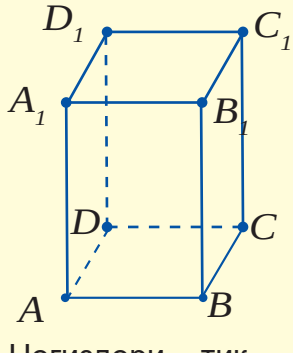
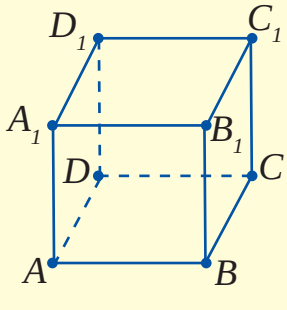
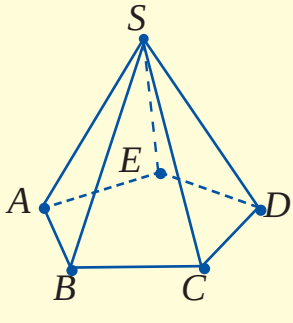
бул жерде p – пирамида негизинин жарым периметри, a – пирамиданын апофемасы.

Тема боюнча суроолор

1. *Кандай геометриялык фигуралар: а) жалпак; б) мейкиндиктеги деп аталат?*
2. *Мейкиндиктеги нерсе деген эмне?*
3. *Эмне көп грандык деп аталат? Анын элементтерине аныктама бер.*
4. *Кандай нерсе призма деп аталат? Анын элементтерине аныктама бер.*
5. *Призманын кандай түрлөрүн билесиң?*
6. *Тик бурчтуу параллелепипедге аныктама бер.*
7. *Кандай нерсе пирамида деп аталат? Анын элементтерине аныктама бер.*
8. *Пирамиданын кандай түрлөрүн билесиң?*
9. *Туура пирамиданын касиеттерин айт.*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

6.1. Жадыбалда 6-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

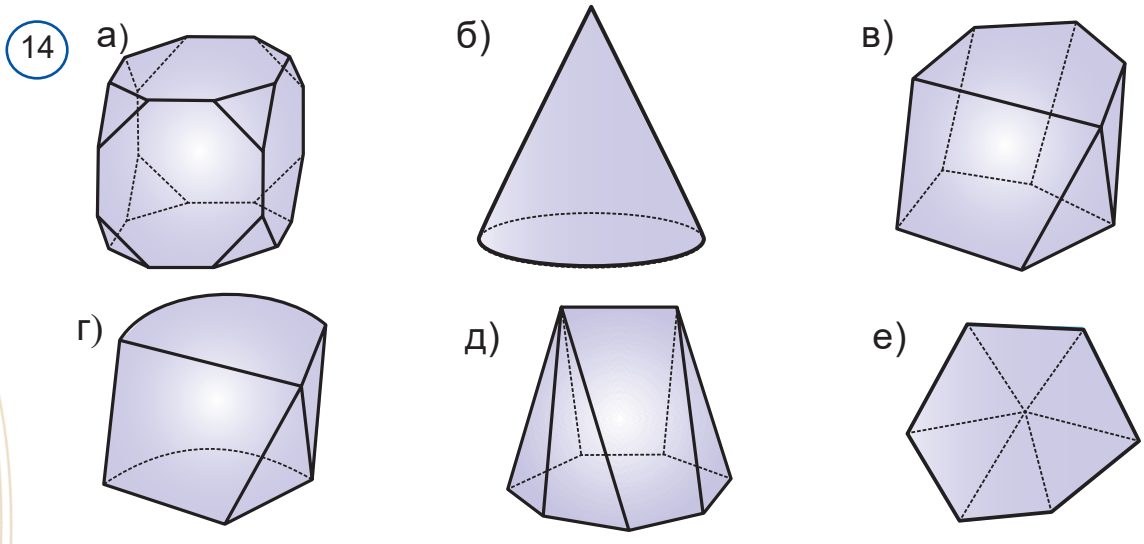
Көп грандыктар			
Призма	**Тик бурчтуу параллелепипед**	**Куб**	**Пирамида**
			
Негиздери – көп бурчтук, грандары – параллелограммдар	Негиздери – тик бурчтук, грандары – тик бурчтуктар	Негиздери – квадрат, грандары – квадрат	Негизи – көп бурчтук, грандары – үч бурчтук

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

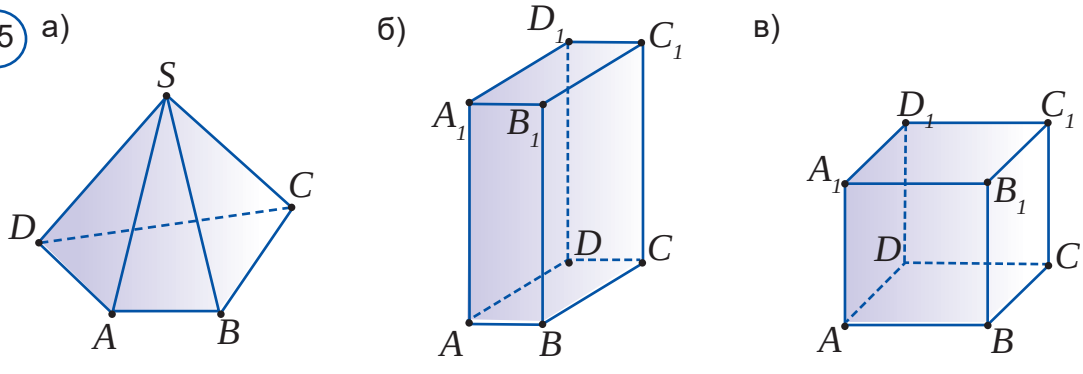
6.2. 14-сүрөттөгү мейкиндиктеги нерселердин кайсылары көп грандык?

14

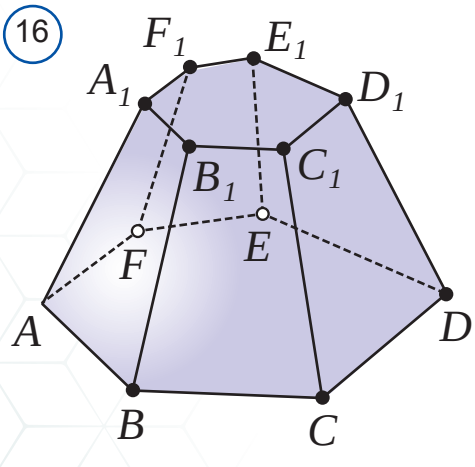


6.3. 15-сүрөттөгү мейкиндиктеги нерселердин кайсы бири: 1) куб; 2) пирамида; 3) призма?

15



16



6.4. 15а-сүрөттөгү пирамиданын канча чокусу, кыры жана граны бар? Негизи кандай көп бурчтуктан турат? Каптал грандарычы?

6.5. 15б-сүрөттөгү призманын канча чокусу, кыры жана граны бар? Негиздери кандай көп бурчтуктардан турат? Каптал грандарычы?

6.6. 16-сүрөттө $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ көп грандык көрсөтүлгөн. Андагы:

а) CD кыр жалпы болгон грандарды;

б) DD_1 кыр жалпы болгон грандарды;

в) E чоку жалпы болгон грандарды;

г) C_1 чоку жалпы болгон грандарды;

д) A чоку жалпы болгон кырларды;

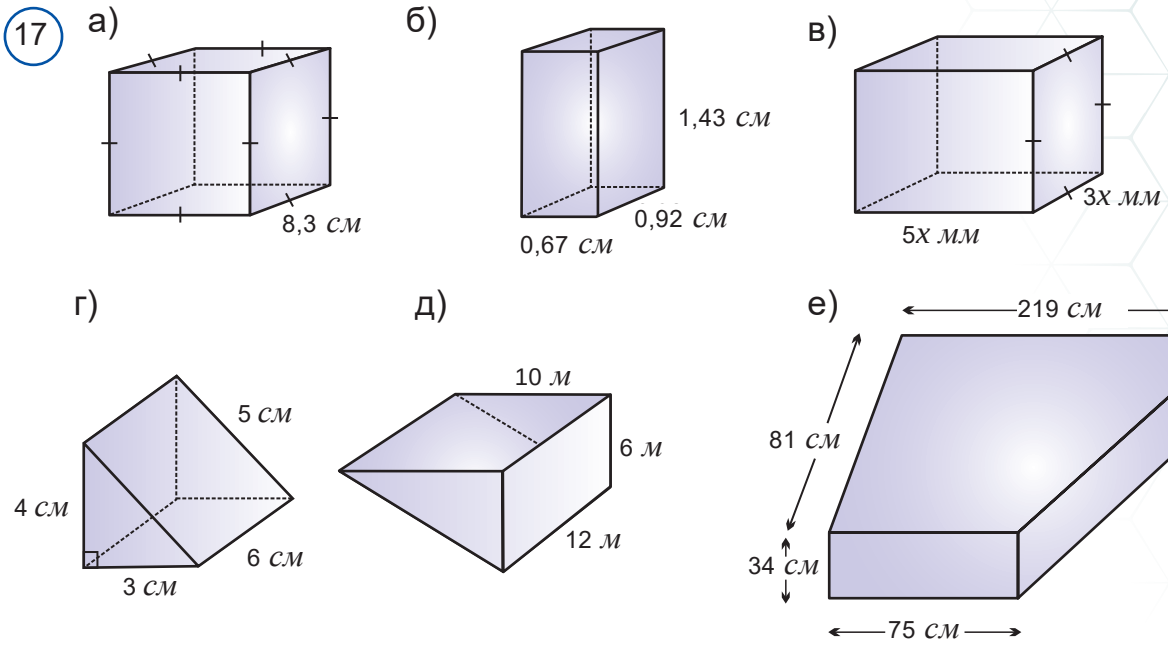
е) F_1 чоку жалпы болгон кырларды айт.

6.7. Призманын: а) 9; б) 16 чокусу болушу мүмкүнбү?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17



6.8. Каалагандай призманын чокуларынын саны жуп болушун негизде.

6.9. Призманын: а) 14; б) 15 кыры болушу мүмкүнбү?

6.10. Каалагандай призманын кырларынын саны 3 кө эселүү болушун негизде.

6.11. Призманын а) 10 чокусу; б) 18 кыры; в) 8 граны болсо, анын түрүн аныкта.

6.12. Каалагандай n бурчтуу призманын: а) чокулары; б) кырлары; в) грандарынын санын эсептөө формуласын келтирип чыгар.

6.13. Пирамиданын: а) 3; б) 7 чокусу болушу мүмкүнбү?

6.14. Пирамиданын: а) 20; б) 21 кыры болушу мүмкүнбү?

6.15. Каалагандай пирамиданын кырларынын саны жуп болушун негизде.

6.16. Пирамиданын: а) 6 чокусу; б) 22 кыры; в) 10 граны болсо, анын түрүн аныкта.

6.17. Призманын: а) 9; б) 16 граны болушу мүмкүнбү?

6.18. 15 кыры бар призманын негизи кандай көп бурчтуктан турат?

6.19. 32 кыры бар пирамиданын негизи кандай көп бурчтуктан турат?

6.20. Каалагандай n бурчтуу пирамиданын а) чокулары; б) кырлары; в) грандарынын санын эсептөө формуласын келтирип чыгар.

6.21. 17-сүрөттөгү маалыматтардан пайдаланып, көп грандыктардын толук бетин тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Франциянын императору Наполеон Бонапарт өтө курч жана терең пикирге ээ болуп, геометрияда мыкты эле. Ал бул илимди аскердик иштерде да, башка тармактарда да маанилүү деп эсептеген. Ал тургай император геометрия боюнча бир топ илимий иштерди да жазган. Анын урматына геометриялык маселелерден бири кийинчерээк «Наполеондун маселеси» деп аталган.

6.22. Тик призманын каптал грандары тик бурчтук экендигин далилде.

6.23. Тик призманын каптал бети негизинин периметри менен каптал кырынын көбөйтүндүсүнө барабар экендигин далилде.

6.24. Тик параллелепипеддин негизи – диагоналдары 10 $м$ жана 24 $м$ болгон ромбдон турат. Эгерде параллелепипеддин каптал кыры 8 $м$ болсо, анын толук бетин тап.

6.25. Тик бурчтуу параллелепипеддин бардык грандары тик бурчтук экендигин далилде.

6.26. Туура үч бурчтуу призманын негизинин жагы 6 $см$, ал эми каптал кыры 11 $см$ ге барабар. Призманын толук бетин тап.

6.27. Туура n бурчтуу призманын негизинин жагы a, каптал кыры h ге барабар. Эгерде: а) $n = 3$, $a = 5$, $h = 10$; б) $n = 4$, $a = 10$, $h = 30$; в) $n = 6$, $a = 18$, $h = 32$; г) $n = 5$, $a = 16$, $h = 25$ болсо, призманын каптал бетин жана толук бетин тап.

6.28. Туура үч бурчтуу пирамиданын апофемасы 15 ке, пирамиданын чокусун негиздин борбору менен туташтырган кесиндинин узундугу 12 ге барабар. Пирамиданын: а) каптал кырын жана негизинин жагын; б) каптал бетин; в) толук бетин тап.

6.29*. Пирамиданын негизи жактары 8 жана 10, кичине диагоналы 6 га барабар параллелограммдан турат. Пирамиданын чокусун негиздин диагоналдарынын кесилишүү чекити менен туташтырган кесиндинин узундугу 4 кө барабар жана ал ошол диагоналдарга перпендикулярдуу. Пирамиданын: а) каптал кырларын; б) каптал бетин; в) толук бетин тап.

6.30*. Туура алты бурчтуу пирамиданын негизинин жагы 10 $см$. Пирамиданын чокусун негиздин борбору менен туташтырган кесиндинин узундугу $\sqrt{69}$. Пирамиданын: а) каптал кырын жана апофемасын б) каптал бетин; в) толук бетин тап.

6.31. Туура алты бурчтуу пирамиданын каптал бетинин аянты 150 $м^2$, апофемасы 8 $см$ жана каптал граны 10 $м$. Пирамиданын негизинин аянтын тап.

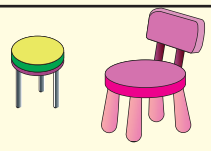
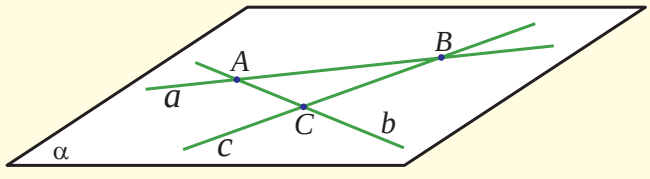
6.32. Тик призманын негизи гипотенузасы 5 $см$, катети 4 $см$ болгон тик бурчтуу үч бурчтук. Эгерде эң кичине катет жаткан гран квадрат болсо, призманын каптал бетинин аянтын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ӨЗҮҢДҮ СЫНАП КӨР

1. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөм туура болсо «+», туура эмес болсо «–» белгисин бош чакмакка кой.

A	A, B, C, D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. A, B, C жана B, D, A чекиттеринен өткөн эки тегиздик DB түз сызык боюнча кесилишет.	
B	Жерде 3 буттуу табуретка 4 буттуу стулга караганда бекем турат. 	
C	$ABCD$ төрт бурчтуктун үч гана – A, B, C кырлары бир тегиздикте жатат.	
D	Бир түз сызыкта жатпаган үч чекиттен тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана	
E	A, B, C, D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. Анда бул чекиттердин каалагандай үчөөсү бир түз сызыкта жатпайт.	
F	Эки түрдүү – a жана b түз сызык A чекитте кесилишет. Аларды кесүүчү жана A чекитинен өтпөй турган түз сызыктар бир тегиздикте жатат. 	
G	Эки түрдүү – α жана β тегиздиктер m түз сызыкты бойлой кесилишет. a түз сызык α тегиздикте, b түз сызык β тегиздикте жатат. a жана b түз сызыктар A чекитте кесилишет. Анда A чекит m түз сызыкта жатат.	
H	Эки ар түрдүү тегиздиктер бир гана жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн.	

2. Мейкиндикте a түз сызыкта жатпаган O чекитинен өткөн жана ошол түз сызык менен кесишпей турган канча түз сызык өткөрүүгө болот?

А) 3 *Б*) чексиз көп *В*) эч канча *Г*) 1 *Д*) 2

3. Түшүрүп калтырылган сөздү тандап, сүйлөмдү толтур:
Эки параллель тегиздик мейкиндикти _____ бөлүккө бөлөт.
А) 3 *Б*) 4 *В*) 6 *Г*) 2

4. Столдун үстүнө конгон үч чымын түрдүү жактарды карай учуп кетти. Алар качан дагы бир тегиздикте жайлашат?

5. Мейкиндикте эч бир үчөөсү бир тегиздикте жатпаган төрт параллель түз сызык аркылуу эң көбү менен канча тегиздик өткөрүүгө болот?

6. Мейкиндикте эч бир үчөөсү бир тегиздикте жатпаган, эч бир экөөсү бир түз сызыкта жатпаган, бир жалпы чокуга ээ алты шоола аркылуу эң көбү менен канча тегиздик өткөрүүгө болот?

7. Мейкиндикте эч бир төртөөсү бир тегиздикте жатпаган, эч бир үчөөсү бир түз сызыкта жатпаган, алты чекит аркылуу эң көбү менен канча тегиздик өткөрүүгө болот?

8. Призманын 14 чокусу болсо, анын түрүн аныкта.

9. 27 кыры бар пирамиданын негизи кандай көп бурчтук?

10. Туура алты бурчтуу пирамиданын каптал бетинин аянты 120 $м^2$, ал эми апофемасы 10 $м$. Пирамиданын негизинин аянтын тап.

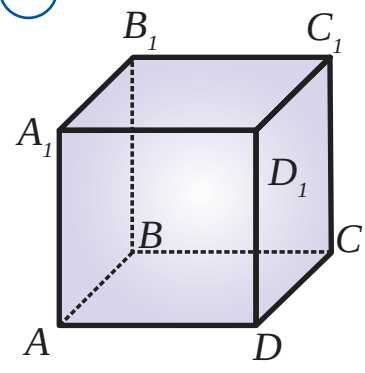
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Кошумча тест жана маселелер

1. Тесттер

1



1. Кайсы пикир туура эмес?

А) Мейкиндиктеги ар кандай үч чекиттен тегиздик өтөт, бирок бирөө гана.

Б) Кесишүүчү эки түз сызык аркылуу тегиздик өтөт, бирок бирөө гана.

В) Параллель эки түз сызык аркылуу тегиздик өтөт, бирок бирөө гана.

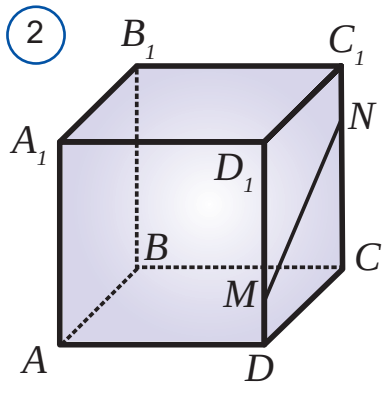
2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб *(1-сүрөт)*. ABC жана DD_1C_1 тегиздиктер...

А) кесилишет;

Б) кесишпейт;

В) үстү-үстүнөн түшөт.

2



3. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб *(2-сүрөт)*. MN түз сызык кайсы тегиздикти кесип өтпөйт?

А) ABC;

Б) AA_1B_1;

В) BB_1C_1.

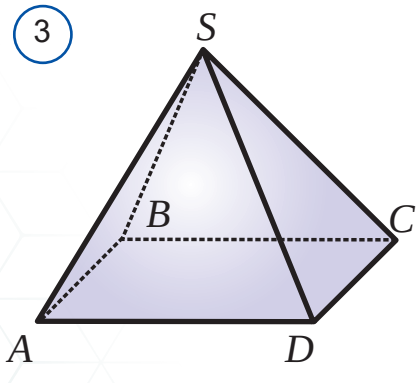
4. $SABCD$ – төрт бурчтуу пирамида *(3-сүрөт)*. SD түз сызык кайсы түз сызыкты кесип өтпөйт?

А) BC;

Б) AD;

В) SC.

3



5. Эки ар түрдүү тегиздик …

А) жалпы чекитке ээ эмес

Б) жалпы түз сызыкка ээ эмес

В) бир түз сызыкта жатпаган үч жалпы чекитке ээ эмес

6. m жана k түз сызыктар аркылуу бирден көп тегиздикти өткөрүүгө болот. Анда m жана k түз сызыктар...

А) кесилишет

Б) параллель

В) үстү-үстүнөн түшөт

7. Чекит a түз сызыкка тиешелүү. Алар аркылуу...

А) аз дегенде бир тегиздик өткөрүүгө болот

Б) бир гана тегиздик өткөрүүгө болот

В) бирден көп тегиздик өткөрүүгө болот

8. A, B, C жана D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. AB жана CD түз сызыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

А) кесилишет

Б) параллель

В) кайчылаш

9. Түз сызыктар жөнүндө кайсы пикир туура *(2-сүрөт)*?

А) BC менен MN кесилишет.

Б) BC менен MN кайчылаш.

В) MN менен DC кесилишпейт.

10. Эки сызыктын өз ара параллелдигин далилдөө үчүн эмнени аныктоо жетиштүү?

А) алардын кесилишпестигин

Б) алардын кандайдыр түз сызыкка перпендикулярдуулугун;

В) алардын кесишпестигин жана бир тегиздикте жатпастыгын.

11. Кайсы пикир туура эмес?

А) $a \parallel b,\ b \parallel c \rightarrow a \parallel c$

Б) $a \parallel b,\ c \perp a \rightarrow c \perp b$

В) $a \perp b,\ b \perp c \rightarrow a \parallel c$

12. F чекит $ABCD$ параллелограммдын тегиздигинде жатпайт. K чекит DF кесиндинин, ал эми N чекит BF кесиндинин ортосу. Анда AK жана CN түз сызыктар...

А) кайчылаш

Б) кесилишет

В) параллель

13. a түз сызык α тегиздикке параллель. Төмөнкү пикирлердин кайсы бири туура эмес?

А) a түз сызык α тегиздикте жаткан ар кандай түз сызыкка параллель.

Б) a түз сызык α тегиздикте жаткан эч кайсы түз сызыкты кесип өтпөйт.

В) α тегиздикте жаткан жана a түз сызыкка параллель түз сызык бар.

14. Кайсы пикир туура эмес?

А) Эгерде тегиздик башка тегиздикке параллель болгон түз сызыктан өтүп, ошол тегиздикти кесип өтсө, анда тегиздиктердин кесилишүү сызыгы берилген сызыкка параллель болот.

Б) Эгерде түз сызык кесишүүчү эки тегиздикке параллель болсо, анда алардын кесилишүү сызыгына параллель болот.

В) Бир тегиздикке параллель болгон түз сызыктар параллель.

15. $ABCD$ трапециянын MN орто сызыгы α тегиздикте жатат. Трапециянын A чокусу ошол тегиздикке тиешелүү эмес. Анда BC түз сызык...

А) α тегиздикте жатат

Б) α тегиздикти кесип өтөт

В) α тегиздикке параллель

16. M чекит a түз сызыкта жатпайт. Анда кайсы пикир туура эмес?

А) M чекит аркылуу a түз сызыкты кесип өтпөгөн бир гана түз сызык өткөрүүгө болот.

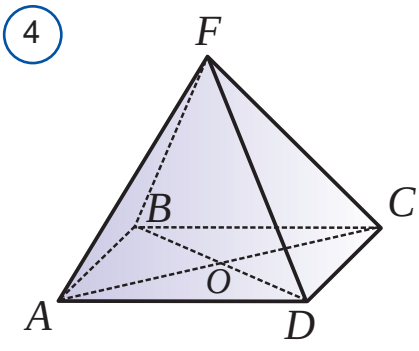
Б) M чекит аркылуу a түз сызыкка параллель бир гана түз сызык өткөрүүгө болот.

В) M чекит аркылуу a түз сызыкты кесип өтпөгөн чексиз көп түз сызык өткөрүүгө болот.

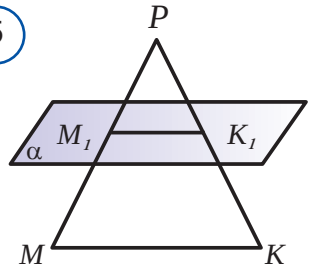
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

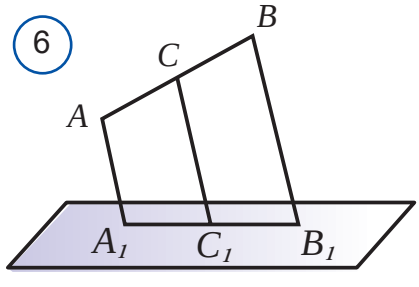
4



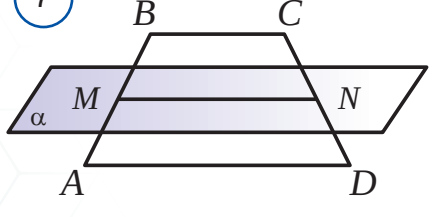
5



6



7



17. a түз сызык α тегиздикке параллель, b түз сызык да β тегиздикке параллель. a жана b түз сызыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

А) параллель

Б) кесилишет

В) кайчылаш

18. a түз сызыкты бойлой эки тегиздик кесилишет. a жана b түз сызыктар кайчылаш жана a, c түз сызыктар параллель. b жана c түз сызыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

А) ошол тегиздиктерден биринде жатат;

Б) берилген түрдүү тегиздиктерде жатат;

В) ошол тегиздиктер менен кесилишет (жооп оң болсо, a жана b түз сызыктардын өз ара жайлашуусун көрсөт).

2. Маселелер

1. A, B жана C чекиттер бир түз сызыкта жатат, ал эми D чекит анда жатпайт. Ар үч чекиттен жүргүзүлгөн тегиздиктердин саны канча?

2. α жана β тегиздиктер m түз сызыкты бойлой кесилишет. A чекит α тегиздикте, B чекит β тегиздикте жатат. Кайсы учурда AB түз сызыгы β тегиздикте жатат?

3. Беш тегиздик чийилген. Алардын ар экөөсү кесилишет. Жуп-жуп кесилишкен тегиздиктердин кесилишүү сызыктарынын эң көп саны эмнеге барабар?

4. $ABCD$ – параллелограмм (*4-сүрөт*). $F \in ABC$. AFC жана BFD тегиздиктер кайсы түз сызыкты бойлой кесилишет?

5. MKP үч бурчтук берилген (*5-сүрөт*). MK түз сызыкка параллель тегиздик MP жакты M_1 чекитте, PK жакты K_1 чекитте кесип өтөт. $MK = 18$ *см*, $MP : M_1P = 12 : 5$. M_1K_1 кесиндинин узундугун тап.

6. AB кесинди α тегиздик менен кесишпейт (*6-сүрөт*). Кесиндинин чокулары жана анын ортосу C чекит аркылуу параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Бул түз сызыктар α тегиздикти тиешелүү түрдө A_1, B_1 жана C_1 чекиттеринде кесип өтөт. $AA_1 = 6$ *см*, $CC_1 = 9$ *см*. BB_1 кесиндинин узундугун тап.

7. $ABCD$ трапециянын негиздерине параллель тегиздик AD жана CD жактарын тиешелүү түрдө M жана N чекиттерде кесип өтөт (*7-сүрөт*).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$CN = ND$. $AD = 6$ *см*, $BC = 4$ *см*. MN кесиндинин узундугун тап.

8. $ABCD$ пирамидада M, H жана P чекиттер тиешелүү түрдө AD, DC жана AB кырлардын ортосу (*8-сүрөт*). $KH \parallel ABD$. $AC = 8$ *см*, $BD = 10$ *см*. $MHKP$ төрт бурчтуктун периметрин тап.

9. Эки түрдүү тегиздиктин бир түз сызыкта жатпаган үч жалпы чекити болушу мүмкүнбү?

10. a түз сызык α тегиздикте жатат. β тегиздик α тегиздикти b түз сызыкты бойлой кесип өтөт. Ал эми a түз сызык β тегиздикти B чекитте кесип өтөт. B чекит каерде жатат?

11. Бир тегиздикте жатпаган a, b жана c түз сызыктар бир чекиттен өтөт. Бул сызыктардын жубу аркылуу канча ар түрдүү тегиздиктерди өткөрүүгө болот?

12. A, B чекиттер жана CD түз сызык бир тегиздикте жатпайт. CD жана AB түз сызыктар өз ара кандай жайлашкан?

13. Квадраттын эки жандаш чокусу жана диагоналдарынын кесилишүү чекити α тегиздикте жатат. Квадраттын калган эки чокусу да ошол тегиздикте жатышын далилде.

14. a жана b түз сызыктар кайчылаш. c түз сызык b түз сызыкка параллель. a жана c түз сызыктар кесилиши мүмкүнбү?

1) α тегиздикте жаткан жана BC түз сызыкка параллель болгон ар кандай түз сызык AD түз сызыкка параллель экендигин далилде.

2) M жана N чекиттер каптал жактардын ортолору. $BC = 8$, $MN = 12$ болсо, AD ны тап.

15. M чекит $ABCD$ параллелограммдын тегиздигинен сыртта жайлашкан.

1) MAD жана MBC үч бурчтуктардын орто сызыктары параллель экендигин далилде.

2) $ABCD$ параллелограммдын негизи 5 ке барабар. Ал эми бийиктиги 4 кө барабар жана ал түшүрүлгөн жакты экиге болот. MAD жана MBC үч бурчтуктарынын орто сызыктарын тап.

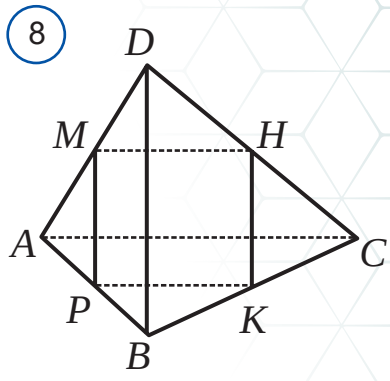
16. α тегиздик ABC үч бурчтуктун AB жана BC жактарын тиешелүү түрдө M жана N чекиттерде кесип өтөт.

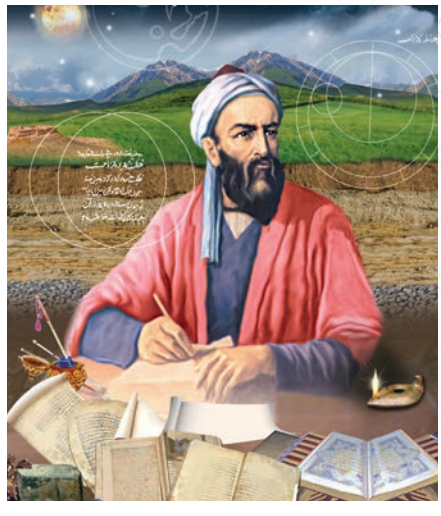
$BN : NC = 5 : 8$ жана $MB : AB = 5 : 13$.

1) $AC \parallel \alpha$ экендигин далилде.

2) $AC = 26$ болсо, MN ди тап.

8





Абу Райхан Беруний – дүйнө илиминин тарыхында терең из калтырган улуу энциклопедист окумуштуулардан бири. Анын чыгармаларында геометриянын бардык тармактары (планиметрия, стереометрия жана катыштар теориясы) боюнча баалуу маалыматтар чагылдырылган. Мисалы, «Жылдыз таануу өнөрүнүн негиздерин түшүндүрүү китебинин» геометрия бөлүмүндө негизги геометриялык фигуралар, алардын аныктамалары жана касиеттери, тегиздиктеги фигуралардын аянттарын эсептөөнүн жолдору жана мейкиндиктеги нерселердин бетин жана көлөмүн табуу боюнча эрежелер толук баяндалган. Абу Райхан Берунийдин бул чыгармасы Чыгыш өлкөлөрүндө көпкө математикадан окуу китеби иретинде колдонулуп келген.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra» деген эмне?

GeoGebra – математикадан «жандуу» чиймелер программасы

GeoGebra бул – геометрия, алгебра жана башка предметтер боюнча билим берүүнүн түрдүү деңгээлдеринде пайдалануу үчүн динамикалык («жандуу«) чиймелерди түзүү мүмкүнчүлүгүн берген акысыз программа. Ал геометриялык фигуралар, алгебралык туюнтмалар, жадыбалдар, графиктер жана статистика менен иштөө үчүн кеңири мүмкүнчүлүктөрдү сунуштайт.

Бул программалык камсыздоо 2002-жылы австралиялык математик Маркус Хохенвартер тарабынан жаратылган болуп, учурда андан миллиондогон адамдар пайдаланып жатат.

GeoGebra программасынын артыкчылыктары:

- акысыз;
- көп тилдүү интерфейске ээ;
- графикалык интерфейси жөнөкөй жана пайдалануга оңой;
- ар түрдүү операциялык системаларга (планшет жана смартфондорго да) орнотууга, онлайн версиясынан пайдалануга болот;
- пайдалануучулар тарабынан материал кошуу үчүн ачык базанын бар экендиги.

GeoGebra программасы бөлүктөрүнүн милдеттери

	Калькуляторлор жыйнагы Функцияларды текшерүү, теңдемелерди чыгаруу, геометриялык фигураларды жана 3D объекттерди куруу			**Геометрия** Түрдүү геометриялык фигураларды чийүү жана алардын фигураларын алмаштыруу
	3D калькулятор Түрдүү чиймелерди, 3D (үч өлчөмдүү) геометриялык фигураларды жана объекттерди чийүү		x=	**CAS калькулятор** Түрдүү теңдемелерди чыгаруу, алгебралык туюнтмалардын түрүн алмаштыруу, туунду жана интегралдарды эсептөө
	График калькулятор Түрдүү функциялардын графиктерин куруу, теңдемелерди изилдөө жана маалыматтарды сүрөттөө			**Klassik GeoGebra** Геометрия, маалыматтарды сүрөттөө, ыктымалдар жана түрдүү чоңдуктарды эсептөө

Тапшырма

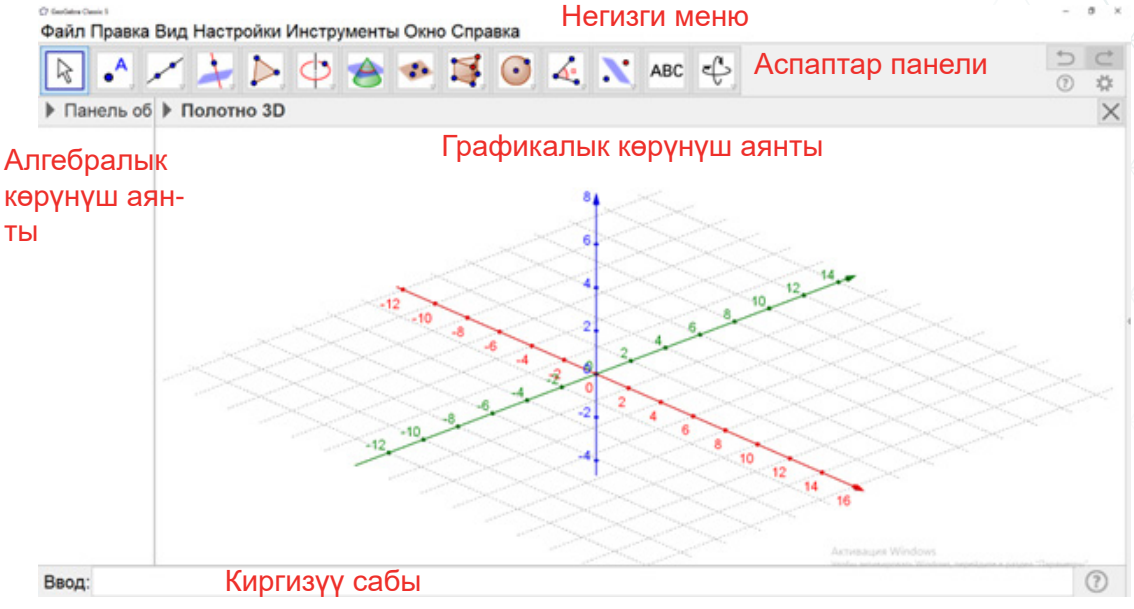
1. GeoGebra расмий вебсайтынан (http://www.geogebra.org/) GeoGebra жөнүндө толук маалымат ал жана аны компьютер, планшет же смартфонуңа ушул вебсайттан жүктөп ал.
2. Youtube каналында (https://www.youtube.com/GeoGebraChannel) GeoGebra‘ны үйрөнүү үчүн видеосабактар жана андан пайдалануу боюнча мисалдарды көрүп чык.
3. 3D калькулятордо түзүлгөн жөнөкөй иштерди үйрөнүүгө аракеттен.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

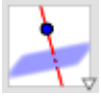
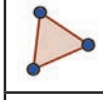
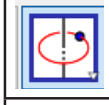
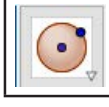
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

GeoGebra 3D калькулятору интерфейсинин көрүнүшү

GeoGebra программасы «3D Калькулятор» режимине өткөрүлгөндөн кийин төмөнкү көрүнүштөгү терезе ачылат:



3D калькуляторунун панелиндеги негизги аспаптардын милдеттери

	**Перемещать** (Жылдыруу) – түрдүү объекттерди (чекит, түз сызык, көп бурчтук жана б.) жылдыруу. Бир мезгилде бир нече объектти тандоо үчүн Ctrl топчусун баскан түрдө чычкан менен удаалаш белгилөө керек.
	**Точка** (Чекит) – тегиздикте чекит түзүү. Чекит түзүү үчүн тегиздиктеги жерди белгилөө керек.
	**Прямая** (Түз сызык) – тегиздикте берилген эки чекит аркылуу түз сызык түзүү. Чиймеде бар чекиттерди тандасаң же чычкан жардамында чекиттердин ордун белгилесең болот.
	**Перпендикулярная линия** (Перпендикулярдуу түз сызык) – берилген чекит аркылуу түз сызыкка перпендикуляр жүргүзүү. Перпендикуляр жүргүзүү үчүн тегиздикте перпендикуляр түзүлүүчү сызыкты жана сызык өтө турган чекитти көрсөтүү керек.
	**Многоугольник** (Көп бурчтук) – тегиздикте каалагандай түрдөгү көп бурчтукту түзүү.
	**Окружность по точке и оси** (Ок жана чекит боюнча айлана) – берилген ок жана чекит боюнча белгилүү радиустагы айлананы түзүү.
	**Плоскость через три точки** (Үч чекит аркылуу тегиздик) – берилген үч чекит аркылуу тегиздик жүргүзүү. Ошондой эле, параллель жана перпендикуляр тегиздиктерди да жүргүзүүгө болот.
	**Пирамида** (Пирамида) – берилген чекиттери аркылуу пирамида, призма, конус, цилиндр жана куб сыяктуу мейкиндиктеги нерселерди түзүү.
	**Сфера по центру и точке** (Борбору жана чекити боюнча сфера) – борбору жана бетинде берилген чекит аркылуу сфера түзүү.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7 КӨП ГРАНДЫКТАРДЫ СҮРӨТТӨӨ ЖАНА МОДЕЛИН ТҮЗҮҮ

Көп грандыктарды тегиздикте сүрөттөө

Геометриялык маселелерди чыгарууда маселенин шартына жооп берген чиймени чийүү өтө маанилүү саналат. Кээде туура чийилген чийме маселенин «жарым чыгарылышы» менен теңештирилет. Стереометрияда маселенин чиймесин туура чийүү аябай маанилүү, өтө жооптуу жана кээде болсо татаал иш эсептелет. Анткени стереометриялык фигуралар үч өлчөмдүү болуп, аларды тегиздикте, дептердин бетинде сүрөттөөгө туура келет. Туура эмес чийилген чийме туура эмес чыгарылышка же башы туюк көчөгө баштайт.

Призманы сүрөттөө төмөнкү тартипте жүзөгө ашырылат *(1-сүрөт)*. Адегенде көп бурчтук формасындагы негиздеринен бири чийилет. Андан кийин анын ар бир чокусунан өз ара параллель жана барабар кесиндилер, б. а. призманын түзүүчүлөрү чийилет. Кесиндинин учтары тиешелүү түрдө туташтырылат. Мында экинчи негиз алынат.

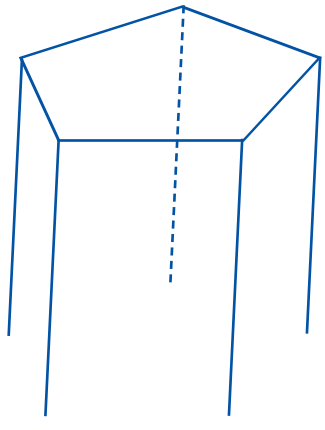
Чиймеде призманын көрүнбөгөн кырлары үзүк сызыктар менен чийилет.

Пирамиданы сүрөттөө да ушуга окшош тартипте жүргүзүлөт *(2-сүрөт)*. Адегенде көп бурчтук формасындагы негизи чийилет. Андан кийин пирамиданын чокусу белгиленип, ошол чекит негизинин ар бир чокусу менен туташтырылат. Чиймеде пирамиданын көрүнбөгөн кырлары үзүк сызыктар менен чийилет.

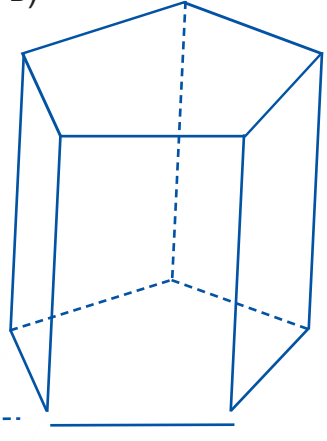
1 а)



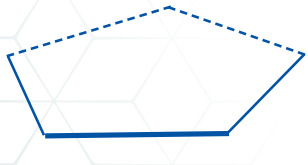
б)

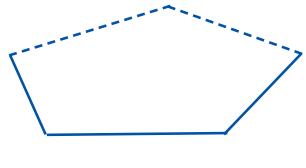


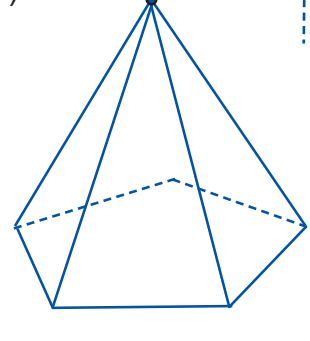
в)



2 а) б) в)







*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

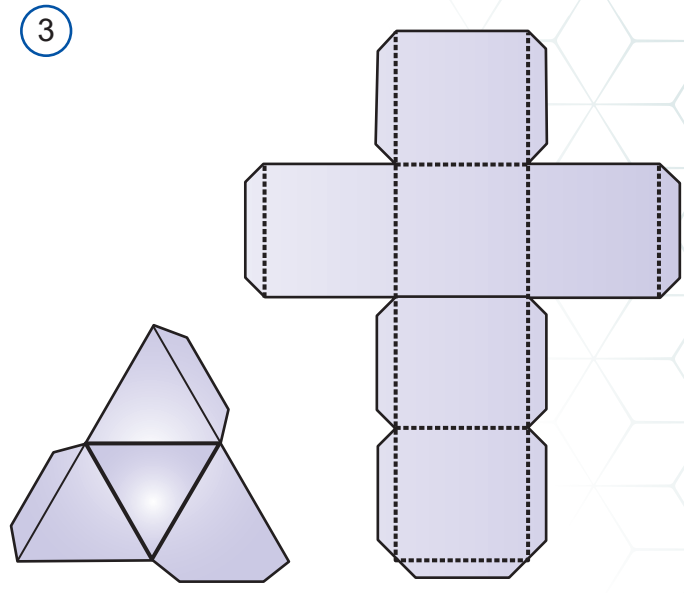
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Мейкиндиктеги фигуралардын моделдерин түзүү

Көп грандыкты кээ бир кырлары боюнча кыркып, тегиздикке жайганда, көп грандыктын бардык грандары ошол тегиздикке жатса, бул жалпак фигура көп грандыктын *жайылмасы* деп аталат. 3-сүрөттө кубдун жана үч бурчтуу пирамиданын жайылмасы көрсөтүлгөн.

Көп грандыктын макетин адегенде анын жайылмасын калың кагазга чийип, андан кийин кайчы менен кыркып, тиешелүү кырларын чаптап алууга болот. Чаптоо оңой болушу үчүн чаптала турган кырларда белгилүү калыңдыкта четки жай таштап чийилет жана кыркылат.

3

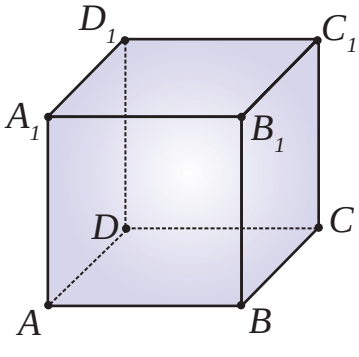


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

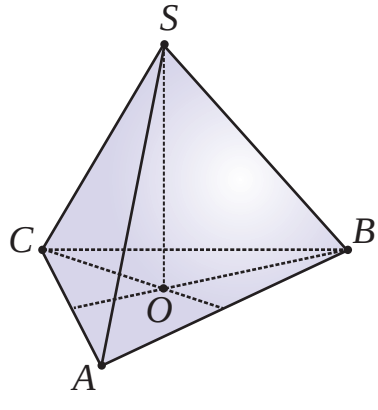
7.1. 4-сүрөттө берилген мейкиндиктеги фигураларды дептердин чакмактарынан пайдаланып чий жана түрүн айт. Үзүк сызыктардын колдонулушуна көңүл бур.

4

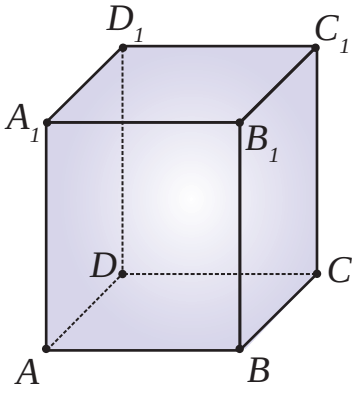
а)



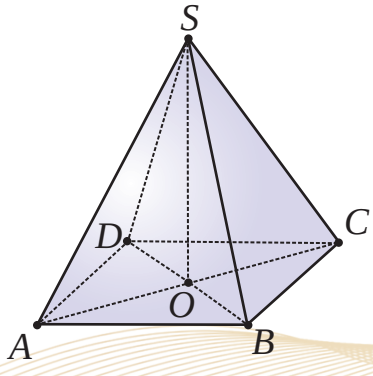
б)



в)



г)



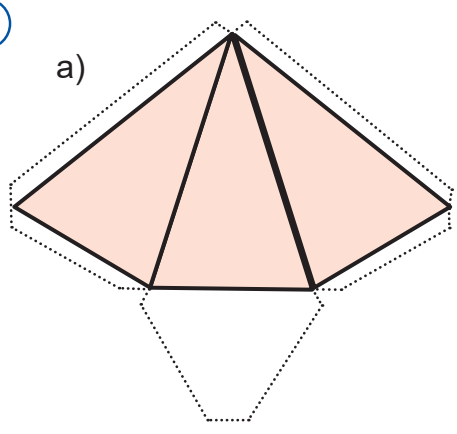
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

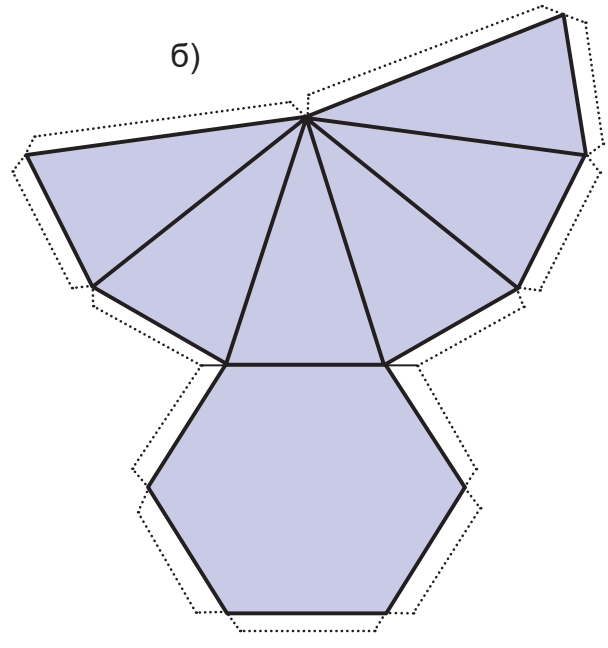
7.2. Мейкиндиктеги нерселерди кененирээк элестетүү үчүн алардын моделинен пайдаланган макул. Мейкиндиктеги нерселердин моделин алардын жайылмасынан пайдаланып түзүүгө болот (*5-сүрөт*). Көрүнүп тургандай, мейкиндиктеги нерселердин жайылмасы жалпак геометриялык фигуралардан турат. Төмөнкү жайылмалардан пайдаланып, тик бурчтуу параллелепипеддин, кубдун жана пирамиданын моделин түз.

5

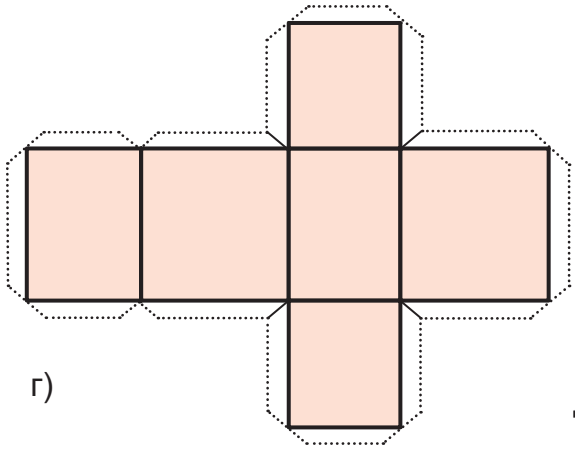
а)



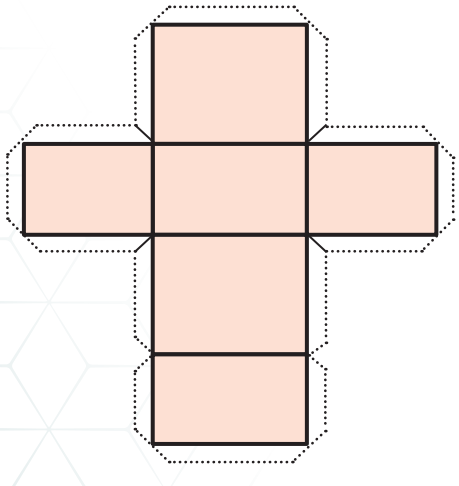
б)



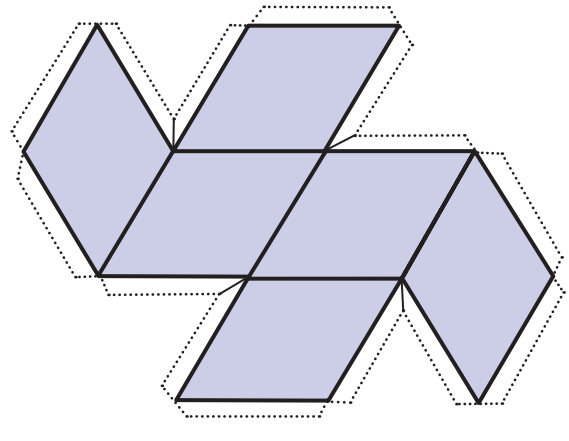
в)



г)



д)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

7.3. Тик бурчтуу параллелепипеддин жана туура төрт бурчтуу пирамиданын жайылмасын чий.

7.4. 6-сүрөттөгү жайылмалардын кайсылары кубдун жайылмасы болот?

7.5. 7-сүрөттөгү жайылмалардын кайсылары призмалардын жайылмасы болот? Призмалардын түрүн аныкта.

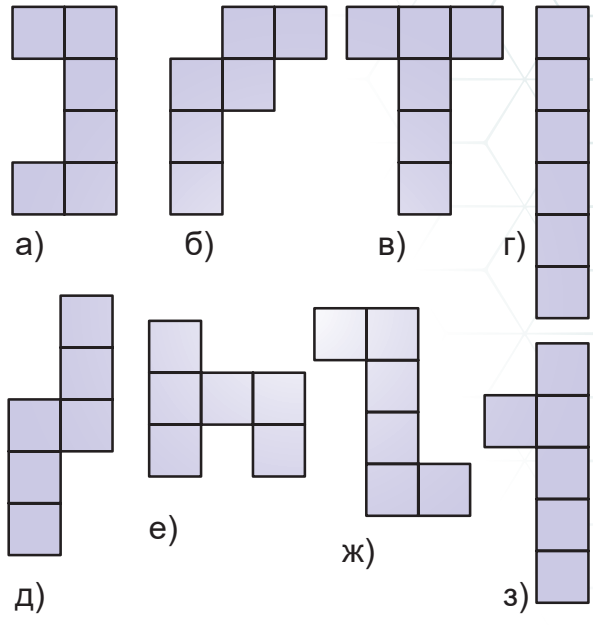
7.6. 8-сүрөттөгү жайылмалардын кайсылары пирамидалардын жайылмасы болот? Пирамидалардын түрүн аныкта.

7.7. Үч түрдүү түс менен кубду анын жандаш грандарын ар түрдүү түстө боёло турган кылып боёого болобу? Кубдун моделин түз жана керектүү түскө боё.

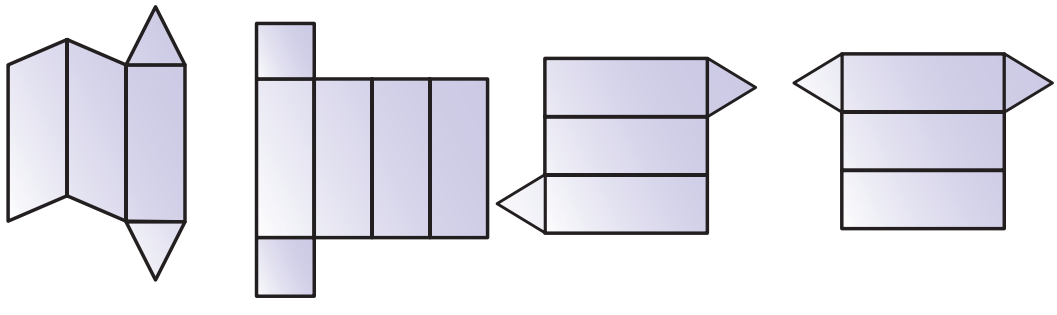
7.8. 9 күкүрттүн чийинен 7 барабар үч бурчтукту түз.

7.9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун бетинде A чокусунан C_1 чокусуна барган эң кыска жолду тап.

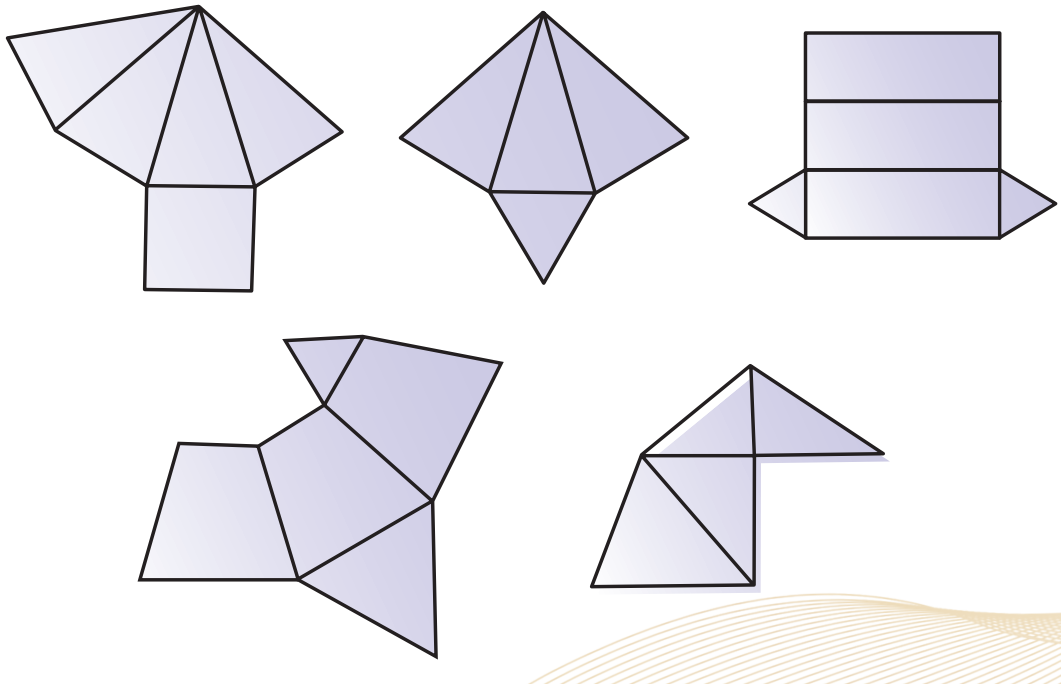
6



7



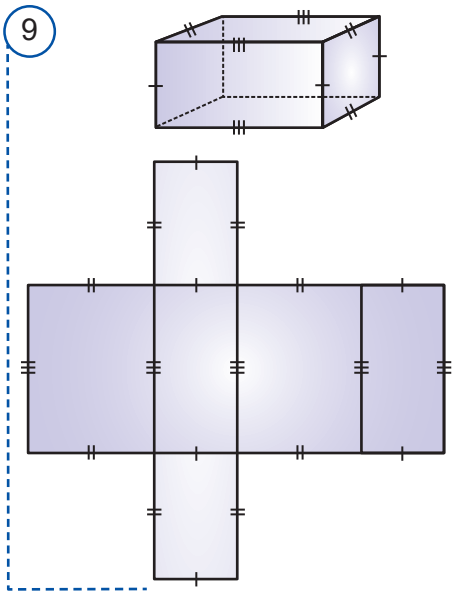
8



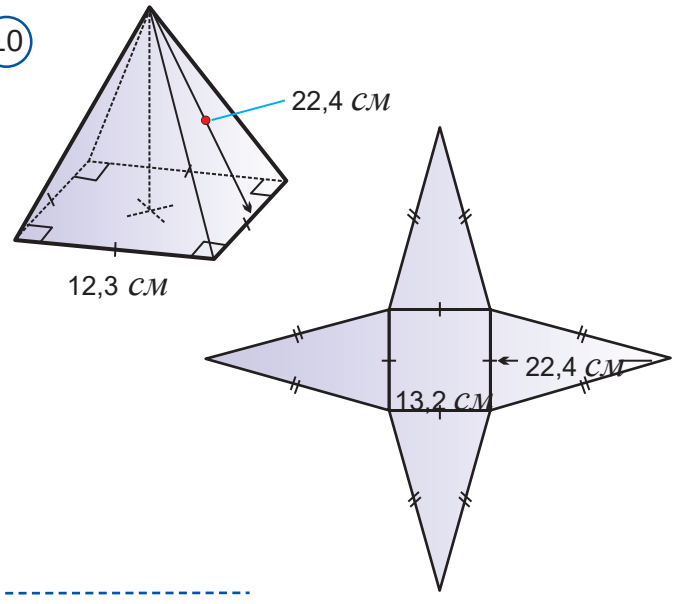
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9



10



7.10. 9-сүрөттө көрсөтүлгөн тик бурчтуу параллелепипеддин жайылмасы боюнча анын толук бетинин формуласын тап.

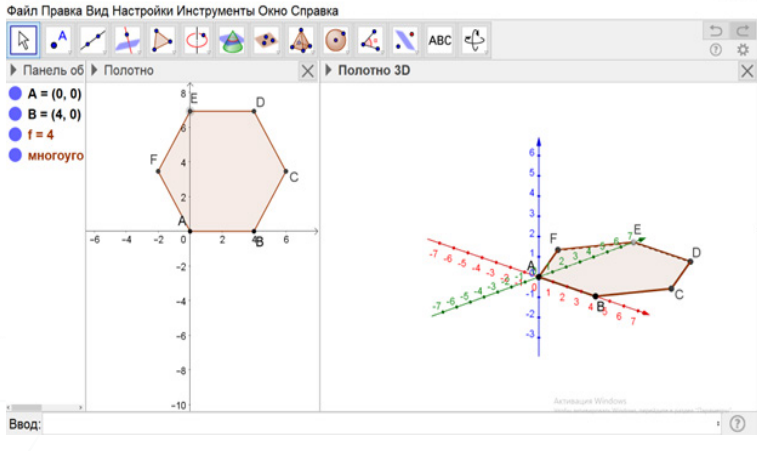
7.11. 10-сүрөттө көрсөтүлгөн төрт бурчтуу туура пирамиданын жайылмасы боюнча анын толук бетинин формуласын тап жана берилген маалыматтар боюнча эсепте.

«GeoGebra» жардам берет

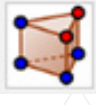
Туура алты бурчтуу призманы жана анын жайылмасын түзүү

1. Призма түзүү үчүн баштап туура алты бурчтук (призманын негизи) түзүлөт. Ал үчүн «**Вид**» менюсунан «**Полотно**» буйругу тандалат. Натыйжада эки өз алдынча иш терезеси ачылат. Сол жактагы иш терезесинде «**Правильный многоугольник**» аспабынын жардамында туура алты бурчтук түзүлөт. Ал үчүн көп бурчтуктун бир жагынын узундугун жана жактарынын санын киргизүү жетишет.

2. Натыйжада иш терезесинин оң жагында туура алты бурчтуктун сүрөтү алынат.



3. Сол терезе жабылат.

4.  – «**Призма**» аспабынан пайдаланып, чычкандын сол топчусу чийилген туура алты бурчтуктун чекиттеринин үстүндө удаалаш басылат. Соң координата огунун керектүү жерине басуу менен туура алты бурчтуу призма алынат.

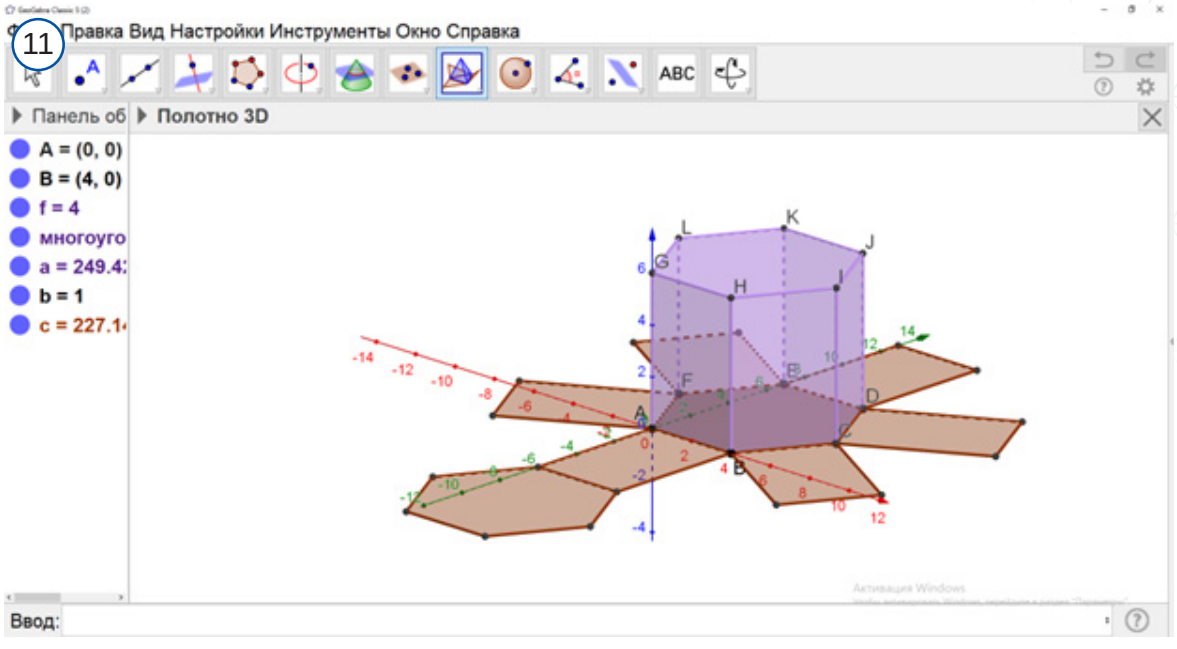
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

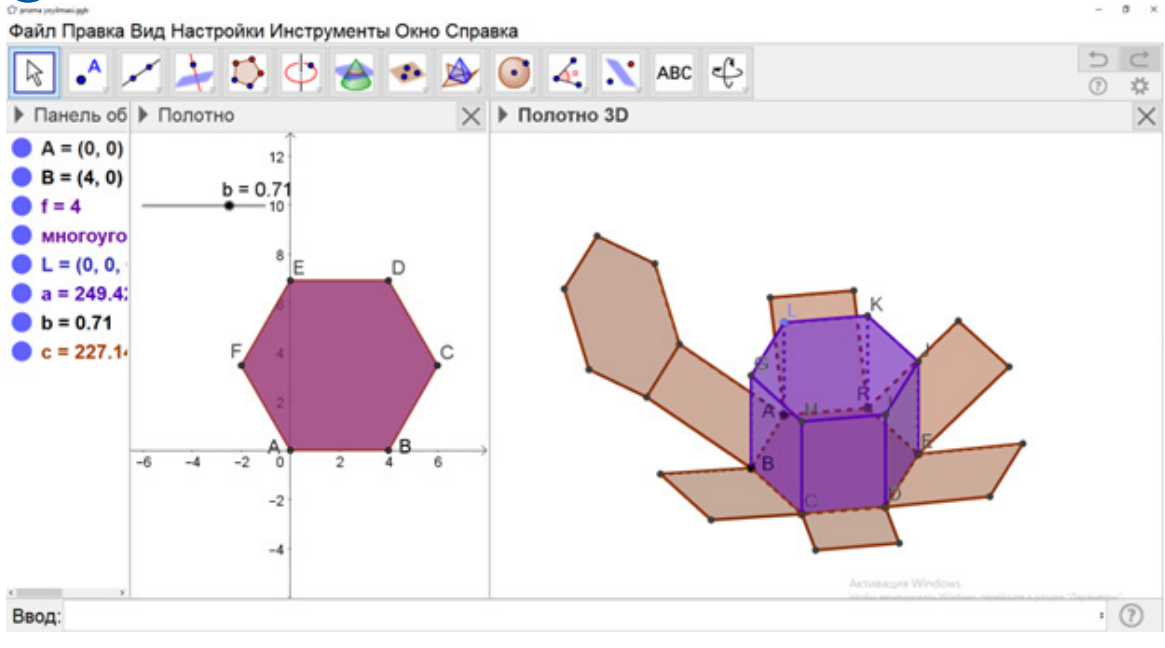
5.  – «**Развёртка**» аспабы ишке түшүрүлөт жана призманын үстүндө чыч-кандын сол топчусу басылат. Натыйжада туура алты бурчтуу призма-нын жайылмасы пайда болот *(11-сүрөт)*.

6. «**Вид**» менюсунан «**Полотно**» буйругу тандалат. Сол терезедеги «**Пол-зунок**» топчусунун жардамында чийменин жайылмасы кыймылга келтирилет *(12-сүрөт)*.

11



12



Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырмалар

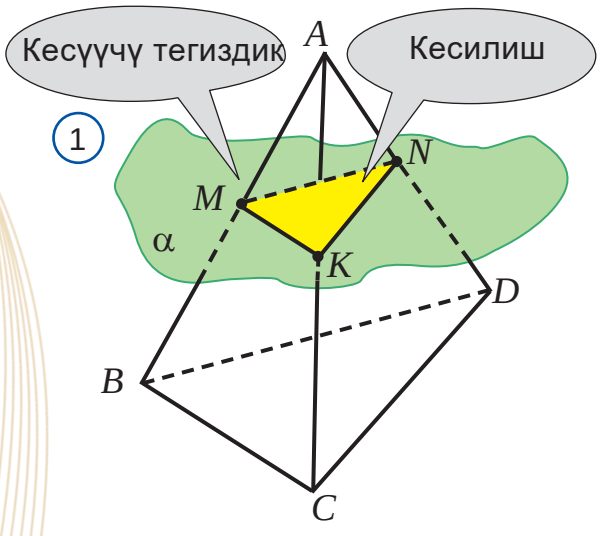
1. Туура алты бурчтуу пирамиданы жана анын «жандуу» жайылмасын түз.
2. Туура үч бурчтуу призманы жана анын «жандуу» жайылмасын түз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

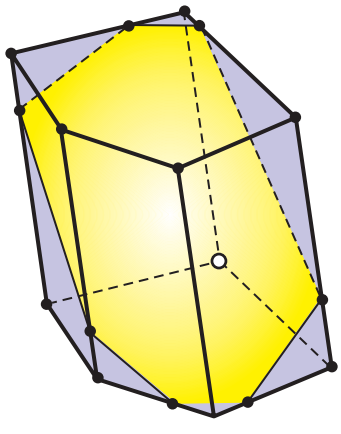
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

8 КӨП ГРАНДЫКТАРДЫН ЖӨНӨКӨЙ КЕСИЛИШТЕРИН ТҮЗҮҮ

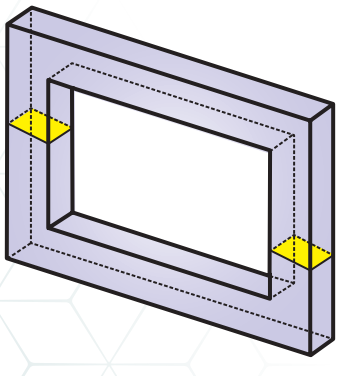
1



2



3



Мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын өз ара жайлашуусун туура элестеткенде гана анын чиймесин туура чийүүгө болот. Мейкиндиктеги фигуралардын бири көп грандык, ал эми экинчиси тегиздик болгондо, түрдүү кесилиштерди сүрөттөөгө туура келет. Төмөндө көп грандыктардын кесилиштерин түзүү менен машыгабыз.

Алсак, көп грандыкты кандайдыр тегиздик кесип өткөн болсун. ***Көп грандыктын кесилиши*** деп, көп грандыктын кесүүчү тегиздикке тиешелүү чекиттеринен турган геометриялык фигурага айтылат.

Кесүүчү тегиздик көп грандыктын бетин кесиндилер боюнча кесип өтөт. Ошондуктан кесилиш кесүүчү тегиздикте жаткан көп бурчтуктан турат. 2-сүрөттө беш бурчтуу призманын жети бурчтуктан турган кесилиши көрсөтүлгөн. 3-сүрөттөгү терезени тегиздик менен кескенде алынган кесилиши эки төрт бурчтуктан турат.

Көп грандыктын кесилишин сүрөттөө үчүн анын грандарынын кесүүчү тегиздик менен жалпы чекиттерин аныктоо жетишет.

Кесилиштин жактарынын саны көп грандыктын капталдарынын санынан көп боло албайт.

Мисалы, беш бурчтуу призманын кесилиштери: үч бурчтук, төрт бурчтук, беш бурчтук, алты бурчтук жана жети бурчтук болушу мүмкүн *(4-сүрөт)*. Бирок сегиз бурчтук болбойт. Эмне үчүн?

1-маселе. $QABC$ үч бурчтуу пирамиданын AB, AQ жана CQ кырларын тиешелүү түрдө K, L жана M чекиттерде кесип өткөн α тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түзөбүз *(5-сүрөт)*.

Түзүү. Кесүүчү α тегиздик пирамиданын AQB граны менен эки – K жана L жалпы чекиттерге ээ. Анда кесүүчү тегиздик бул гранды KL кесинди боюнча кесип өтөт.

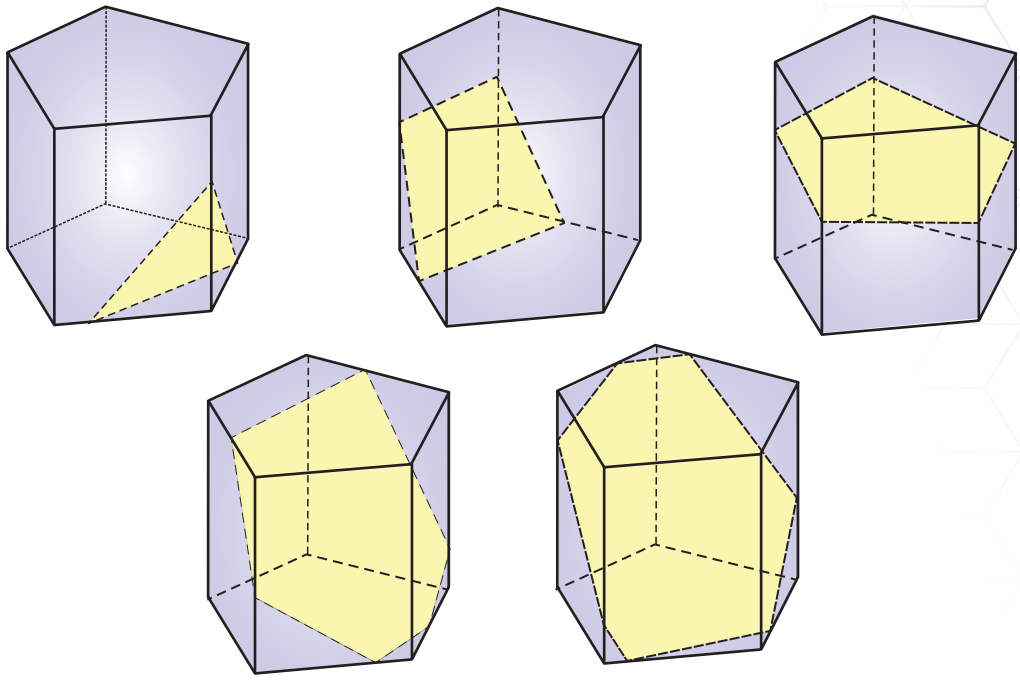
Куду ушуга окшош α тегиздик пирамиданын AQC граны менен эки – M жана L жалпы чекиттерге ээ болгондуктан, бул гранды ML кесиндини бойлой кесип өтөт.

Кесүүчү α тегиздик пирамиданын ABC граны менен бир K жалпы чекитке ээ. Бул тегиздиктин BC кырды кесип өткөн чекитин табабыз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4



Бул тегиздикке тиешелүү LM жана AC түз сызыктарды улантып, алардын кесилишүү чекити – X ти табабыз. X чекит AQC жана ABC тегиздиктерде да жатат.

Кесүүчү α тегиздик пирамиданын ABC граны менен эки – K жана X жалпы чекиттерге ээ. Анда кесүүчү тегиздик бул гранды KX кесинди боюнча кесип өтөт.

KX түз сызык жана BC кырдын кесилишүү чекити N да α тегиздикте жатат.

Демек, α тегиздик ABC гранды KN кесинди боюнча, ал эми BQC гранды MN кесинди боюнча кесип өтөт.

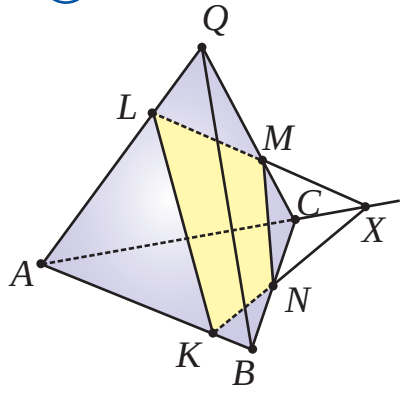
$KLMN$ төрт бурчтук α тегиздиктин пирамида менен кесилишинен турат. KL жана KN кесиндилер α тегиздиктин ABQ жана ABC грандардагы *издери* деп аталат.

Ошондуктан кесилиш түзүүнүн мындай усулу *издер усулу* деп аталат.

Бул усулдун мазмунун төмөнкүлөр түзөт:

- Кесүүчү тегиздик менен көп грандык кандайдыр гранынын кесилишүү сызыгынан турган жардамчы түз сызыкты куруудан турат.
- Адатта, кесүүчү тегиздик менен көп грандыктын төмөнкү негизи жаткан тегиздик менен кесилишүү сызыгын түзүү оңой эсептелет. Бул сызык *кесүүчү тегиздиктин изи* деп аталат.
- Изден пайдаланып, кесүүчү тегиздиктин көп грандыктын каптал кырларында жана грандарында жаткан чекиттер оңой аныкталат.

5

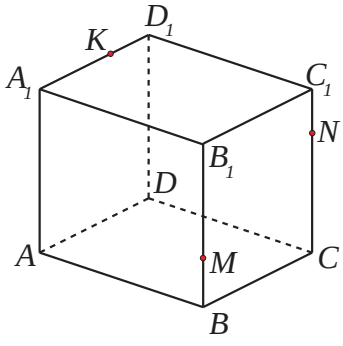


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

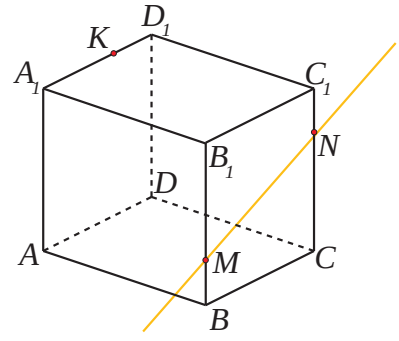
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6

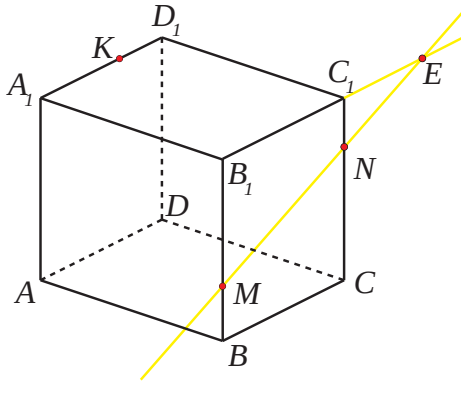
1-кадам



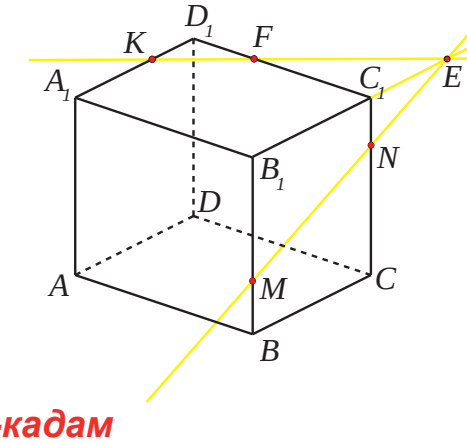
2-кадам



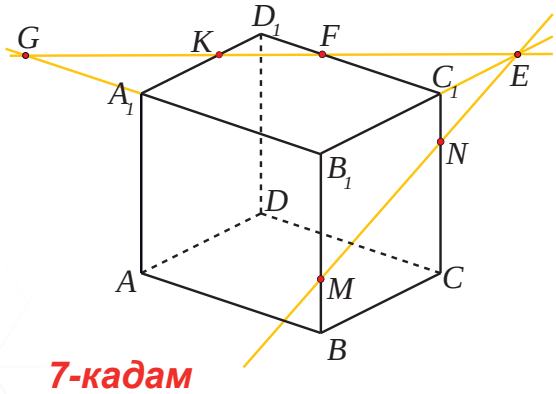
3-кадам



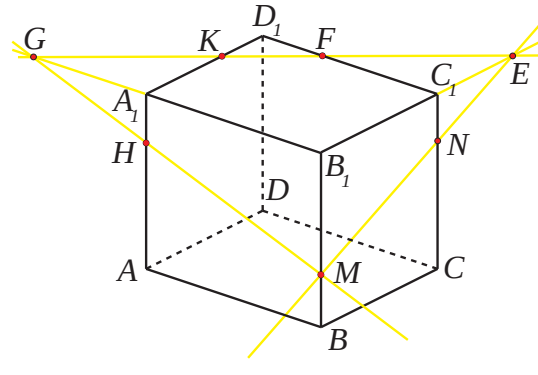
4-кадам



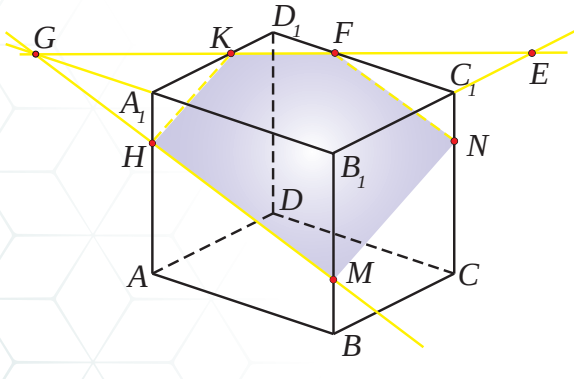
5-кадам



6-кадам



7-кадам



2-маселе. Кубдун M, P жана K чекиттерден өткөн тегиздик менен кесилишин түзөбүз.

Түзүү. Кесилишти түзүү издер усулунда аткарылган. Түзүүнүн удаалаштыгы 6-сүрөттө кадамдар боюнча берилген. Аны үйрөнүп алып, түзүү жараянын түшүндүр.

$MNFKH$ – изделип жаткан кесилиш.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3-маселе. $OKLMN$ пирамиданын OL гранынын A чекитинен жана пирамиданын $KLMN$ негизинин тегиздигинде жаткан k түз сызыктан өткөн β тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түзөбүз *(7-сүрөт)*.

Түзүү. LM жана k түз сызыктар кесилишкен чекитти табабыз. Бул чекит k түз сызыкта жаткандыктан, β тегиздикке тиешелүү. Ошондой эле, бул чекит LM түз сызыкта жаткандыктан, LOM гранга да тиешелүү. A чекит бул эки тегиздиктин экөөсүнө тең тиешелүү. Ошондуктан β тегиздик LOM тегиздикти AX түз сызык боюнча, ал эми LOM гранды AB кесинди боюнча кесип өтөт. Бул жерде B чекит – AX жана OM түз сызыктардын кесилишүү чекити.

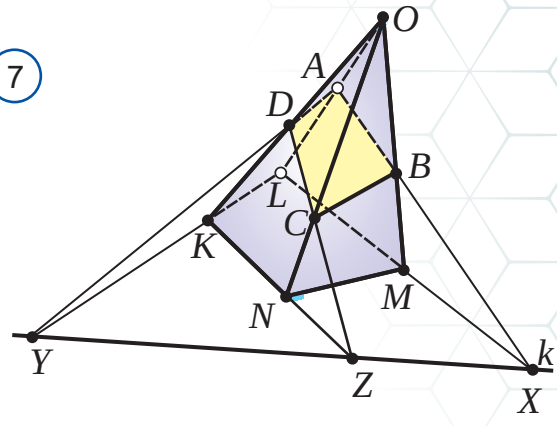
Куду ушул сыяктуу β тегиздиктин OLK гранды кесип өткөн Y жана D чекиттерин жана AD кесиндини аныктайбыз. Соң Z жана C чекиттер менен DC жана BC кесиндилерди аныктайбыз. Натыйжада алынган $ABCD$ төрт бурчтук изделип жаткан кесилиштен турат.

4-маселе. A, B жана C – төрт бурчтуу призманын түрдүү грандарындагы чекиттери. Призманын ABC тегиздик менен кесилишин табабыз *(8-сүрөт)*.

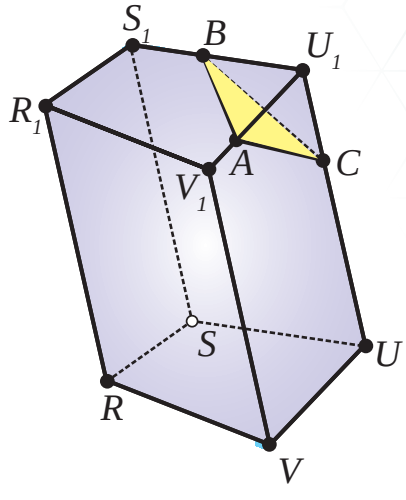
Изделип жаткан кесилиш A, B жана C чекиттердин төрт бурчтуу призманын кайсы грандарында жана кандай жаткандыгынан көз каранды болот. 8-сүрөттө A, B жана C чекиттердин бир чокудан чыккан грандарда жаткан, эң жөнөкөй абалы көрсөтүлгөн.

9-сүрөттө көрсөтүлгөн түрдөгү кесилишти түзүү татаалыраак иш саналат. Калган учурлардагы кесилиштер төмөнкү – 10 жана 11-сүрөттөрдө берилген. Көрүнүп тургандай, кесилиш үч бурчтук, төрт бурчтук, беш бурчтук жана алты бурчтук көрүнүшүндө болот. Бул кесилиштердин түзүлүшүн өз алдынча иликте.

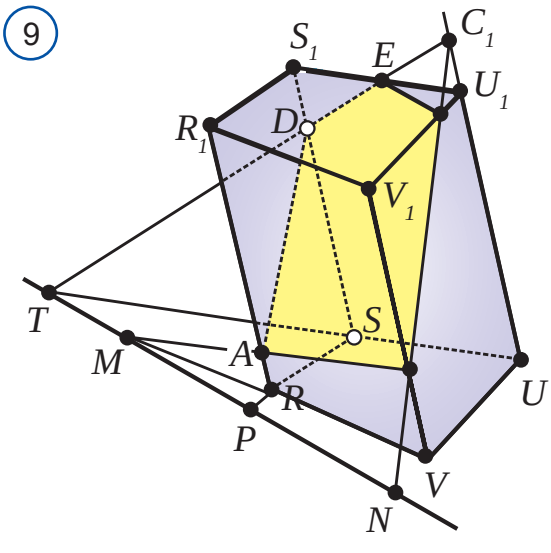
7



8



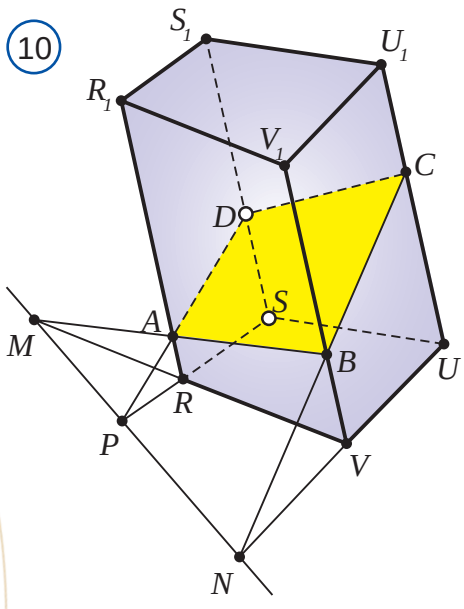
9



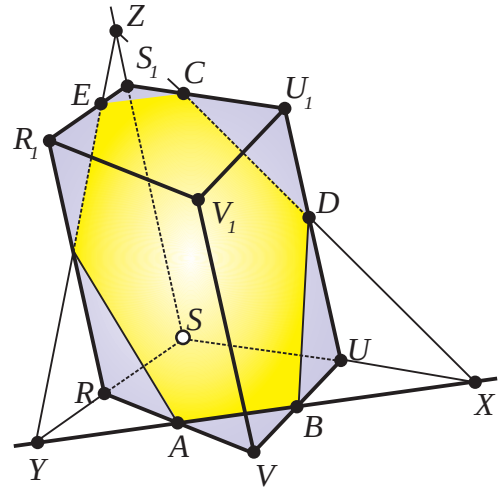
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10



11



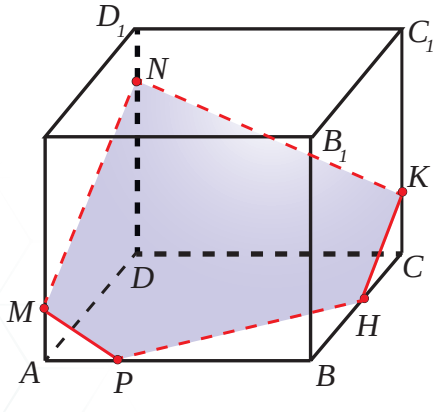
Издер усулун колдоонун эрежелери

- *кесилиштин чокулары көп грандыктын кырларында гана жатат;*
- *кесилиштин жактары көп грандыктын грандарында гана жатат;*
- *кесүүчү тегиздик менен көп грандыктын граны кесилишсе, алардын кесилишүү сызыгы жалгыз түз сызыктан турат.*

Параллель көчүрүү усулу

5-маселе. Кубдун M, N жана K чекиттерден өткөн тегиздик менен кесилишин түз.

12



Түзүү

1. M жана N чекиттерди кесинди менен туташтырабыз.
2. N жана K чекиттерди кесинди менен туташтырабыз.
3. M чекиттен NK га параллель түз сызыкты жүргүзөбүз. Анын AB кыр менен кесилишүү чекитин P менен белгилейбиз.
4. K чекиттен MN ге параллель түз сызык жүргүзөбүз. Анын BC кыр менен кесилишүү чекитин H менен белгилейбиз.
5. P жана H чекиттерди кесинди менен туташтырабыз.
6. $MNKHP$ изделип жаткан кесилиш болот.

Тема боюнча суроолор

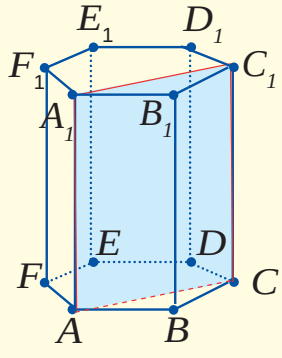
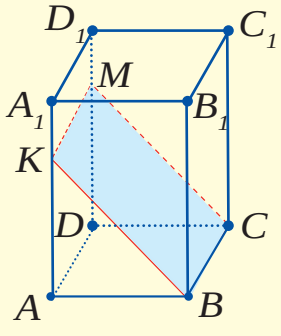
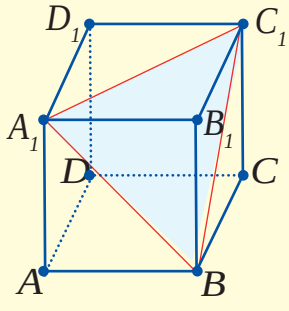
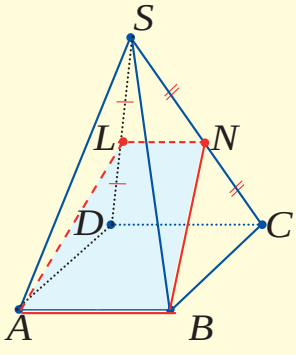
1. *Көп грандыктын кесилиши деп эмнеге айтылат?*
2. *Көп грандыктын кесилиши кандай фигура болушу мүмкүн?*
3. *Бир тегиздиктин экинчи тегиздиктеги изин түшүндүрүп бер.*
4. *Төрт бурчтуу көп грандыктын кесилиши эмнелер болушу мүмкүн?*
5. *Кесилиш түзүүнүн издер усулун түшүндүрүп бер.*
6. *Кесилиш түзүүнүн параллель көчүрүү усулун түшүндүрүп бер.*

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

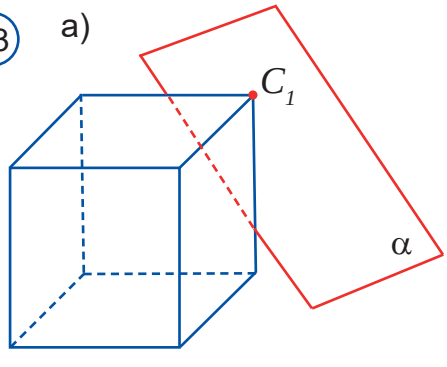
Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

8.1. Жадыбалда 8-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

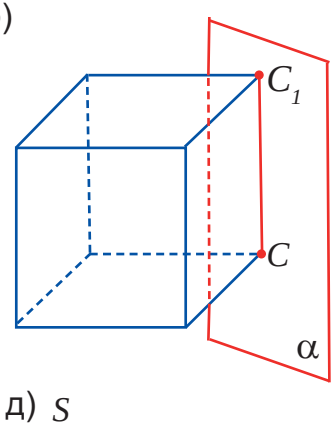
Көп грандыктардын жөнөкөй кесилиштери			
Көп бурчтуу призма	**Тик бурчтуу параллелепипед**	**Куб**	**Пирамида**
			
ACC_1 – A, C, C_1 чекиттерден өткөн, кесүүчү тегиздик.	CBK – K чекит жана CB түз сызыктан өткөн, кесүүчү тегиздик.	A_1BC_1 – BC_1 жана BA_1 түз сызыктардан өткөн, кесүүчү тегиздик.	ABN – AB жана LN параллель түз сызыктардан өткөн, кесүүчү тегиздик.
ACC_1A_1 – кесилиш.	$CBKM$ – кесилиш.	A_1C_1B – кесилиш.	$ABNL$ – кесилиш.

13

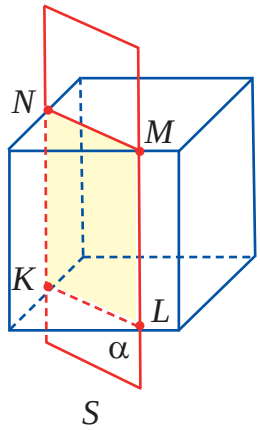
а)



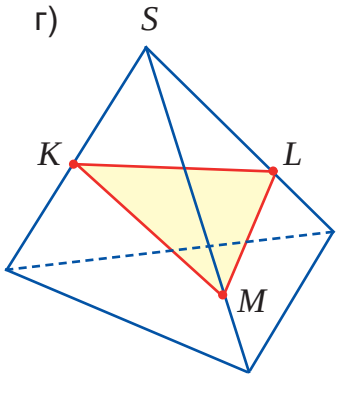
б)



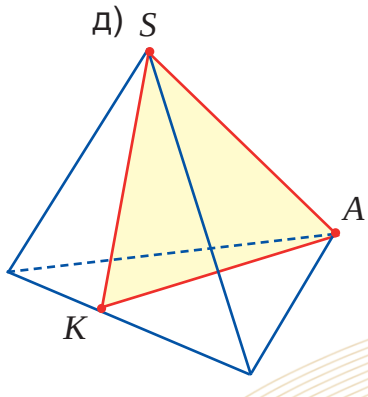
в)



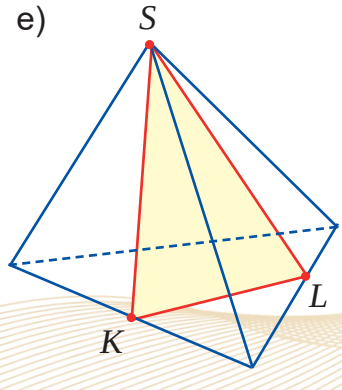
г)



д)



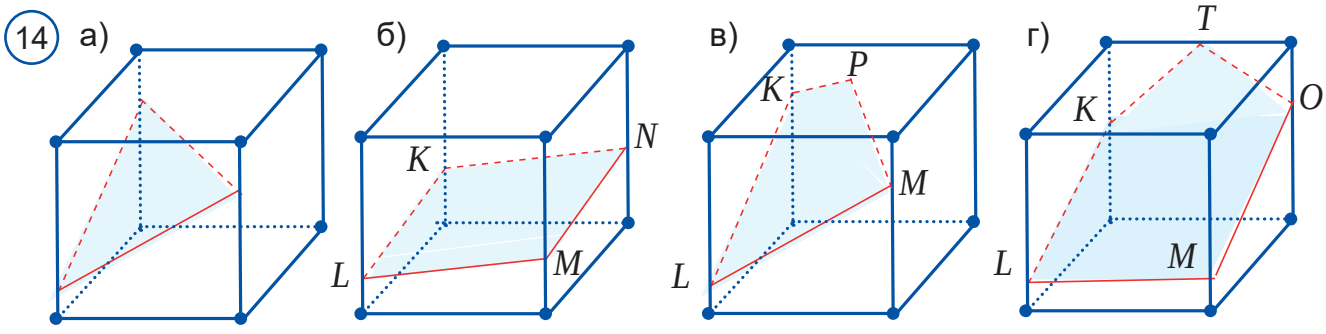
е)



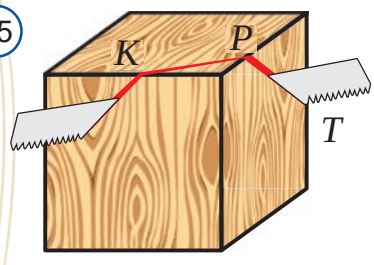
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

14



15

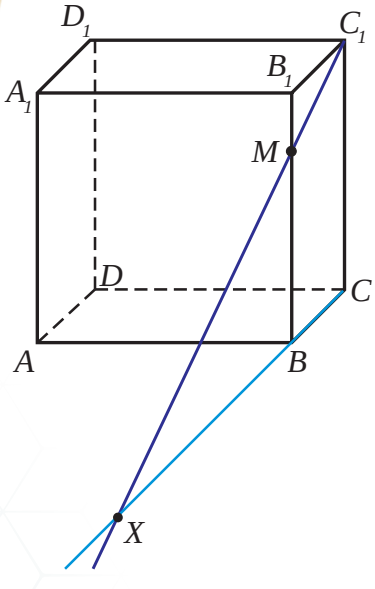


8.2. 13-сүрөттө берилген учурларда мейкиндиктеги фигуралардын кандай кесилиши көрсөтүлгөнүн түшүндүр.

8.3. Кубду тегиздик менен кескенде кесилиште 14-сүрөттө көрсөтүлгөн кайсы учурлар болушу мүмкүн? Кайсылары болушу мүмкүн эмес?

8.4. 15-сүрөттө көрсөтүлгөн жыгач куб арааланганда K, P жана T чекиттерден өткөн кесилиш алынат. Толук кесилиш кандай фигурадан турат?

8.5. Кубду чий. Анын кырларында үч чекитти белгилегениңде, бул чекиттерден өткөн тегиздик кесилиште: а) үч бурчтукту; б) төрт бурчтукту; в) беш бурчтукту түзсүн.

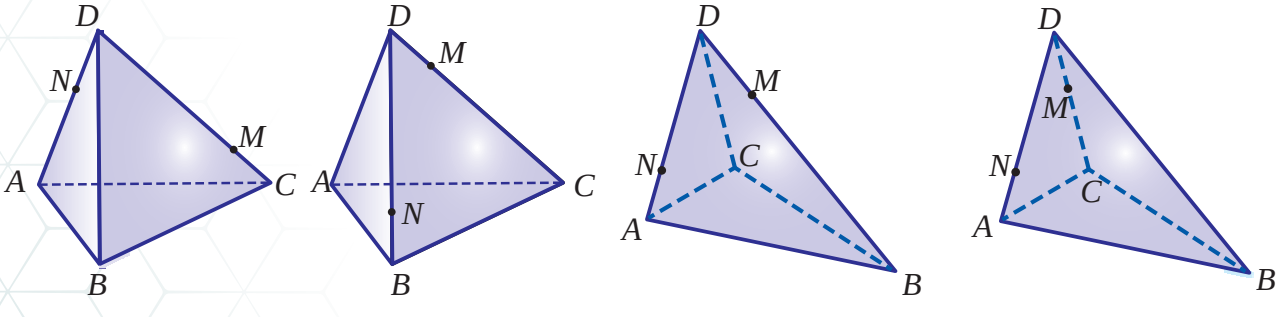


8.6. Төмөнкү алгоритмдин негизинде түзүүнү аткар жана түзүү жараянын түшүндүр.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ куб жана $M \in BB_1$ чекит берилген. C_1M түз сызык менен кубдун $ABCD$ гранынын кесилишүү чекитин табуу алгоритми*(16-сүрөт)*:
C_1M жана BC кесиндилерди улантып, алардын кесилишүү чекитин X менен белгилейбиз.
X – изделген чекит болот.

8.7. 17-сүрөттө көрсөтүлгөн $ABCD$ тетраэдрдин кырларында M жана N чекиттер белгиленген. MN түз сызыктын ABC тегиздик менен кесилишүү чекити кайсы түз сызыкта жатышын аныкта.

8.8. Төмөнкү алгоритмдин негизинде кубдун берилген чекиттерден өткөн кесилишин түз жана түшүндүр.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун A_1, $M \in D_1C_1$ жана $N \in DD_1$ чекиттеринен өткөн кесилишин түзүү алгоритми (*18-сүрөт*):

17



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

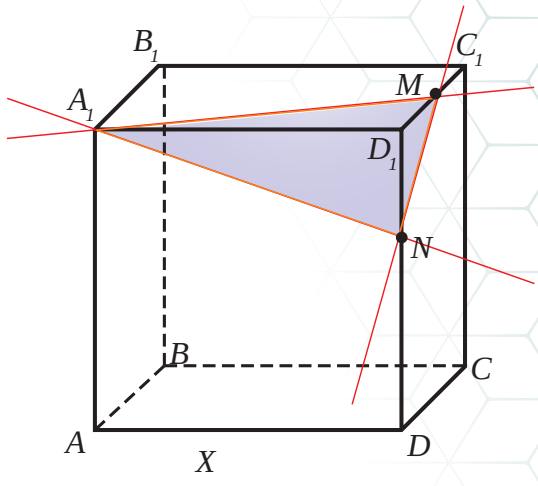
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1. A_1 чекитти M чекит менен туташтырабыз.
2. A_1 чекитти N чекит менен туташтырабыз.
3. M чекитти N чекит менен туташтырабыз.
4. A_1MN үч бурчтук изделип жаткан кесилиш болот.

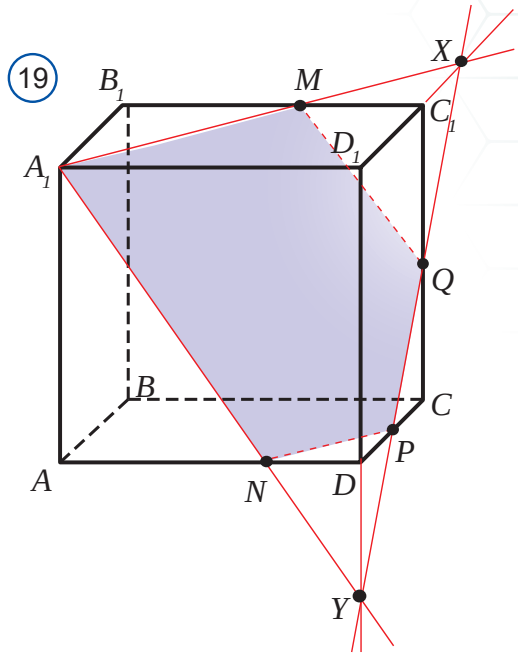
8.9. Төмөнкү алгоритмдин негизинде кубдун берилген чекиттерден өткөн кесилишин түз жана түзүү жараянын түшүндүр.

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун M, Q жана P чекиттерден өткөн кесилишин түзүүнүн алгоритми *(19-сүрөт)*:

1. A_1 жана M чекиттерден өткөн түз сызык жүргүзөбүз. A_1M жана D_1C_1 түз сызыктардын кесилишүү чекитин X менен белгилейбиз.
2. A_1 жана N чекиттерден түз сызык жүргүзөбүз. A_1N жана DD_1 түз сызыктардын кесилишүү чекитин Y менен белгилейбиз.
3. X чекитти Y чекит менен туташтырабыз. XY жана CC_1 түз сызыктардын кесилишүү чекитин Q менен белгилейбиз.
4. XY жана DC түз сызыктардын кесилишүү чекитин P менен белгилейбиз.
5. M жана Q чекиттерден өткөн түз сызыкты жүргүзөбүз. N жана P чекиттерден өткөн түз сызыкты жүргүзөбүз.
6. A_1MQPN беш бурчтук изделип жаткан кесилиш болот.



19

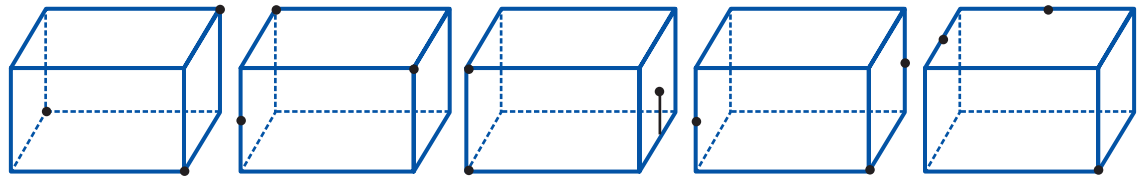


8.10. 20-сүрөттө көрсөтүлгөн тик бурчтуу параллелепипеддин берилген үч чекитинен өткөн кесилишин түз.

8.11. 21-сүрөттө көрсөтүлгөн пирамиданын берилген үч чекитинен өткөн кесилишин түз.

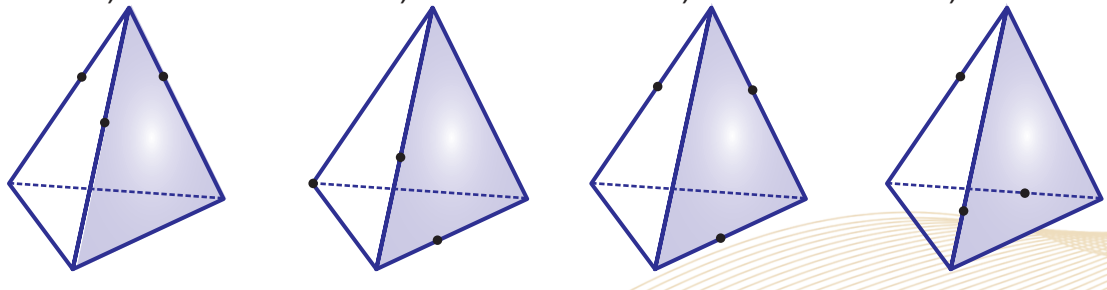
20

а) б) в) г) д)



21

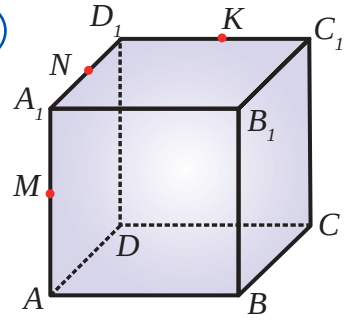
а) б) в) г)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

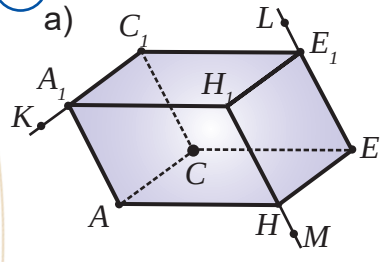
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22

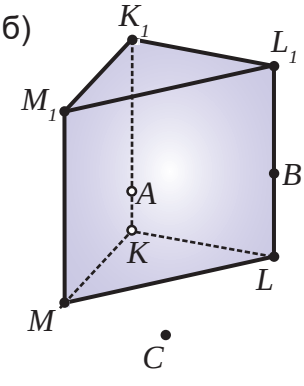


23

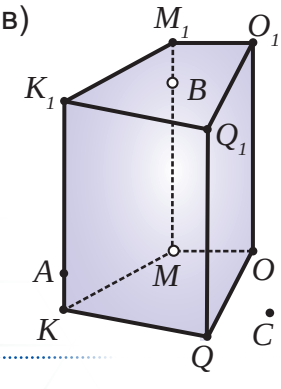
а)



б)



в)



8.12. Кубдун M, N жана K чекиттерден өткөн тегиздик менен кесилишин параллель көчүрүү усулу менен түз *(22-сүрөт)*.

8.13. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун AD жана CD кырларында M жана N чекиттер берилген. Кубду MNB_1 тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түз.

8.14. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубду чий жана AB, BC жана BB_1 кырларынын ортолору болгон M, N жана L чекиттерин белгиле. Соң: а) кубду MNL тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түз; б) MNL үч бурчтуктун туура экендигин далилде; в) кубдун граны 1 *см* болсо, MNL үч бурчтуктун аянтын тап.

8.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин кырлары AB = 6 *см*, AD = 6 *см* жана AA_1 = 8 *см*. Параллелепипеддин BC_1D тегиздик менен кесилиши тең капталдуу үч бурчтук экендигин далилде жана бул үч бурчтуктун бийиктигин тап.

8.16. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ призманы чий. Призманын AD, AA_1 жана DD_1 кырларынын ортолору болгон M, N жана L чекиттерден өткөн тегиздик менен кесилишин түз.

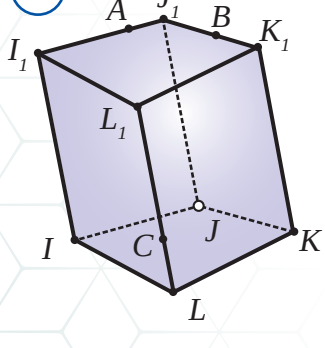
8.17. 23-сүрөттө берилген маалыматтардын негизинде: а) M, N жана L; б) A, B жана C; в) A, B жана C чекиттерден өткөн мейкиндиктеги фигуралардын тиешелүү кесилиштерин түз.

8.18. $IJKLI_1J_1K_1L_1$ призманын JI_1, J_1K_1 жана LL_1 кырларында жаткан A, B жана C чекиттер алынган *(24-сүрөт)*. Призманын ABC тегиздик менен кесилишин түз.

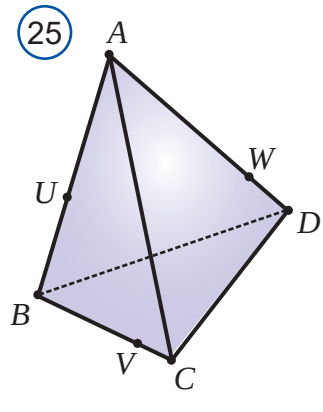
8.19. Берилген маалыматтардын негизинде 25-сүрөттөгү мейкиндиктеги фигуранын U, V жана W чекиттерден өткөн тегиздик менен кескенде алынган кесилишин түз.

8.20. Берилген маалыматтардын негизинде 26-сүрөттөгү мейкиндиктеги фигуранын A, B жана X чекиттерден өткөн тегиздик менен кескенде алынган кесилишин түз.

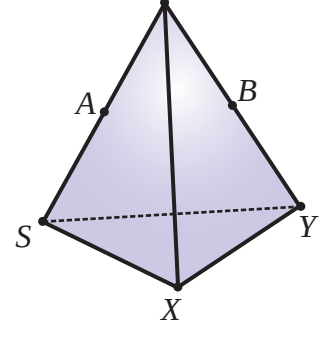
24



25



26



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra» жардам берет

Көп грандыктардын кесилиштерин түзүү

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун AB, CC_1 жана A_1D_1 кырларында тиешелүү түрдө E, F жана G чекиттер берилген. Кубду EFG тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түз.

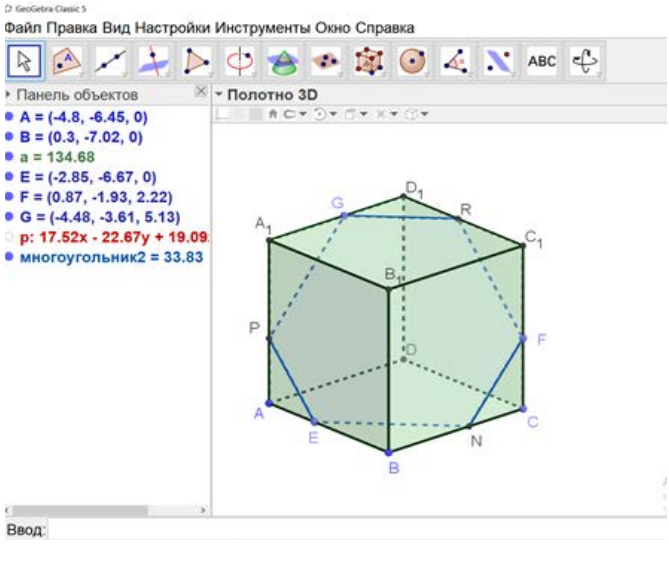
Түзүү:

- «GeoGebra»да жаңы терезени ач.
- «GeoGebra»нын интерфейсин «**Настройки**» – «**3D Графика**» көрүнүшүнө өткөр.

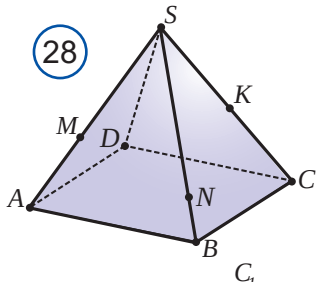
Кесилишти түзүүнүн баскычтары

1		**Куб**	Каалагандай куб түзүлөт.
2		**Точка в объекте**	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ куб жана анын AB, CC_1 жана A_1D_1 кырларында тиешелүү түрдө E, F жана G чекиттер белгиленет.
3		**Плоскость через 3 точки**	EFG чекиттерден өткөн тегиздик түзүлөт.
4		**Кривое пересечение**	Куб жана EFG чекиттерден өткөн тегиздиктин кесилиши алынат.
5		**Показывать объект**	Тегиздиктин керексиз бөлүгү жашырын абалга келтирилет.
6		**Перемещение**	E, F жана G чекиттерин жылдыруу аркылуу кубдун кесилиши туура аткарылгандыгы текшерилет (27-*сүрөт*).

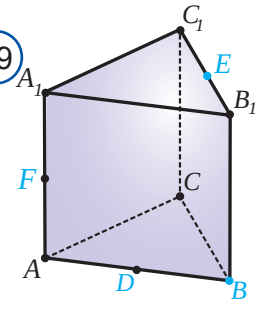
27



28



29



Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырмалар

1. Пирамиданын M, N жана K чекиттеринен өткөн тегиздик менен кескендеги кесилишти түз *(28-сүрөт)*.

2. Туура үч бурчтуу призманын берилген чекиттеринен өткөн кесилишти тап *(29-сүрөт)*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9 ДОЛБООР ИШИ БОЮНЧА МАШЫГУУ

Алгачкы геометриялык билимдер байыркы Египетте да 5 миң жылдан көбүрөөк убакыт мурда пайда болгон. Египеттиктер алардан пирамидаларды курууда гана эмес, Нилдин жээгиндеги эгин талааларын белгилөөдө да пайдаланышкан. Б. з. ч. 2 миңинчи жылдарда байыркы Египетте геометриянын туулушу жөнүндө байыркы грек окумуштуусу Геродот (б. з. ч. V к.) минтип жазган: «Египеттин фараону Сесострис жерди бөлүп, ар бир египеттикке чек боюнча тамарка ажыратып, ар бир тамаркадан тиешелүү тартипте салык жыйнаган. Нил дарыясы ташып, тамаркаларды суу алган. Жердин ээлери тамаркаларынын чек араларын калыбына келтирүү же салыкты азайтуу үчүн фараонга кайрылган. Өкүмдар тамарканын канчага азайганын аныктоо жана ошого карап салыктуу азайтуу үчүн өзүнүн өкүлдөрүн – жер ченөөчүлөрдү жиберген. Ошентип, Египетте жер ченөө жөнүндөгү илим–геометрия пайда болгон жана ал жерден Грецияга көчүп өткөн».

Окуу долбоору бул – илимди дагы да тереңирээк, жалпылаштырып үйрөнүүгө каратылган, билим берүү жараянына тажрыйбанын, иш жүзүндө машыгуунун негизинде мамиле жасоого мүмкүнчүлүк берген, изилдөө жүргүзүүнү талап кылган билим берүү жараянын уюштуруунун түрү эсептелет. Ошону менен бирге, долбоор иши бир предметтин чегинде да аткарылышы мүмкүн.

Окуучулар долбоор иши боюнча изденүүлөрдү жыл бою, адатта, сабактан тышкары, өз алдынча машыгууларда жүргүзүшөт.

Долбоор ишинин темалары *практикалык, теориялык* жана *изилдөө* мүнөзүндө болушу мүмкүн.

Практикалык долбоор ишинде предметтер боюнча өздөштүрүлгөн билим жана көнүккөндүктөр турмуштук жагдайдагы маселелерди (кейстерди) чечүүдө колдонулат. Белгилүү бир предмет же предметтер боюнча практикалык көнүккөндүк жана тажрыйбаларды өнүктүрүүнүн зарылчылыгы туулганда практикага багытталган долбоорлордон пайдалануу жакшы натыйжа берет. Өтө жөнөкөй учурларда мугалим окуучуларга предмет боюнча кошумча окуу материалын, тесттер жыйнагын, презентация, таркатма материалдарды же глоссарийди (терминдер сөздүгүн) түзүү, көргөзмөлүү окуу куралынын моделин жаратуу жана түзүү сыяктуу тапшырмаларды бериши мүмкүн. Мындай долбоорлор менен иштөө жараянында окуучуларда предмет боюнча билим, көнүккөндүк жана тажрыйба өнүгөт, ишкердик боюнча компоненттүүлүк пайда болот.

Теориялык долбоор ишинде предметтердин кандайдыр темасы тереңирээк үйрөнүлөт. Мындай долбоор ишинде берилген тема боюнча маалыматтар чогултулат, кайра иштелет, талдоого алынат, мүнөздөлөт, жалпылаштырылат, пайдалуу жана кошумча жазма окуу ресурсу иретинде сунушталат.

Изилдөө долбоорунун ишинде кандайдыр өзгөчө маселе же турмуштук маселени чечүүнүн үстүндө чакан илимий изденүү жүргүзүлөт. Окуучулардын талдоо, сын пикирлөө жөндөмүн өнүктүрүү, түшүнүүнүн логикалык усулдарын өздөштүрүү жана чоң көлөмдөгү маалыматтарды кайра иштөө максат кылып коюлса, изилдөө боюнча окуу долбоорунан пайдалануу максатка ылайыктуу. Бул окуу долбоорунун максатын долбоордун божомолун негиздөө түзөт. Максатка жетишүү үчүн тажрыйба-сыноо иштерин өткөрүү, алынган натыйжаларды талдоо, жалпылаштыруу, салыштыруу, өнүгүү мыйзам ченемдүүлүктөрүн аныктоо, мындан тышкары, жыйынтык чыгаруу, өз көз карашын негиздөө зарыл. Ошондойчо изилдөөчүлүк боюнча окуу долбоорунда негизги басым пикирлөө компоненттүүлүгүн өнүктүрүүгө жасалат.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Окуу долбоорунда негизги ойду окуучуларда чыгармачыл жөндөмдү өнүктүрүүгө багыттоо зарыл. Чыгармачыл долбоор окуучуларга өзүн көрсөтө алуу, каалагандай багытта өзүнүн чыгармачыл ишин жаратуу мүмкүнчүлүгүн берет. Ошондой эле, чыгармачыл долбоорлор окуучулардын топтогу ордун жогорулатууга, өзүн өзү баалоого мүмкүнчүлүк берүү аркылуу алардын чыгармачыл жөндөмдөрүн өнүктүрөт. Ар кандай чыгармачыл иш аны сунуштоону жана класс менен тыгыз байланышты талап кылат. Ошол себептүү чыгармачыл долбоорлор окуучуларда коммуникативдик компоненттүүлүктү өнүктүрүүгө чоң таасир көрсөтөт.

Долбоор ишинин темасы үстүндө окуучулар өз алдынча же 3-4 төн болуп иштеши мүмкүн. Иш окуу жылынын аягында өткөрүлүүчү коргоо (чакан конференция) менен аяктайт. Долбоор ишинин үстүндөгү иш жараяны төмөнкү окуу иштерин өзүндө камтышы мүмкүн:

- долбоор иши боюнча ишти пландаштыруу;
- тапшырмаларды өз ара бөлүштүрүп алуу;
- окуу максаттарын коюу;
- керектүү маалыматтарды издеп табуу;
- тема боюнча маселенин чечимин издөө;
- чечимдерден макулун тандоо жана аны негиздөө;
- зарыл учурларда суроо же тажрыйба өткөрүү;
- долбоор ишинин натыйжалары боюнча отчёт даярдоо;
- өзүнүн ишин иликтөө жана баалоо;
- долбоор ишин коргоо үчүн презентация даярдоо;
- долбоор ишин коргоо.

Машыгуу учурунда окуучуларга долбоор иши жөнүндө маалымат берилет. Долбоор ишинин темалары окуучулардын арасында бөлүштүрүлөт. Долбоор иштеринен бири үлгү иретинде көрсөтүлөт.

Долбоор ишинүн үлгүлүү темалары

(бул темалардан башка темалар да сунушталышы мүмкүн)

1. Евклиддин геометриясы.

2. Лобачевскийдин геометриясы.

3. Көп грандыктардын геометриясы.

4. Египет пирамидаларынын табышмактары.

5. Көп грандыктын бети.

6. Шаарымдын географиясы жана геометриясы.

7. Геометриялык мозаика.

8. Геометриялык парадокстор.

9. Мунаралардын архитектурасындагы геометриялык фигуралар.

10. Жолдорду долбоорлоодо жана кооздоодо геометриялык фигуралар.

Стереометрия же мейкиндиктеги геометрия геометриянын түрдүү мейкиндиктеги нерселердин формасын, өлчөмдөрүн жана касиеттерин үйрөнүүчү бөлүмү эсептелет. Ал грекче stereo – «нерсе» жана metrio – «ченөө» сөздөрүнөн алынган жана чыныгы мааниде «нерселерди ченөө» деген маанини билдирет. Стереометрия да планиметрия сыяктуу адамдын күндөлүк керектөөлөрү менен байланыштуу түрдө пайда болгон жана өнүккөн.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



Өтө байыркы жана белгилүү мектептерден бири – Пифагордун мектеби (б. з. ч. VI–V к.). Ал негиздөөчүсү Пифагордун аты менен аталган. Пифагорчулар өздөрүнүн философиялык теорияларында туура көп бурчтуктардан пайдаланышкан. Алардын фигуралары реалдуктун негиздерин чагылдырган. Байыркы изилдөөчүлөр от – тетраэдр, жер (топуроак) – куб, аба – октаэдр, суу – икосаэдр, буткүл мейкиндик – додекаэдр формасына ээ деп билишкен.

11. Байыркы орнамент жасоодо геометрия.

12. Сүрөт, айкел жана архитектуранын геометриясы.

13. Музейдеги сүрөттөрдө геометрия.

14. Орнаменттүү геометрия.

15. Үй жана имараттардын геометриясы жана архитектуралык көрүнүштөрү.

16. Чакмактарда геометрия.

17. Борбордук Азиянын архитектурасында геометрия.

18. Египет пирамидасынын математикалык өзгөчөлүктөрү.

19. Стереометриялык нерселер.

20. Табиятта симметрия.

21. Геометрия терминдеринин сөздүгү.

22. «Симметрия деген эмне?» окуу фильми.

23. «Көп грандыктардын кесилиши» темасындагы дидактикалык материал.

24. Геометриядан тесттер жыйнагы.

25. «Геометриялык күрөш» оюнунун сценарийсин түзүү.

26. Чен бирдиктери жөнүндө аңгеме-анимация.

27. «Геометриялык укмуштуу окуялар» сахна көрүнүшүнүн сценарийсин иштеп чыгуу.

28. Геометриялык маселелерди чыгаруу тренажёру.

29. Геометриялык калькулятор.

30. «Геометриялык фигуралар» мультимедиалуу тиркемеси.

31. Симметрия боюнча электрондук көргөзмөлүү курал.

32. «Геометрия» окуу-тест программасы.

33. Стереометрия боюнча электрондук колдонмо.

34. Геометриянын келип чыгышы, өнүгүшү жана адамзат тарабынан колдонулушу.

35. Физикада математика.

36. Химияда математика.

37. Биология менен медицинада математика.

38. Экологияда математика.

39. Географияда математика.

40. Экономикада математика.

41. Искусстводо математика.

42. «GeoGebra» программасынан стереометрия сабактарында пайдалануу.

43. Стереометрияны үйрөнүү үчүн пайдалуу электрондук ресурстар тизмеси.

44. Баалоо боюнча эл аралык изилдөөлөрдө стереометриялык маселелер.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

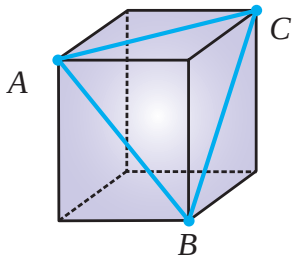
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10 ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО БОЮНЧА ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУЛАР

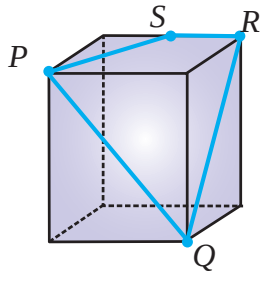
10.1. 1-сүрөттө көрсөтүлгөн сынык сызык жалпакпы же мейкиндиктегибиби?

1

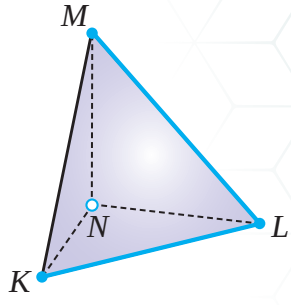
а)



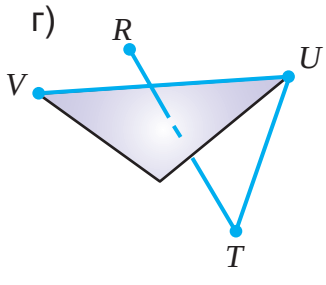
б)



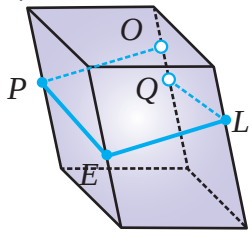
в)



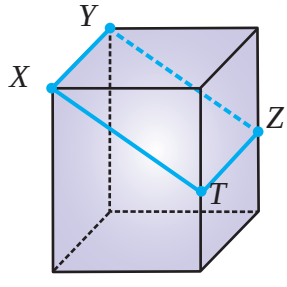
г)



д)



е)

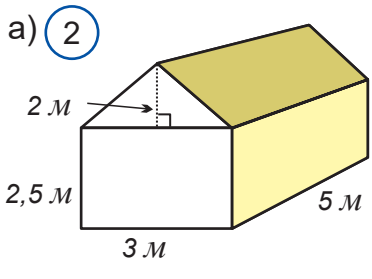


10.2. Туура төрт бурчтуу пирамиданын негизи 12 *см*, пирамиданын чокусун негиздин борбору менен туташтырган кесиндинин узундугу 16 *см*. Пирамиданын: а) каптал кырын жана апофемасын; б) каптал бетин; в) толук бетин тап.

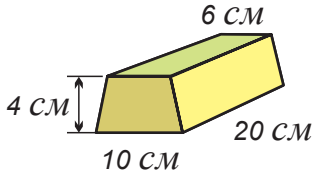
10.3*. $REFGH$ пирамиданын негизи жактары 10 *см* жана 18 *см* жана аянты 90 $см^2$ болгон $EFGH$ параллелограммдан турат. Пирамиданын чокусу – R ди негиздин диагоналдарынын кесилишүү чекити – O менен туташтырган кесиндинин узундугу 6 *см* жана ал ошол диагоналдарга перпендикулярдуу. Пирамиданын: а) каптал кырларын; б) каптал бетин; в) толук бетин тап.

10.4. 2-сүрөттө көрсөтүлгөн нерселердин толук бетин тап.

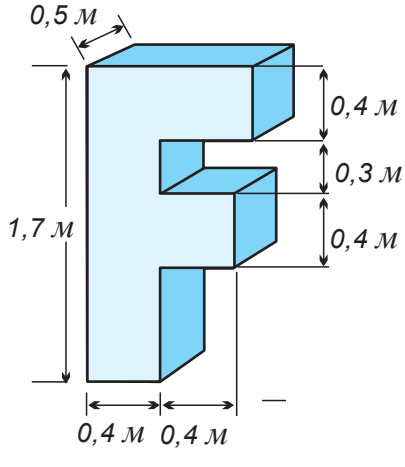
а) 2



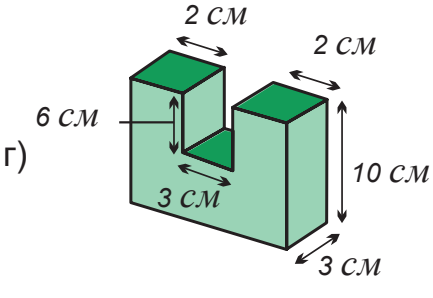
б)



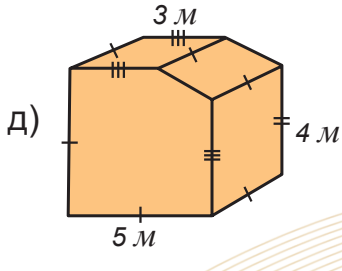
в)



г)



д)

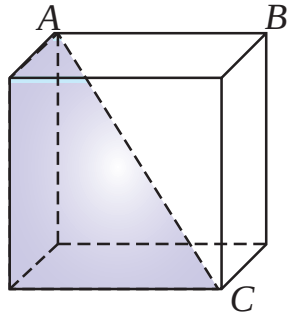


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

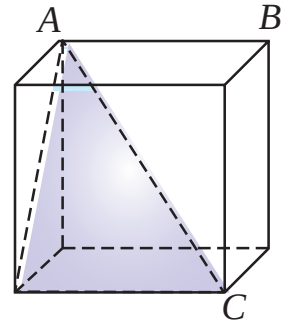
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10.5. Кубду тегиздик менен кескенде, кесилиште 3-сүрөттө көрсөтүлгөн кайсы учурлар болушу мүмкүн? Кайсылары болушу мүмкүн эмес?

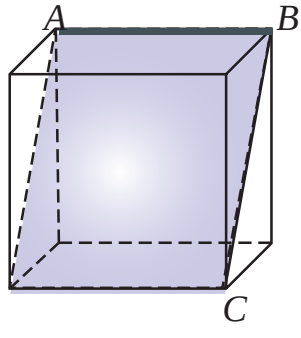
3 *а*)



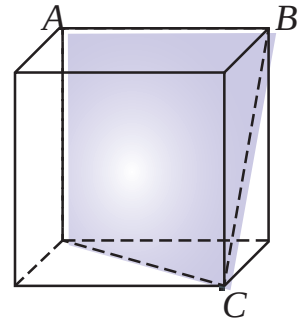
б)



в)

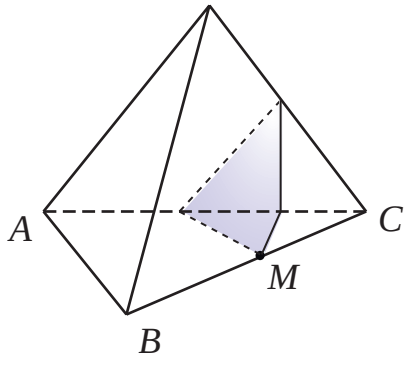


г)

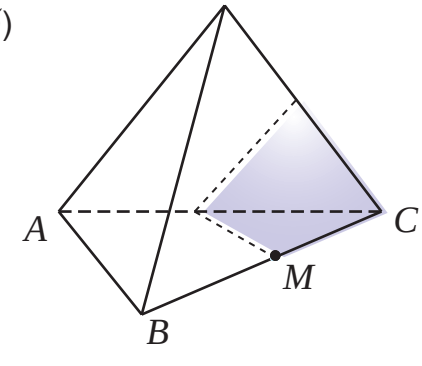


10.6. Кайсы сүрөттө M чекитинен өткөн жана тетраэдрдин SAB гранына параллель болгон кесилиш көрсөтүлгөн?

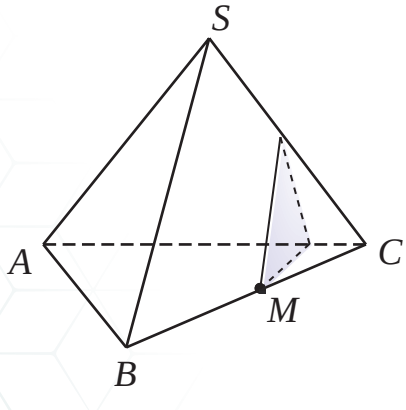
4 *а*)



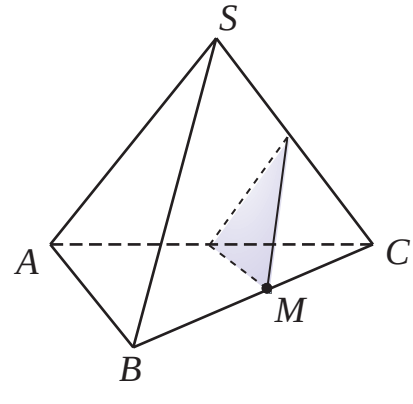
б)



в)



г)



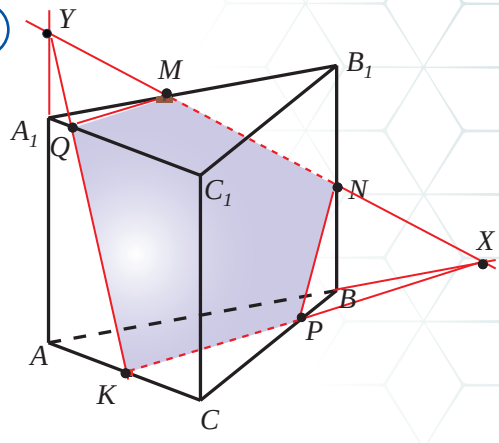
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10.7. Төмөнкү алгоритмдин негизинде призманын берилген чекиттерден өткөн кесилишин түз, түзүү жараянын түшүндүр.
$ABCA_1B_1C_1$ призманын M, N, P жана Q чекиттеринен өткөн кесилишин түзүүнүн алгоритми:

1. $M \leftrightarrow N$, $MN \cap AB = X$
2. $X \leftrightarrow K$, $XK \cap BC = P$
3. $MN \cap AA_1 = Y$
4. $Y \leftrightarrow K$, $YK \cap A_1C_1 = Q$
5. $P \leftrightarrow N$, $Q \leftrightarrow M$
6. $MNKPQ$ изделип жаткан кесилиш болот.

5

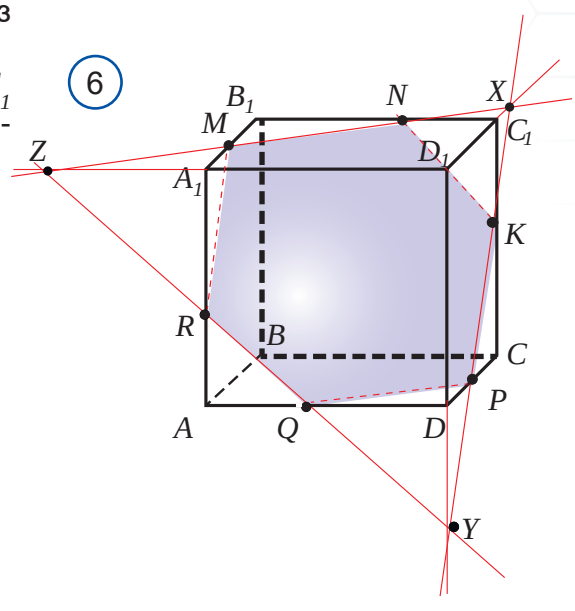


Бул жерде $M \leftrightarrow N$ белгилөө – M жана N чекиттерден өткөн түз сызыкты жүргүзөбүз, ал эми $MN \cap AB = X$ белгилөө MN жана AB түз сызыктардын кесилишүү чекитин X менен белгилейбиз деген маанини билдирет.

10.8. Төмөнкү алгоритмдин негизинде кубдун берилген чекиттерден өткөн кесилишин түз жана түзүү жараянын түшүндүр.
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун $M \in A_1B_1$, $N \in B_1C_1$ жана $K \in CC_1$ чекиттеринен өткөн кесилишин түзүүнүн алгоритми:

1. $M \leftrightarrow N$;
2. $MN \cap D_1C_1 = X$;
3. $N \leftrightarrow K$, $X \leftrightarrow K$;
4. $XK \cap DC = P$;
5. $KP \cap DD_1 = Y$;
6. $MN \cap A_1D_1 = Z$;
7. $Y \leftrightarrow Z$
8. $YZ \cap AD = Q$;
9. $YZ \cap AA_1 = R$;
10. $Q \leftrightarrow P$, $R \leftrightarrow M$;
11. $MNKPQR$ – изделип жаткан кесилиш.

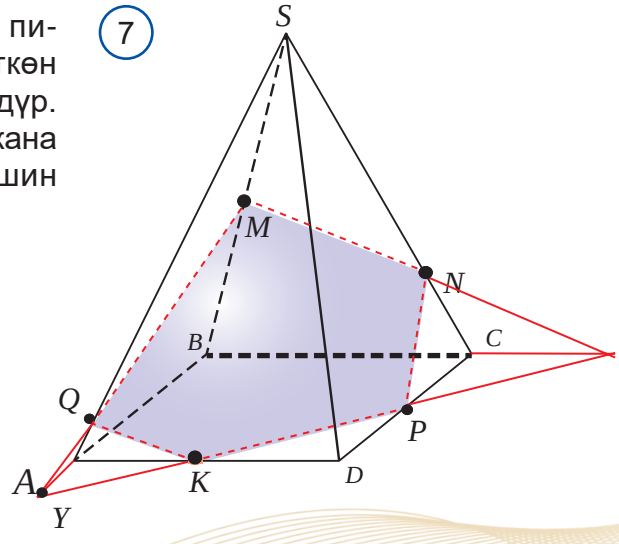
6



10.9. Төмөнкү алгоритмдин негизинде пирамиданын берилген чекиттерден өткөн кесилишин түз, түзүү жараянын түшүндүр.
$SABCD$ пирамиданын $M \in SB$, $N \in SC$ жана $K \in AD$ чекиттеринен өткөн кесилишин түзүүнүн алгоритми:

1. $M \leftrightarrow N$
2. $MN \cap BC = X$
3. $X \leftrightarrow K$
4. $XK \cap DC = P$
5. $XK \cap AB = Y$
6. $Y \leftrightarrow M$
8. $YM \cap SA = Q$
9. $P \leftrightarrow N$, $K \leftrightarrow Q$
10. $MNPKQ$ – изделип жаткан кесилиш.

7

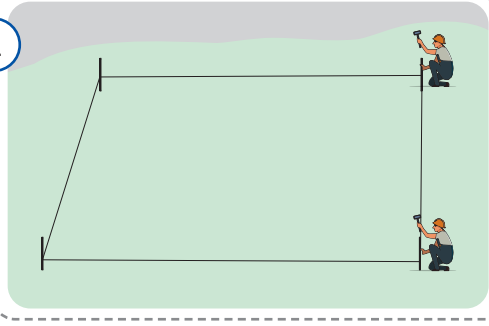


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Колдонуулар жана компетенцияларды калыптандыруу

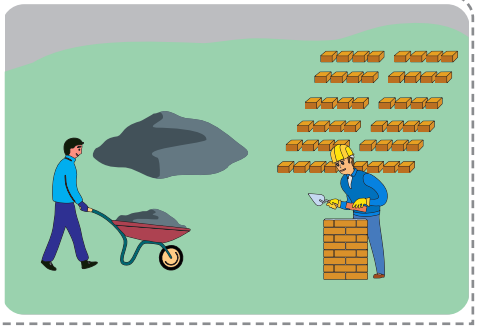
1



1. Эмне себептен кандайдыр имарат үчүн ор (чуңкур) казуудан мурда белгилөө иштери катуу тартылган жиптин жардамында аткарылат?*(1-сүрөт)*

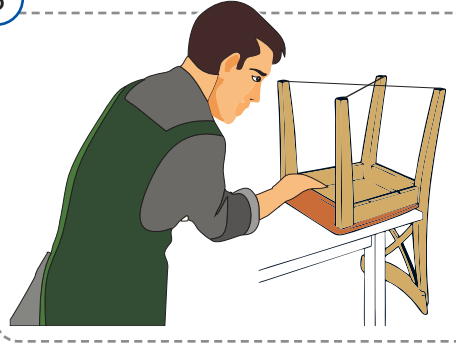
Жообу: *эки тегиздиктин кесилиши түз сызыктан турат.*

2



2. Кыш куюу жараянында калыпка ылай салынып, жыгачтын тегиз бөлүгү калыптын үстүндө жүргүзүлөт жана ылайдын ашыкча бөлүгү сыдырып алынат. Мында эмне себептен кыштын бети тегиз чыгат? *(2-сүрөт)*

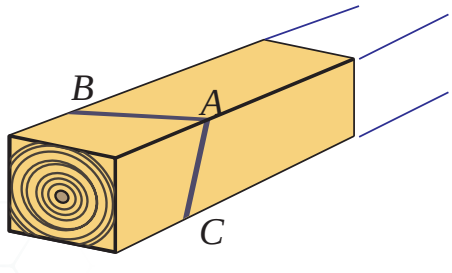
3



3. Жасалган стулдун буттары бир тегиздикте жатканын текшерүү үчүн жыгач усталар стулдун карама-каршы буттарына жип тартып текшеришет. Ушул усулду колдонуп көр жана ал эмнеге негизделгенин айт. *(3-сүрөт)*

Жообу: *эки кесишүүчү сызык жалгыз тегиздикти аныктайт.*

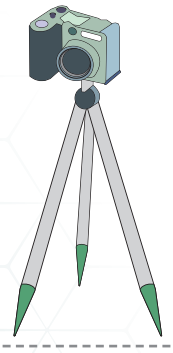
4



4. Бир бөлүк тактайды араалап жатып, жыгач устасы араалоо бетинин тегиз болушуна кандай жетишет? *(4-сүрөт)*

Жообу: *тактайдын эки жандаш гранларына AB жана AC кесиндилерди чиет жана аралары мүмкүнчүлүгү болушунча ошол кесиндилерден өткөндөй түрдө коюп араалайт. Натыйжада эки кесишүүчү түз сызыктан өткөн тегиздик жалгыз болгондуктан, араалоонун бети тегиз чыгат.*

5



5. Фотоаппаратты орнотуу үчүн негиз эмне себептен үч буттуу кылып жасалат? *(5-сүрөт)*

Жообу: *бир түз сызыкта жатпаган үч чекиттен бир гана тегиздик өтөт.*

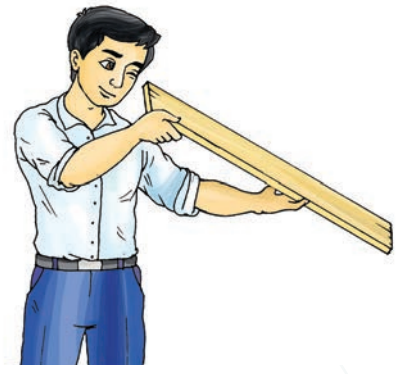
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

6. Жыгач устасы иштетилген тактай бетинин тегиздигин кантип текшерет? Бул усул эмнеге негизделген? *(6-сүрөт)*

Жообу: *эгерде түз сызыктын эки чекити тегиздикте жатса, анын өзү да бүтүн бойдон ошол тегиздикте жатат.*

6



7. Эмне себептен үч буттуу мотоцикл эки буттуусуна караганда кыйла туруктуу келет? *(7-сүрөт)*

Жообу: *бир түз сызыкта жатпаган үч чекиттен бир гана тегиздик өтөт.*

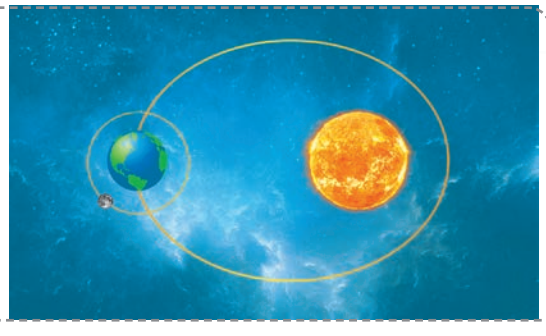
7





8. Күн, Жер жана Айдын борборлору бир тегиздикте жатышы мүмкүнбү? Бир түз сызыктачы? Качан? *(8-сүрөт)*

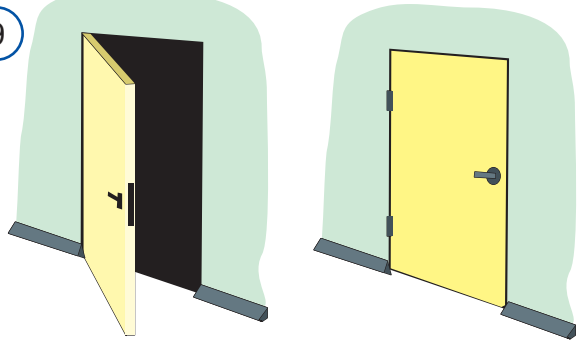
8



9. Эмне үчүн ачылган эшик өтмө шамалда өз алдынча аракеттене алат? Эмне себептен мындай жагдай жабылган эшикте байкалбайт? *(9-сүрөт)*

Жообу: *түз сызык менен анда жатпаган чекиттен бир гана тегиздик өткөрүүгө болот.*

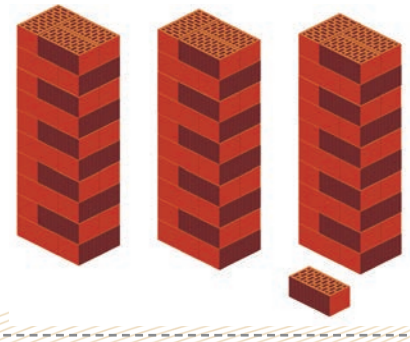
9



10. Кесилүү жагы 7 $дм$ болгон квадраттан турган, бийиктиги 4 $м$ лүү 18 устунду тургузуу үчүн канча кыш керек болот? (Кыштын өлчөмдөрү: 1 : 1,5 : 3 $дм$. Тургузуу жараянында 5% кыш чыгаша болот). *(10-сүрөт)*

Жообу: *5760 даана.*

10

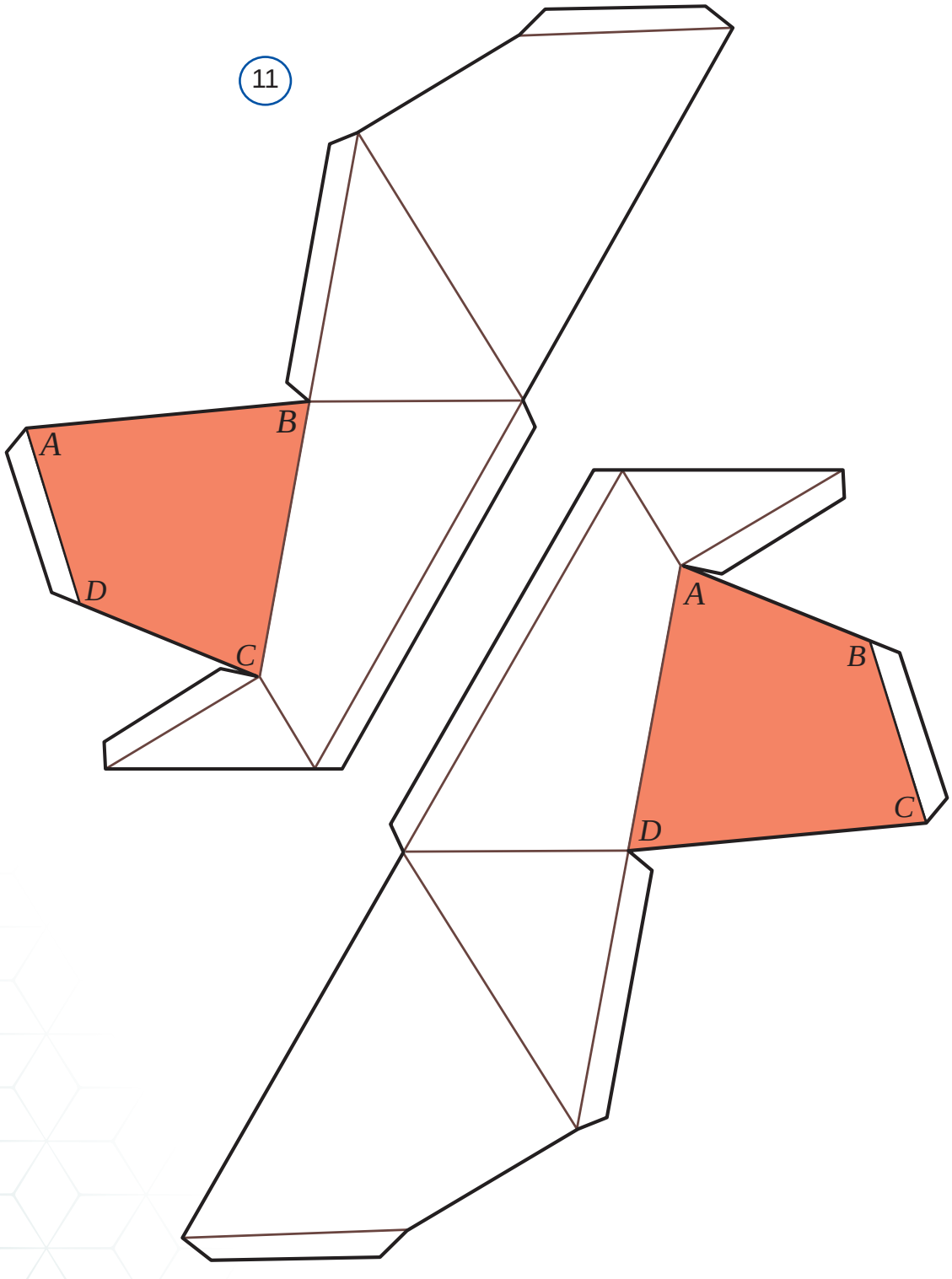


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Иш жүзүндө машыгуу

1. 11-сүрөттө берилген жайылмаларды калың кагазга чийип ал. Аларды кайчы менен кыркып ал жана тиешелүү сызыктар боюнча бүктөп, андан кийин чапта. Натыйжада тетраэдрдин кандайдыр тегиздик менен кескендеги эки бөлүгүнүн модели алынат. Аларды бириктирип, $ABCD$ кесилиштүү бүтүн тетраэдрди түз.



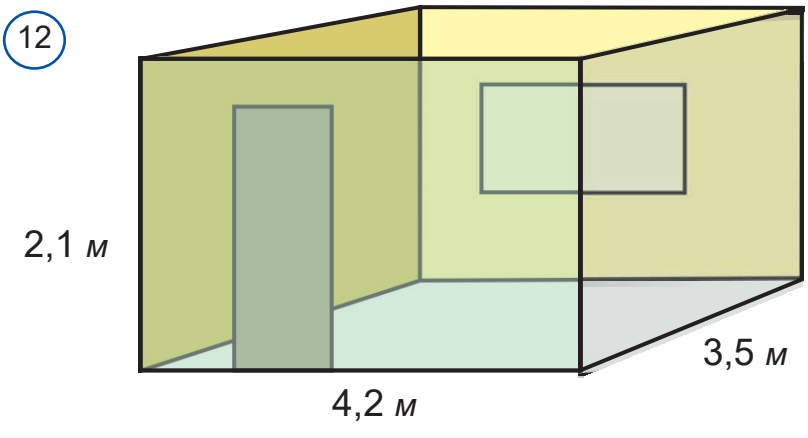
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2. 12-сүрөттө көрсөтүлгөн бөлмөнү ремонттоо керек. Бөлмөдө өлчөмдөрү 0,8 *м* жана 2,2 *м* болгон эшик жана өлчөмдөрү 183 *см* жана 91 *см* болгон терезе бар. Эшиктин эки жагы тең боёлууга тийиш. Жадыбалда эки түрдүү боёктун нарктары берилген. Маалыматтардан пайдаланып, үнөмдүү ремонттоо үчүн канча каражат керектигин эсепте.

Боёктун түрү	**Көлөмү**	**Боёлуучу аянт**	**Наркы** *(сумда)*
Дубал үчүн	*4 л*	*16 м²*	*32450*
	2 л	*8 м²*	*20800*
Эшик үчүн	*2 л*	*10 м²*	*23600*
	1 л	*5 м²*	*15400*

12



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

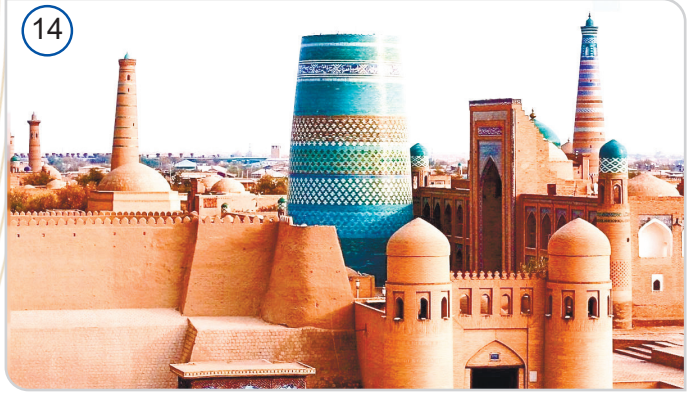
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13



Ири үй жана имараттарды курган ата-бабаларыбыз чоң геометриялык билим жана тажрыйбага ээ болгон. Муну бир гана Самарканд шаарындагы Регистан аянтында курулган тарыхый эстеликтерден да билип алууга болот (13-сүрөт).

14



Хива шаарындагы Ичанкалаа компексинин сүрөтүндө (14-сүрөт) кандай геометриялык фигураларды көрүп турасың?

15



«Тажмахал» – Индиянын Агра шаарында бабурий өкүмдар Шахжахан курдурган байыркы эстелик (15-сүрөт). Аны курган усталар геометриядан толук билимге ээ болушканы айдан ачык.

16



Сидней шаарынын опера театры (16-сүрөт) – Австралиядагы заманбап архитектуранын үлгүсү. Өзүнүн укмуштуу геометриялык көрүнүшү менен кишини өзүнө тартат.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17



18



Кооз геометриялык пикирдин ээси, иракты белгилүү архитектор аял – Заха Хадиддин долбоорунун негизинде Кытайдын борбору Пекин шаарында тургузулган «Galaxy Soho» эс алуу комплексинин ажайып көрүнүшүнө таң калбастыкка арга жок (17-сүрөт).

Борбор калаабыздагы «Tashkent city» комплексинин долбоору да кишини таң калтырат. Мындай ажайып имараттарды тургузууда инженер-куруучуларга кандай деңгээлдеги геометриялык билимдер керек болушун элестетип көр (18–19-сүрөттөр).

19

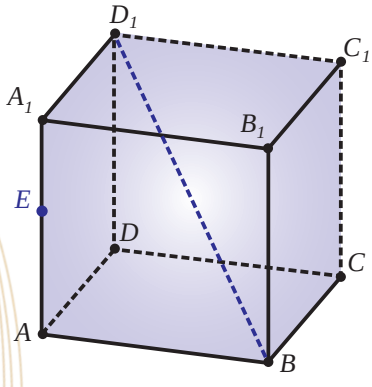


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra» жардам берет

Көп грандыктардын кесилиштерин түзүү

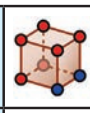


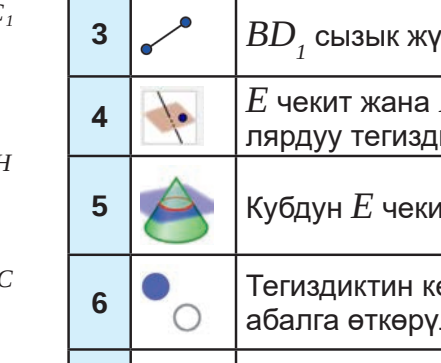
Кубдун берилген E чекитинен өткөн жана BD_1 сызыгына перпендикулярдуу кесилишти түз.

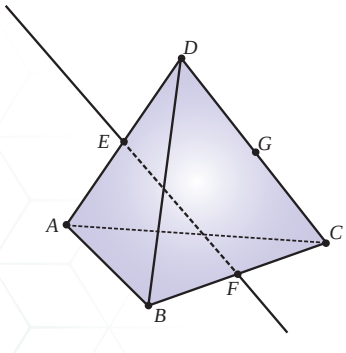
Түзүү:

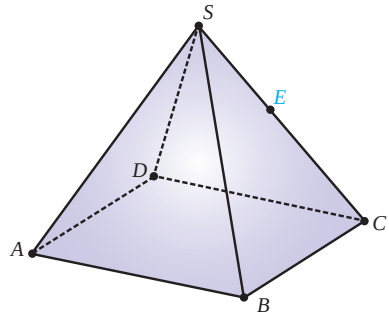
- «GeoGebra»да жаңы терезе ач.
- «GeoGebra» интерфейсин «**Настройки**»– «**3D Графика**» көрүнүшүнө өткөр.

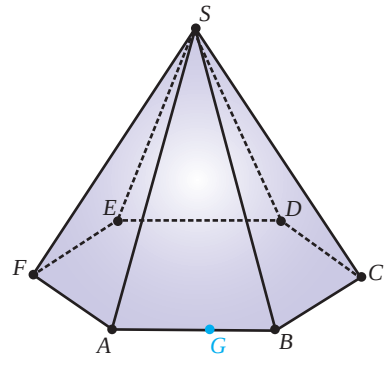
Кесилишти түзүүнүн баскычтары

1		Каалагандай куб түзүлөт.
2		Кубдун AA_1 кырында E чекит белгиленет.
3		BD_1 сызык жүргүзүлөт.
4		E чекит жана BD_1 сызыгынан перпендикулярдуу тегиздик жүргүзүлөт.
5		Кубдун E чекитинен өткөн кесилиш алынат.
6		Тегиздиктин керексиз бөлүгү жашырын абалга өткөрүлөт.
7		E чекитин жылдыруу аркылуу кесилиштин туура аткарылгандыгы текшерилет.





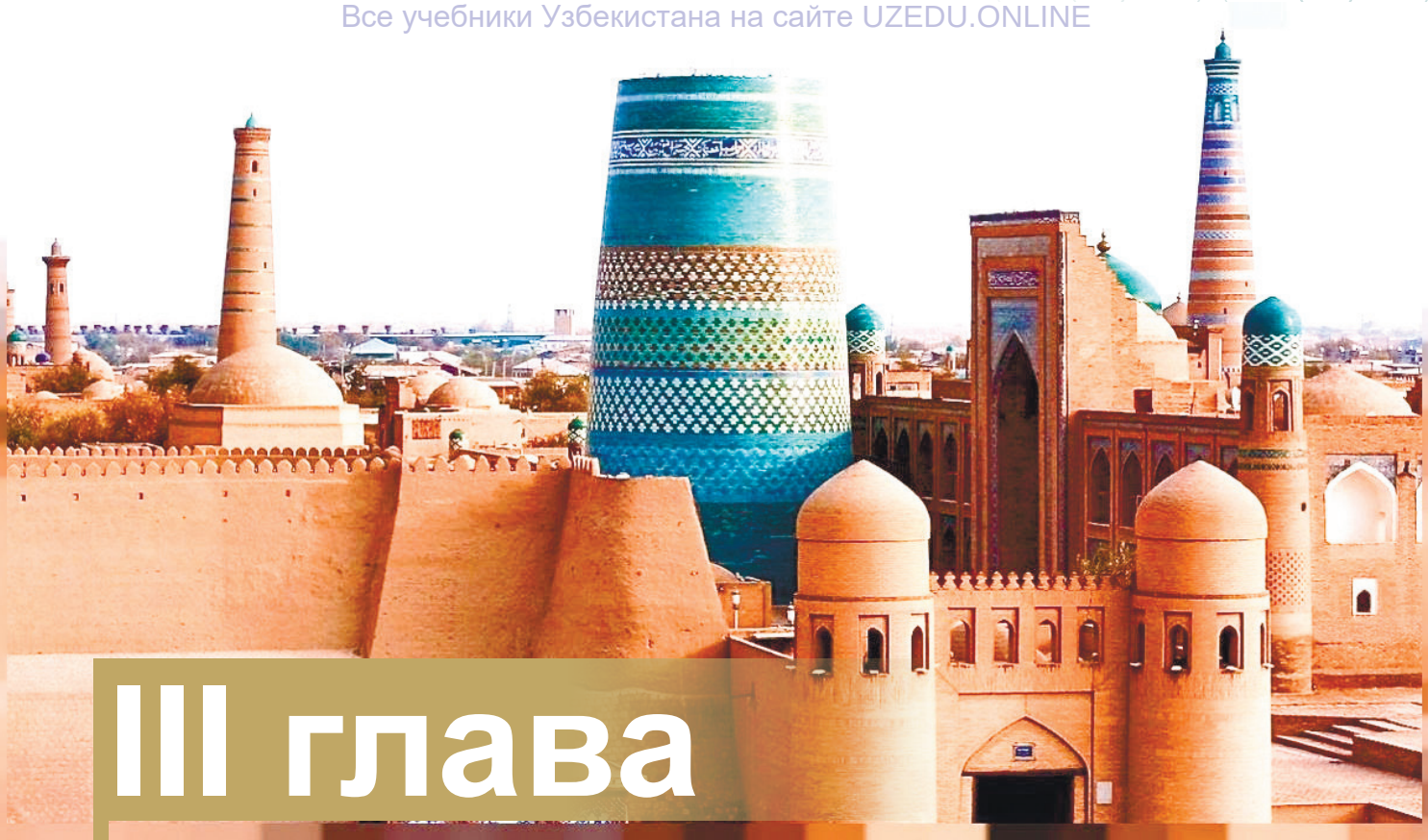




1. $ABCD$ туура тетраэдрдин CD кырынын G ортосунан жана EF перпендикулярдуу сызыктан өткөн тегиздиктин кесилиши кандай фигура болушун аныкта. Бул жерде E, F чекиттер – AD жана BC кырлардын ортосу.
2. Туура төрт бурчтуу пирамиданын SC кырындагы E чекитинен өткөн жана ошол кырына перпендикулярдуу тегиздиктин кесилишин чий.
3. Туура алты бурчтуу пирамиданын берилген G чекитинен өткөн жана SAF тегиздигине параллель тегиздиктин кесилишин чий.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



III глава

МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫК МЕНЕН ТЕГИЗДИКТЕРДИН ПАРАЛЛЕЛДИГИ

Главаны үйрөнүүнүн натыйжасында төмөнкү билим жана көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

- мейкиндикте параллель түз сызыктарды элестетүү;
- параллель түз сызыктардын касиеттерин билүү, аларды далилдөөдө жана маселелерди чыгарууда колдоо;
- параллелепипеддин касиеттерин билүү жана аларды маселелер чыгарууда колдоо;
- кайчылаш түз сызыктарды элестетүү;
- түз сызыктардын кайчылаштык белгисин билүү жана аны маселелер чыгарууда колдоо;
- мейкиндикте түз сызыктардын ортосундагы бурчту аныктоо;
- кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурчту аныктоо;
- перпендикулярдуу түз сызыктарды элестетүү;
- тегиздикке параллель түз сызыктын аныктамасын билүү;
- тегиздикке параллель түз сызыктардын касиеттерин билүү жана аларды колдой алуу;
- параллель жана кесишүүчү тегиздиктердин аныктамасын билүү;
- эки тегиздиктин параллелдик белгисин билүү жана андан пайдалануу;
- параллель тегиздиктердин касиеттерин билүү, аларды колдой алуу;
- параллель проекциянын касиеттерин билүү жана аларды колдой алуу;
- үйрөнүлгөн түшүнүктөр, фактылар жана методдорду тааныш эмес же турмуштук жагдайларда колдой алуу.

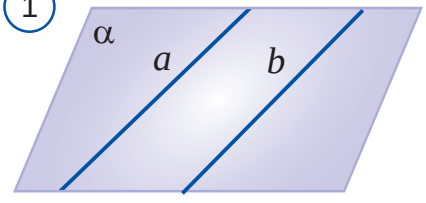
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11 МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫКТАРДЫН ӨЗ АРА ЖАЙЛАШУУСУ

Мейкиндикте параллель түз сызыктар

1



Мейкиндикте бир тегиздикте жатып, өз ара кесишпеген түз сызыктар *параллель түз сызыктар* деп аталат *(1-сүрөт)*.

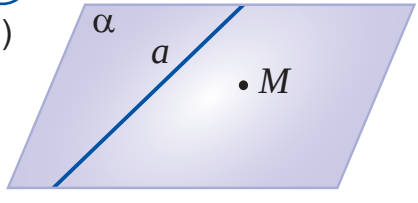
a жана b түз сызыктардын параллелдиги $a \parallel b$ түрүндө жазылат.

Тегиздикте берилген чекит аркылуу берилген түз сызыкка жеке параллель түз сызык өткөрүүгө болот. Мындай касиет мейкиндикте да орундуу болот.

3.1-теорема. Мейкиндикте берилген түз сызыкта жатпаган чекиттен ошол түз сызыкка жеке параллель түз сызык өткөрүүгө болот.

2

а)

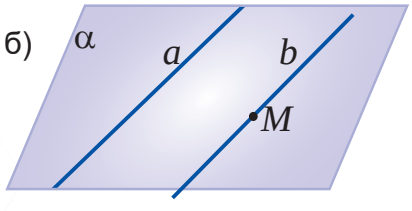


Далилдөө. a – берилген түз сызык жана M ошол түз сызыкта жатпаган чекит болсун *(2а-сүрөт)*. 34-беттеги 1-натыйжа боюнча, a берилген түз сызык жана анда жатпаган M чекит аркылуу жеке α тегиздигин өткөрүүгө болот.

Ал эми α тегиздикте M чекит аркылуу a – берилген түз сызыкка параллель жеке b – түз сызыгын өткөрүүгө болот *(2б-сүрөт)*.

Дал ушул b түз сызык изделген жеке параллель түз сызык болот.

б)



Тегиздикте эки параллель түз сызыктардан бири үчүнчү түз сызыкты кесип өтсө, алардын экинчиси да ошол түз сызыкты кесип өтөт. Ушуга окшош касиет мейкиндикте да орундуу болот.

3.2-теорема. Мейкиндикте эки параллель түз сызыктардан бири тегиздикти кесип өтсө, алардын экинчиси да ошол тегиздикти кесип өтөт.

Далилдөө. b жана c параллель түз сызыктар берилген болуп, алардын бири – b түз сызык β тегиздикти M чекитте кесип өтсүн *(3-сүрөт)*.

b жана c түз сызыктар параллель болгондуктан, алар бир тегиздикте жатат. Бул γ тегиздик болсун.

β жана γ тегиздиктер үчүн M – жалпы чекит. Анда S_3 аксиома боюнча, бул тегиздиктер бир l түз сызык боюнча кесилишет. Бул түз сызык γ тегиздикте жатат жана b түз сызыкты M чекитте кесип өтөт. Ошондуктан бул түз сызык b түз сызыкка параллель c түз сызыкты да N чекитте кесип өтөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

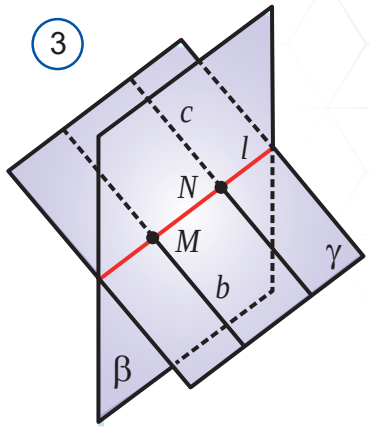
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

l түз сызык β тегиздикте да жаткандыктан, N чекит β тегиздикке да тиешелүү болот. Демек, N чекит – β жана γ тегиздиктер үчүн жалпы чекит.

Эми c түз сызыктын β тегиздик менен башка жалпы чекити жоктугун көрсөтөбүз.

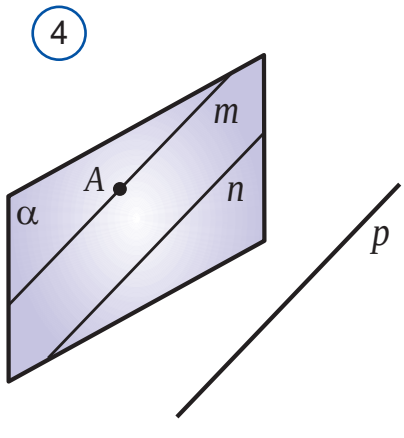
Тескерисин элестетебиз. Алсак, c түз сызыктын β тегиздик менен дагы башка – K жалпы чекити болсун. Анда S_2 аксиома боюнча, c түз сызык β тегиздикте жатат. Анда c түз сызык β жана γ тегиздиктер үчүн жалпы болот. Бирок l түз сызык эле. Мындан c түз сызыктын l түз сызык менен үстү-үстүнөн түшүшү келип чыгат. Ал эми мындай болушу мүмкүн эмес. Анткени b түз сызык c түз сызыкка параллель жана l түз сызыкты кесип өтөт. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

Планиметриядан сага белгилүү болгондой, эки түз сызыктын ар бири үчүнчү түз сызыкка параллель болсо, алар өз ара параллель болот. Бул касиет мейкиндикте да орундуу болуп, ага түз сызыктардын *параллелдик белгиси* деп айтылат.



3.3-теорема. Үчүнчү түз сызыкка параллель эки түз сызык өз ара параллель.

Далилдөө. Алсак, m жана n түз сызыктар p түз сызыкка параллель болсун *(4-сүрөт)*. m жана n түз сызыктардын бир тегиздикте жатышын жана өз ара кесилишпестигин, башкача айтканда параллель экендигин көрсөтөбүз.



m түз сызыкта A чекитин алабыз жана бул чекит жана n түз сызык аркылуу α тегиздигин жүргүзөбүз. m түз сызыктын α тегиздикте жатышын далилдейбиз.

Дейлик, мындай болбосун. m түз сызык α тегиздик менен жалпы чекитке ээ болгондуктан, тегиздикти кесип өтөт. Анда 3.2-теорема боюнча, бул тегиздикти m түз сызыкка параллель болгон p түз сызык да, p түз сызыкка параллель болгон n түз сызык да кесип өтөт. Бирок мындай болушу мүмкүн эмес, анткени n түз сызык α тегиздикте жатат.

Демек, m жана n түз сызыктар α тегиздикте жатат.

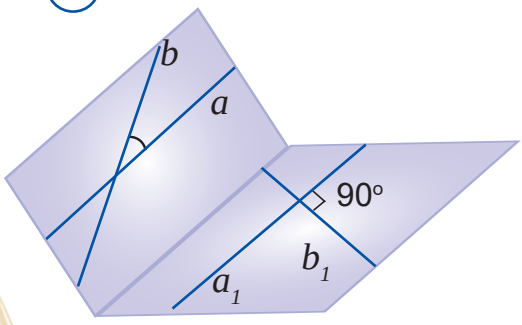
Эми бул түз сызыктардын кесилишпестигин далилдейбиз.

Кайра тескерисин элестетебиз. m жана n түз сызыктар кандайдыр B чекитте кесилишсин. Анда B чекит аркылуу p түз сызыкка параллель эки – m жана n түз сызыктар жүрөт. Ал эми 3.1-теорема боюнча мындай болушу мүмкүн эмес.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



Бир түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер (шоолалар) өз ара *параллель кесиндилер (шоолалар)* деп аталат.

Эки түз сызыктын кесилишинен алынган жандаш бурчтардын кичигине *эки түз сызыктын ортосундагы бурч* дейилет *(5-сүрөт)*.

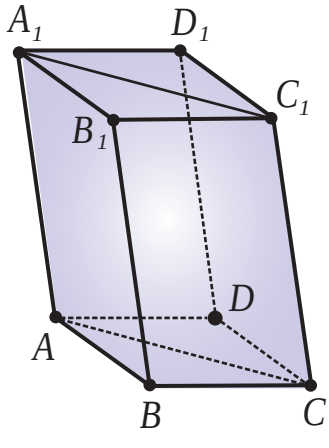
Ортосундагы бурч 90° ка барабар түз сызыктар *перпендикулярдуу түз сызыктар* деп аталат.

Параллель түз сызыктардын ортосундагы бурч 0 гө барабар деп эсептелет.

Эми параллелепипеддин төмөнкү касиеттерин далилдейбиз. Ал үчүн II бөлүмдө берилген параллелепипеддин жана анын элементтеринин аныктамасын эске алууга туура келет.

Параллелепипеддин касиеттери

6



Касиет 1. ***$ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипедде негиздин диагоналдары менен каптал кырларынан түзүлгөн ACC_1A_1 төрт бурчтук параллелограммдан турат*** *(6-сүрөт)*.

Далилдөө. Чындыгында да, параллелепипеддин ABB_1A_1 жана BCC_1B_1 грандарынын аныктамасы боюнча, параллелограммдан турат.

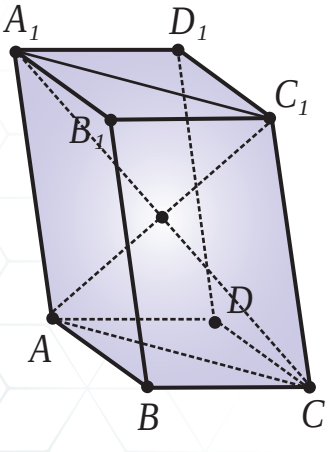
Бул параллелограммдардын карама-каршы жактары өз ара барабар болот.

Ошондой эле, $AB = A_1B_1$ жана $BC = B_1C_1$.

Параллелепипеддин аныктамасы боюнча, $AA_1 \parallel BB_1$ жана $BB_1 \parallel CC_1$. Анда 3.3-теорема боюнча, $AA_1 \parallel CC_1$ жана $AA_1 = CC_1$ болот.

Демек, AC_1CA_1 төрт бурчтук – параллелограмм.

7



Касиет 2. ***$ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеддин карама-каршы грандары өз ара барабар*** *(6-сүрөт)*.

Далилдөө. Жогорудагы касиет боюнча, AC_1CA_1 – параллелограмм жана $AC = A_1C_1$.

Анда ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктар үч жак боюнча барабар болуп, ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтар да өз ара барабар. Натыйжада $ABCD$ жана $A_1B_1C_1D_1$ параллелограммдар да өз ара барабар болот.

Башка карама-каршы грандардын барабардыгы да ушунтип далилденет.

Касиет 3. Параллелепипеддин бардык диагоналдары бир чекитте кесилишет жана ошол чекитте тең экиге бөлүнөт *(7-сүрөт)*.

Далилдөө. 1-касиет боюнча, ACC_1A_1 – параллелограмм. Анда бул параллелограммдын диагоналдары A_1C жана AC_1 бир чекиттерде кесилишет жана кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

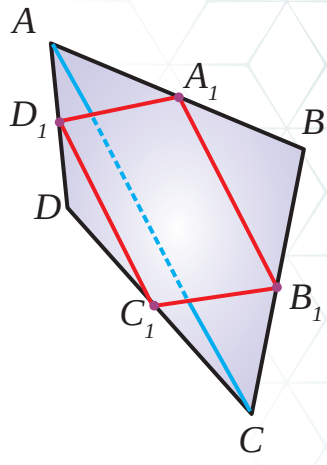
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Калган диагоналдардын кесилиши жана ошол чекитте тең экиге бөлүнүшү ушуга окшош далилденет.

Маселе. Чокулары бир тегиздикте жатпаган мейкиндиктеги төрт бурчтуктун жактарынын ортолору параллелограммдын чокулары болушун далилде.

Далилдөө. $ABCD$ – мейкиндиктеги төрт бурчтук жана A_1, B_1, C_1 жана D_1 төрт бурчтуктун жактарынын ортолору болсун *(8-сүрөт)*. Анда A_1B_1 кесинди – ABC үч бурчтуктун AC жагына параллель орто сызыгы, ал эми C_1D_1 болсо ACD үч бурчтугунун AC жагына параллель орто сызыгы болот.

8



3.3-теорема боюнча, A_1B_1 жана C_1D_1 түз сызыктар параллель болот. Демек, алар бир тегиздикте жатат.

A_1D_1 жана B_1C_1 түз сызыктардын параллелдиги да куду ушундай далилденет.

Ошентип, $A_1B_1C_1D_1$ төрт бурчтук бир тегиздикте жатат жана анын карама-каршы жактары параллель.

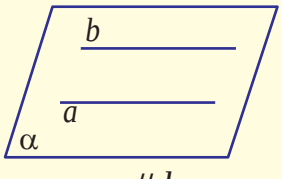
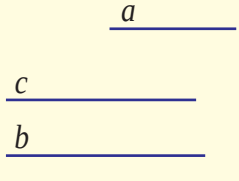
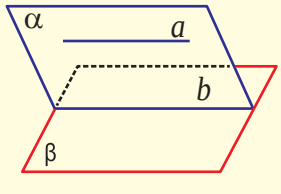
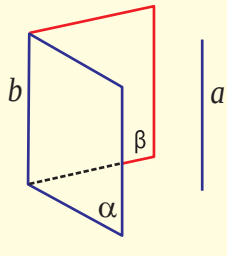
Демек, ал параллелограмм экен.

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Параллель түз сызыктардын кандай касиеттерин билесиң?*
2. *Түз сызыктардын параллелдик белгисин айт.*
3. *Параллелепипеддин кандай касиеттерин билесиң?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

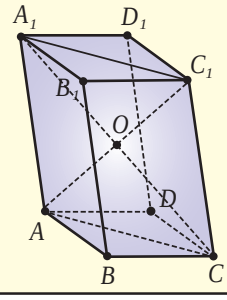
11.1. Жадыбалда 11-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

1. Параллель түз сызыктар			
Аныктамасы	**Белгилери**		
 $a \parallel b$, a жана b түз сызыктар бир тегиздикте жатып, өз ара кесишпесе, *параллель түз сызыктар* деп аталат.	 Эгерде $a \parallel b$, $a \parallel c$ болсо, $b \parallel c$ болот.	 Эгерде $\alpha \cap \beta = b$, $a \subset \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $b \parallel a$ болот.	 Эгерде $\alpha \cap \beta = b$, $a \parallel \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $a \parallel b$ болот.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2. Параллелепипеддин касиеттери



1-касиет. Негизинин диагоналдары менен каптал кырларынан түзүлгөн төрт бурчтук (AA_1C_1B) параллелограмм болот.

2-касиет. Карама-каршы грандары өз ара барабар ($AA_1B_1B = DD_1C_1B$).

3-касиет. Бардык диагоналдары бир чекитте кесилишет жана ошол чекитте тең экиге бөлүнөт ($AO = OC_1$, $CO = OA_1$).

9

а)



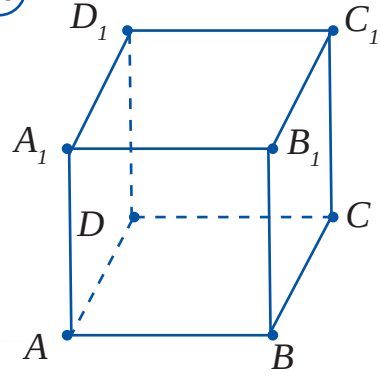
б)



в)



10



11.2. 9-сүрөттө мейкиндикте параллель түз сызыктардын символдорун аныкта.

11.3. 10-сүрөттө көрсөтүлгөн а) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеддеги; б) $ABCA_1B_1C_1$ призмадагы параллель кырлардын жуптарын аныкта.

11.4. Кандай пирамидаларда параллель кырлар болот?

11.5. Белгилүү болгондой, тегиздикте түз сызык параллель түз сызыктардан бирин кесип өтсө, экинчисин да кесип өтөт. Бул касиет мейкиндикте да орундуу болобу?

11.6. a жана b түз сызыктар c түз сызыкка параллель. a жана b түз сызыктар өз ара кандай жайлашышы мүмкүн?

11.7. 10-сүрөттө көрсөтүлгөн $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипедде BC_1 жана AD_1 диагоналдар өз ара барабар жана параллель экендигин далилде.

11.8. A чокусу α тегиздикте жаткан AB кесиндиден C чекит тандалган. B жана C чекиттерден жүргүзүлгөн параллель түз сызыктар α тегиздикти тиешелүү түрдө B_1 жана C_1 чекиттерде кесип өтөт. Эгерде: а) C чекит B кесиндинин ортосу жана BB_1 = 14 *см;* б) $AC : CB$ = 3 : 2 жана BB_1 = 50 *см* болсо, CC_1 кесиндинин узундугун тап.

11.9. Бир тегиздикте жатпаган $MNOP$ параллелограмм жана EK негиздүү $MNEK$ трапеция берилген.
1) PO жана EK түз сызыктардын өз ара жайлашуусун аныкта. 2) Трапециянын негиздери MN = 45 *см*, EK = 55 *см* болуп, ага ичтен айлана чийүүгө болот. Трапециянын периметрин тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11.10. Төмөнкү касиеттердин кайсылары параллелепипедге тиешелүү? Туура жоопторду белгиле.

А) Негиздин диагоналдарынан жана каптал кырлардан түзүлгөн төрт бурчтук параллелограммдан турат.

Б) Каптал грандары негизине перпендикулярдуу.

В) Негиздин диагоналдарынан жана каптал кырлардан түзүлгөн төрт бурчтук параллелограммдан турат.

Г) Бардык диагоналдары бир чекитте кесилишет жана ошол чекитте тең экиге бөлүнөт.

Д) Карама-каршы кырлары өз ара параллель.

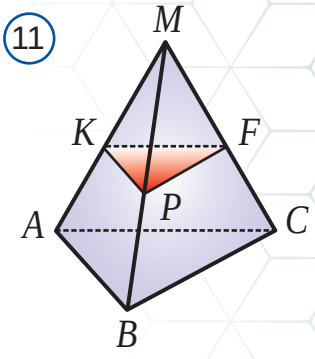
Е) Бардык грандары тик бурчтуктан турат.

Ж) Карама-каршы грандары өз ара барабар.

З) Кырлары өз ара кайчылаш.

И) Кырларынын арасында өз ара кайчылаштары да бар.

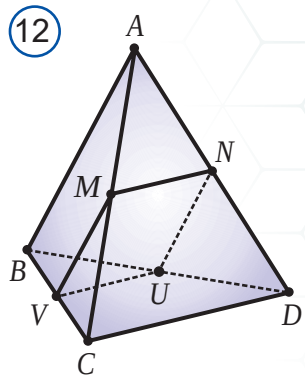
11



11.11. Мейкиндикте бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон түз сызыктар өз ара параллель болобу?

11.12. 11-сүрөттө M чекит ABC үч бурчтуктун тышкы зонасында жатат. MA, MB, MC кесиндилеринин ортолору тиешелүү түрдө K, F, P чекиттер менен белгиленген. 1) KP; 2) PF; 3) KF; 4) KM; 5) PM; 6) FM; 7) AB; 8) BC; 9) AC түз сызыктардан кайсылары өз ара параллель?

12



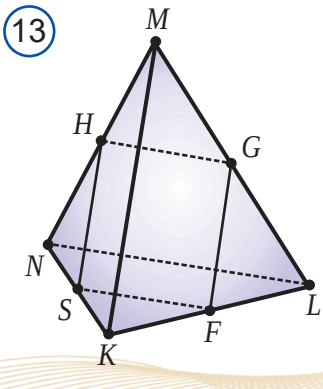
11.13. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөм туура болсо «+», туура эмес болсо «–» белгисин бош чакмакка кой.

1	Мейкиндикте түз сызыкка анда жатпаган чекиттен ага параллель көптөгөн түз сызыктарды өткөрүүгө болот.	
2	Үчүнчү түз сызыкка параллель эки түз сызык өз ара кесилишет.	
3	Эгерде эки түз сызык тегиздикте жатса, алар кесилишет.	
4	Түз сызык менен анда жатпаган чекиттен өткөн эки тегиздикти өткөрүүгө болот.	
5	Мейкиндиктин тегиздикте жатпаган чекитинен ошол тегиздикти кескен көптөгөн түз сызыктарды өткөрүүгө болот.	

11.14. M, N, U, V чекиттер – $ABCD$ пирамиданын тиешелүү түрдө AC, AD, BD жана BC кырларынын ортолору *(12-сүрөт)*. Эгерде $AB = 20$ *см*, $CD = 30$ *см* болсо, $MNUV$ төрт бурчтугунун периметрин тап.

11.15. H, G, F, S чекиттер – $KLMN$ үч бурчтуу пирамиданын тиешелүү түрдө MN, ML, LK жана KN кырларынын ортолору *(13-сүрөт)*. Эгерде $LK = 18$ *мм*, $MN = 22$ *мм* болсо, $HGFS$ төрт бурчтугунун периметрин тап.

13



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

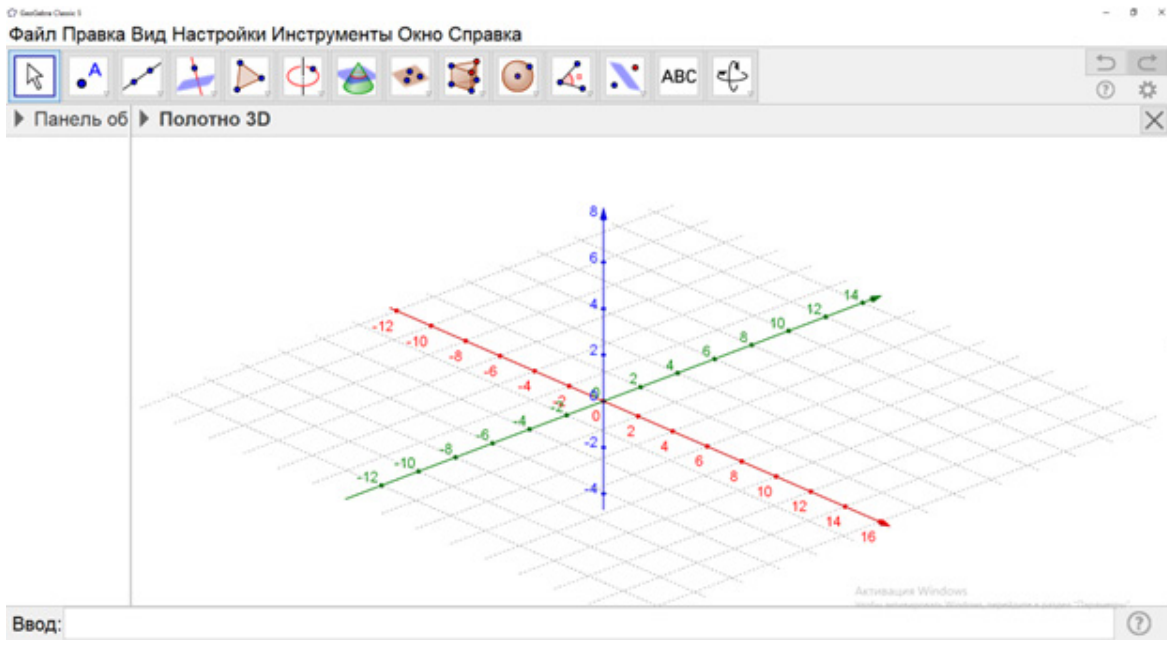
«GeoGebra» жардам берет

3D калькулятору жардамында түрдүү тегиздиктерди түзүү



3D калькуляторунун аспаптар панелиндеги **Плоскость через три точки** (Үч чекит аркылуу тегиздик) каражатынын үстүнө чычкандын сол топчусу басылса, жаңы терезеде анын башка дагы 3 мүмкүнчүлүгү:

- **Плоскость** (Тегиздик),
- **Перпендикулярная плоскость** (Перпендикулярдуу тегиздик);
- **Параллельная плоскость** (Параллель тегиздик) ачылат.



Бул аспаптар төмөнкү милдеттерди аткарат:

	**Плоскость** (Тегиздик) жардамында тегиздик түзүлөт.
	**Перпендикулярная плоскость** (Перпендикулярдуу тегиздик) жардамында перпендикулярдуу тегиздик түзүлөт.
	**Параллельная плоскость** (Параллель тегиздик) жардамында параллель тегиздик түзүлөт.

Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырмалар

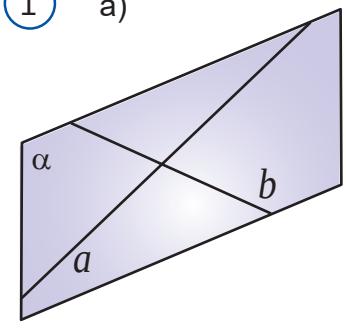
1. Каалагандай үч чекитти белгиле. Алар аркылуу өткөн тегиздикти түз.
2. Кандайдыр тегиздикти түз, соң ага перпендикулярдуу тегиздикти түз.
3. Кандайдыр тегиздикти түз, соң ага параллель тегиздикти түз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

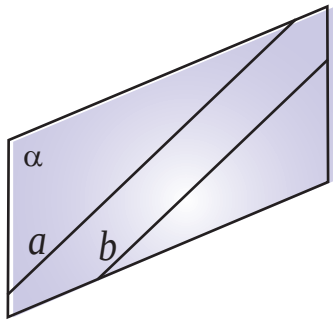
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

12 КАЙЧЫЛАШ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

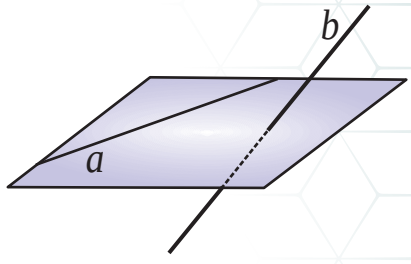
1 а)



б)



в)



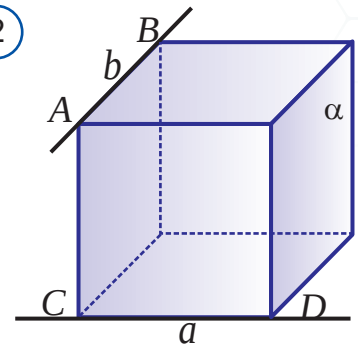
Эгерде мейкиндикте эки түз сызык өз ара кесилишсе же өз ара параллель болсо, алар бир тегиздикте жатат (*1а- жана 1б-сүрөт*).

Мейкиндикте бир тегиздикте жатпаган түз сызыктар *кайчылаш түз сызыктар* деп аталат *(1с-сүрөт)*. a жана b түз сызыктардын кайчылаштыгы $a \div b$ түрүндө туюнтулат.

Кайчылаш түз сызыктарда жаткан кесиндилерди *кайчылаш кесиндилер* деп атайбыз. 2-сүрөттө кубдун AB жана CD кайчылаш кырлары көрсөтүлгөн.

Кайчылаш түз сызыктарды төмөнкү белги боюнча таанып алууга болот:

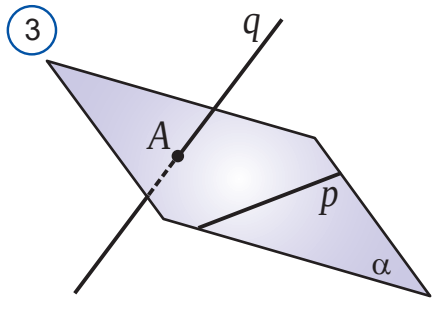
2



Теорема 3.4. ***Эгерде эки түз сызыктан бири кандайдыр тегиздикте жатса, ал эми экинчиси бул тегиздикти биринчи түз сызыкта жатпаган чекитте кесип өтсө, анда бул түз сызыктар кайчылаш болот*.**

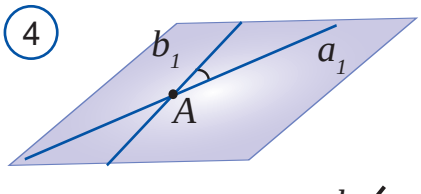
Далилдөө. Алсак, p түз сызык α тегиздикте жатсын. Ал эми q түз сызык бул тегиздикти p түз сызыкка тиешелүү эмес A чекитте кесип өтсүн *(3-сүрөт)*. p жана q түз сызыктардын кайчылаш экендигин далилдейбиз.

3



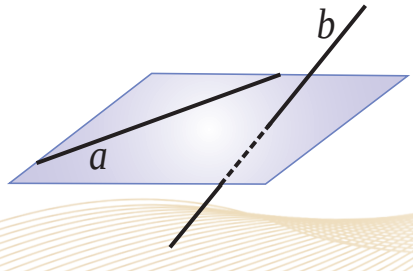
Тескерисин элестетебиз: p жана q түз сызыктар кандайдыр β тегиздикте жатсын. Анда β тегиздикке p түз сызык жана A чекит тиешелүү болот. Өз кезегинде, A чекит α тегиздикке да тиешелүү. Демек, α жана β тегиздиктер үстү-үстүнөн түшөт. Натыйжада, шарт боюнча, α тегиздикке тиешелүү эмес q түз сызык бул тегиздикке тиешелүү болуп калды. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

4



Кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурч деп, бул түз сызыктарга параллель болгон кесишүүчү түз сызыктардын ортосундагы бурчка айтылат.

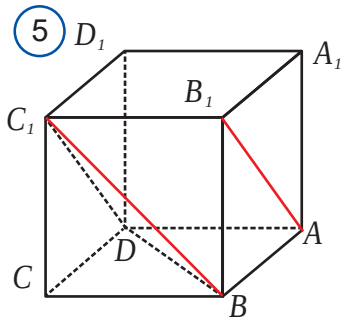
Иш жүзүндө a жана b кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурчту табуу үчүн *(4-сүрөт)*:



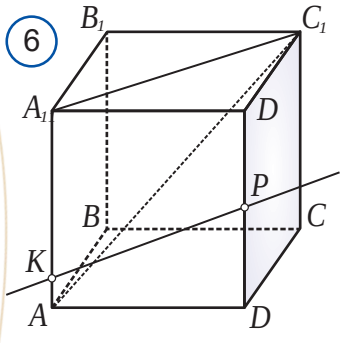
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



6



1) кандайдыр A чекит тандалат;

2) A чекиттен кайчылаш түз сызыктарга параллель a_1 жана b_1 түз сызыктар жүргүзүлөт;

3) бул түз сызыктардын ортосундагы бурч ченелет.

Бул алгоритмдин натыйжасы – A чекиттен көз каранды эместиги жөнүндө ойлоп көр.

Маселе. Кубдун жандаш грандарынын кайчылаш диагоналдарынын ортосундагы бурчту тап.

Чыгаруу. Шарт боюнча, $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – кубдун жандаш ABA_1B_1 жана CBC_1B_1 грандарынын AB_1 жана C_1B диагоналдарынын ортосундагы бурчту табуу керек *(5-сүрөт)*.

AB_1 ге параллель болгон DC_1 диагоналды жүргүзөбүз. Анда аныктама боюнча, AB_1 жана BC_1 диагоналдарынын ортосундагы бурч – DC_1 жана C_1B диагоналдардын ортосундагы DC_1B бурчка барабар болот.

DC_1B – тең жактуу үч бурчтук.

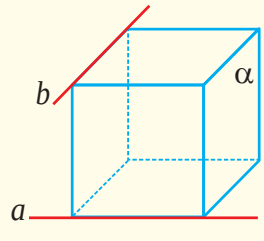
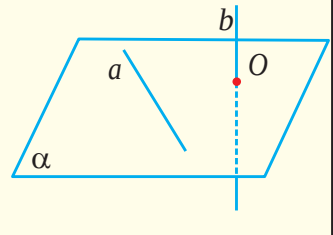
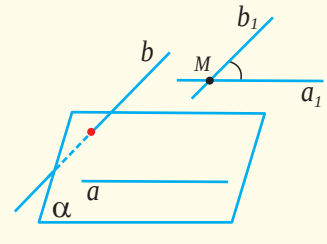
Демек, $DC_1B = 60^\circ$.

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Түз сызыктардын кайчылаштык белгисин айт.*
2. *Түз сызыктардын ортосундагы бурч кандай аныкталат?*
3. *Кайчылаш түз сызыктар параллель болушу мүмкүнбү?*
4. *Кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурч кандай аныкталат?*
5. *Мейкиндикте түз сызыктар өз ара кандай жайлашышы мүмкүн?*
6. *Мейкиндикте өз ара кесишпей турган түз сызыктар ар дайым эле параллель болобу?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

12.1. Жадыбалда 12-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

1. Кайчылаш түз сызыктар		
Аныктамасы	**Белгиси**	**Ортосундагы бурч**
 Бир тегиздикте жатпаган түз сызыктар *кайчылаш түз сызыктар* деп аталат жана $a \nparallel b$ түрүндө туюнтулат.	 Эгерде $a \subset \alpha$, $\alpha \cap b = O$, $O \notin a$ болсо, $a \nparallel b$ болот.	 *Кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурч* деп, аларга параллель болгон, кесишүүчү түз сызыктар ортосундагы бурчка айтылат.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

12.2. 6-сүрөттө $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипед жана анын AA_1 жана DD_1 кырларындагы тиешелүү түрдө K жана P чекиттер көрсөтүлгөн. Жадыбалда берилген түз сызыктардын өз ара жайлашуусунан келип чыгып, жадыбалдын тиешелүү чакмактарына керектүү белги ($\otimes$ – кесилишүү жана $\div$ – кайчылаштык) коюлган. Жадыбалдагы каталарды тап.

	AB	BB_1	A_1D_1
KP	$\otimes$	$\div$	$\otimes$
C_1A_1	$\div$	$\div$	$\otimes$
C_1B	$\otimes$	$\otimes$	$\div$

12.3. a жана b түз сызыктар бир тегиздикте жатат. Алардын мүмкүн болгон өз ара жайлашууларын көрсөт.

А) параллель Б) кесилишет В) кесишпейт

Г) кайчылаш Д) перпендикулярдуу

12.4. а) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипед; б) $ABCA_1B_1C_1$ призма; г) $ABCD$ тетраэдр; д) $SABCD$ пирамиданы чий, алардагы кайчылаш кырлардын жуптарын аныкта.

12.5. a түз сызык b түз сызыкка, ал эми b түз сызык c түз сызыкка кайчылаш болсо, a түз сызык c түз сызыкка кайчылаш болобу?

12.6. 7-сүрөттөгү кайчылаш түз сызыктардын символдорун тап.

12.7. 8-сүрөттө көрсөтүлгөн EF жана GH кесиндилеринин өз ара жайлашуусу кандай?

12.8. 9-сүрөттө көрсөтүлгөн EH жана FG кесиндилер өз ара кесилишеби?

12.9. K, Z, M, N чекиттер – тиешелүү түрдө $SABC$ үч бурчтуу туура пирамиданын SA, AC, BC, SB кырларынын ортолору. Эгерде пирамиданын каптал кырлары b, негизинин жагы a га барабар болсо, $KZMN$ төрт бурчтуктун периметрин тап.

12.10. 10-сүрөттөгү $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда төмөнкү түз сызыктардын ортосундагы бурчтарды тап: а) DC жана BC; б) AB жана BB_1; в) AA_1 жана D_1C; г) AA_1 жана D_1C_1; д) A_1C_1 жана AC; е) AB жана B_1D_1.

12.11. XU жана VT түз сызыктар параллель, ал эми XY жана VT түз сызыктар кайчылаш. Эгерде: а) $\angle YXU = 40^\circ$; б) $\angle YXU = 135^\circ$; в) $\angle YXU = 90^\circ$ болсо, XY жана VT түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.

12.12. l түз сызык $ABCD$ параллелограммдын BC жагына параллель жана анын тегиздигинде жатпайт. l жана CD түз сызыктар кайчылаш экендигин далилде. Эгерде параллелограммдын бурчтарынан бири: а) 58°; б) 133° болсо, l жана CD түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.

7

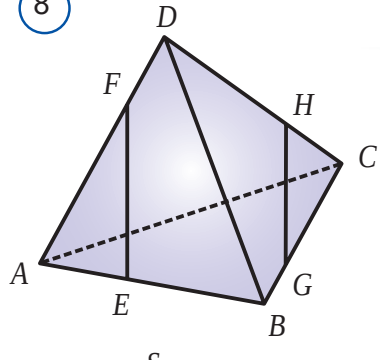
а)



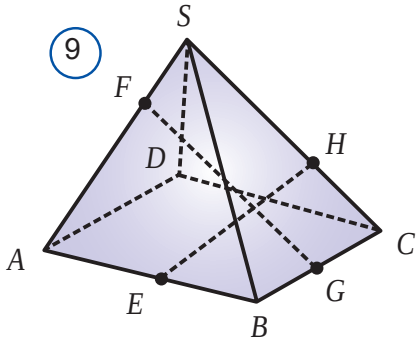
б)



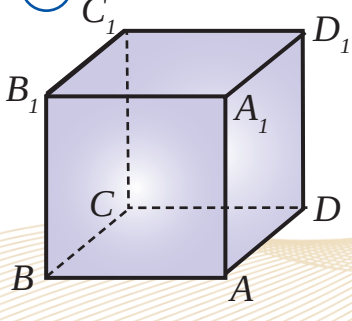
8



9



10



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

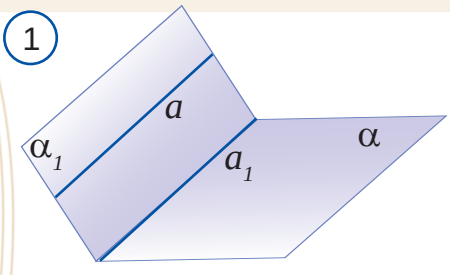
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13 МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫК МЕНЕН ТЕГИЗДИКТЕРДИН ӨЗ АРА ЖАЙЛАШУУСУ

Эгерде түз сызык менен тегиздик кесишпесе, *түз сызык менен тегиздикке параллель* дейилет. Түз сызык менен тегиздиктин параллелдиги төмөнкү белги аркылуу аныкталат.

3.5-теорема. *Эгерде тегиздикте жатпаган түз сызык ошол тегиздиктеги кандайдыр түз сызыкка параллель болсо, бул түз сызык тегиздиктин өзүнө да параллель болот.*

1



Далилдөө. Алсак, α – тегиздик, a – анда жатпаган түз сызык, ал эми a_1 болсо α тегиздикте жаткан жана a га параллель түз сызык болсун.

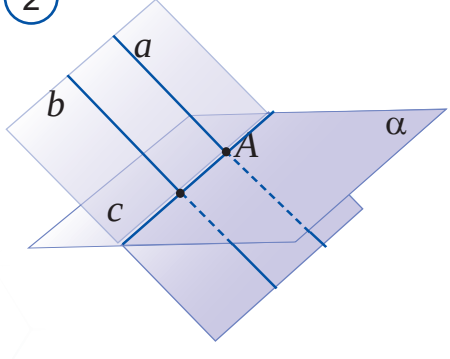
a жана A_1 түз сызыктар аркылуу a_1 тегиздикти жүргүзөбүз *(1-сүрөт)*. Турган сөз, α жана α_1 тегиздиктер a_1 түз сызык боюнча кесилишет.

Эгерде a түз сызык α тегиздикти кесип өтсө, анда кесилишүү чекити a_1 түз сызыкка тиешелүү болмок. Бирок мунун мүмкүнчүлүгү жок, анткени a жана a_1 түз сызыктар өз ара параллель. Ошентип, a түз сызык α тегиздикти кесип өтө албайт.

Демек, a түз сызык α тегиздикке параллель.

Маселе. Эгерде тегиздик эки параллель түз сызыктан бирин кесип өтсө, экинчисин да кесип өтүшүн далилде.

2



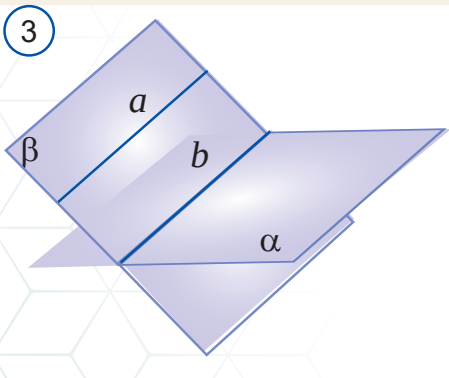
Далилдөө. a жана b – эки параллель түз сызык, ал эми α болсо a түз сызыкты A чекитте кесип өткөн тегиздик болсун *(2-сүрөт)*.

a жана b түз сызыктардан тегиздик жүргүзөбүз. Ал α тегиздикти кандайдыр c түз сызык боюнча кесет. c түз сызык a түз сызыкты A чекитте кесип өтөт.

Демек, ага параллель болгон b түз сызыкты да кесип өтөт. c түз сызык α тегиздикте жаткандыктан, α тегиздик b түз сызыкты да кесип өтөт.

3.6-теорема. *Эгерде бир тегиздик экинчи тегиздикке параллель болгон түз сызыктан өтсө, бул тегиздиктердин кесилишүү түз сызыгы да берилген түз сызыкка параллель болот.*

3



Далилдөө. Алсак, a түз сызык α тегиздикке параллель жана β тегиздикте жатсын. Ал эми b түз сызык α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы болсун *(3-сүрөт)*. Анда a жана b түз сызыктар β тегиздикте жатат жана өз ара кесишпейт. Болбосо a түз сызык β тегиздикти кесип өтмөк.

Демек, a жана b түз сызыктар өз ара параллель.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

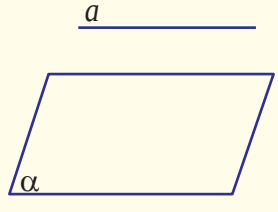
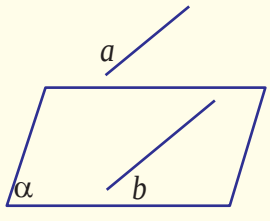
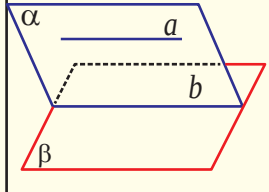
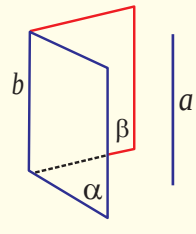
1. *Түз сызык менен тегиздик мейкиндикте өз ара кандай жайлашышы мүмкүн?*
2. *Түз сызык менен тегиздик качан параллель болот?*
3. *Түз сызыктын тегиздикке параллелдик белгисин айт.*
4. *Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин жайлашуусу менен байланыштуу кандай касиеттерди билесиң?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

13.1. Жадыбалда 13-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

a түз сызык менен α тегиздик	көп жалпы чекиттерге ээ.	түз сызык тегиздикте жатат: $a \subset \alpha$.
	бир жалпы чекитке ээ.	түз сызык тегиздикти кесет: $a \otimes \alpha$.
	жалпы чекитке ээ эмес.	түз сызык тегиздикке параллель: $a \parallel \alpha$.

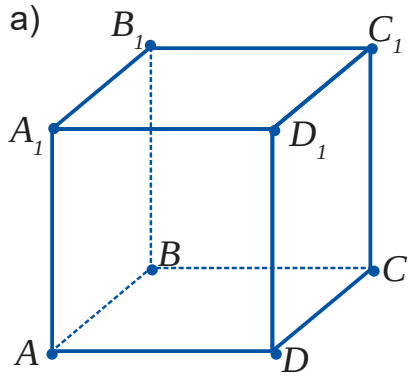
Түз сызык менен тегиздиктердин параллелдиги

Аныктамасы	Белгилери	Касиеттери	
			
Эгерде a түз сызык α тегиздик менен жалпы чекитке ээ болбосо, *түз сызык менен тегиздик параллель* дейилет жана $a \parallel \alpha$ түрүндө туюнтулат.	Эгерде a түз сызык α тегиздикте жатпаса жана $a \parallel b$, $b \subset \alpha$ болсо, анда $a \parallel \alpha$ болот.	Эгерде b түз сызык α менен β *тегиздиктердин кесилишүү сызыгы*, $a \subset \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, анда $b \parallel a$ болот.	Эгерде b түз сызык α менен β *тегиздиктердин кесилишүү сызыгы*, $a \parallel \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $a \parallel b$ болот.

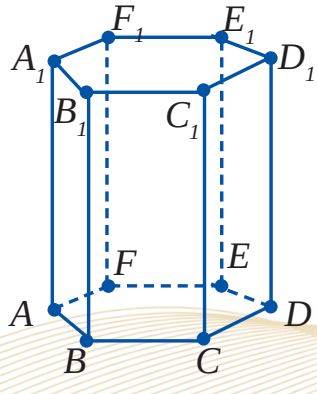
13.2. Сүрөткө карап: а) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун; б) $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ туура алты бурчтуу призманын бири-бирине параллель болгон кырлары менен грандарын аныкта *(4-сүрөт)*.

4

а)



б)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5



13.3. 5-сүрөттө комбайн көрсөтүлгөн. Анын эгин талаасына (тегиздигине) салыштырмалуу кайсы бөлүктөрү параллель экендигин аныкта.

13.4. 6-сүрөттө көрсөтүлгөн жыгач усталарынын аспабы – рейсмустун жардамында тактайдын кайсы гранына салыштырмалуу параллель түз сызык чийилип жатканын аныкта.

13.5. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөм туура болсо «+», туура эмес болсо, «–» белгисин бош чакмакка кой.

1	Эгерде тегиздикте жатпаган түз сызык ошол тегиздиктеги кандайдыр түз сызыкка параллель болсо, бул түз сызык тегиздиктин өзүнө да параллель болот.	
2	Бир тегиздикке параллель түз сызыктар өз ара параллель болот.	
3	Тегиздикке параллель түз сызык бул тегиздикте жаткан каалагандай түз сызыкка да параллель болот.	
4	Эгерде бир тегиздик экинчи тегиздикке параллель түз сызыктан өтсө, бул тегиздиктердин кесилишүү түз сызыгы да берилген түз сызыкка параллель болот.	
5	Эгерде түз сызык менен тегиздик кесишпесе, түз сызык менен тегиздикке *параллель* дейилет.	
6	Ортосундагы бурч 90° ка барабар түз сызыктар перпендикулярдуу түз сызыктар деп аталат.	
7	Кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурч деп, ошол түз сызыктарга параллель болгон кесишүүчү түз сызыктардын ортосундагы бурчка айтылат.	

6

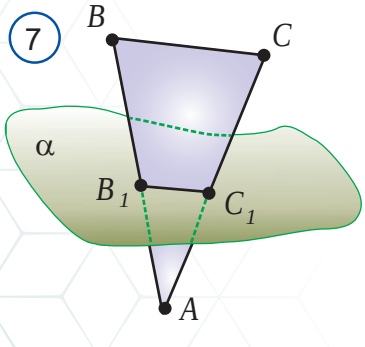


13.6. A жана C чекиттер α тегиздикте жатат. B жана D чекиттер β тегиздикте жатат. AC, CD, BD, AB, BC жана AD түз сызыктардан кайсылары β тегиздикти кесип өтөт?

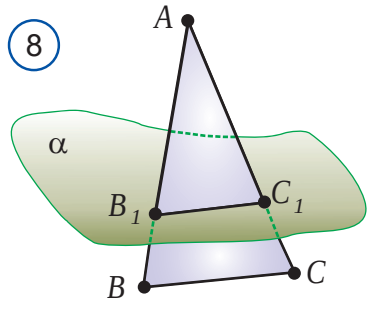
13.7. ABC үч бурчтугу α тегиздикти B_1 жана C_1 чекиттерде кесип өтөт *(7-сүрөт)*. Эгерде $AB_1 : BB_1 = 2 : 3$, $BC = 15$ *см*, $BC \parallel B_1C_1$ болсо, B_1C_1 кесиндинин узундугун тап.

13.8. α тегиздик ABC үч бурчтуктун AB жана AC жактарын B_1 жана C_1 чекиттерде кесип өтөт *(8-сүрөт)*. Эгерде $AB_1 : BB_1 = 3 : 1$, $B_1C_1 = 12$ *см*, $BC \parallel \alpha$ болсо, BC кесиндинин узундугун тап.

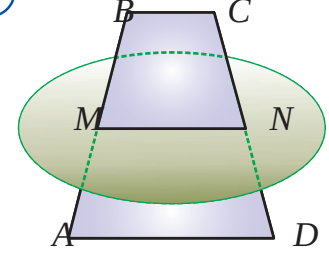
7



8



9



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13.9. α тегиздик $ABCD$ трапецияны анын AD негизине параллель жана каптал грандарынын ортосу M жана N чекиттерде кесип өтөт *(9-сүрөт)*. Эгерде AD = 17 *см*, BC = 9 *см* болсо, MN кесиндинин узундугун тап.

13.10. Тегиздикке анда жатпаган чекиттен канча параллель түз сызык өткөрүүгө болот?

13.11. a түз сызык α тегиздикке параллель. Туура тастыктарды тап.

А) a түз сызык α тегиздиктин бир гана түз сызыгына параллель болот.

Б) a түз сызык α тегиздиктин бир түз сызыгынан башка бардык түз сызыктарына кайчылаш болот.

В) α тегиздикте a түз сызыкка параллель жана кайчылаш болгон көптөгөн түз сызыктар табылат.

Г) α тегиздикте бир гана a түз сызыкка параллель жана бул тегиздиктин каалагандай чекитинен өткөн түз сызык бар.

13.12. A, B, C, D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. M, N, K, Z чекиттер тиешелүү түрдө AD, BD, BC, AC кесиндилеринин ортолору. Эгерде CD=AB болсо, MK жана NZ түз сызыктардын перпендикулярдуулугун далилде.

13.13. $ABCD$ параллелограммдын AB жана BC жактары α тегиздикти кесип өтөт. AD жана DC түз сызыктар да α тегиздикти кесип өтүшүн далилде.

13.14. ABC жана ABD үч бурчтуктар бир тегиздикте жатпайт. CD түз сызыкка параллель болгон каалагандай түз сызыктын бул үч бурчтуктардын тегиздигин кесип өтүшүн далилде.

13.15. Берилген эки түз сызыкты кесип өткөн түз сызыктардын бир тегиздикте жатышын далилде.

13.16. $ABCD$ квадратынын C чокусу аркылуу квадраттын тегиздигинде жатпаган CK түз сызык өтөт:

а) CK жана AD кайчылаш экендигин далилде;

б) CK жана AD ортосундагы бурчту тап.

13.17. Ишкер алюминийден 10-сүрөттө көрсөтүлгөн шатыны иштеп чыгармакчы. Шаты ар биринде 7 тепкич болгон, бири-бирине бекемделген эки бөлүктөн турат.

1) Шатынын кайсы бөлүктөрү өз ара параллель жана кайсылары өз ара кайчылаш экендигин аныкта.

2) Эгерде шатынын туурасы 0,5 *м*, бийиктиги туурасынан 3,5 эсе узун экендиги белгилүү болсо, бир шатыны даярдоо үчүн канча *м* материал керек болот?

3) 1 *м* алюминий материалдын наркы 20 000 сум болсо, бир шатыны иштеп чыгаруу үчүн канча сум алюминий материал керек болот?

Эң соңку философия мектеби – Александрия мектеби дүйнөгө биздин заманга чейинки 300-жылдарда жашаган белгилүү окумуштуу Евклидди берген. Геометриянын аксиомалык түзүлүшү биринчи жолу Евклиддин «Негиздер» деген чыгармасынын он үчүнчү китебинда келтирилген. Болжол менен эки миң жыл бул иш геометриянын системалуу курсун үйрөнүү үчүн негиз болуп келүүдө. Уламыштарга караганда, король Птолемей Евклидден «Геометрияны үйрөнүүнүн «Негиздердегиге» караганда кыскараак жана оңоюраак усулун табуу мүмкүн эмеспи?» деп сураган. Евклид ага: «Геометрияда королдук жолу жок», деп жооп берген.

10



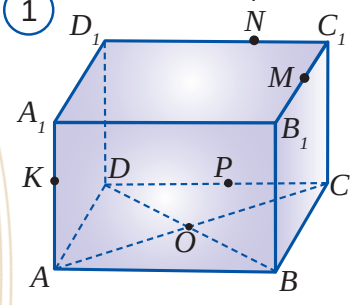
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ӨЗҮҢДҮ СЫНАП КӨР

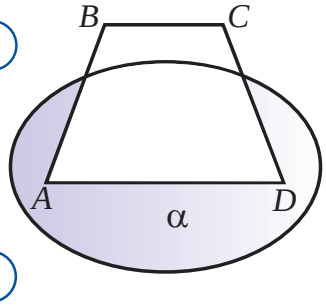
1. 1-сүрөттө $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипед жана анын B_1C_1, C_1D_1, CD жана AA_1 кырларынын ортолору – тиешелүү түрдө M, N, P, K чекиттер көрсөтүлгөн. O чекит – $ABCD$ негиз борбору. Жадыбалда берилген түз сызыктардын өз ара жайлашуусун сүрөттөн аныктап, жадыбалдын бош чакмагына тиешелүү белгини ($\otimes$ – кесилишүү, // – параллеллik жана $\div$ – кайчылаштык) жаз.

1

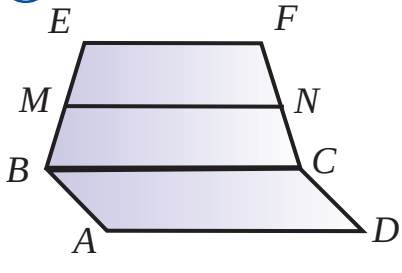


Түз сызыктар	MN	NP	C_1O	NO
AA_1				
BC_1				
BD				
AC				

2



3



2. A, B, C, D чекиттер бир тегиздикте жатат. AB жана CD түз сызыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

А) параллель болот Б) кесилишет В) кайчылаш болот

3. $ABCD$ төрт бурчтуктун AD жагы аркылуу тегиздик жүргүзүлгөн *(2-сүрөт)*. Эгерде $\angle BCA = \angle CAD$ болсо, BC жак α тегиздикке параллель экендигин далилде.

4. $ABCD$ квадрат жана $BEFC$ трапеция *(3-сүрөт)* бир тегиздикте жатпайт. M жана N чекиттер – тиешелүү түрдө BE жана FC кесиндилеринин ортосу. 1) MN дин AD га параллель экендигин далилде.
2) Эгерде AD = 10 *см*, EF = 6 *см* болсо, MN ди тап.

5. $ABCD$ параллелограммдын AD жагында A_1 чекит тандалганда, DA_1 = 4 *см*. AC диагоналга параллель тегиздик A_1 чекиттен өтөт жана CD жагын C_1 чекитте кесип өтөт.
1) C_1DA_1 жана ABC үч бурчтуктардын окшоштугун далилде.
2) Эгерде BC = 10 *см*, A_1C_1 = 6 *см* болсо, AC ны тап.

6. α тегиздик BAC бурчтун жактарын A_1 жана B_1 чекиттерде, ал эми ага параллель β тегиздик A_2 жана B_2 чекиттерде кесет. A_1B_1 = 18, AA_1 = 24, $AA_2 = \frac{1}{2} A_1A_2$ болсо, A_2B_2 жана AA_2 ни тап.

7. FA түз сызык $ABCD$ параллелограммдын чокусунан өтөт жана параллелограммдын тегиздигинде жатпайт.
1) FA жана CD кайчылаш экендигин далилде.
2) FAB бурчу 30° болсо, FA жана CD түз сызыктар ортосундагы бурчту тап.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры a га барабар. AD_1 түз сызыктан жана BC кесиндинин ортосунан өткөн тегиздик менен кубду кескенде алынган кесилишин түз. Кесилиштин аянтын тап.

9. Туура төрт бурчтуу пирамиданын каптал кыры 8 *см* болуп, негиз тегиздиги менен 30° туу бурчту түзөт. Пирамиданын бийиктигин жана каптал бетинин аянтын тап.

10. A, B, C жана D чекиттер бир тегиздикте жатпайт. Эгерде AB жана BC кесиндилердин ортосундагы аралык 6 га барабар жана AC = 16, BD = 20 болсо, AC жана BD түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

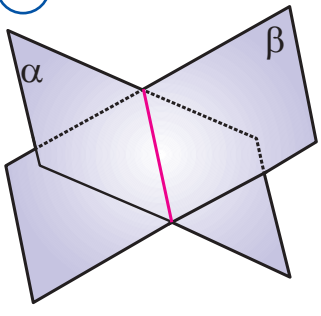
14 МЕЙКИНДИКТЕ ТЕГИЗДИКТЕРДИН ӨЗ АРА ЖАЙЛАШУУСУ

Эки тегиздик же жалпы чекитке ээ, же жалпы чекитке ээ болбостугу мүмкүн. Биринчи учурда, S_3 аксиома боюнча, бул тегиздиктер жалпы түз сызыкка да ээ болот, башкача айтканда түз сызыкты бойлой кесилишет *(1-сүрөт)*. Экинчи учурда тегиздиктер кесишпейт *(2-сүрөт)*.

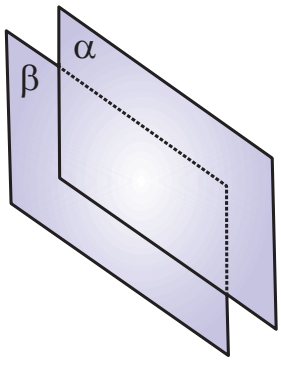
Кесишпей турган тегиздиктер *параллель тегиздиктер* деп аталат. Параллель тегиздиктер жөнүндө бөлмөнүн полу менен шыбы, карама-каршы дубалдар элес бериши мүмкүн *(3-сүрөт)*.

Эки тегиздиктин параллелдиги төмөнкү белги аркылуу аныкталат.

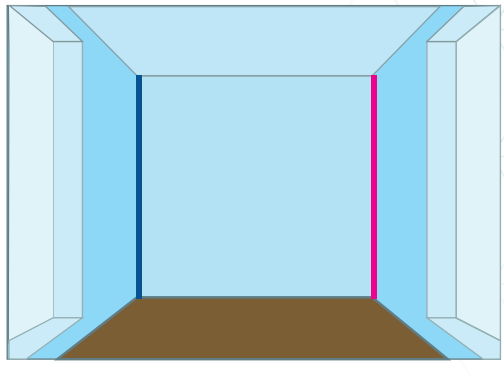
1



2



3



3.7-теорема. Эгерде бир тегиздиктеги кесишүүчү эки түз сызык экинчи тегиздиктеги эки түз сызыкка тиешелүү түрдө параллель болсо, бул тегиздиктер параллель болот.

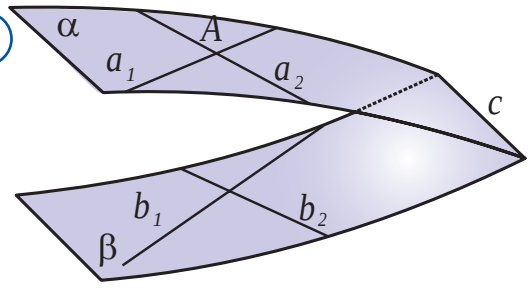
Далилдөө. Алсак, α жана β – берилген тегиздиктер, a жана b – α тегиздикте жаткан, A чекитте кесишүүчү түз сызыктар, a_1 жана b_1 болсо β тегиздикте жаткан жана тиешелүү түрдө a жана b түз сызыктарга параллель түз сызыктар болсун *(4-сүрөт)*.

Элестетебиз, α жана β тегиздиктер өз ара параллель болбосун, башкача айтканда кандайдыр c түз сызыкты бойлой кесилишсин. Анда 3.6-теорема боюнча, a_1 жана a_2 түз сызыктар тиешелүү түрдө b_1 жана b_2 түз сызыктарга параллель болуп, β тегиздикке да параллель болот. Ошондуктан алар бул тегиздикте жаткан c түз сызыкты да кесип өтпөйт.

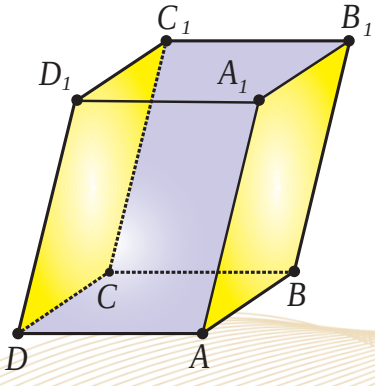
Ошентип, α тегиздикте жаткан A чекит аркылуу c түз сызыкка параллель эки: a_1 жана a_2 түз сызыктар жүргүдө. Параллелдиктин аксиомасы боюнча, мындай болушу мүмкүн эмес. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

Параллелепипеддин каптал грандары *(5-сүрөт)* параллель болушун ушул теоремадан пайдаланып өз алдынча далилде.

4



5

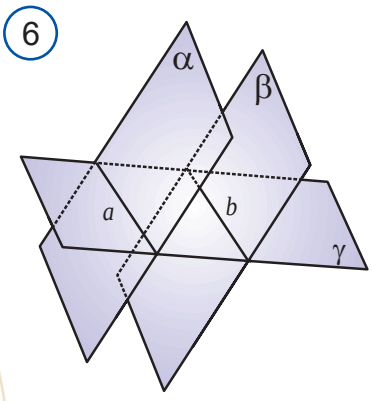


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

3.8-теорема. Эки параллель тегиздиктин үчүнчү тегиздик менен кесилишүү түз сызыктары өз ара параллель болот.

6



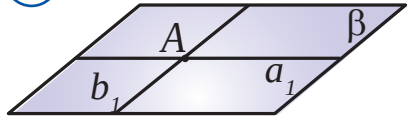
Далилдөө. Алсак, α жана β параллель тегиздиктер γ тегиздикти тиешелүү түрдө a жана b түз сызыктарды бойлой кесип өтсүн *(6-сүрөт)*. a жана b түз сызыктар параллель экендигин далилдейбиз.

Элестетебиз, a жана b түз сызыктар кандайдыр Q чекитте кесилишсин. Анда Q чекит α тегиздикте жатат, анткени a түз сызык α тегиздикте жатат. Ошондой эле, Q чекит β тегиздикте жатат, анткени b түз сызык β тегиздикте жатат. Натыйжада α жана β тегиздиктер жалпы Q чекитке ээ болууда. Ал эми мунун, шарт боюнча, мүмкүнчүлүгү жок. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

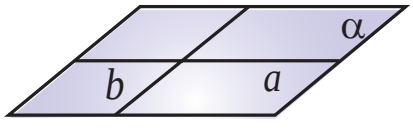
3.9-теорема. Берилген тегиздикке андан сырттагы чекиттен жеке параллель тегиздик өткөрүүгө болот.

Далил. Берилген α тегиздикте кесилишкен эки a, b түз сызыкты жүргүзөбүз. A чекиттен аларга параллель a_1, b_1 түз сызыктарды жүргүзөбүз *(7-сүрөт)*.

7

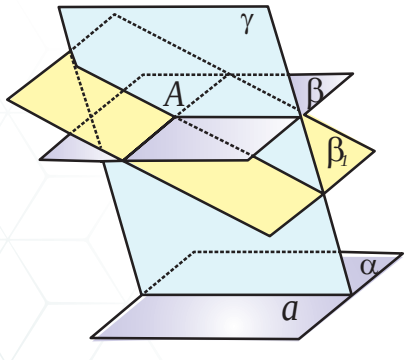


a_1, b_1 түз сызыктар аркылуу β тегиздикти жүргүзөбүз. Бул тегиздик 3.7-теорема боюнча, α тегиздикке параллель болуп, изделип жаткан тегиздик болот.



Эми бул тегиздиктин жалгыз экендигин көрсөтөбүз. Элестетебиз, α тегиздикке параллель дагы бир β_1 тегиздик болсун *(8-сүрөт)*. A чекиттен жана a түз сызыктан өткөн γ тегиздикти жүргүзөбүз. Бул тегиздик β тегиздикти a_1 түз сызыкты бойлой, β_1 тегиздикти a_2 түз сызыкты бойлой кесип өтөт. a_1, a_2 түз сызыктар 3.6-теорема боюнча a түз сызыкка параллель болот. Бирок мындай болушу мүмкүн эмес, анткени тегиздикте анда жатпаган чекиттен бир гана параллель түз сызык өткөрүүгө болот. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

8



3.10-теорема. Үчүнчү тегиздикке параллель эки тегиздик өз ара параллель болот.

Бул теореманы өз алдынча далилде.

3.11-теорема. Параллель тегиздиктердин ортосундагы параллель түз сызыктардын кесиндилери барабар.

Далил. Алсак, α жана β тегиздиктер k жана l түз сызыктардан AC жана BD кесиндилерди бөлсүн *(9-сүрөт)*. Ошол кесиндилердин барабардыгын көрсөтөбүз.

k жана l түз сызыктардан өткөн γ тегиздик параллель тегиздиктерди AC жана BD түз сызыктарды бойлой кесип өтөт. Натыйжада карама-каршы жактары параллель болгон $ABCD$ төрт бурчтукка, башкача айтканда параллелограммга ээ болобуз. Параллелограммдын карама-каршы жактары өз ара барабар. Ошондой эле, $AB = CD$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

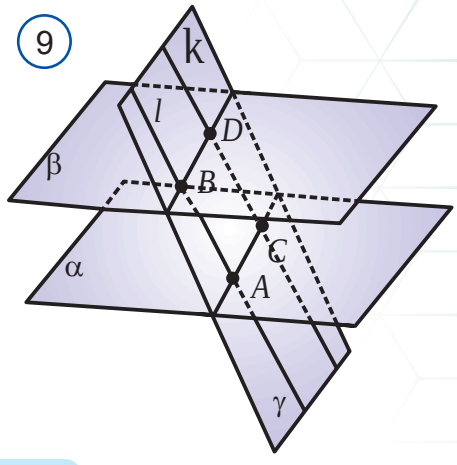
3.12-теорема. ***Үч параллель тегиздиктин ортосундагы каалагандай түз сызыктардын кесиндилери өз ара пропорциялаш болот.***

Бул теореманы да өз алдынча далилде.

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Тегиздиктер мейкиндикте кандай жайлашышы мүмкүн?*
2. *Параллель тегиздиктер деп кандай тегиздиктерге айтылат?*
3. *Тегиздиктердин параллелдик белгисин айт.*
4. *Мейкиндикте тегиздиктердин жайлашуусу менен байланыштуу кандай касиеттерди билесиң?*
5. *Параллелепипеддин каптал грандары параллель болушун негизде.*

9

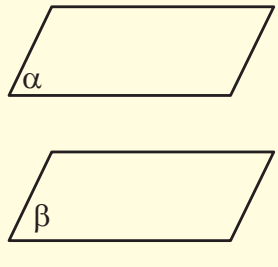
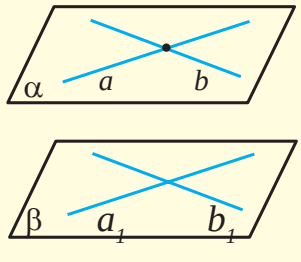
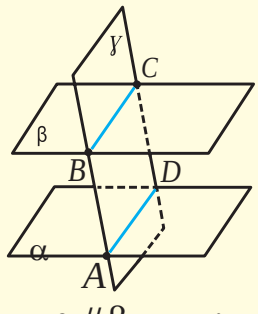


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

14.1. Жадыбалда 14-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

α жана β тегиздиктер	Жалпы чекитке ээ.	Кесилишет	$\alpha \otimes \beta$
	Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель	$\alpha \parallel \beta$

Тегиздиктердин параллелдиги

Аныктамасы	Белгиси	Касиети
 Кесишпей турган α жана β тегиздиктер *параллель тегиздиктер* деп аталат, $a \parallel b$ түрүндө туюнтулат.	 Эгерде $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$, $a \otimes b$, $a_1 \subset \beta$, $b_1 \subset \beta$, $a_1 \otimes a_1$, $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ болсо, $\alpha \parallel \beta$ болот.	 Эгерде $\alpha \parallel \beta$ жана γ кесүүчү тегиздик, $\alpha \cap \gamma = AD$ жана $\beta \cap \gamma = BC$ болсо, $AD \parallel BC$ болот.

14.2. 10-сүрөттөн параллель тегиздиктердин символу эмнелер аркылуу берилгендигин аныкта.

14.3. 1) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ параллелепипеддин; 2) $ABCA_1B_1C_1$ призманын параллель грандарын аныкта.

14.4. Эч кандай жалпы чекитке ээ эмес α жана β тегиздиктер мейкиндикте кандай жайлашат?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10 а)



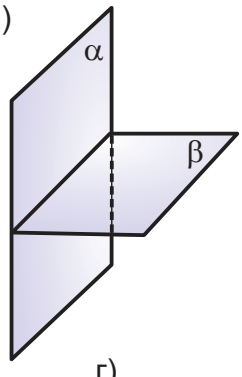
б)



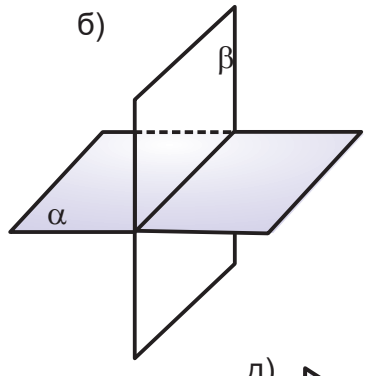
в)



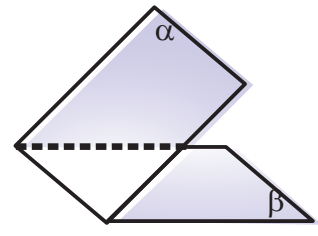
11 а)



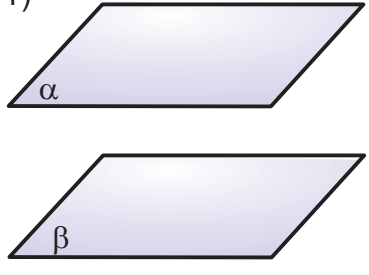
б)



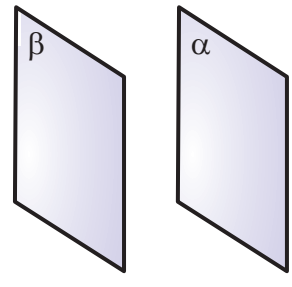
в)



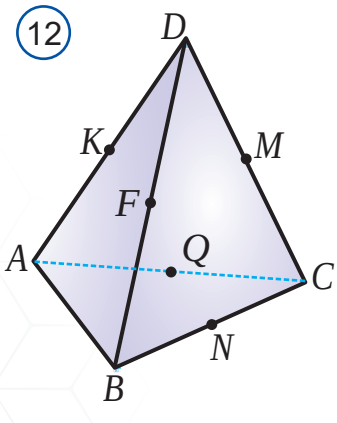
г)



д)



12



14.5. α жана β тегиздиктер параллель. a жана b түз сызыктар α тегиздикте жатат, ал эми c жана d түз сызыктар β тегиздикте жатат. Төмөнкү тастыктардан кайсылары туура?

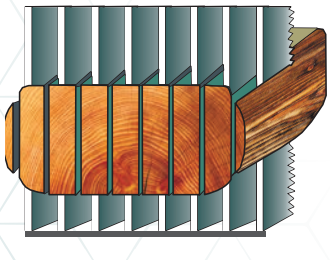
А) $\alpha \parallel b$ Б) $c \parallel b$ В) $b \parallel \beta$ Г) $\beta \parallel a$

Д) $c \parallel a$ Е) $d \parallel b$ Ж) $a \parallel \alpha$ З) $d \parallel \alpha$

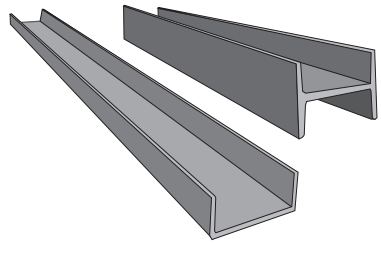
14.6. Кесишүүчү эки тегиздик көрсөтүлгөн үч сүрөттү көрсөт *(11-сүрөт)*.

14.7. K, F, M, N, Q чекиттер 12-сүрөттө көрсөтүлгөн $ABCD$ тетраэдрдин тиешелүү кырларынын ортолору болсо, а) K чекиттен өткөн жана ABC тегиздикке параллель; б) BD түз сызыктан өткөн жана MNQ тегиздикке параллель болгон тегиздикти аныкта.

13



14



14.8. 13- жана 14-сүрөттөрдөн параллель тегиздиктерди аныкта.

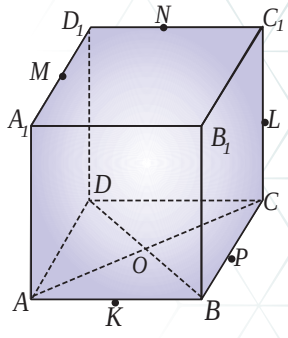
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

14.9. 15-сүрөттө $ABCDA_1B_1C_1D_1$ куб, анын кээ бир кырларынын ортолору – M, N, P, K жана L чекиттер берилген. O чекит – $ABCD$ негиздин борбору. Жадыбалдагы тегиздиктердин өз ара жайлашуусун сүрөттөн аныктап, чакмактарга тиешелүү белгини ($\otimes$ – кесилишүү, // – параллелдик) жаз.

Тегиздиктер	ADC	PLN	MNP	A_1C_1C
$A_1B_1C_1$				
MNK				
MKP				
A_1DC_1				

15



14.10. α жана β тегиздиктер параллель. Алардын эч бирине тиешелүү эмес чекиттен γ тегиздик жүргүзүлгөн. Туура тастыктарды көрсөт.

а) γ тегиздик – α тегиздикке параллель жеке тегиздик;

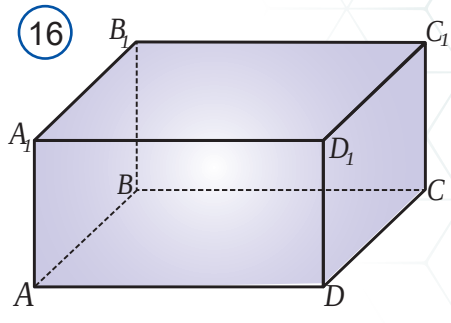
б) γ тегиздик – β тегиздикти кесип өткөн жеке тегиздик;

в) γ тегиздик – β тегиздикке параллель болгон жеке тегиздик;

г) γ тегиздик – α тегиздикти кесип өткөн жеке тегиздик;

д) γ тегиздик – α тегиздикке да, β тегиздикке да параллель болгон жеке тегиздик.

16



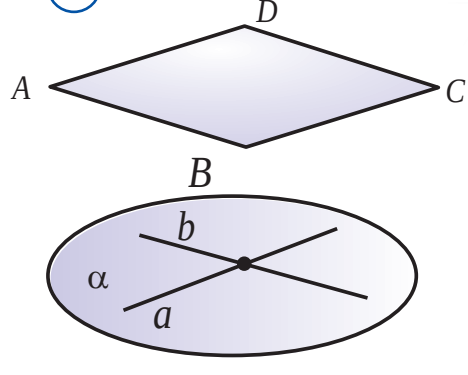
14.11. 16-сүрөттө $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипед көрсөтүлгөн.

а) $A_1B_1C_1D_1$ жана $B_1A_1D_1C_1$; б) ADD_1A_1 жана $ABCD$;

в) ABB_1A_1 жана C_1D_1DC; г) $BADC$ жана ABB_1A_1;

д) CC_1B_1B жана ADD_1A_1 тегиздиктердин өз ара жайлашуусун аныкта.

17



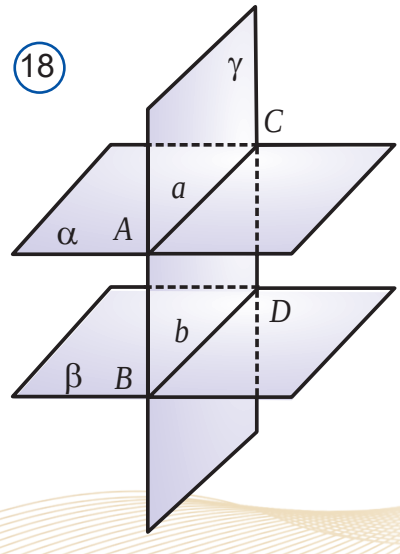
14.12. AB, BC кесиндилер $ABCD$ параллелограммдын жактары болуп, алар тиешелүү түрдө a жана b түз сызыктарга параллель *(17-сүрөт)*. a жана b түз сызыктар өз ара кесилишет жана α тегиздикке тиешелүү. $ABCD$ жана α тегиздиктердин мейкиндикте өз ара жайлашуусун аныкта.

14.13. a жана b кайчылаш түз сызыктар берилген. a түз сызыктан өткөн жана β тегиздикке параллель болгон канча тегиздик өткөрүүгө болот?

14.14. Эки α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы үчүнчү – γ тегиздикке параллель. α жана β тегиздиктердин мейкиндикте өз ара жайлашуусун аныкта.

14.15. AB жана CD параллель түз сызыктар аркылуу жүргүзүлгөн γ тегиздик α жана β параллель тегиздиктерди тиешелүү түрдө AC жана BD түз сызыктарды бойлой кесип өтөт. Эгерде $BD = 15$ *см* болсо, AC кесиндинин узундугун тап. *(18-сүрөт)*.

18

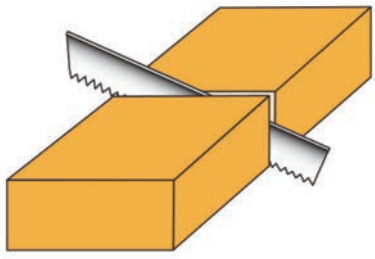


14.16. Тактай бөлүгүнүн бардык грандары тик бурчтуктан турат *(19-сүрөт)*. Тактайды кандай багытта

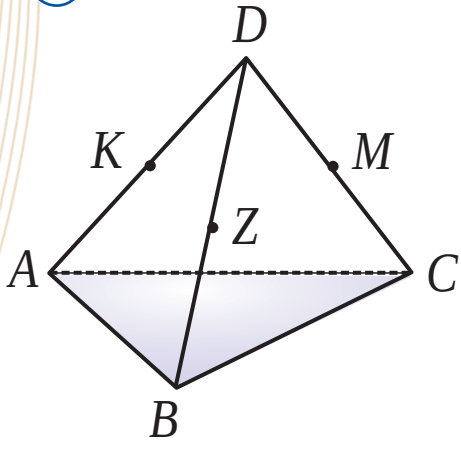
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

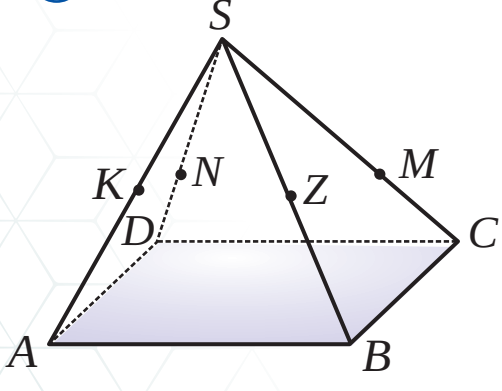
19



20



21



арааласак да, ар дайым кесилиш параллелограмм болушун далилде.

14.17. Каалагандай эки кайчылаш түз сызыктар аркылуу жеке параллель тегиздиктер жубун өткөрүүгө болушун далилде.

14.18. α жана β тегиздиктер параллель. α тегиздикте жаткан каалагандай түз сызык β тегиздикке параллель болушун далилде.

14.19. O чекит – бир тегиздикте жатпаган AA_1, BB_1, CC_1 кесиндилеринин жалпы ортосу. ABC жана $A_1B_1C_1$ тегиздиктер параллель экендигин далилде.

14.20. $ABCD$ параллелограмм жана аны кеспеген тегиздик берилген. Параллелограммдын A, B, C, D чокуларынан тегиздикти тиешелүү түрдө A_1, B_1, C_1, D_1 чекиттерде кесип өткөн параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Эгерде $AA_1 = 4\,м$, $BB_1 = 3\,м$ жана $CC_1 = 1\,м$ болсо, DD_1 кесинди узундугун тап.

14.21. Эки параллель тегиздик берилген. Бир тегиздиктин A жана B чекиттеринен экинчи тегиздикти A_1 жана B_1 чекиттерде кесип өткөн параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Эгерде $AB = a$ болсо, A_1B_1 кесиндинин узундугун тап.

14.22. α жана β тегиздиктер параллель. α тегиздиктин M жана N чекиттеринен β тегиздикти K жана L чекиттерде кесип өткөн параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. $MNLK$ параллелограмм экендигин далилде. Эгерде ML=14 $см$, NK = 8 $см$ жана $MK : MN = 9 : 7$ болсо, $MNLK$ төрт бурчтуктун периметрин тап.

14.23. OF жана OP шоолалар a жана β параллель тегиздиктерди тиешелүү түрдө F_1, P_1, F_2, P_2 чекиттерде кесип өтөт. Эгерде $F_1P_1 = 3\,см$, $F_2P_2 = 5\,см$ жана $P_1P_2 = 4\,см$ болсо, OP_1 кесиндинин узундугун тап.

14.24. OA жана OB шоолалар a жана β параллель тегиздиктерди тиешелүү түрдө A_1, B_1, A_2, B_2 чекиттерде кесип өтөт. Эгерде $OA_1 = 16\,см$, $A_1A_2 = 24\,см$ жана $A_2B_2 = 50\,см$ болсо, A_1B_1 кесиндинин узундугун тап.

14.25. D чекит ABC үч бурчтуктун тегиздигине тиешелүү эмес *(20-сүрөт)*. K, M, Z чекиттер – тиешелүү түрдө DA, DB жана DC кесиндилеринин ортосу. ABC жана KZM тегиздиктердин өз ара жайлашуусун аныкта.

14.26. S чекит $ABCD$ параллелограмм тегиздигине тиешелүү эмес *(21-сүрөт)*. K, Z, M, N чекиттер тиешелүү түрдө SA, SB, SC жана SD кесиндилерге тиешелүү. Эгерде $SK = AK$, $SZ = BZ$, $CM : MC = 2 : 1$, $SN : ND = 2 : 1$ болсо, $ABCD$ жана $KZMN$ тегиздиктердин өз ара жайлашуусун аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15 МЕЙКИНДИКТЕ ПАРАЛЛЕЛЬ ПРОЕКЦИЯЛОО

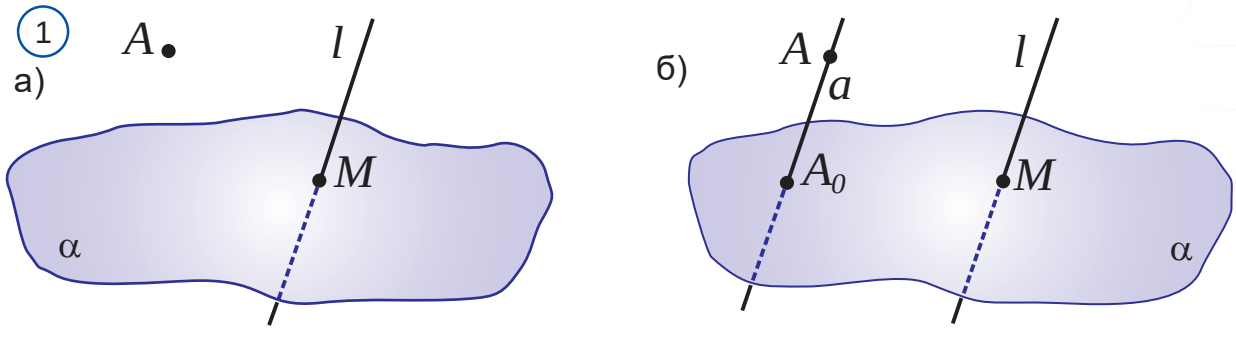
Мейкиндиктеги фигуралар түрдүү усулдар менен тегиздикте көрсөтүлөт. Төмөндө алар менен таанышабыз.

Мейкиндиктеги фигураны тегиздикке параллель проекциялоо деп, фигуранын ар бир чекити берилген проекциялоо багытына параллель болгон түз сызыктарды бойлой тегиздикке көчүрүлүшүнө айтылат.

Параллель проекциялоону жарыктын шоолалары жардамында кандайдыр нерсенин дубал же полдогу көлөкөсүнө салыштырууга болот.

Ошентип, параллель проекциялоодо кандайдыр фигура менен *проекциялоо тегиздиги* деп аталган тегиздик алынат жана *проекциялоонун багыты*, башкача айтканда кандайдыр түз сызык тандалат. Сөзсүз, бул түз сызык проекция тегиздиги менен кесилишүүгө тийиш.

1



Алсак, каалагандай α тегиздик жана проекциялоонун түз сызыгы – l жана тегиздикте да, түз сызыкта да жатпаган A чекит берилсин *(1а-сүрөт)*.

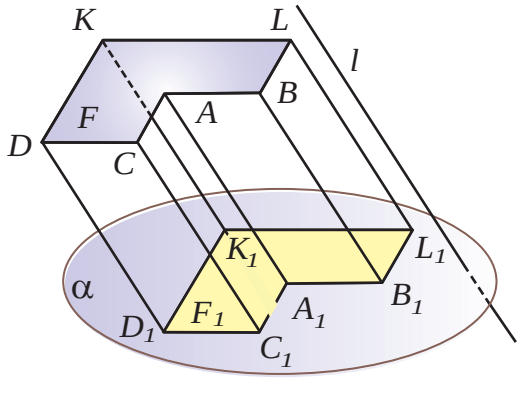
A чекиттен α тегиздикке l түз сызыкка параллель түз сызык жүргүзөбүз. Бул түз сызык α тегиздикти A_0 чекитте кесип өтсүн*(1б-сүрөт)*.

Табылган A_0 чекит A чекиттин α тегиздикке *параллель проекциясы* деп аталат.

Ошентип, параллель проекциялоодо чекит чекитке өтөт экен.

Алсак, кандайдыр F фигураны α тегиздикке l багыт боюнча параллель проекциялоо керек болсун. Ал үчүн F фигуранын каалагандай чекитин алабыз, андан l ге параллель түз сызык жүргүзөбүз жана анын α тегиздик менен кесилишүү чекитин белгилейбиз. Мындай чекиттер α тегиздикте кандайдыр F_1 фигураны түзөт. Мына ошол F_1 фигура F фигуранын α тегиздиктеги параллель проекциясы болот. 2-сүрөттө F фигуранын α тегиздикке проекциясы – F_1 фигура көрсөтүлгөн.

2

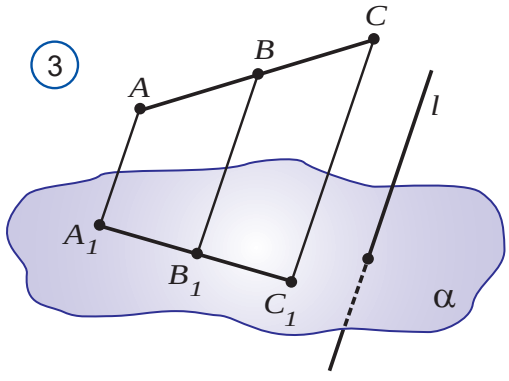


Параллель проекциялоонун төмөнкү касиеттерин да келтирип өтөбүз. Аларды өз алдынча далилдеп көр.

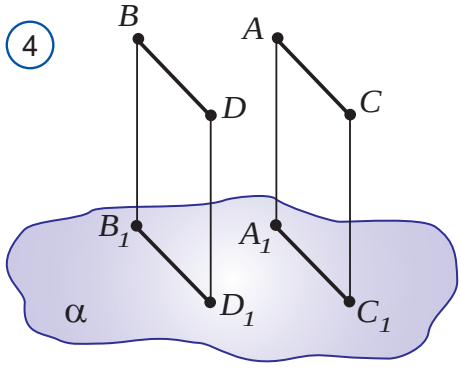
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

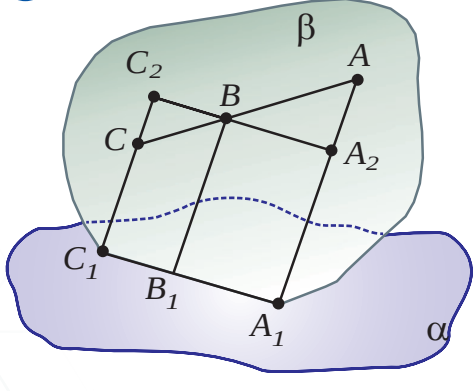
3



4



5



6



Параллель проекциялоодо кесинди кесиндиге, түз сызык түз сызыкка өтөт.

Параллель түз сызыктардын проекциялары параллель болот же үстү-үстүнөн түшөт.

Албетте, бул касиеттер проекциялоо багытына параллель эмес кесинди жана түз сызыктар үчүн орундуу болот. Эми төмөнкү касиеттерди далилдейли.

1-касиет. *Параллель проекциялоодо фигуралардын түз сызыктуу кесиндилери да кесиндилерге өтөт.*

Чындыгында да, AC кесиндинин чекиттерин проекциялаган бардык түз сызыктар α тегиздикти A_1C_1 түз сызык боюнча кесип өткөн тегиздикте жатат *(3-сүрөт)*. AC кесиндинин каалагандай B чекити A_1C_1 кесиндинин B_1 чекитине өтөт.

2-касиет. *Параллель проекциялоодо фигуралардын параллель кесиндилери да параллель кесиндилерге өтөт.*

Чындыгында да, AC жана BD кандайдыр фигуранын параллель кесиндилери болсун *(4-сүрөт)*. Алардын проекциялары A_1C_1 жана B_1D_1 кесиндилер да параллель болот, анткени алар эки параллель тегиздикти α тегиздик менен кескенде алынат.

3-касиет. *Бир түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер узундуктарынын катышы алардын параллель проекциялары узундуктарынын катышына барабар.*

Чындыгында да, 5-сүрөттө AC жана A_1C_1 түз сызыктар β тегиздикте жатат. AC кесиндинин B чекитинен A_1C_1 ге параллель болгон A_2C_2 түз сызыкты жүргүзөбүз. Алынган BAA_2 жана BCC_2 үч бурчтуктар окшош болот. Үч бурчтуктардын окшоштугу жана $A_1B_1=A_2B$ жана $B_1C_1=BC_2$ барабардыктардан изделип жаткан катышта бөлөбүз: $AB:BC=A_1B_1:B_1C_1$.

Ошентип, параллель проекциялоодо түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер узундуктарынын катышы сакталат экен.

Ошондой эле, кесиндинин ортосу проекциянын ортосуна өтөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

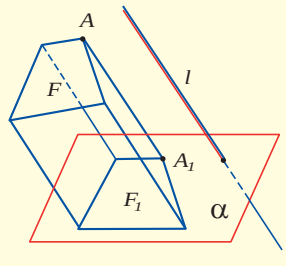
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Мейкиндиктеги фигураны тегиздикке параллель проекциялоо деп кандай чагылдырууга айтылат?*
2. *Чекиттин тегиздикке параллель проекциясы кандай табылат?*
3. *6-сүрөттөгү «көлөкөлөр театрынын» каармандары кантип алынат?*
4. *Параллель проекциялоонун тегиздиги жана проекциялоонун багыты деп эмнеге айтылат?*
5. *Параллель проекциялоонун кандай касиеттерин билесиң?*
6. *Параллель проекциялоодон каерде пайдаланууга болот?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

15.1. Жадыбалда 15-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

<table>
<tr><th colspan="3">Параллель проекциялоо</th></tr>
<tr><th>Аныктамасы</th><th colspan="2">Параллель проекциялоодо фигуралардын касиеттери</th></tr>
<tr><td rowspan="2"> 

F – фигура,
α – проекциялоо тегиздиги,
l – проекциялоонун багыты,
F_1 – F фигуранын проекциясы.</td><th>Сакталат</th><th>Сакталбайт</th></tr>
<tr><td>1) Фигуралардын класстарга тиешелүүлүгү (чекит чекитке, түз сызык түз сызыкка, кесинди кесиндиге, үч бурчтук үч бурчтукка өтөт);
2) чекиттердин түз сызыкка тиешелүүлүгү;
3) чекиттердин түз сызыкта жайлашуусу;
4) түз сызыктардын параллелдиги;
5) бир же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилеринин барабардыгы (же пропорциялаштыгы).</td><td>1) кесиндинин узундугу;
2) бурчтун чоңдугу;
3) түз сызыктардын перпендикулярдуулугу;
4) бурчтардын барабардыгы (пропорциялаштыгы);
5) кесишүүчү түз сызыктарда жаткан кесиндилеринин барабардыгы (пропорциялаштыгы).</td></tr>
</table>

15.2. Параллель проекциялоодо кесиндинин проекциясы: а) кесинди; б) чекит; в) эки чекит; г) шоола; д) түз сызык болушу мүмкүнбү?

15.3. Параллель проекциялоодо квадраттын проекциясы: а) квадрат; б) параллелограмм; в) ромб; г) тик бурчтук; д) трапеция; е) кесинди болушу мүмкүнбү?

15.4. Параллель тегиздиктерден биринде жаткан үч бурчтук экинчи тегиздикке параллель проекцияланса, анын аянты өзгөрбөстүгүн далилде.

15.5. Параллелограммдын параллель проекциясы трапеция болушу мүмкүнбү? Жообуңду негизде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

15.6. Туура үч бурчтуктун параллель проекциясы туура үч бурчтук болобу?

15.7. Тик бурчтуу үч бурчтуктун параллель проекциясы тик бурчтуу үч бурчтук болобу?

15.8. ABC үч бурчтугунун параллель проекциясы $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктан турат. Бул проекциялоодо ABC үч бурчтуктун: а) медианасы; б) бийиктиги; в) биссектрисасы $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктун тиешелүү: а) медианасына; б) бийиктигине; в) биссектрисасына өтөбү?

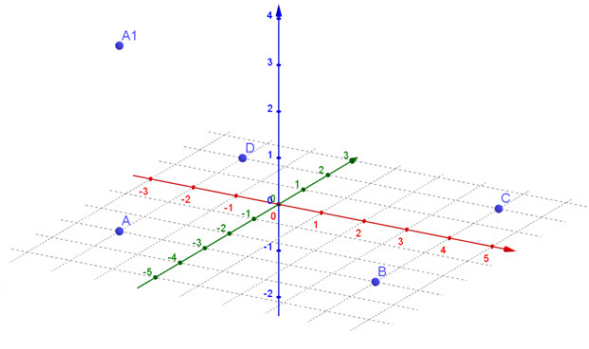
15.9. ABC үч бурчтугунун параллель проекциясы $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктан турат. Эгерде $\angle A = 30^\circ$, $BC = 20$ *см* болсо, $\angle A_1 = 30^\circ$, $B_1C_1 = 20$ *см* болобу?

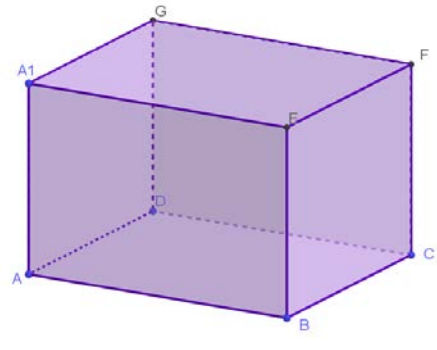
15.10. AB кесиндинин параллель проекциясы A_1B_1 кесиндиден турат. Ал эми AB кесиндиден алынган C чекиттин проекциясы C_1 чекит. $AB = 48$ *см*, $A_1B_1 = 36$ *см*. Эгерде AC кесиндинин узундугу: а) 24 *см;* б) 12 *см;* в) 8 *см;* г) 32 *см;* д) 36 *см* болсо, A_1C_1 кесиндинин узундугун тап.

«GeoGebra» жардам берет

3D калькулятору жардамында тик бурчтуу параллелепипедди түзүү

Ввод (Киргизүү) сабы аркылуу xOy тегиздигинде 4 – A, B, C, D чекиттерди жана xOz тегиздигинде бир A_1 чекитти сол жактагы сүрөттө көрсөтүлгөндөй түзөбүз.





Призма аспабын тандайбыз жана удаалаш A, B, C, D чекиттердин үстүнө басып чыгабыз, соң A_1 чекитти басабыз, натыйжада оң жактагы сүрөттөгү тик бурчтуу параллелепипедди алабыз.

Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырмалар

1. Жогоруда түзүлгөн тик бурчтуу параллелепипеддин параллель грандарын аныкта жана «GeoGebra»нын 3D калькулятору жардамында алардын параллелдигин текшер.

2. Кандайдыр кубду түз. Анын параллель грандарын «GeoGebra»нын 3D калькулятору жардамында аныкта.

3. Кандайдыр кубду түз. Анын жандаш грандарынын кайчылаш диагоналдарынын ортосундагы бурчту «GeoGebra»нын 3D калькулятору жардамында аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16 ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО БОЮНЧА ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУЛАР

16.1. а) Эки түз сызык; б) түз сызык жана тегиздик; в) эки тегиздик канча жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн?

16.2. а) Эки түз сызык; б) түз сызык жана тегиздик; в) эки тегиздик; г) үч тегиздик жеке жалпы чекитке ээ болушу мүмкүнбү?

16.3. Төрт чекит бир тегиздикте жатпайт. а) алардан үчөөсү бир түз сызыкта жатышы мүмкүнбү; б) алар аркылуу канча тегиздик өткөрүүгө болот?

16.4. m жана n түз сызыктар кесилишет,ал эми d түз сызык n түз сызыкка параллель. m жана d түз сызыктар өз ара кандай жайлашышы мүмкүн?

16.5. ABC үч бурчтугунун C чокусунан өткөн жана AB жагына параллель болгон канча тегиздик өткөрүүгө болот?

16.6. $ABCD$ жана $ABKZ$ параллелограммдар түрдүү тегиздиктерде жатат. Параллель түз сызыктарды көрсөт.

А) DA жана KB Б) CD жана KZ В) BC жана AZ

Г) DA жана ZA Д) CB жана KB

16.7. A жана C чекиттер α тегиздикке, B жана D чекиттер β тегиздикке тиешелүү. AC, CD, BD, AB, BC, AD түз сызыктардан кайсылары β тегиздикти кесип өтөт?

16.8. AB, AC, KB, KD кесиндилер α тегиздикти кесип өтөт. AK, AD, BD, KC, CD түз сызыктарынан кайсылары α тегиздикти кесип өтөт?

16.9. Бир тегиздикте жатпаган AB, AC жана AD түз сызыктар α тегиздикти B_1, C_1 жана D_1 чекиттерде кесип өтөт. B_1, C_1 жана D_1 чекиттер удаалаш туташтырылса, кандай фигура алынат?

16.10. α тегиздикти кесип өтпөгөн MN кесиндинин чокуларынан жана ортосунан параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Эгерде бул түз сызыктар α тегиздикти тиешелүү түрдө M_1, N_1, жана K_1 чекиттерде кесип өтсө жана $KK_1 = 9$ $см$, $NN_1 = 15$ $см$ болсо, MM_1 кесиндинин узундугун тап.

16.11. α тегиздиктин P жана Z чекиттеринен андан сыртта узундуктары $PK = 6$ $см$ жана $ZM = 9$ $см$ болгон параллель кесиндилер түшүрүлгөн. MK түз сызык α тегиздикти O чекитте кесип өтөт. Эгерде $MK = 6$ $см$ болсо, MO кесиндинин узундугун тап.

16.12. Параллеллелограммды параллель проекциялоодо квадрат алынышы мүмкүнбү?

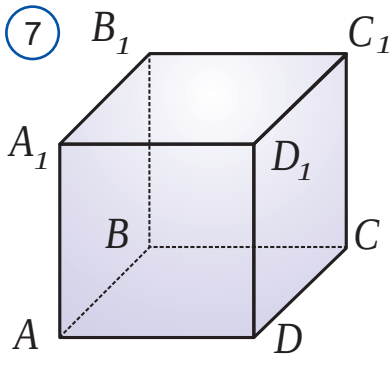
16.13. Үч бурчтуктун параллель проекциясы берилген. Бул үч бурчтуктун медианаларынын проекциялары кандай түзүлөт?

16.14. MNZ үч бурчтук менен $MNPS$ (BC – негиз) параллелограмм бир тегиздикте жатпайт. Q жана R чекиттер – CB жана DA кесиндилеринин ортосу, ал эми M жана N болсо DP жана CZ кесиндилеринин ортосу. MN жана QR түз сызыктарынын параллель экендигин далилде.

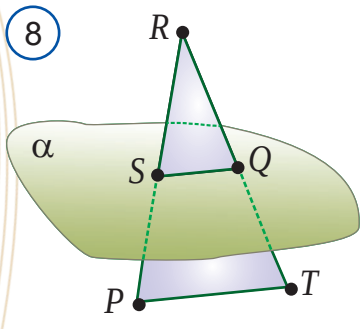
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

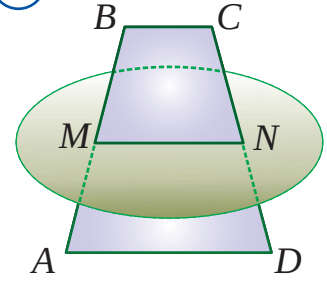
7



8



9



16.15. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун *(7-сүрөт)* AA_1D_1D; BB_1C_1C; $ABCD$; DD_1C_1C; $B_1C_1D_1A_1$; ADD_1A_1 грандарынан кайсылары A_1B_1 түз сызыкка параллель болот?

16.16. PRT үч бурчтук берилген. PT түз сызыкка параллель α тегиздик PR жакты S чекитте, RT жакты Q чекитте кесип өтөт *(8-сүрөт)*. Эгерде SR = 7 *см*, SQ = 3 *см* жана SP= 35 *см* болсо, PT жакты тап.

16.17. α тегиздик $ABCD$ тең капталдуу трапециянын негизи AD га параллель, AB жана CD жактарын M жана N чекиттерде кесип өтөт *(9-сүрөт)*. AD = 20 *см*, MN = 16 *см*. Эгерде M чекит – AB кесиндинин ортосу жана AB = 8 *см* болсо, трапециянын периметрин тап.

16.18. α тегиздиктин P жана Z чекиттеринен андан сыртта PK = 6 *см* жана ZM = 9 *см* кесиндилер жүргүзүлгөн. MK түз сызык тегиздикти O чекитте кесип өтөт. Эгерде MK = 6 *см* болсо, MO аралыкты тап.

16.19. $ABCD$ тик бурчтуктун AB жагы α тегиздикке параллель, ал эми AD жагы бул тегиздикке параллель эмес. $ABCD$ жана α тегиздиктердин мейкиндикте өз ара жайлашуусун аныкта.

16.20. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин төмөндө берилген грандарынан кайсылары $ABCD$ гранына параллель болот?

А) D_1A_1AD Б) $D_1A_1B_1C_1$ В) ABB_1A_1 Г) D_1C_1CD

16.21. Ромбдун эки диагоналы α тегиздикке параллель. Ромб тегиздиги жана α тегиздиктердин мейкиндикте өз ара жайлашуусун аныкта.

16.22. Жадыбалдын сол мамычасында тегиздиктеги, ал эми оң мамычасында мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын бири-бирине окшош кээ бир касиеттери берилген. Аларды элестет жана кандай окшоштукка ээ экендигин аныкта, соң бош чакмактарды толтур. Тегиздик менен мейкиндиктеги дагы кандай окшош касиеттерди келтирүүгө болот?

Тегиздикте	Мейкиндикте
Эгерде түз сызыктар жалпы чекитке ээ болсо, алар ошол чекитте кесилишет.	Эгерде тегиздиктер жалпы түз сызыкка ээ болсо, алар ошол түз сызык боюнча кесилишет.
Тегиздиктин кандайдыр чекитинен чексиз көп түз сызык өткөрүүгө болот.	
	Тегиздикте жатпаган түз сызык аркылуу берилген тегиздикке параллель тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди.
Бир түз сызыкка параллель түз сызыктар өз ара параллель.	

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Компетенцияларды калыптандыруу боюнча тапшырмалар

1. Темир жол вагондору дөңгөлөктөрүнүн октору бири-бирине салыштырмалуу кандай жайлашкан *(1-сүрөт)*?

2. Темир жол вагондору дөңгөлөгүнүн огу рельстерге салыштырмалуу кандай жайлашкан *(1-сүрөт)*?

3. Айлана-чөйрөдөн параллель жана кайчылаш түз сызыктарга мисалдар келтир.

1



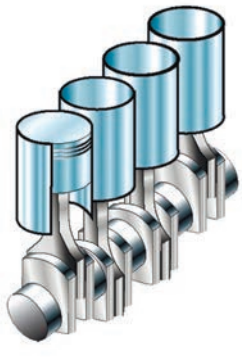
4. Эмне үчүн жазуу столунун тартмалары кээде бип калыпта ачылбайт *(2-сүрөт)*?

2



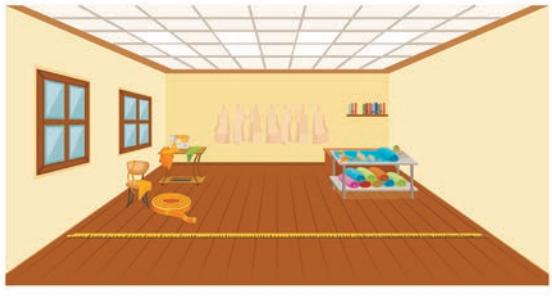
5. Эмне үчүн насостун поршени анын ичинде бир калыпта аракеттенет *(3-сүрөт)*?

3



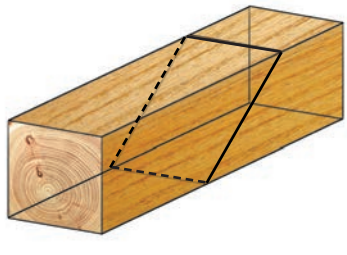
6. Тигүүчүлүк тасмасынын же каалагандай узун жыгачтын жардамында далис полунун четине мыкталган рейкалардын параллелдигин кантип текшерсе болот *(4-сүрөт)*?

4



7. Жыгачтан иштелген брустун (тактайдын) бардык грандары тик бурчтук формасында. Аны туурасынан кеткен кырларын бойлой кантип арааласаң да, алынган бардык кесилиштер параллелограмм болушун далилде *(5-сүрөт)*.

5



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

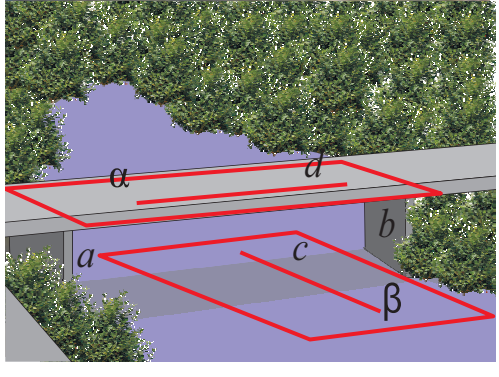
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ӨЗҮҢДҮ СЫНАП КӨР

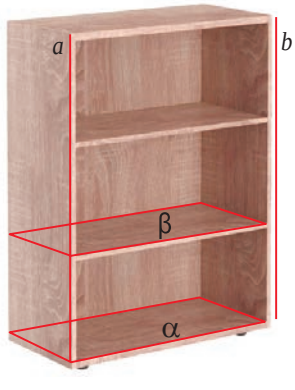
1. Төмөнкү сүйлөмдөрдү оку. Сүйлөмдөрдүн мазмунунан келип чыгып, алардын ар дайым, кээде туура болушун же эч качан туура болбостугун аныкта жана «+» белгисин тиешелүү мамычага кой. Жообуңду түшүндүр.

	Сүйлөм	Ар дайым	Кээде	Эч качан
а	Мейкиндикте эки түз сызык кесишпейт.			
б	Мейкиндикте эки тегиздик кесишпейт.			
в	Мейкиндикте түз сызык менен тегиздик кесилишет.			
г	Мейкиндикте түз сызыктар кайчылаш болот.			
д	Тегиздикте түз сызыктар кайчылаш болот.			
е	Тегиздикти кесүүчү түз сызыктар кесилишет.			
ж	Тегиздикке параллель түз сызыктар кесилишет.			

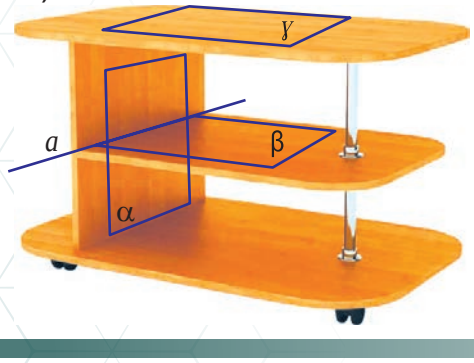
1 а)



б)



в)



2. 1-сүрөттө кээ бир объекттер мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын символу иретинде көрсөтүлгөн. Кандай мейкиндиктеги геометриялык фигураларды байкадың? Алар өз ара кандай жайлашканын аныктап жаз.

3. Бир тегиздикте жатып, бир жалпы чекитке ээ болгон түз сызыктар кандай аталат?

А) кайчылаш Б) кесишүүчү В) параллель

4. Кайчылаш түз сызыктар канча жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн?

А) 1 Б) 0 В) 2

5. Бир тегиздикте жатып, жалпы чекитке ээ эмес түз сызыктар кандай аталат?

А) кайчылаш Б) кесишүүчү В) параллель

6. Түз сызыктан түрдүү эки тегиздик өткөрүүгө болушун далилде.

7. Бир тегиздикте жатпаган төрт чекит берилген. Алардын үчөөсүнөн өткөн канча тегиздик өткөрүүгө болот?

8. A, B, C чекиттер берилген эки тегиздиктин ар биринде жатат. Бул чекиттердин бир тегиздикте жатышын далилде.

9. a түз сызыкты бойлой кесишүүчү эки тегиздик берилген. b түз сызык алардан биринде жатат жана экинчисин кесип өтөт. a жана b түз сызыктардын кесилишин далилде.

10. Үч тегиздиктин ар экөөсү өз ара кесилишет. Тегиздиктердин кесилишүү түз сызыктарынан экөөсү кандайдыр чекитте кесилишсе, үчүнчү кесилишүү сызыгы да ошол чекиттен өтүшүн далилде.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

11. Эгерде мейкиндиктеги төрт бурчтуктун диагоналдары кесилишсе, анда анын чокулары бир тегиздикте жатышын далилде. Сүрөттө көрсөтүлгөн түз сызыктар кандай аталат?

А) кайчылаш Б) кесишүүчү В) параллель

12. $ABCD$ параллелограммдын A жана C чокулары аркылуу параллелограммдын тегиздигинде жатпаган A_1C жана C_1C параллель түз сызыктар жүргүзүлдү. A_1AB жана C_1CD тегиздиктеринин параллелдигин далилде.

13. Трапециянын негиздери кандайдыр тегиздикке параллель. Трапециянын жактары да ошол тегиздикке параллель болушу мүмкүнбү? Жообуңду негизде.

14. Квадраттын A жана B чокулары жана диагоналдарынын кесилишүү чекити – O нун проекциялары A_1, B_1 жана O_1 чекиттеринен турушу белгилүү. $ABCD$ квадратынын проекциясын түз.

15. 2-сүрөт боюнча берилген түз сызык менен тегиздиктин өз ара кандай жайлашканын аныкта жана алардын арасына тиешелүү ($\otimes$ – кесилишүү, // – параллелдик, $\div$ – кайчылаштык жана $\subset$ – тиешелүү) белгилерди кой.

Түз сызыктар/ тегиздиктер	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1
ADD_1					
AA_1B_1					
ABD					
AA_1D					
BCD					

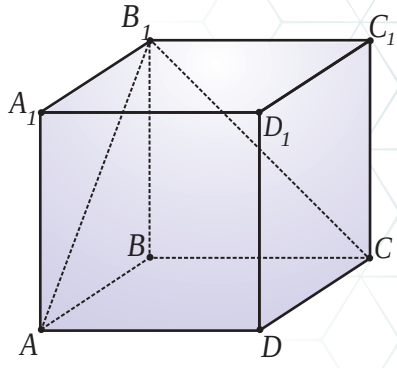
16. 3-сүрөттөгү $ABCD$ трапециянын AB негизи α тегиздикте жатат, ал эми CD негизи α тегиздикте жатпайт. Берилген түз сызыктар менен α тегиздиктин өз ара жайлашуусун туюнткан сүйлөмдөрдү толтур:

а) DB түз сызык берилген тегиздик менен жалпы чекитке ээ болгондуктан, ал α тегиздик менен _____;

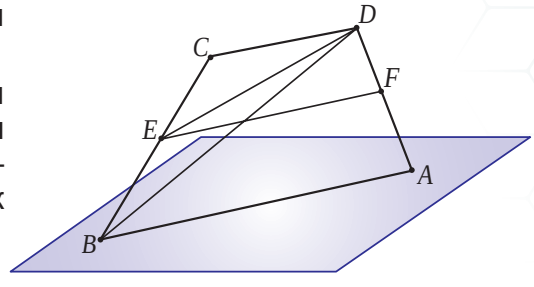
б) трапециянын EF орто сызыгы анын негиздерине параллель болгондуктан, α тегиздикке _____ болот.

17. 4-сүрөттөгү ABC үч бурчтугунун AB жана AC жактарында D жана E чекиттер белгиленген болуп, $DE = 5$ *см* жана $AD : BD = 3 : 4$. B жана C чекиттерден DE кесиндиге параллель α тегиздик жүргүзүлгөн. BC жактын узундугун тап.

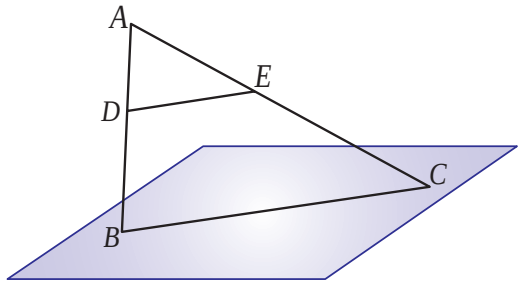
2



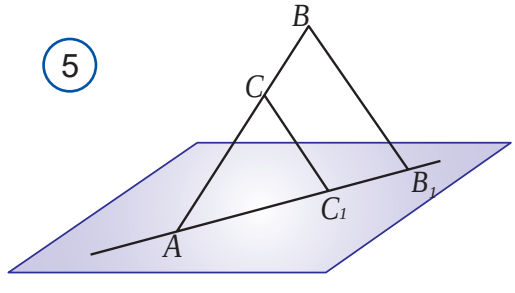
3



4



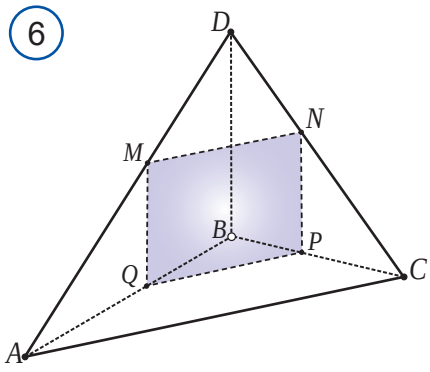
5



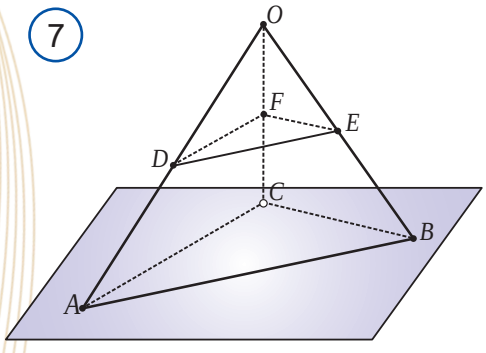
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

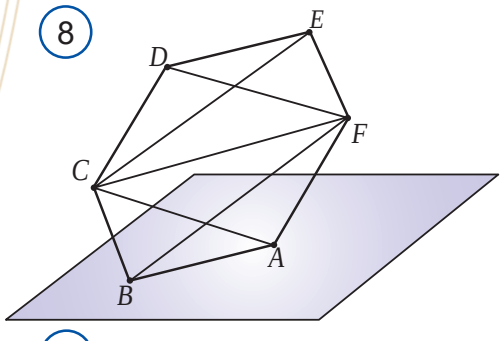
6



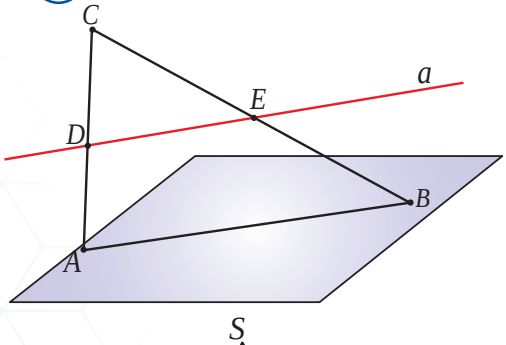
7



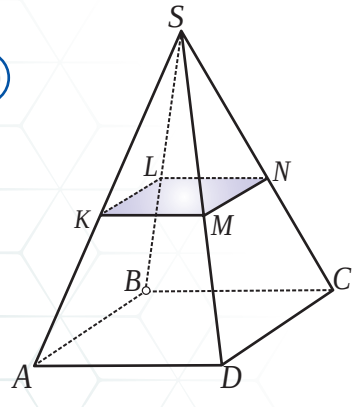
8



9



10



18. 5-сүрөттөгү C чекит AB кесиндиге тиешелүү. A чекиттен тегиздик, ал эми B жана C чекиттерден параллель түз сызыктар жүргүзүлгөн. Бул түз сызыктар тегиздикти тиешелүү түрдө: B_1 жана C_1 чекиттерде кесип өтөт. Эгерде $AC : BC = 3 : 2$ жана $BB_1 = 9$ болсо, CC_1 кесиндинин узундугун тап.

19. a жана b параллель түз сызыктар эки параллель тегиздиктен бирин тиешелүү түрдө A_1 жана B_1 чекиттерде, ал эми экинчисин A_2 жана B_2 чекиттерде кесип өтөт:
а) A_1B_1 дин A_2B_2 ге параллель экендигин далилде;
б) $\angle A_1A_2B_2 = 140°$ болсо, $\angle A_2A_1B_1$ ди тап.

20. α тегиздик BAC бурчтун жактарын A_1 жана B_1 чекиттерде, ал эми ага параллель β тегиздик A_2 жана B_2 чекиттерде кесет. $A_1B_1 = 8$, $AA_1 = 12$, $AA_2 = 0{,}5\,A_1A_2$ болсо, A_2B_2 жана AA_2 ни тап.

21. D чекит ABC үч бурчтуктун тегиздигинде жатпайт. K, Z жана M чекиттер – тиешелүү түрдө DA, DB, жана DC кесиндилеринин ортолору. ABC жана KZM тегиздиктеринин мейкиндикте өз ара жайлашуусун аныкта.

22. 6-сүрөттөгү M, N, P, Q чекиттер – тиешелүү түрдө AB, CD, BC, AB кесиндилеринин ортосу. Эгерде $AC = 10$ *см*, $BD = 18$ *см* болсо, $MNPQ$ төрт бурчтугунун периметрин тап.

23. 7-сүрөттөгү O чекит ABC үч бурчтуктун тегиздигинде жатпайт. D, E, F чекиттер – тиешелүү түрдө AO, BO, CO кесиндилеринин ортосу. Эгерде ABC үч бурчтук аянты 380 $см^2$ болсо, DEF үч бурчтугунун аянтын тап.

24. 8-сүрөттөгү $ABCDEF$ туура алты бурчтуктун AB жагы α тегиздикте жатат. Берилген α тегиздик менен DE, CD жана EC түз сызыктардын өз ара жайлашуусун аныкта.

25. 9-сүрөттөгү A жана B чекиттер α тегиздикте жатат. Ал эми C чекит α тегиздикте жатпайт. AC жана BC кесиндилердин ортосунан a түз сызык жүргүзүлгөн. Бул түз сызык α тегиздикке параллель экендигин далилде.

26. 10-сүрөттөгү $SABCD$ туура пирамида негизине параллель $KLNM$ тегиздик менен кесилген.
1) BS жана CS; AB жана KL; CS жана KL түз сызыктардын;
2) ASD жана DSC; ABD жана ASC тегиздиктердин өз ара жайлашуусун аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



IV глава

МЕЙКИНДИКТЕ ТҮЗ СЫЗЫК МЕНЕН ТЕГИЗДИКТЕРДИН ПЕРПЕНДИКУЛЯРДУУЛУГУ

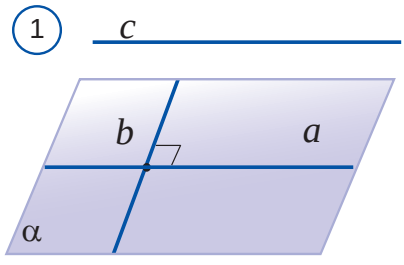
Главаны үйрөнүүнүн натыйжасында төмөнкү билим жана көнүккөндүктөргө ээ болосуң:

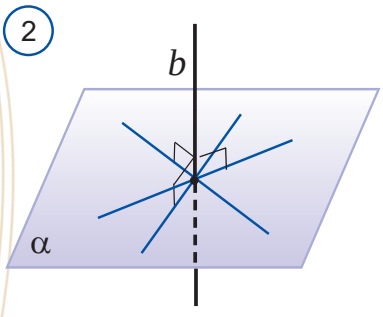
- тегиздикке перпендикуляр түз сызыктарды элестетүү, алардын касиеттерин, түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулук белгисин билүү жана аларды маселелер чыгарууда колдой алуу;
- жалпыланган Пифагор теоремасын билүү жана аны маселелер чыгарууда колдой алуу;
- мейкиндикте тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр жана жантык жөнүндө түшүнүккө ээ болуу жана аларды маселелер чыгарууда колдой алуу;
- чекиттен түз сызыкка чейин жана тегиздикке чейин, түз сызыктан ага параллель болгон тегиздикке чейин болгон аралыктарды аныктап таба алуу;
- параллель тегиздиктердин ортосундагы, кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы аралыктарды аныктап таба алуу;
- үч перпендикуляр жөнүндөгү теореманы билүү жана аны маселелер чыгарууда колдой алуу;
- тегиздиктердин ортосундагы бурчту чиймеде сүрөттөй алуу жана эсептей алуу;
- мейкиндикте перпендикуляр тегиздиктер жөнүндөгү теоремаларды жана тегиздиктердин перпендикулярдуулук белгилерин маселелер чыгарууда колдой алуу;
- ортогоналдык проекция жана алардан техникада пайдалануу жөнүндө маалыматка ээ болуу;
- көп бурчтуктун ортогоналдык проекциясынын аянтын таба алуу.

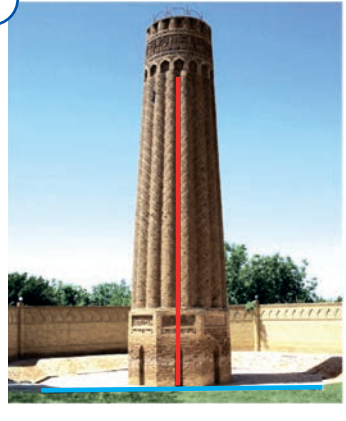
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

17 МЕЙКИНДИКТЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРДУУ ТҮЗ СЫЗЫКТАР ЖАНА ТЕГИЗДИКТЕР

1


2


3


Эскерте кетебиз, мейкиндикте берилген эки түз сызыктын ортосундагы бурч 90° ка барабар болсо, аларга өз ара *перпендикулярдуу түз сызыктар* дейилет.

Перпендикулярдуу түз сызыктар кесишүүчү жана кайчылаш болушу мүмкүн. 1-сүрөттө a жана b перпендикулярдуу түз сызыктар кесишүүчү, ал эми b жана c перпендикулярдуу түз сызыктар кайчылаш. a жана b түз сызыктардын перпендикулярдуулугу $a \perp b$ түрүндө жазылат.

Тегиздиктеги каалагандай түз сызыкка перпендикулярдуу болгон түз сызык *тегиздикке перпендикулярдуу түз сызык* деп аталат *(2-сүрөт)*.

α тегиздик менен b түз сызыктын перпендикулярдуулугу $b \perp \alpha$ түрүндө жазылат.

Айлана-чөйрөдөн өз ара перпендикулярдуу фигураларга көптөгөн мисалдар келтирүүгө болот. Адатта үйдүн дубал жана устундары, мунаралар, чырак устундары жана зым карагайлар жерге салыштырмалуу тик, башкача айтканда перпендикулярдуу тургузулат *(3-сүрөт)*.

Бөлмөдөгү шкаф, стол жана муздаткычтар да полго салыштырмалуу тик абалда орнотулат.









Эми мейкиндиктеги перпендикуляр түз сызыктардын кээ бир касиеттерине токтолобуз.

Эгерде a түз сызык α тегиздикте жатса же ага параллель болсо, анда α тегиздикте жаткан, a түз сызыкка параллель башка b түз сызык да табылат.

Тегиздикке перпендикулярдуу түз сызык бул тегиздикти сөзсүз кесип өтөт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4.1-теорема. Эгерде эки түз сызык тегиздикке перпендикулярдуу болсо, алар өз ара параллель болот.

Далил. a жана b түз сызыктар α тегиздикке перпендикулярдуу болсун *(4-сүрөт)*. Бул түз сызыктардын өз ара параллель экендигин далилдейбиз.

a түз сызыктын кандайдыр M чекитинен b түз сызыкка параллель a_1 түз сызыкты жүргүзөбүз.

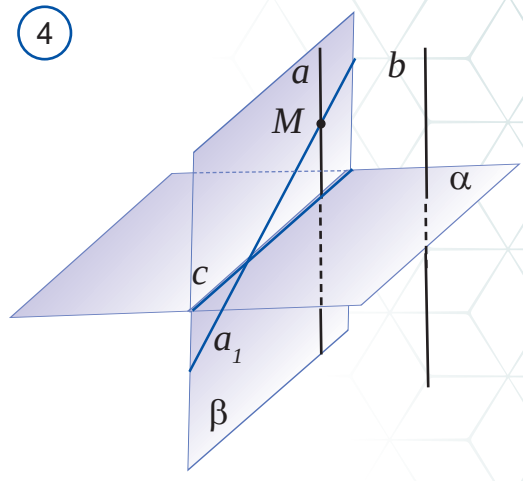
Анда $a_1 \perp \alpha$ болот.

a жана a_1 түз сызыктардын үстү-үстүнөн түшүшүн көрсөтөбүз. Дейлик, мындай болбосун, a жана a_1 түз сызыктар үстү-үстүнөн түшпөсүн. Анда a жана a_1 түз сызыктар жаткан β тегиздиктеги M чекиттен α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы – c түз сызыкка эки – a жана a_1 перпендикулярдуу түз сызыктар өтөт. Мындай болушу мүмкүн эмес. Каршылык пикирибиздин туура эмес экендигин көрсөтөт.

Демек, a жана b түз сызыктар өз ара параллель.

Эми түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулук белгисин келтиребиз.

4



4.2-теорема. Эгерде түз сызык тегиздикте жаткан эки кесишүүчү түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, ошол тегиздикке да перпендикулярдуу болот.

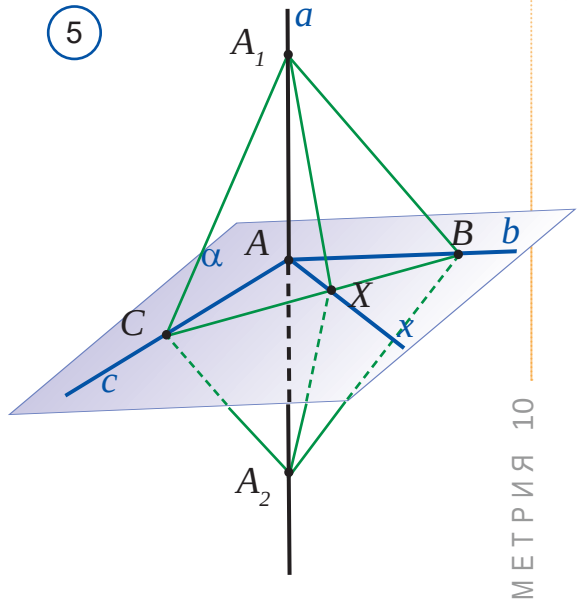
Далилдөө. a түз сызык α тегиздикте жаткан эки – b жана c түз сызыктарга перпендикулярдуу болсун. Анда a түз сызык b жана c түз сызыктардын кесилишүү чекити A аркылуу өтөт *(5-сүрөт)*. a түз сызыктын α тегиздикке перпендикулярдуу болушун далилдейбиз.

α тегиздиктин A чекити аркылуу каалагандай x түз сызыгын жүргүзөбүз жана анын a түз сызыкка перпендикулярдуу болушун көрсөтөбүз. α тегиздикте A чекиттен өтпөгөн, b, c жана x түз сызыктарды кесип өткөн x түз сызыгын жүргүзөбүз. Бул кесилишүү тиешелүү түрдө B, C жана X чекиттер болсун.

a түз сызыкта A чекиттин түрдүү жактарында AA_1 жана AA_2 барабар кесиндилерди коёбуз. Алынган A_1BA_2 жана A_1CA_2 үч бурчтуктар тең капталдуу болот (муну өз алдынча негизде). Мындан A_1BC жана A_2BC үч бурчтуктардын барабар болушу келип чыгат (муну да өз алдынча негизде). Өз кезегинде, мындан A_1BX жана A_2BX бурчтардын барабар болушу жана акырында A_1BX жана A_2BX үч бурчтуктардын да барабар болушу келип чыгат (муну да өз алдынча негизде).

Ошондой эле, $A_1X = A_2X$ болот. Анда A_1XA_2 үч бурчтук тең капталдуу болот. Ошондуктан анын XA медианасы анын бийиктиги да болот. Бул болсо, өз кезегинде, x түз сызыгынын a түз сызыгына перпендикулярдуу болушун көрсөтөт.

5



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Демек, a түз сызык α тегиздикке перпендикулярдуу.

Бул теоремадан натыйжа иретинде төмөнкү касиеттер келип чыгат. Аларды өз алдынча негизде.

4.3-теорема. Эгерде түз сызык эки параллель тегиздиктин бирине перпендикулярдуу болсо, экинчисине да перпендикулярдуу болот.

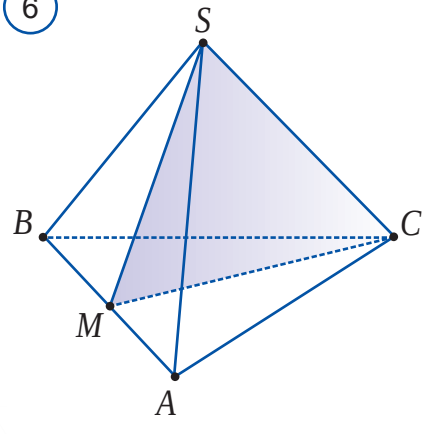
4.4-теорема. Эгерде эки тегиздик бир түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, алар параллель болот.

Төмөндө «бар экендик жана жекелик теоремалары» деп аталган касиеттерди да өз алдынча далилдөө үчүн келтиребиз.

4.5-теорема. Мейкиндиктин каалагандай чекитинен берилген түз сызыкка перпендикулярдуу жеке тегиздик өткөрүүгө болот.

4.6-теорема. Мейкиндиктин каалагандай чекитинен берилген тегиздикке перпендикулярдуу жеке түз сызык өткөрүүгө болот.

6



1-маселе. $SABC$ туура үч бурчтуу пирамидада M чекит – AB кырдын ортосу *(6-сүрөт)*. AB түз сызыктын SMC тегиздикке перпендикулярдуу экендигин далилде.

Далилдөө. Шарт боюнча, $SABC$ пирамида туура болгондуктан, анын негизи тең жактуу, ал эми каптал грандары тең капталдуу үч бурчтуктар.

ABC жана ABS үч бурчтуктардын CM жана SM медианалары алардын бийиктиктери болот.

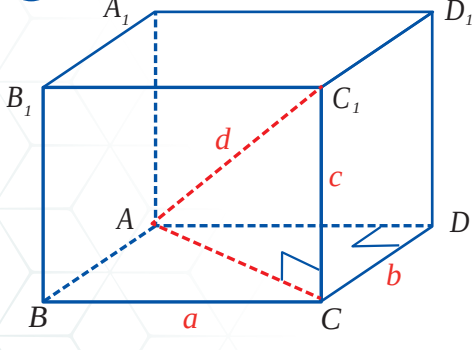
Анда AB түз сызык CM жана SM түз сызыктарга да перпендикулярдуу болот.

Натыйжада AB түз сызык SMC тегиздикте жаткан эки SM жана CM түз сызыктарына перпендикуляр экендигин аныктадык.

Бул, 4.2-теорема боюнча, AB түз сызыктын SMC тегиздикке перпендикуляр экендигин билдирет.

Эми тик бурчтуу параллелепипед үчүн жалпыланган Пифагор теоремасын далилдейбиз. Ал үчүн III бөлүмдө берилген параллелепипеддин касиеттерин эстөөгө туура келет.

7



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

4.7-теорема. (жалпыланган Пифагор теоремасы). Тик бурчтуу параллелепипеддин диагоналынын квадраты анын үч өлчөмүнүн квадраттарынын суммасына барабар.

Далилдөө. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипед болсун *(7-сүрөт)*.

CC_1 кыр $ABCD$ гранга перпендикулярдуу болгондуктан, ACC_1 тик бурчтуу үч бурчтук болот.

Анда Пифагордун теоремасы боюнча,

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

$A_1C^2 = CC_1^2 + AC^2$. (1)

ADC да тик бурчтуу үч бурчтук. (Эмне үчүн?)

Дагы Пифагордун теоремасын колдонсок:

$AC^2 = AD^2 + DC^2$. (2)

Анда (1) жана (2) боюнча:

$A_1C^2 = CC_1^2 + AC^2 = CC_1^2 + AD^2 + DC^2$.

$AD = BC$ болгондуктан,

$A_1C^2 = CC_1^2 + BC^2 + DC^2$.

Эгерде тик бурчтуу параллелепипеддин диагоналын d, анын үч өлчөмүн a, b жана c тамгалары менен белгилесек, жалпыланган Пифагор теоремасын минтип жазууга болот:

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

7

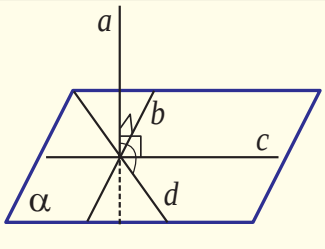
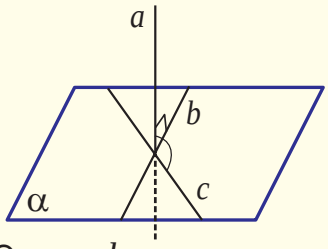


Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Мейкиндикте кандай түз сызыктар өз ара перпендикулярдуу болот?*
2. *Кайчылаш түз сызыктар перпендикулярдуу болушу мүмкүнбү?*
3. *7-сүрөттө кайсы шаар көрсөтүлгөн? Анда сен кандай түз сызыктарды жана тегиздиктерди байкадың? Сүрөттөн параллель, перпендикулярдуу жана кайчылаш түз сызыктарга мисалдар келтир.*
4. *Кандай түз сызык тегиздикке перпендикулярдуу деп аталат?*
5. *Бир тегиздикке перпендикулярдуу түз сызыктардын касиеттерин айт.*
6. *Түз сызык менен тегиздиктердин перпендикулярдуулук белгисин айт.*
7. *Параллель тегиздиктердин бирине перпендикулярдуу болгон түз сызыктын касиетин айт.*
8. *Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон тегиздиктердин касиетин айт.*
9. *Жалпыланган Пифагор теоремасы эмне жөнүндө?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

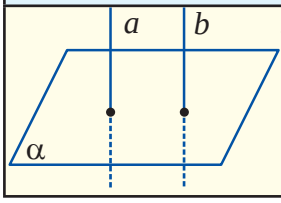
17.1. Жадыбалда 17-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулугу	
Аныктамасы	**Белгиси**
 Эгерде каалагандай $b \in \alpha$ үчүн $a \perp b$ болсо, $a \perp \alpha$ деп аталат.	 Эгерде $b \in \alpha$, $c \in \alpha$ үчүн $a \perp b$, $a \perp c$ болсо, $a \perp \alpha$ болот.

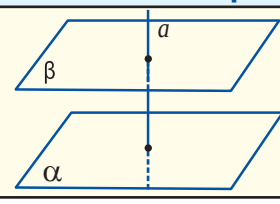
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тегиздиктердин параллелдиги менен перпендикулярдуулугунун ортосундагы байланыштар

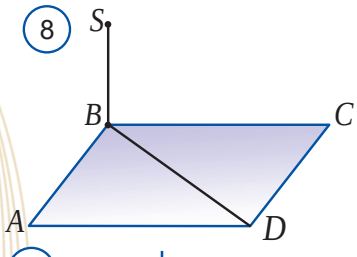


Эгерде $a \parallel b$, $\alpha \perp a$ болсо, $\alpha \perp b$ болот.
Эгерде $\alpha \perp a$, $b \perp \alpha$ болсо, $a \parallel b$ болот.

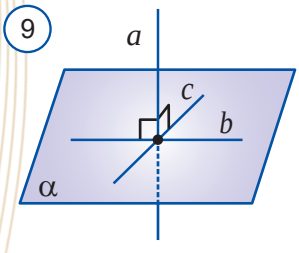


Эгерде $\alpha \parallel \beta$, $a \perp \beta$ болсо, $a \perp \alpha$ болот.
Эгерде $\alpha \perp a$, $\beta \perp a$ болсо, $\alpha \parallel \beta$ болот.

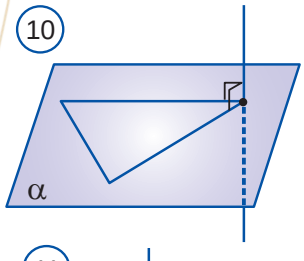
8



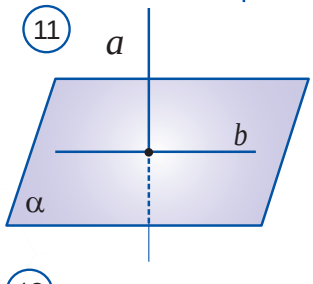
9



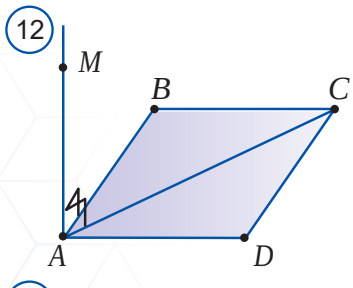
10



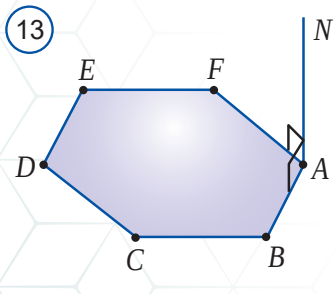
11



12



13



17.2. SB кесинди $ABCD$ параллелограммдын тегиздигине перпендикулярдуу *(8-сүрөт)*. SB кесинди перпендикулярдуу болгон түз сызыктарды айт.

17.3. 9-сүрөттө α тегиздикте жаткан b жана c түз сызыктарга перпендикулярдуу болгон a түз сызык көрсөтүлгөн. $a \perp \alpha$ экендигин негизде.

17.4. 10-сүрөттөгү түз сызык үч бурчтуктун эки жагына перпендикулярдуу. Анын үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу экендигин негизде.

17.5. 11-сүрөттө $a \perp \alpha$. a түз сызыктын α тегиздикте жаткан b түз сызыкка да перпендикулярдуу болушун негизде.

17.6. 12-сүрөттө $ABCD$ тик бурчтуктун A чокусуна MA перпендикуляр түшүрүлгөн. Эгерде $MA \perp AB$ жана $MA \perp AC$ болсо, $MA \perp AD$ болушун негизде.

17.7. 13-сүрөттө $ABCDEF$ алты бурчтуктун A чокусуна NA перпендикуляр түшүрүлгөн. Эгерде $NA \perp AB$ жана $NA \perp AF$ болсо, а) $NA \perp AC$; б) $NA \perp AD$; в) $NA \perp AE$ болушун негизде.

17.8. ABC үч бурчтугунун A чокусунан анын AB жана AC жактарына перпендикулярдуу болгон AK түз сызык жүргүзүлгөн. Бул түз сызык үч бурчтуктун A чекитинен түшүрүлгөн бийиктиги, медианасы жана биссектрисасына перпендикулярдуу болушун негизде.

17.9. l түз сызык ABC үч бурчтуктун AB жана AC жактарына перпендикулярдуу. l түз сызык менен ABC үч бурчтуктун тегиздигинин өз ара жайлашуусун аныкта.

А) l түз сызык ABC тегиздикти кесип өтөт, бирок ага перпендикулярдуу эмес.

Б) l түз сызык ABC тегиздикке тиешелүү.

В) l түз сызык ABC тегиздикке перпендикулярдуу.

Г) l түз сызык ABC тегиздикке параллель.

17.10. $ABCDA_1B_1D_1C_1$ тик бурчтуу параллелепипед берилген. а) DD_1 түз сызык $ABCD$ гранга; б) AD түз сызык DD_1CC_1 гранга перпендикулярдуу болушун негизде.

17.11. 14-сүрөттө $ABCDA_1B_1D_1C_1$ куб берилген. а) AB_1D – тик бурчтуу үч бурчтук; б) AB_1C_1D – тик бурчтук экендигин негизде.

17.12. CM түз сызык ABC үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу ($\angle C = 90°$). а) BC түз сызык AC жана CM түз сызыктар жаткан тегиздикке перпендикулярдуу; б) AC

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

түз сызык BC жана CM түз сызыктар жаткан тегиздикке перпендикулярдуу экендигин далилде.

17.13. CD түз сызык ABC үч бурчтуктун BC жагына перпендикулярдуу ($\angle C = 90°$). Өз ара перпендикулярдуу түз сызык менен тегиздиктерди аныкта жана түшүндүр.

17.14. 15-сүрөттөгү ABC жана DBC тик бурчтуу үч бурчтуктар түрдүү тегиздиктерде жатат жана BC жак боюнча кесилишет. Кайсы түз сызык жана тегиздиктер өз ара перпендикулярдуу болот? Жообунду негизде.

17.15. KO түз сызык $ABCD$ параллелограммдын тегиздигине перпендикулярдуу *(16-сүрөт)*. KO түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызыкты аныкта.

17.16. MB түз сызык ABC үч бурчтуктун AB жана BC жактарына перпендикулярдуу *(17-сүрөт)*. X чекит AC жактын каалагандай чекити болсо, MBX үч бурчтуктун түрүн аныкта.

17.17. $ABCD$ төрт бурчтуктун жактары $A_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуктун жактарына тиешелүү түрдө параллель. $ABCD$ тик бурчтук экендигин далилде.

17.18. α тегиздик m түз сызыкка перпендикулярдуу, ал эми m түз сызык n түз сызыкка параллель. α тегиздиктин n түз сызыкка да перпендикулярдуу болушун далилде.

17.19. $ABCD$ трапециянын AB негизи жаткан түз сызык α тегиздикке перпендикулярдуу. Бул трапециянын CD негизи жаткан түз сызык да α тегиздикке перпендикулярдуу болушун далилде.

17.20. Мейкиндиктеги түз сызыктын каалагандай чекитинен ага перпендикуляр түз сызык өткөрүүгө болушун далилде.

17.21. Мейкиндиктеги түз сызыктын каалагандай чекитинен ага эки түрдүү перпендикулярдуу түз сызык өткөрүүгө болушун далилде.

17.22. AB, AC, AD түз сызыктар жуп-жубу менен өз ара перпендикулярдуу *(18-сүрөт)*. Эгерде

1) $AB = 3$ *см*, $BC = 7$ *см*, $AD = 1{,}5$ *см*;

2) $BD = 9$ *см*, $BC = 16$ *см*, $AD = 5$ *см;*

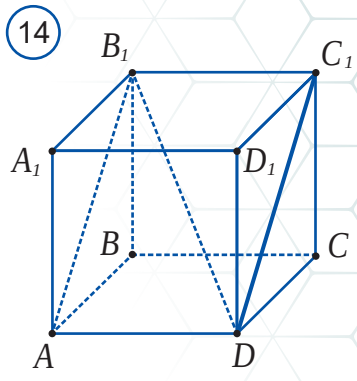
3) $AB = b$ *см*, $BC = a$ *см*, $AD = d$ *см;*

4) $BD = c$ *см*, $BC = a$ *см*, $AD = d$ *см* болсо, CD кесиндинин узундугун тап.

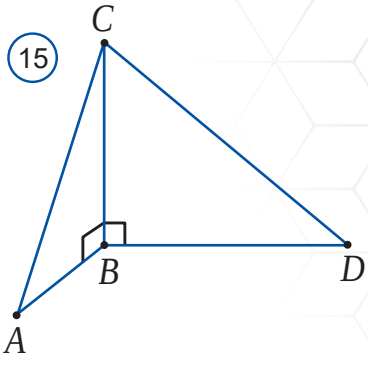
17.23. $ABCD$ тик бурчтуктун A чокусунда анын тегиздигине перпендикулярдуу AK түз сызык жүргүзүлгөн. K чекиттен тик бурчтуктун башка чокуларына чейин аралык 6 *м*, 7 *м*, 9 *м*. AK аралыкты тап.

17.24. A жана B чекиттерден α тегиздикке перпендикулярдуу жана аны тиешелүү түрдө C жана D чекиттерде кесүүчү түз сызыктар жүргүзүлгөн. Эгерде $AC = 3$ *м*, $BD = 2$ *м* va $CD = 2{,}4$ *м* болсо жана AB кесинди α тегиздикти кесип өтпөсө, A жана B чекиттердин ортосундагы аралыкты тап.

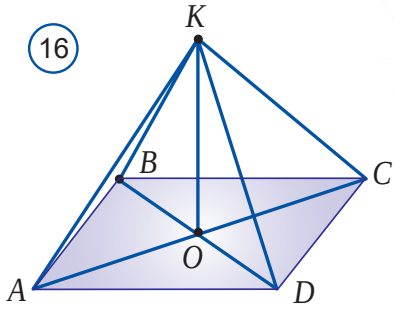
14



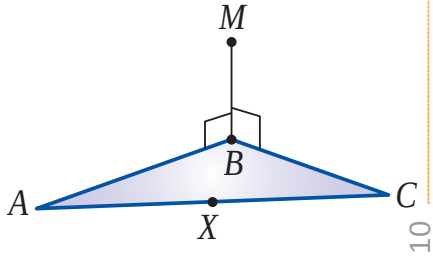
15



16



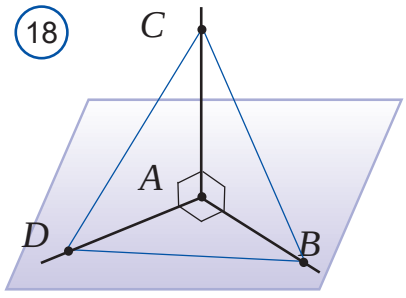
17



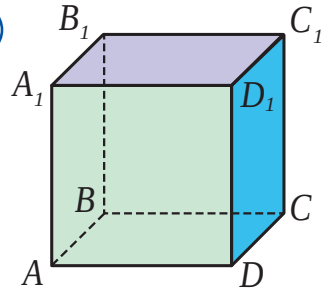
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

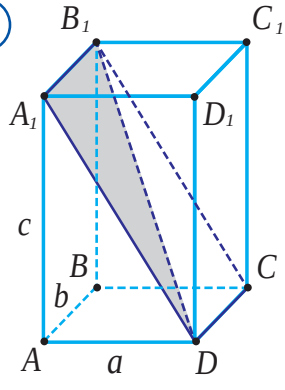
18



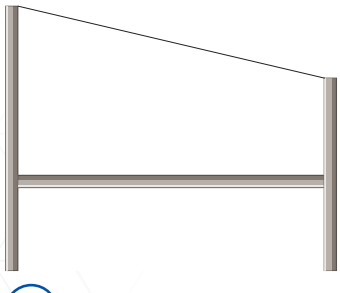
19



20



21



22



17.25. 19-сүрөттө көрсөтүлгөн кубдун кыры а) 4 *см;* б) 8 *см* болсо, AB_1C үч бурчтуктун периметрин жана DAC_1 үч бурчтуктун аянтын тап.

17.26. CM түз сызык жагы a га барабар $ABCD$ квадраттын тегиздигине перпендикулярдуу жана $CM = b$. Эгерде а) $a = 2$ *см*, $b = 1$ *см;* б) $a = 3$ *см*, $b = 4$ *см* болсо, M чекиттен квадраттын чокуларына чейинки аралыктарды тап.

17.27. ABC тик бурчтуу үч бурчтуктун C чокусу аркылуу анын тегиздигине CD перпендикуляр түшүрүлгөн. Эгерде а) $AC = 6$ *см*, $BC = 8$ *см*, $CD = 12$ *см;* б) $AC = 12$ *см*, $BC = 16$ *см*, $CD = 24$ *см* болсо, D чекиттен үч бурчтуктун гипотенузасынын ортосуна чейин болгон аралыкты тап.

17.28. 20-сүрөттөгү $ABCDA_1B_1D_1C_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин өлчөмдөрү а) $a = 12$ *см*, $b = 8$ *см*, $c = 16$ *см;* б) $a = 5$ *см*, $b = 10$ *см*, $c = 12$ *см* болсо, A_1B_1D үч бурчтук менен A_1B_1CD төрт бурчтуктун аянтын тап.

17.29. $ABCDA_1B_1D_1C_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин өлчөмдөрү а) $a = 12$ *см*, $b = 8$ *см*, $c = 16$ *см;* б) $a = 5$ *см*, $b = 10$ *см*, $c = 12$ *см;* г) $a = 2$ *м*, $b = 12$ *м*, $c = 6$ *м* болсо, анын диагоналын тап.

17.30. Туура тик бурчтуу параллелепипед негизинин жагы 4 *см* жана бийиктиги 5 *см* болсо, анын диагоналын тап.

17.31. Тик бурчтуу параллелепипед негизинин жактары 12 *см* жана 8 *см* , ал эми диагоналы 6 *см* болсо, анын бийиктигин тап.

17.32. ABC тик бурчтуу үч бурчтуктун тегиздигине анын C тик бурчунун чокусу аркылуу перпендикуляр түшүрүлгөн. $AD = a$, $BD = b$, $CD = c$ болсо, ABC үч бурчтуктун CM медианасын тап.

17.33. $ABCD$ тик бурчтуктун тегиздигине анын A чокусу аркылуу AE перпендикуляр түшүрүлгөн. E чекиттен тик бурчтуктун калган чокуларына чейин болгон аралыктар a, b жана c $(a < c, b < в)$ болсо, AE кесиндини жана тик бурчтуктун жактарынын узундуктарын тап.

17.34. ABC үч бурчтукта $\angle C = 90°$ жана $\angle A = 30°$. Үч бурчтуктун тегиздигине анын C чокусу аркылуу CM перпендикуляр түшүрүлгөн. $AC = 18$ *см*, $CM = 12$ *см* болсо, M чекиттен AB түз сызыкка чейин болгон аралыкты тап.

17.35. Бири-бирине параллель мамылардын жогорку чокуларынын ортосундагы аралык 3,4 *м (21-сүрөт)*. Алар бири-бири менен горизонталдуу брустун жардамында бириккен. Биринчи мамынын бийиктиги 5,6 *м*, экинчисинин бийиктиги 3,9 *м* болсо, брустун узундугун тап.

17.36. Узундугу 15 *м* болгон телефондун зымы бийиктиги 6 *м* болгон зым карагайдан бийиктиги 20 *м* болгон үйгө катуу тартылган *(22-сүрөт)*. Зым карагай менен үйдүн ортосундагы аралыкты тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

18 МЕЙКИНДИКТЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯР, ЖАНТЫК ЖАНА АРАЛЫК

α тегиздикке анда жатпаган A чекитинен перпендикулярдуу a түз сызыкты жүргүзөбүз *(1-сүрөт)*. Түз сызык тегиздикти B чекитте кесип өтсүн. Тегиздиктин кандайдыр C чекитин A чекит менен туташтырабыз. Натыйжада:

AB кесинди *тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр*,

AC кесинди *тегиздикке түшүрүлгөн жантык,*

BC кесинди *жантыктын тегиздиктеги проекциясы,*

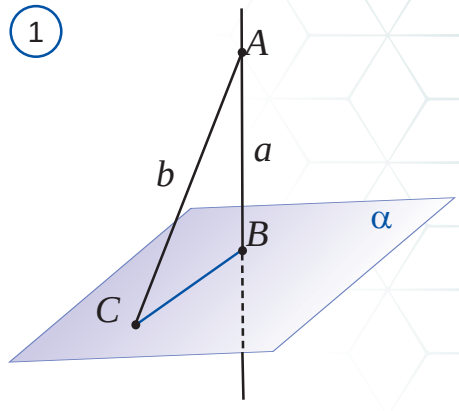
B чекит *перпендикулярдын негизи*,

C чекит *жантыктын негизи* деп аталат.

ABC үч бурчтук тик бурчтуу жана анда AB катет, ал эми AC гипотенуза болгондуктан, ар дайым $AB < AC$ болот.

Демек, кандайдыр чекиттен тегиздикке түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугу ошол чекиттен жүргүзүлгөн каалагандай жантыктын узундугунан кичине болот.

Кандайдыр чекиттен тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр, жантыктар жана алардын проекциялары жөнүндө төмөнкү теорема орундуу болот:

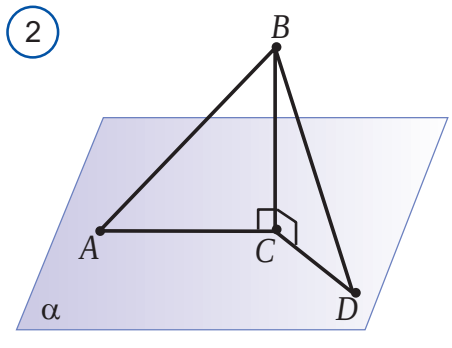


4.8-теорема. ***Эгерде кандайдыр чекиттен тегиздикке перпендикуляр жана жантыктар түшүрүлгөн болсо, анда:*** *(2-сүрөт)*

а) перпендикулярдын узундугу ар кандай жантыктын узундугунан кичине болот;

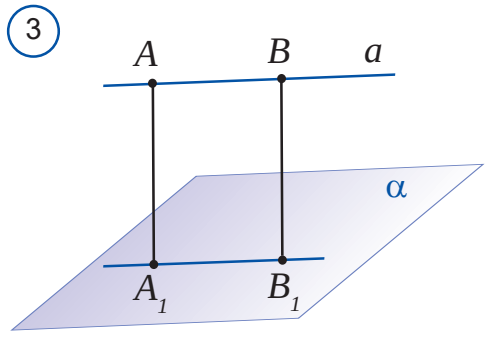
б) кайсы жантыктын проекциясы узун болсо, ошол жантык узун болот;

в) кайсы жантык узун болсо, ошол жантыктын проекциясы узун болот.



Эми параллель түз сызыктардын төмөнкү касиетин далилдейли.

4.9-теорема. Эгерде түз сызык тегиздикке параллель болсо, анда анын бардык чекиттери тегиздиктен тең аралыкта болот.



Далилдөө. a – берилген түз сызык, ал эми α берилген тегиздик болсун *(3-сүрөт)*. a түз сызыкта эки A жана B чекитти алабыз. Алардан α тегиздикке перпендикулярлар түшүрөбүз. Бул перпендикулярлардын негизи тиешелүү түрдө A жана B чекиттер болсун. Анда A жана B чекиттерден α тегиздикке

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4



чейин болгон аралыктар тиешелүү түрдө AA_1 жана BB_1 кесиндилер болот. 3.6-теорема боюнча, AA_1 жана BB_1 кесиндилер параллель болот.

Демек, алар бир тегиздикте жатат. Бул тегиздик α тегиздикти A_1B_1 түз сызыкты бойлой кесет.

a түз сызык A_1B_1 түз сызыкка параллель, анткени ал α тегиздикти кесип өтпөйт.

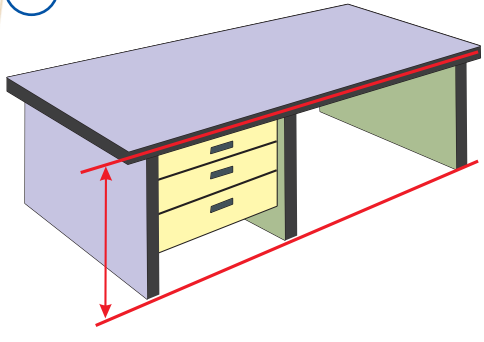
Ошентип, ABA_1B_1 төрт бурчтуктун карама-каршы жактары параллель.

Демек, ал – параллелограмм. Бул параллелограммда $AA_1 = BB_1$.

Чекиттен тегиздикке чейин болгон аралык деп, чекиттен тегиздикке түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугуна айтылат.

Ташкент курантынын бийиктиги 30 $м$ дегенде, куранттын чокусунан анын негизинин тегиздигине түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугун түшүнөбүз *(4-сүрөт)*.

5



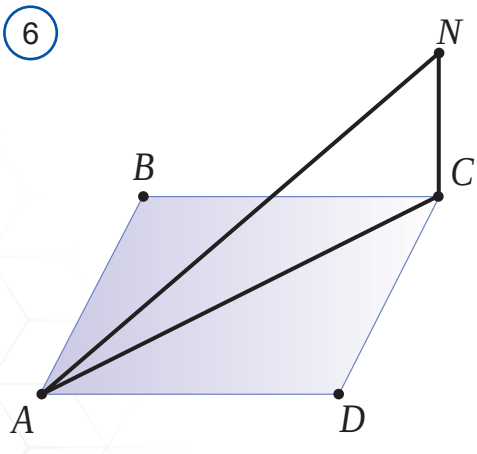
Түз сызыктан ага параллель болгон тегиздикке чейин болгон аралык деп, түз сызыктын каалагандай чекитинен ошол тегиздикке чейин болгон аралыкка айтылат.

Тегиздиктин каалагандай эки чекитинен ага параллель болгон тегиздикке чейин болгон аралыктар бирдей болот.

Эки параллель тегиздиктин ортосундагы аралык деп, бир тегиздиктин каалагандай чекитинен экинчи тегиздикке чейин болгон аралыкка айтылат.

5-сүрөттө көрсөтүлгөн столдун бийиктиги пол менен стол тегиздиктеринин ортосундагы аралыкка барабар болот.

6



1-маселе. $ABCD$ квадраттын C чокусунан ал жаткан тегиздикке перпендикуляр CN түшкөн *(6-сүрөт)*. Эгерде CN = 6 $см$, квадраттын жагы $4\sqrt{2}$ болсо, N чекиттен квадраттын A чокусуна чейинки аралыкты тап.

Чыгаруу. Шарт боюнча, берилген квадраттын жагы $AD = 4\sqrt{2}$.

$ABCD$ квадраттын AC диагоналын жүргүзөбүз жана анын узундугун эсептейбиз:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{16 \cdot 2 + 16 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8\ см\ ;$$

CN тегиздикке перпендикуляр болгондуктан, $CN \perp AC$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Демек, ACN – тик бурчтуу үч бурчтук.

Анда Пифагордун теоремасы боюнча:

$AC = \sqrt{AC^2 + CN^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

Жообу: 10 *см*.

4.10-теорема. Эки кайчылаш түз сызык жеке жалпы перпендикулярга ээ болот.

Далилдөө. a жана b кайчылаш түз сызыктар болсун *(7а-сүрөт)*. Адегенде жалпы перпендикулярдын бар экендигин көрсөтөбүз. Ал үчүн берилген кайчылаш түз сызыктарда ушундай A жана B чекиттерди тандоого болорун көрсөткөнүбүздө, AB түз сызык a га да, b га да перпендикулярдуу болсун.

α тегиздик b түз сызыктан өткөн жана a түз сызыкка параллель болсун. a түз сызыкта C чекитти алабыз жана андан α тегиздикке CD перпендикуляр түшүрөбүз. Кесишүүчү a жана CD түз сызыктардан β тегиздикти жүргүзөбүз. a_1 түз сызык α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы болсун *(7б-сүрөт)*.

$a_1 // a$ болгондуктан, a_1 жана b түз сызыктар кандайдыр B чекитте кесилишет. B чекиттен β тегиздикте жаткан жана a түз сызыкка перпендикулярдуу BA түз сызыгын чыгарабыз.

Натыйжада AB жана CD түз сызыктардын экөөсү тең β тегиздикте жатат жана a түз сызыкка перпендикулярдуу болот. Ошондуктан $AB // CD$ жана $AB \perp a$ болот.

Демек, $AB \perp a$ жана $AB \perp b$, башкача айтканда AB изделип жаткан түз сызык болуп, ал a жана b кайчылаш түз сызыктардын экөөсүнө тең перпендикулярдуу болот.

Жалпы перпендикулярдын жалгыз экендигин өз алдынча далилде.

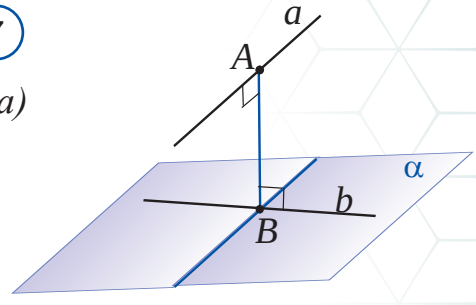
Эки кайчылаш түз сызыктын ортосундагы аралык деп, алардын жалпы перпендикулярынын узундугуна айтылат.

Жогорудагы теоремадан төмөнкү жыйынтык келип чыгат:

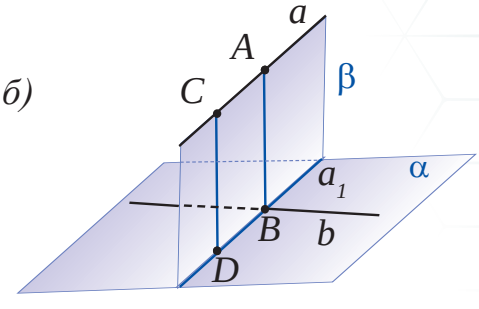
Касиет. *Эки кайчылаш a жана b түз сызыктардын ортосундагы аралык (8-сүрөт) a түз сызыктын каалагандай чекитинен b түз сызык жаткан жана a түз сызыкка параллель болгон α тегиздикке чейин болгон аралыкка барабар болот.*

7

а)

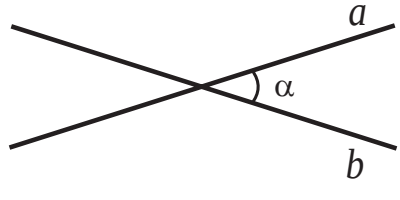


б)

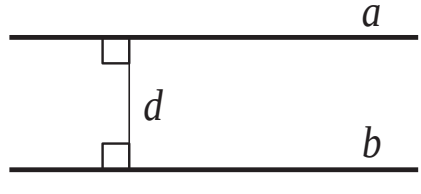


8

а)



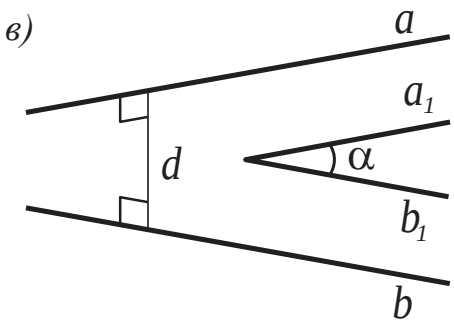
б)



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

в)



Жогорудагыларга негизденип, мейкиндикте эки түз сызыктын өз ара жайлашуусун сандардын жардамында мүнөздөшүбүз мүмкүн.

Эгерде мейкиндикте эки түз сызык:

- өз ара кесилишсе, алардын ортосундагы α бурч *(8a-сүрөт)*,
- өз ара параллель болсо, алардын ортосундагы d аралык *(8b-сүрөт)*,
- өз ара кайчылаш болсо, алардын ортосундагы α бурч жана алардын ортосундагы d аралык *(8c-сүрөт)* ушул түз сызыктардын өз ара жайлашуусун сандуу түрдө мүнөздөйт.



Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

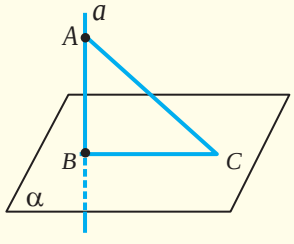
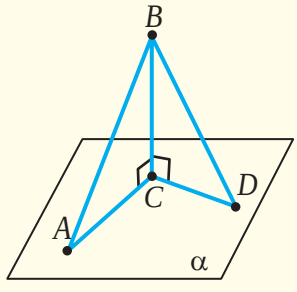
1. *Тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр менен жантыкка аныктама бер.*
2. *9-сүрөттөрдө эмне: а) перпендикуляр; б) жантык түрүндө көрсөтүлгөн?*
3. *Жантыктын тегиздиктеги проекциясы деп эмнеге айтылат?*
4. *Чекиттен тегиздикке чейин болгон аралык кандай аныкталат?*
5. *Тегиздикке параллель болгон түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы аралык кандай табылат?*
6. *Эки параллель тегиздиктин ортосундагы аралык кандай аныкталат?*
7. *Эки кайчылаш түз сызыктын ортосундагы аралык кандай аныкталат?*
8. *Мейкиндикте эки түз сызыктын өз ара жайлашуусун кайсы сандуу чоңдуктар аныктайт?*

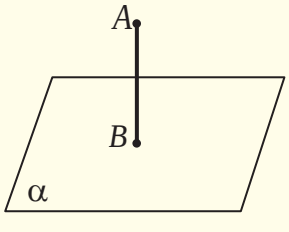
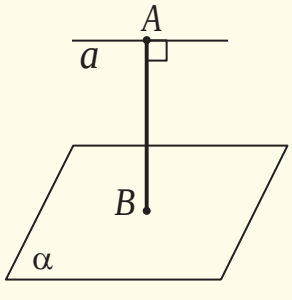
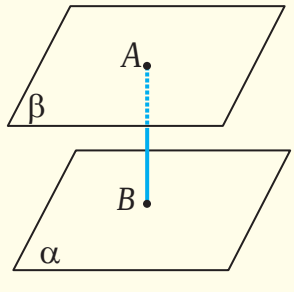
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

18.1. Жадыбалда 18-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Перпендикуляр жана жантык	
Аныктамасы	**Касиеттери**
 Эгерде $a \perp \alpha$, $AB \notin \alpha$ болсо: AB – α тегиздикке A чекиттен түшүрүлгөн перпендикуляр; AC – жантык, BC – жантыктын α тегиздикке проекциясы.	 $BC < AB$, $BC < BD$; эгерде $AB = BD$ болсо, $AC = CD$ болот; эгерде $AC = CD$ болсо, $AB = BD$ болот; эгерде $AC > CD$ болсо, $AB > BD$ болот.

Аралыктар		
Чекиттен тегиздикке чейин болгон аралык	**Түз сызыктан тегиздикке чейин болгон аралык**	**Тегиздиктердин ортосундагы аралык**
 $A \notin \alpha$ $AB \perp \alpha$	 $a \parallel \alpha$, $A \in a$, $AB \perp \alpha$	 $\alpha \parallel \beta$, $A \in \beta$, $AB \perp \alpha$

18.2. 10-сүрөттөн а) перпендикуляр; б) жантык: в) перпендикулярдын негизин; г) жантыктын проекциясын аныкта жана жаз.

18.3. 11-сүрөттөн AD жана DC кесиндилер AB жана BC жантыктардын проекциясы:

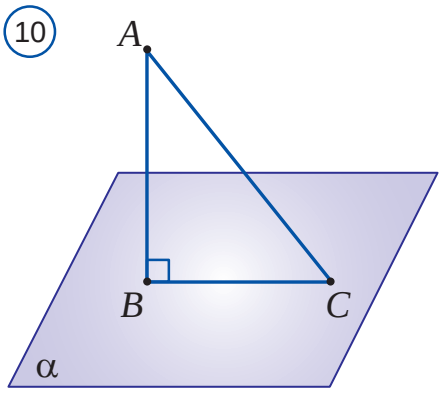
а) Эгерде $AD > DC$ болсо, жантыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

б) Эгерде $AB = BC$ болсо, проекциялар жөнүндө кантип айтууга болот?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

10



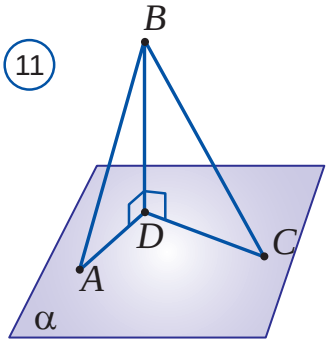
18.4. 12-сүрөттөгү белгисиз кесиндилеринин узундугун тап.

18.5. 13-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, MA жана MC жантыктардын узундуктарын өз ара салыштыр.

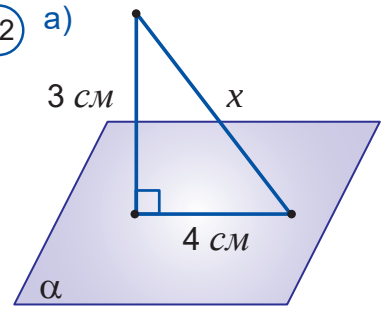
18.6. AB – перпендикуляр, AC – жантык жана BC – жантыктын проекциясы болсо, жадыбалды берилгендерден пайдаланып толтур.

AB	24	15			12
BC	7		24	$4a$	

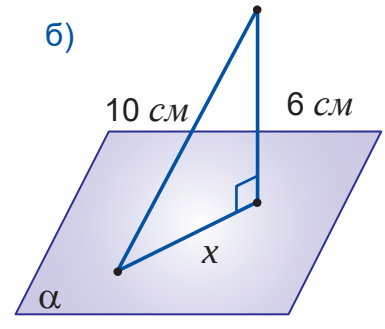
11



12 а)



б)

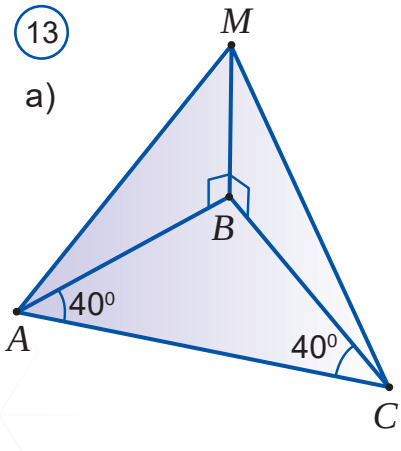


AC		25	26	$5a$	13

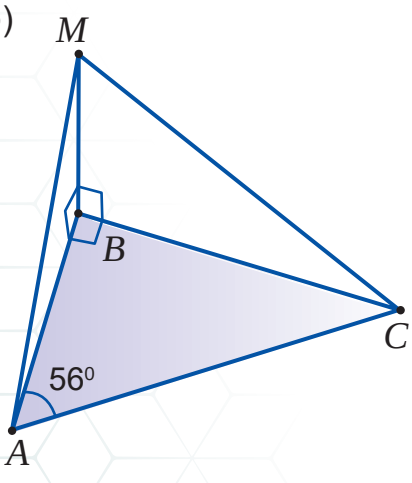
18.7. AB – перпендикуляр, AC – жантык, BC – жантыктын проекциясы, α – перпендикуляр менен жантыктын ортосундагы бурч болсо, жадыбалды берилгендерден пайдаланып толтур.

AB			5	6	14
BC		4			14
AC	6	8		12	
α	30°		45°		

13 а)



б)



18.8. M чекиттен тегиздикке өз ара барабар MA, MB, MC, MD жантык жүргүзүлгөн $ABCD$ төрт бурчтуктун түрү төмөнкүлөрдөн кайсы бири болот: а) квадрат; б) параллелограмм; в) тик бурчтук. Жообуңду негизде.

18.9. Эгерде параллелограммдын чокуларынан бирдей алыстыкта жаткан чекит болсо, ошол параллелограммдын тик бурчтук экендигин далилде.

18.10. Эгерде ромбдун чокуларынан бирдей алыстыкта жаткан чекит болсо, бул ромбдун квадрат экендигин далилде.

18.11. A, B, Q чекиттер α тегиздикке тиешелүү, ал эми M чекит ага тиешелүү эмес жана $MQ \perp \alpha$. MA, AQ, MQ, BQ, MB кесиндилеринин кайсы бири: а) перпендикуляр; б) жантык; в) жантыктын проекциясы экендигин аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

18.12. A чекиттен α тегиздикке AB жана AC жантыктар жана AO перпендикуляр жүргүзүлгөн *(14-сүрөт)*. Эгерде $AB = 2{,}5$ *см*, $AC = 3$ *см* болсо, жантыктардын проекцияларын өз ара салыштыр.

18.13. Чекиттен тегиздикке эки жантык түшүрүлгөн (14-сүрөт). Эгерде жантыктардын бири экинчисинен 26 *см* ге узун, ал эми проекциялары 12 *см* жана 40 *см* болсо, бул жантыктардын узундуктарын тап.

18.14. Үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борборунан үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүлгөн. Бул түз сызыктын ар бир чекити үч бурчтуктун чокуларынан бирдей алыстыкта жатышын далилде.

18.15. Аянты а) 21 *см*²; б) 96 *см*²; в) 44 *см*²; г) 69 *см*²; д) 156 *см*² болгон $ABCD$ квадраттын тегиздигине узундугу 10 *см* болгон DM перпендикуляр түшүрүлгөн. MA жантыктын узундугун тап.

18.16. Тик бурчу C болгон ABC үч бурчтуктун тар бурчунун чокусунан үч бурчтуктун тегиздигине перпендикуляр AD түз сызык жүргүзүлгөн. Эгерде $AC = c$, $BC = b$ жана $AD = c$ болсо, D чекиттен B жана C чокуларына чейинки аралыктарды тап.

18.17. Бири-биринен 4,2 *м* алыстыктагы вертикалдуу мамылардын жогорку чокулары брус менен туташтырылган. Мамылардын бийиктиктери 5,8 *м* жана 4,1 *м* болсо, брустун узундугун тап.

18.18. 20 *м* узундуктагытелефондун зымы зым карагайга жердин бетинен 8 *м* бийиктикте бекемделген жана андан бийиктиги 18 *м* болгон көп кабаттуу үйдүн чатырына катуу тартылган. Үй менен мамынын ортосундагы аралыкты тап.

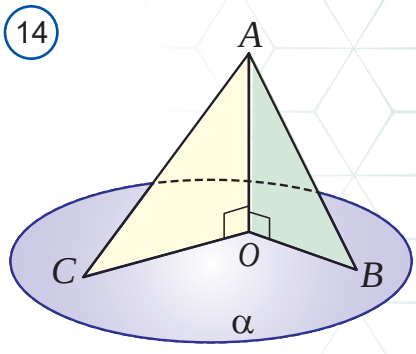
18.19. Тегиздикке P чекиттен түшүрүлгөн PQ перпендикулярдын узундугу 1 ге, PA жана PB жантыктардын узундуктары 2 ге барабар. C чекит AB кесиндинин ортосу. Эгерде а) $\angle APB = 90^\circ$; б) $\angle APB = \beta$ болсо, QC кесиндинин узундугун тап.

18.20. $ABCD$ параллелограммдын кең B бурчунун чокусунан анын тегиздигине перпендикуляр болгон BH кесинди тургузулган. Эгерде $AH = 5$ *см*, $HD = HC = 8{,}5$ *см*, $AC = 1{,}5\sqrt{33}$ болсо, параллелограммдын жактарын тап.

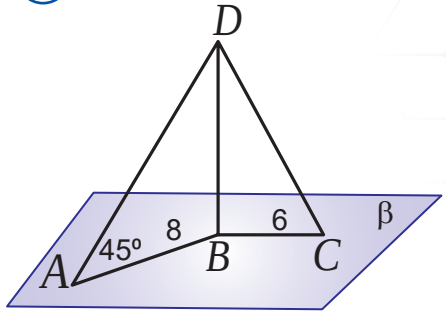
18.21. M чекит жагы 60 *см* болгон туура ABC үч бурчтуктун ар бир чокусунан 40 *см* аралыкта жайлашкан. ABC үч бурчтуктун тегиздигинен M чекитке чейин болгон аралыкты тап.

18.22. β тегиздикке BD перпендикуляр *(15-сүрөт)*, AD жана DC жантыктар түшүрүлгөн. $\angle DCB = 45^\circ$, $AB = 8$, $BC = 6$. CD ны тап.

14



15



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra» жардам берет

3D калькуляторунун жардамында чекиттен түз сызыкка чейин болгон аралыкты аныктоо

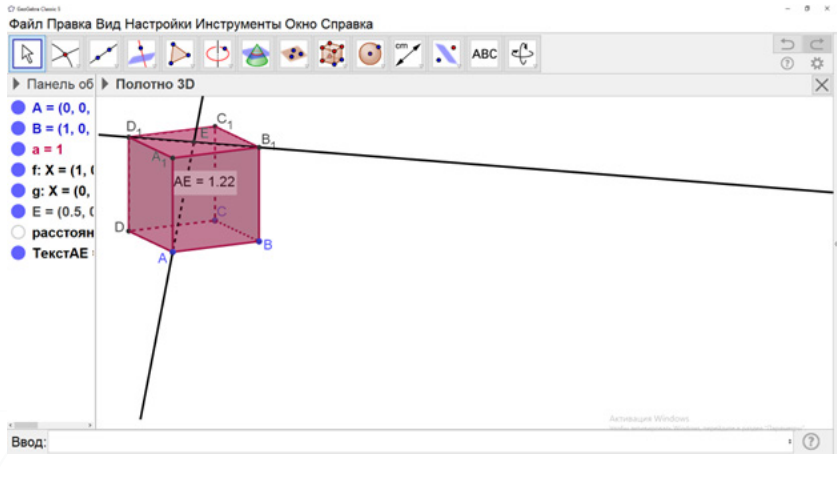
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирдик куб берилген. Кубдун A чокусунан B_1D_1 түз сызыкка перпендикуляр түшүрүлгөн. A чокусунан B_1D_1 түз сызыкка чейин болгон аралыкты тап.

Түзүү:

- «GeoGebra»да жаңы терезе ач.
- «GeoGebra» интерфейсин **«Настройки»** – **«3D Графика»** көрүнүшүнө өткөр.

Аралыкты аныктоонун баскычтары

1.		**Ввод** (Киргизүү) сабы аркылуу	A=(0,0,0) чекит түзүлөт.
2.		**Ввод** (Киргизүү) сабы аркылуу	B=(1,0,0) чекит түзүлөт.
3.		**Куб** (Куб)	Бирдик куб түзүлөт.
4.		**Переименовать** (Кайра атоо)	E, F, G, H чекиттер тиешелүү түрдө A_1, B_1, C_1, D_1 ге өзгөртүлөт. Ал үчүн чекиттин үстүнө басылып, жаңы белги киргизилет.
5.		**Прямая** (Түз сызык)	B_1D_1 түз сызык жүргүзүлөт.
6.		**Перпендикулярная прямая** (Перпендикулярдуу түз сызык)	Кубдун A чокусунан B_1D_1 түз сызыкка перпендикуляр түшүрүлөт.
7.		**Пересечение** (Кесишүү)	B_1D_1 түз сызык менен жүргүзүлгөн перпендикуляр сызыктардын кесилишүү чекити – E белгиленет.
8.		**Расстояние или длина** (Аралык же узундук)	Кубдун A чокусу менен E чекитинин ортосундагы аралык аныкталат: AE = 1.22.



Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырма

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирдик куб берилген. Кубдун A чокусунан BD_1 түз сызыгына перпендикуляр түшүрүлгөн. A чокусунан BD_1 түз сызыкка чейинки аралыкты тап.

2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ бирдик кубдун AA_1 гранынын ортосу – E ден BD_1 сызыгына перпендикуляр түшүрүлгөн. E чекиттен BD_1 сызыкка чейинки аралыкты тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

19 ҮЧ ПЕРПЕНДИКУЛЯР ЖӨНҮНДӨГҮ ТЕОРЕМА

4.11-теорема. Эгерде тегиздикке түшүрүлгөн жантыктын негизинен өткөн түз сызык жантыктын проекциясына перпендикулярдуу болсо, анда ал жантыктын өзүнө да перпендикулярдуу болот.

Далилдөө. Алсак, AB кесинди α тегиздикке түшүрүлгөн перпендикуляр, AC кесинди жантык болсун.

c түз сызык α тегиздикте жаткан, C чекиттен өткөн жана жантыктын проекциясына перпендикулярдуу болгон түз сызык болсун *(1-сүрөт)*.

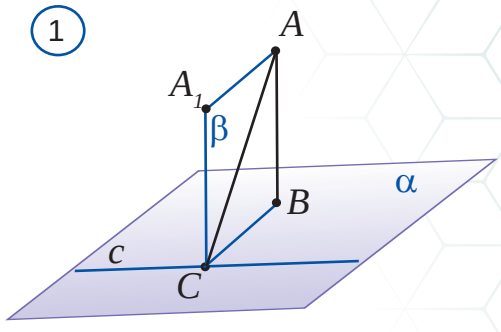
AB га параллель A_1C түз сызыкты жүргүзөбүз. Бул түз сызык α тегиздикке перпендикулярдуу болот.

AB жана A_1C түз сызыктар аркылуу β тегиздикти жүргүзөбүз. c түз сызык CA_1 түз сызыкка перпендикулярдуу болот. Шарт боюнча, ал CB түз сызыкка да перпендикулярдуу эле. Анда c түз сызык β тегиздикке да перпендикулярдуу болот.

Демек, c түз сызык β тегиздикте жаткан AC жантыкка да перпендикулярдуу болот.

Бул теоремада үч перпендикулярлар жөнүндө сөз болгондуктан, ал «Үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема» деп аталган. Бул теоремага тескери болгон теорема да орундуу болот. Аны өз алдынча далилде.

1



4.12-теорема. Эгерде тегиздикке түшүрүлгөн жантыктын негизинен өткөн түз сызык жантыкка перпендикулярдуу болсо, анда ал жантыктын проекциясына да перпендикулярдуу болот.

1-маселе. Үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын борборунан үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүлгөн *(2-сүрөт)*. Бул түз сызыктын каалагандай чекити үч бурчтуктун жактарынан бирдей алыстыкта жатышын далилде.

Далилдөө. Алсак, A, B, C – үч бурчтуктун жактарынын айлана менен кесилишүү чекиттери, O – айлананын борбору, ал эми S перпендикулярдагы каалагандай чекит болсун.

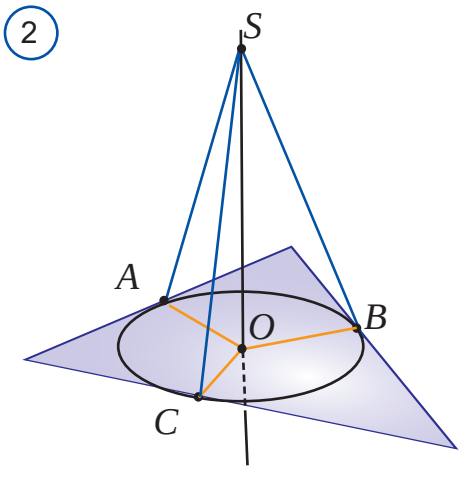
OA үч бурчтуктун жагына перпендикулярдуу болгондуктан, үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема боюнча, OA да ошол жакка перпендикулярдуу болот. Анда SAO тик бурчтуу үч бурчтук болот. Бул үч бурчтукта Пифагордун теоремасы боюнча:

$$SA = \sqrt{AO^2 + OS^2} = \sqrt{r^2 + OS^2}$$

бул жерде r – айлананын радиусу.

Куду ушуга окшош SBO тик бурчтуу үч бурчтуктан $SB = \sqrt{r^2 + OS^2}$, ал эми SCO тик бурчтуу үч бурчтуктан $SC = \sqrt{r^2 + OS^2}$ экендигин табабыз.

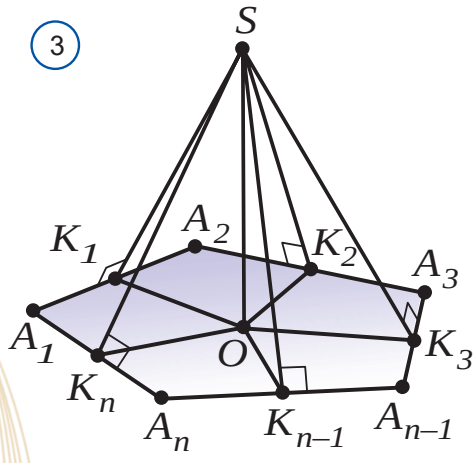
2



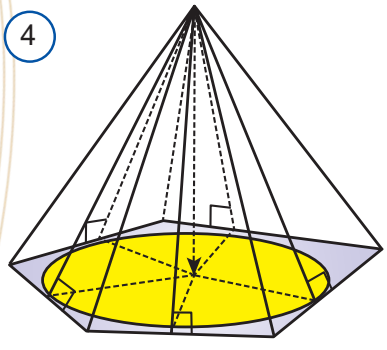
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

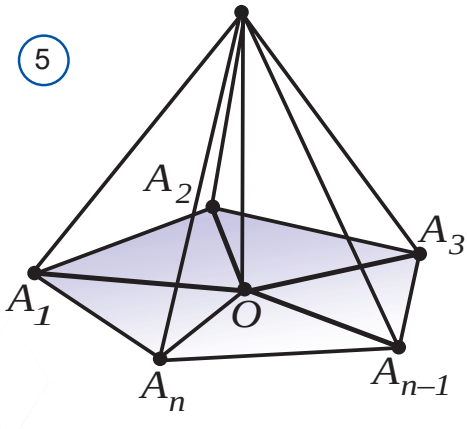
3



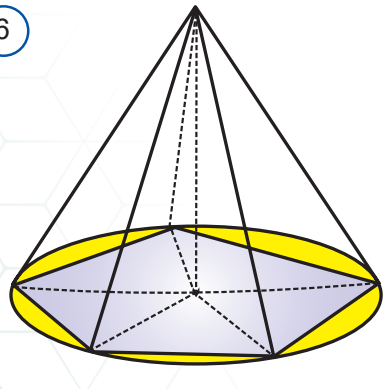
4



5



6



Демек, $SA = SB = SC$.

Бул касиеттин каалагандай көп бурчтук үчүн жалпы учурларын карап чыгабыз.

2-маселе. Мейкиндиктеги чекит көп бурчтуктун жактарынан бирдей алыстыкта жайлашкан болуп, андан көп бурчтуктун тегиздигине перпендикуляр түшүрүлгөн. Анын негизи чекиттин көп бурчтукка ичтен сызылган айлананын борбору менен үстү-үстүнөн түшүшүн далилде *(3-сүрөт)*.

Далилдөө. Алсак, S – берилген чекит, $A_1A_2...A_{n-1}A_n$ – берилген көп бурчтук, ал эми O болсо S чекиттен көп бурчтуктун тегиздигине түшүрүлгөн перпендикулярдын негизи болсун.

Анда, шарт боюнча, $SK_1, SK_2, ... SK_n$ – S чекитинен көп бурчтуктун жактарына чейинки аралыктар (ошол жактарга түшүрүлгөн перпендикулярлар) өз ара барабар болот: $SK_1 = SK_2 = ... = SK_n$.

O чекитин $K_1, K_2, ... K_n$ чекиттер менен туташтырабыз. Натыйжада $SOK_1, SOK_2, ..., SOK_n$ – бир SO жалпы катетке жана барабар гипотенузаларга ээ тик бурчтуу үч бурчтуктарды алабыз.

Бир катети менен гипотенузаларынын, үч бурчтуктардын барабардыгынын белгиси боюнча бул тик бурчтуу үч бурчтуктар барабар болот.

Анда алардын экинчи катеттери – $OK_1, OK_2, ... OK_n$ да өз ара барабар болот: $OK_1 = OK_2 = ... = OK_n$.

Бул барабардыктар перпендикулярдын негизи – O чекит көп бурчтукка ичтен сызылган айлананын борбору менен үстү-үстүнөн түшүшүн көрсөтөт.

Бул касиеттен төмөнкү маанилүү жыйынтык келип чыгат.

Жыйынтык. Эгерде пирамиданын бардык каптал грандарынын бийиктиктери өз ара барабар болсо (же каптал грандарынын негизинин тегиздиги менен бирдей бурчту түзсө), анда бул пирамиданын бийиктиги негизине ичтен сызылган айлананын борборуна түшөт *(4-сүрөт)*.

3-маселе. Мейкиндиктеги чекит көп бурчтуктун чокуларынан бирдей алыстыкта жайлашкан болуп, андан көп бурчтуктун тегиздигине перпендикуляр түшүрүлгөн. Бул перпендикулярдын негизи көп бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору менен үстү-үстүнөн түшүшүн өз алдынча далилде *(5-сүрөт)*.

Жыйынтык. Эгерде пирамиданын бардык каптал кырлары өз ара барабар болсо (же каптал кырлары негиздин тегиздиги менен бирдей бурчту түзсө), анда бул пирамиданын бийиктиги негизге сырттан сызылган айлананын борборуна түшөт *(6-сүрөт)*.

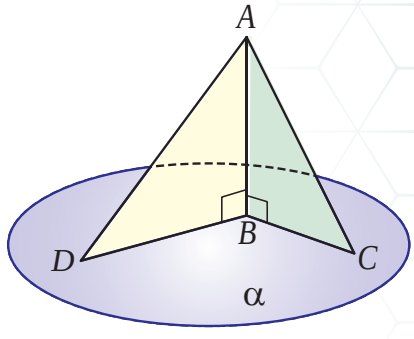
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4-маселе. Мейкиндикте берилген чекиттен тегиздикке эки жантык түшүрүлгөн. Бул жантыктардын бири экинчисинен 26 $см$ ге узун болуп, алардын проекцияларынын узундугу тиешелүү түрдө 12 $см$ жана 40 $см$. Жантыктардын узундугун тап.

Чыгаруу. Алсак, AB – перпендикуляр, ал эми AC жана AD тиешелүү жантыктар болсун *(7-сүрөт)*.

7



$AC = x$ $см$ деп алабыз. Анда шарт боюнча:

$AD = x + 26$ $см$ болот.

1) ABC – тик бурчтуу үч бурчтук. Пифагордун теоремасы боюнча:

$AC^2 = AC^2 + AB^2$ же $AB^2 = x^2 + 144$.

2) ABD да тик бурчтуу үч бурчтук. Пифагордун теоремасы боюнча:

$AD^2 = BD^2 + AB^2$ же $AB^2 = (x + 26)^2 - 1600$.

1 менен 2 ден $x^2 + 144 = (x + 26)^2 - 1600$ ду алабыз.

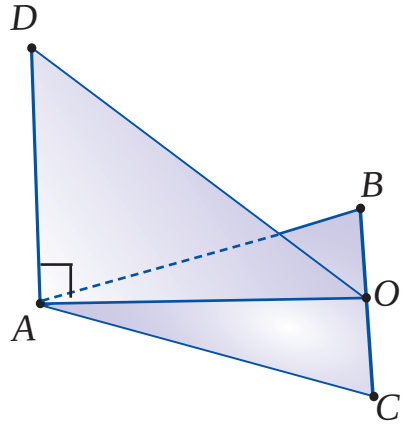
Андан $x = 16$ $см$ экендигин аныктайбыз.

Демек, $AC = 15$ $см$, $AD = x + 26 = 41$ $(см)$ болот.

Жообу: $AC = 15$ $см$, $AD = 41$ $см$.

5-маселе. ABC үч бурчтуктун тегиздигине анын A чекитинен перпендикуляр чыгарылган *(8-сүрөт)*. Эгерде $AB = 13$, $BC = 20$, $AC = 11$ жана $AD = 36$ болсо, D чекитинен BC түз сызыкка чейин болгон аралыкты тап.

8



Чыгаруу. Изделип жаткан аралык D чекитинен BC жакка түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугуна барабар болот. Бул кесиндини түшүрүү үчүн анын BC жактагы негизин табуу керек. Ал үчүн ABC үч бурчтуктун A чокусунан BC жагына AO бийиктикти түшүрөбүз: $AO \perp BC$.

Анда үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема боюнча, $BC \perp DO$ болот. Демек, DO изделип жаткан кесинди экен.

Эми DO кесиндинин узундугун табабыз. Ал үчүн баштап ABC үч бурчтуктун аянтын Герондун формуласынан пайдаланып табабыз:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+11+13}{2} = 22;$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{22 \cdot (22-20) \cdot (22-11) \cdot (22-13)} = 66$$

$$AO = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 66}{20} = 6,6$$

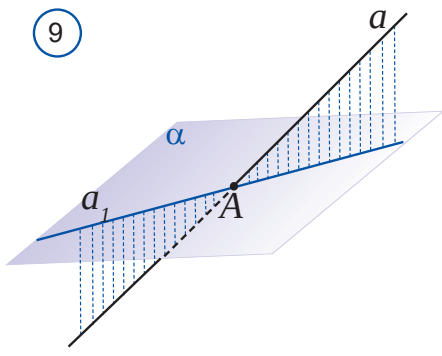
ADO тик бурчтуу үч бурчтукта Пифагордун теоремасы боюнча:

$$DO = \sqrt{AD^2 + AO^2} = \sqrt{36^2 + 6,6^2} = 36,6$$

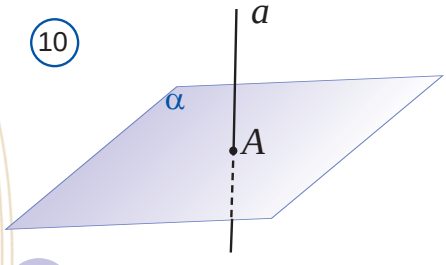
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

9



10



Алсак, α тегиздик жана аны кесип өткөн жана ага перпендикуляр эмес a түз сызык берилген болсун *(9-сүрөт)*. a түз сызыктын ар бир чекитинен перпендикулярларды түшүрөбүз. Алардын негиздери a_1 түз сызыгын түзөт.

a_1 түз сызык a түз сызыктын α тегиздиктеги *проекциясы* деп аталат.

a түз сызык менен α тегиздиктин ортосундагы бурч деп, түз сызык менен анын ошол тегиздиктеги проекциясынын ортосундагы бурчка айтылат.

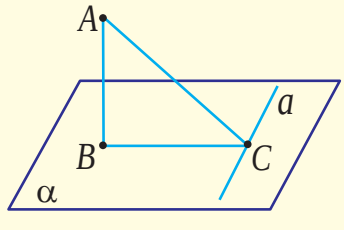
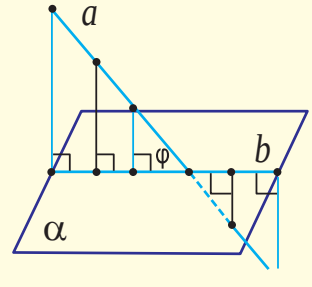
Эгерде түз сызык тегиздикке перпендикулярдуу болсо *(10-сүрөт)*, аны менен тегиздиктин ортосундагы бурч 90° ка, эгерде параллель болсо, ошол түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч 0° ка барабар деп алынат.

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Үч перпендикуляр жөнүндөгү теореманы түшүндүр. Эмне* себептен *ал мындай аталган?*
2. *Үч перпендикуляр жөнүндөгү теоремага тескери теореманы айт жана түшүндүр.*
3. *Түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч кандай аныкталат?*
4. *Тегиздик менен ага перпендикулярдуу түз сызыктын ортосундагы бурч канча градус?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

19.1. Жадыбалда 19-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

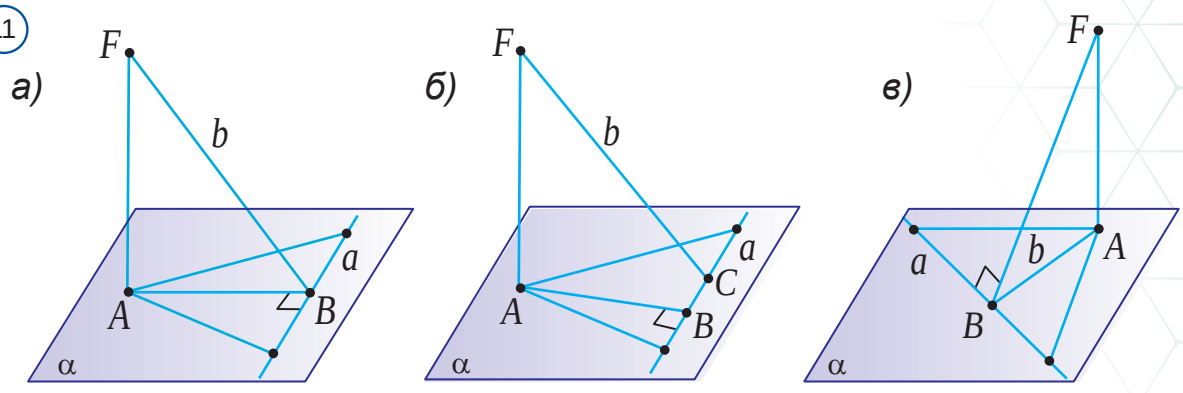
Үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема	Түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч
 $AB \perp \alpha$ Эгерде $a \perp BC$ болсо, $a \perp AC$ болот. Эгерде $a \perp AC$ болсо, $a \perp BC$ болот.	 b – a нын α тегиздиктеги проекциясы. φ – a менен α тегиздиктин ортосундагы бурч.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

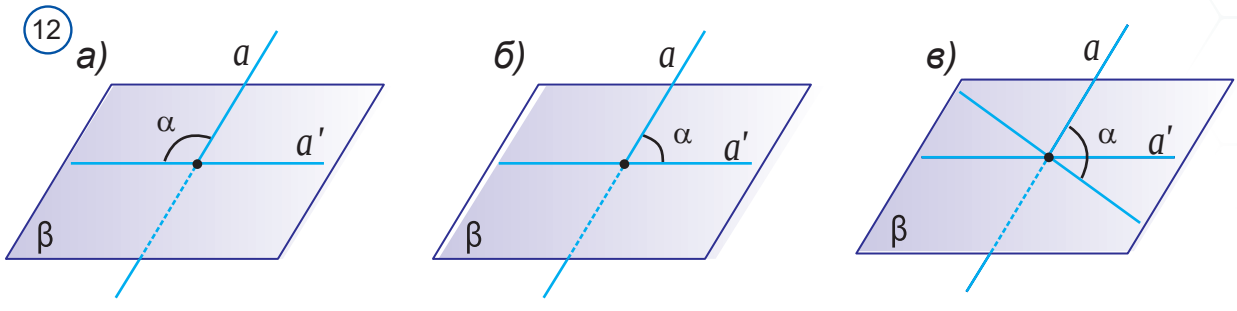
19.2. 11-сүрөттө $AF \perp \alpha$. a жана b түз сызыктардын өз ара жайлашуусун аныкта.

11



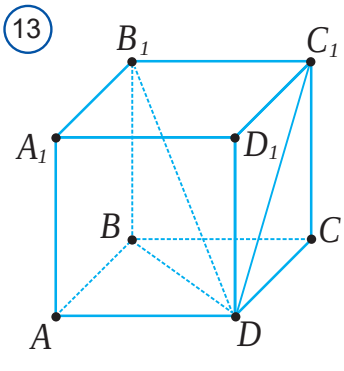
19.3. 12-сүрөттө a' түз сызык – a түз сызыктын β тегиздиктеги проекциясы. Кайсы сүрөттө a түз сызык менен β тегиздиктин ортосундагы α бурч туура көрсөтүлгөн?

12

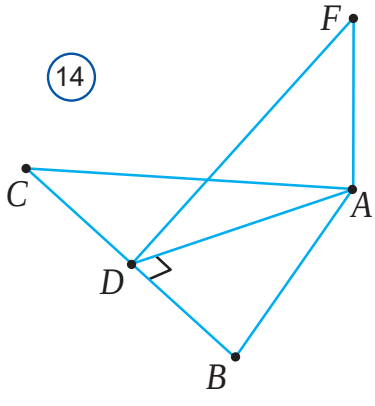


19.4. 13-сүрөттө $ABCDA_1B_1D_1C_1$ кубу берилген. а) DD_1C_1C грандын DC_1 диагоналы менен $ABCD$ негиздин тегиздиги ортосундагы; б) кубдун B_1D диагоналы менен $ABCD$ негизинин тегиздиги ортосундагы; в) кубдун B_1D диагоналы менен DD_1C_1C гранынын тегиздиги ортосундагы бурчту аныкта.

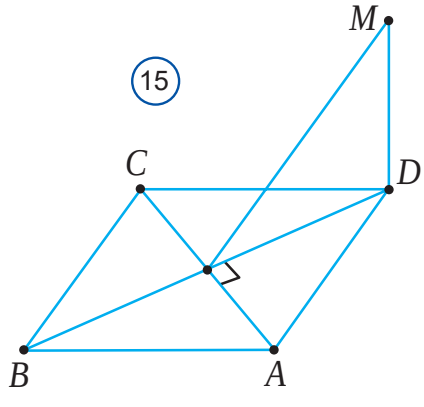
13



14



15



19.5 14 жана 15-сүрөттөр боюнча маселе түз жана аларды чыгар.

19.6. Төмөнкү пикирлердин кайсы бири туура эмес?

А) Эгерде эки түз сызык бир тегиздикке перпендикулярдуу болсо, бул түз сызыктар параллель болот.

Б) Эгерде тегиздикте жатпаган түз сызык тегиздиктеги кандайдыр түз сызыкка параллель болсо, тегиздик менен түз сызык өз ара параллель болот.

В) Эгерде тегиздикке түшүрүлгөн жантык тегиздикте жаткан түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, анын проекциясы да түз сызыкка перпендикулярдуу болот.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Г) Тегиздикте жаткан эки түз сызыкка перпендикулярдуу болгон түз сызык тегиздикке да перпендикулярдуу болот.

Д) Эки түз сызыктын ар бири үчүнчү түз сызыкка параллель болсо, бул түз сызыктар параллель болот.

19.7. Төмөнкү пикирлердин кайсы бири туура эмес?

А) Эгерде тегиздик эки параллель тегиздиктерден бирине перпендикулярдуу болсо, анда бул тегиздик экинчи тегиздикке да перпендикулярдуу болот.

Б) Тегиздикте жаткан кесишүүчү эки түз сызыкка перпендикулярдуу болгон түз сызык тегиздикке да перпендикулярдуу болот.

В) Мейкиндиктеги эки түз сызык үчүнчү түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, алар өз ара параллель болот.

Г) Эгерде тегиздиктеги түз сызык тегиздикке түшүрүлгөн жантыкка перпендикулярдуу болсо, бул түз сызык жантыктын проекциясына да перпендикулярдуу болот.

Д) Эки параллель тегиздикти үчүнчү тегиздик менен кескенде алынган түз сызыктар өз ара параллель болот.

19.8. A чекити жагы a га барабар болгон тең жактуу үч бурчтуктун чокуларынан a аралыкта жатат. A чекиттен үч бурчтуктун тегиздигине чейинки аралыкты тап.

19.9. α тегиздиктин сыртындагы S чекиттен ага үч барабар SA, SB, SC жантыктар жана SO перпендикуляр жүргүзүлгөн. Перпендикулярдын O негизи ABC үч бурчтукка сырттан сызылган айлананын борбору болушун далилде.

19.10. Тең жактуу үч бурчтуктун жактары 3 $м$. Үч бурчтуктун ар бир чокусунан 2 $м$ аралыкта болгон чекиттен үч бурчтуктун тегиздигине чейинки аралыкты тап.

19.11. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизи менен бийиктиги 4 $м$. Берилген чекит үч бурчтуктун тегиздигинен 6 $м$ аралыкта, ал эми анын чокуларынан бирдей аралыкта жатат. Ошол аралыкты тап.

19.12. A чекиттен квадраттын чокуларына чейинки аралык a га барабар. Квадраттын жагы b га барабар болсо, A чекиттен квадраттын тегиздигине чейинки аралыкты тап.

19.13. Берилген чекиттен тегиздикке жүргүзүлгөн берилген узундуктагы жантыктардын негиздеринин геометриялык ордун тап.

19.14. Берилген чекиттен тегиздикке узундуктары 10 $см$ жана 17 $см$ болгон эки жантык жүргүзүлгөн. Бул жантыктардын проекциясынын айырмасы 9 $см$ ге барабар. Жантыктардын проекцияларын тап.

19.15. Чекиттен тегиздикке эки жантык жүргүзүлгөн. Эгерде: а) алардан бири экинчисинен 26 $см$ ге узун, жантыктардын проекциялары 12 $см$ жана 40 $см$ болсо; б) жантыктардын узундуктары 1 : 2 катышта болуп, алардын проекциялары 1 $см$ жана 7 $см$ ге барабар болсо, жантыктардын узундуктарын тап.

19.16. α тегиздиктен d аралыкта жаткан A чекитке тегиздик менен 30° бурчту түзгөн AB жана AC жантыктар жүргүзүлгөн. Алардын α тегиздикке проекциялары өз ара 120° туу бурчту түзөт. BC кесиндинин узундугун тап.

19.17. Эгерде тик бурчтуу жана тең капталдуу үч бурчтуктун катеттеринен бири тегиздикке тиешелүү, ал эми экинчиси аны менен 45° туу бурчту түзсө, гипотенуза бул тегиздик менен 30° туу бурчту түзүшүн далилде.

19.18. ABC үч бурчтуктун тегиздигине MA перпендикуляр түшүрүлгөн. $\angle MBC = 45°$. $\angle ACB = 90°$. $MA = MC$. $\angle AMB$ ту тап *(16-сүрөт)*.

19.19. a жантык α тегиздик менен 45° туу бурчту түзөт, ал эми тегиздиктин b түз сызыгы жантыктын проекциясы менен 45° туу бурчту түзөт. a жана b түз сызык-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

тардын ортосундагы бурчтун 60° ка барабар экендигин далилде.

19.20. P чекит жагы a га барабар $ABCD$ квадраттын ар бир чокусунан a аралыкта жатат. Квадраттын тегиздиги менен AP түз сызыктын ортосундагы бурчту тап.

19.21. Үч бурчтуу пирамиданын бардык кырлары өз ара барабар. Пирамиданын кыры менен бул кыр тиешелүү эмес грандын ортосундагы бурчту тап.

19.22. Тик бурчтуу параллелепипеддин өлчөмдөрү a, b жана c га барабар. Параллелепипеддин диагоналы менен анын грандарынын диагоналдары ортосундагы аралыкты тап.

19.23. $AB \perp \alpha$, $CD \perp \alpha$, $AB = CD$ экендиги берилген *(17-сүрөт)*. $ABCD$ төрт бурчтуктун түрүн аныкта.

19.24. $ABCDA_1B_1D_1C_1$ кубу берилген. $AD \perp DCC_1$ экендигин далилде.

19.25. S чекитинен α тегиздикке перпендикуляр SO, SA жана SB жантыктар жүргүзүлгөн. SA = 20 *см*, AO = 16 *см*, OB = 5 *см* болсо, SB ны тап.

19.26. S чекити $ABCD$ төрт бурчтуктун тегиздигинде жатпайт жана анын чокуларынан барабар аралыкта жайлашкан. S чекитинен ABC тегиздигине чейин болгон аралык 24 *см*, AB = 12 *см*, BC = 16 *см* болсо, S чекитинен төрт бурчтуктун чокуларына чейинки аралыктарды тап.

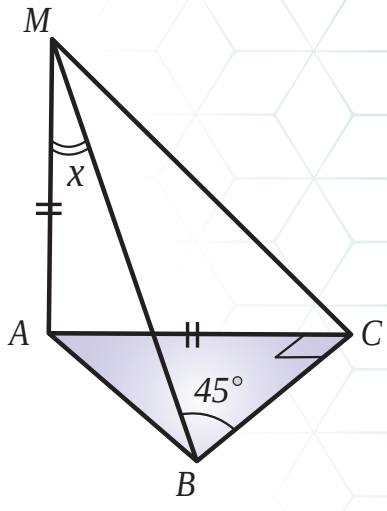
19.27. Чекиттен катеттери 15 *см* жана 20 *см* болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун тегиздигине узундугу 16 *см* болгон перпендикуляр жүргүзүлгөн. Перпендикулярдын негизи үч бурчтуктун тик бурчтуу чокусунда. Бул чекиттен гипотенузага чейин болгон аралыкты тап.

19.28. A чекитинен α тегиздикке тегиздик менен 60° бурчту түзгөн AB жана AC жантыктар жүргүзүлгөн. Эгерде $BC = AC$ = 6 болсо, AB ны тап.

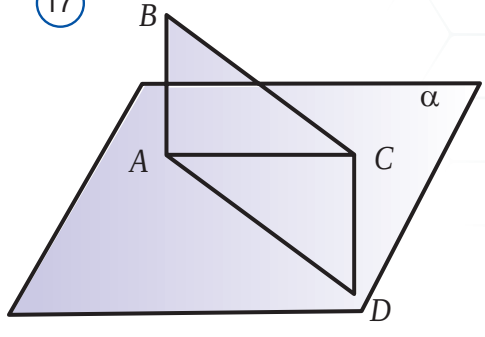
19.29. β тегиздигине CD перпендикуляр *(18-сүрөт)*, AD жана BD жантыктар түшүрүлгөн. BC = 6, AD = 10, AC = 8. $\angle DBC$ ту тап.

19.30. 19-сүрөттө $ABCD$ – тик бурчтук. MC тик бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу. $\angle BAM$ = 64°. $\angle AMB$ ту тап.

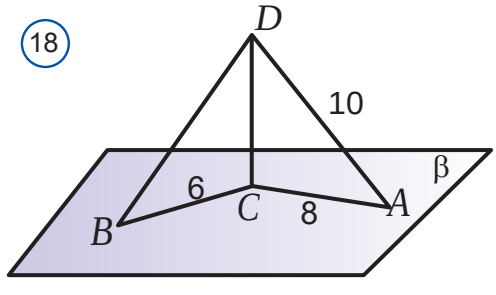
16



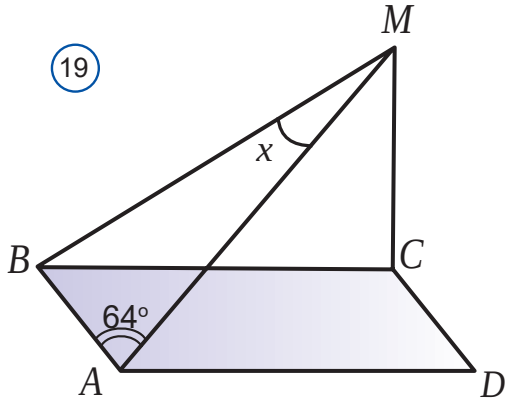
17



18



19

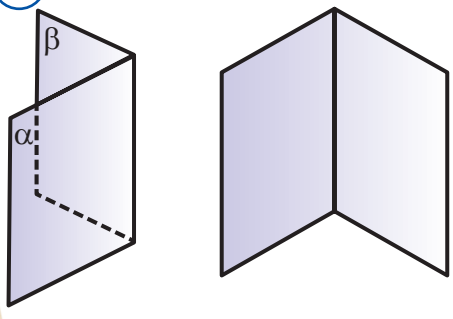


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

20 МЕЙКИНДИКТЕ ТЕГИЗДИКТЕРДИН ПЕРПЕНДИКУЛЯРДУУЛУГУ

1



Эки жарым тегиздик менен аларды чектеп турган жалпы түз сызыктан турган геометриялык фигура *эки грандуу бурч* деп аталат *(1-сүрөт)*. Жарым тегиздиктер эки грандуу бурчтун *грандары*, ал эми аларды чектеген түз сызык эки грандуу бурчтун *граны* деп аталат.

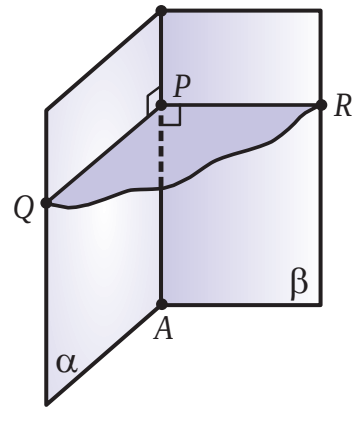
Эки грандуу бурчтар жөнүндө айлана-чөйрөдөгү төмөнкү нерселер элес берет *(2-сүрөт)*: китеп, ноутбук, ачылган эшик жана имараттын чатыры.

Эки грандуу бурчтун кырынын каалагандай чекитинен анын грандарында жаткан жана ошол кырга перпендикулярдуу болгон шоолаларды чыгарабыз. Бул шоолалар түзгөн бурч эки грандуу бурчтун *сызыктуу бурчу* деп аталат *(3-сүрөт)*.

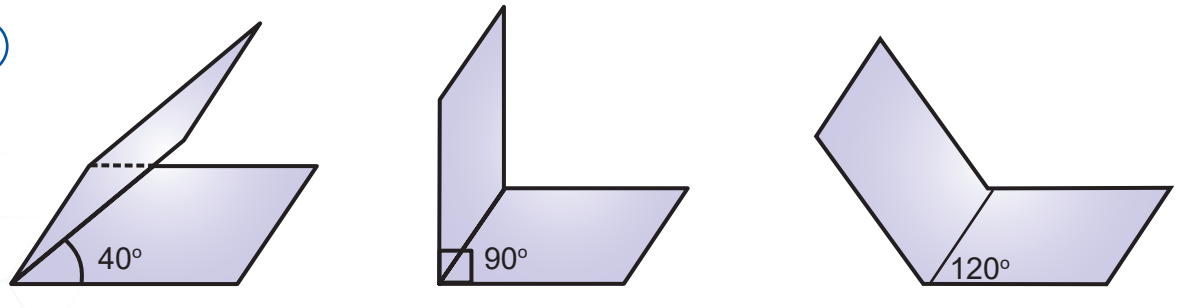
2



3



4



Аныктама боюнча, эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу кырда тандалган чекит менен аныкталат жана чексиз көп болот. Ошентсе да, эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчунун чоңдугу кырда тандалган чекиттен көз каранды эмес, башкача айтканда алардын бардыгы өз ара барабар болот.

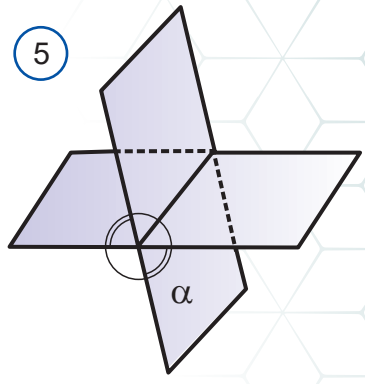
Эки грандуу бурчтардын чоңдугу анын сызыктуу бурчунун чоңдугу менен аныкталат. Сызыктуу бурчтар тар, тик, кең жана жайылган болушуна карай эки грандуу бурчтар да тиешелүү түрдө тар, тик, кең жана жайылган – эки грандуу бурчтарга бөлүнөт. 4-сүрөттө ар түрдүү эки грандуу бурчтар көрсөтүлгөн.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Эки кесишүүчү тегиздик бүткүл мейкиндикти жалпы кырга ээ төрт эки грандуу бурчка бөлөт *(5-сүрөт)*. Бул эки грандуу бурчтардын бири α га барабар болсо, алардан дагы биринин мааниси да α га барабар болот. Ал эми калган экөөнүн мааниси $180^\circ - \alpha$ га барабар болот.

5

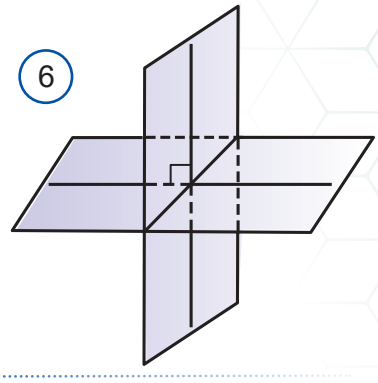


Бул эки грандуу бурчтардын ичинде 90° тан кичиги да болот. Ошол бурчтун мааниси кесишүүчү *тегиздиктер ортосундагы бурч* деп алынат.

Эгерде эки грандуу бурчтардын бири тик, б. а. 90° ка барабар болсо, калган үчөөсү да тик болот *(6-сүрөт)*.

Тик бурч менен кесишүүчү тегиздиктер *перпендикуляр тегиздиктер* деп аталат.

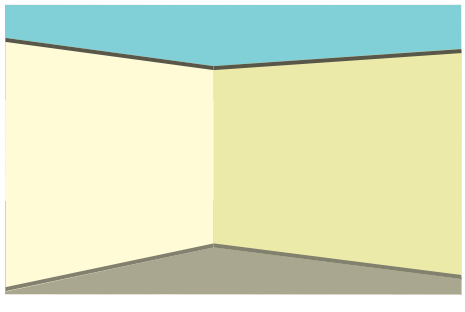
6

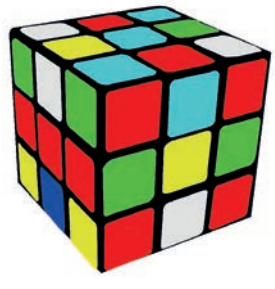


Перпендикуляр тегиздиктерге айлана-чөйрөдөн мисал иретинде бөлмөнүн полу менен дубалдарын, жалпы кырга ээ бөлмөнүн дубалдарын, жалпы кырга ээ Рубик кубунун грандарын, жердин бети менен үйдүн дубалдарын жана үйдүн бири-бирине туташкан дубалдарын келтирүүгө болот *(7-сүрөт)*.

α жана β тегиздиктердин перпендикулярдуулугу түз сызыктардагы сыяктуу «$\perp$» белгинин жардамында, $\alpha \perp \beta$ түрүндө жазылат.

7



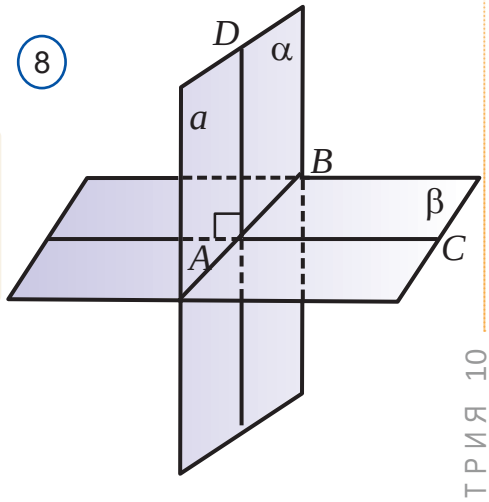




Эми перпендикуляр тегиздиктердин касиеттерине токтолобуз. Төмөнкү теорема тегиздиктердин *перпендикулярдуулук белгиси* деп аталат.

4.13-теорема. Эгерде тегиздиктерден бири экинчисине перпендикулярдуу болгон түз сызыктан өтсө, мындай тегиздиктер өз ара перпендикулярдуу болот.

8



Далилдөө. Алсак, α жана β тегиздиктер берилген болуп, α тегиздик β тегиздикке перпендикулярдуу болгон a түз сызыктан өтсүн *(8-сүрөт)*. β тегиздик менен a түз сызыктын кесилишүү чекити A болсун. $\alpha \perp \beta$ экендигин далилдейбиз.

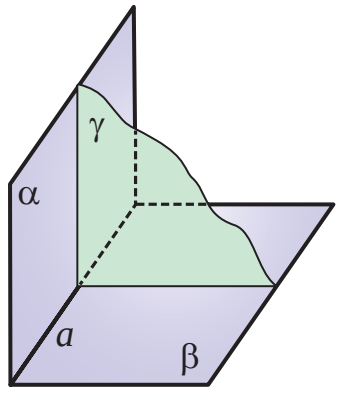
α жана β тегиздиктер AB түз сызыкты бойлой кесишүүдө. Анда $AB \perp a$ болот, анткени шарт боюнча $\beta \perp a$. β тегиздикте жаткан жана AB түз сызыкка перпендикулярдуу болгон AC түз сызыкты жүргүзөбүз. Натыйжада алынган $\angle DAC$ α, β – эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу болот. Шарт боюнча, $a \perp \beta$. анда $\angle DAC$ – тик бурч. Демек, $\alpha \perp \beta$.

Бул теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат.

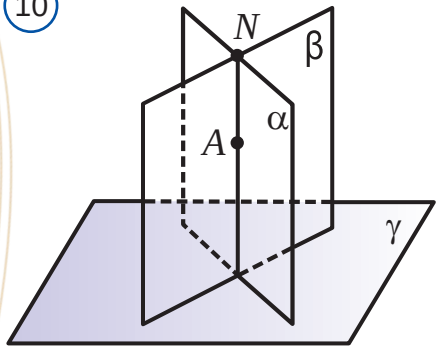
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

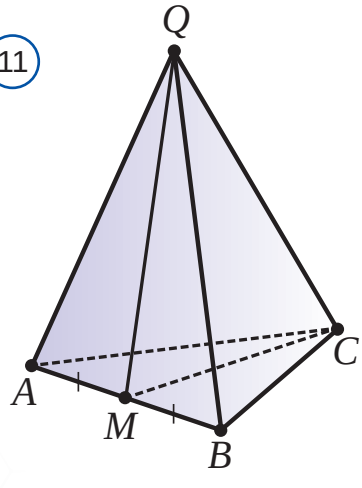
9



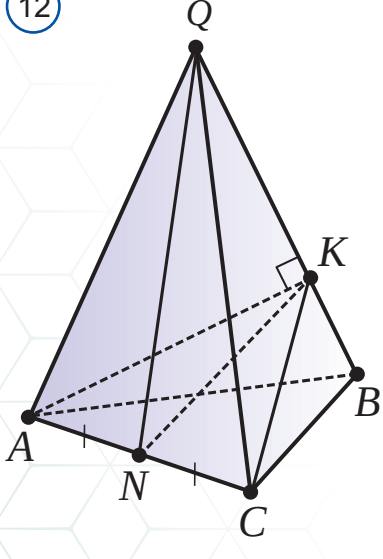
10



11



12



Натыйжа. ***Эгерде тегиздик эки тегиздиктин кесилишүү сызыгына перпендикулярдуу болсо, бул тегиздиктердин ар бирине да перпендикулярдуу болот*** *(9-сүрөт).*

4.11-теоремага тескери теорема да орундуу болот. Аны далилдөөсүз келтиребиз.

4.14-теорема. ***Эгерде эки перпендикулярдуу тегиздиктерден биринин кандайдыр чекитинен экинчисине перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүлсө, бул түз сызык биринчи тегиздикте жатат.***

Натыйжа. ***Эгерде эки перпендикулярдуу тегиздик үчүнчү тегиздикке перпендикулярдуу болсо, алардын кесилишүү сызыгы да ошол тегиздикке перпендикулярдуу болот*** *(10-сүрөт).*

1-маселе. M чекит $QABC$ туура пирамиданын негизиндеги гранынын ортосу болсо *(11-сүрөт)*, QCM тегиздик пирамида негизинин тегиздиги ABC га перпендикуляр экендигин далилде.

Далилдөө. AB кесинди тең капталдуу AQB жана ACB үч бурчтуктарынын негизи болгондуктан, бул үч бурчтуктардын медианалары QM жана CM ге да перпендикулярдуу болот. Ошону менен бирге, AB кесинди QCM тегиздикке да перпендикулярдуу болот. Анда 4.12-теорема боюнча, ABC тегиздик QCM тегиздикке перпендикулярдуу.

2-маселе. $QABC$ туура пирамиданын чокусундагы жалпак AQB бурчу α га барабар. Анын каптал кырындагы эки грандуу бурчун тап *(12-сүрөт)*.

Чыгаруу. Алсак, N чекити AC кырдын ортосу, ал эми AK болсо A чекитинен BQ кырга түшүрүлгөн перпендикуляр болсун.

ABQ жана CBQ үч бурчтуктардын барабардыгынан $CK \perp BQ$ болот. Ошондуктан AKC бурч BQ эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу болот.

AKQ жана ANQ тик бурчтуу үч бурчтуктардан $AK = \sin\alpha$, $AN = AQ \sin\frac{\alpha}{2}$ экендигин табабыз.

Ал эми AKN тик бурчтуу үч бурчтуктардан:

$$\sin\left(\frac{\angle AKC}{2}\right) = \frac{AN}{AK} = \frac{1}{2\cdot\cos(\frac{\alpha}{2})}$$ ге ээбиз.

Мындан $\angle AKC = 2\ arcsin\ \frac{1}{2\cos(\frac{\alpha}{2})}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

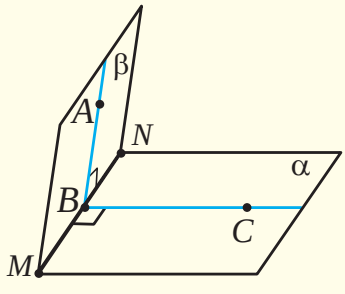
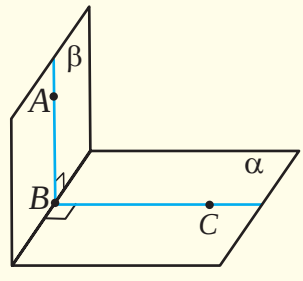
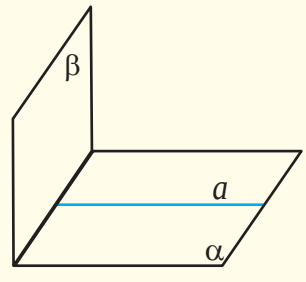
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Эки грандуу бурч деп эмнеге айтылат?*
2. *Кандай бурч «тегиздиктердин ортосундагы бурч» деп аталат?*
3. *Тик бурч менен кесишкен тегиздиктер кандай аталат?*
4. *Тегиздиктердин перпендикулярдуулук белгисин айт.*
5. *Перпендикулярдуу тегиздиктердин касиеттерин айт жана түшүндүр.*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

20.1. Жадыбалда 20-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Тегиздиктердин перпендикулярдуулугу		
Тегиздиктердин ортосундагы бурч	**Тегиздиктердин перпендикулярдуулугу**	**Тегиздиктердин перпенди-кулярдуулук белгиси**
		
Эгерде $AB \perp MN$ жана $CB \perp MN$ болсо, $\angle ABC$ – α менен β тегиздиктердин ортосундагы бурч.	Эгерде $\angle ABC = 90^0$ болсо, α жана β тегиздиктерге *перпендикуляр* дейилет.	Эгерде $a \subset \alpha$ жана $a \perp \beta$ болсо, $\alpha \perp \beta$ болот.

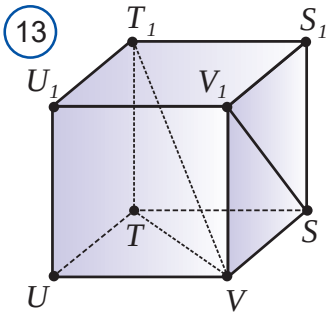
20.2. а) $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин; б) $ABCA_1B_1C_1$ тик призманын перпендикулярдуу гранларын аныкта жана тик эки грандуу бурчтарын айт.

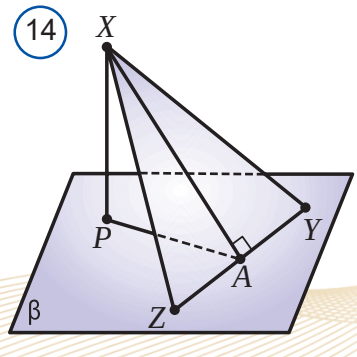
20.3. $STUVS_1T_1U_1V_1$ кубда *(13-сүрөт)* а) TVT_1 бурч; б) T_1ST бурч T_1SVT эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу болобу? V_1UTS эки грандуу бурчтун маанисин тап.

20.4. Эки эки грандуу бурчтун бирден граны жалпы, калган грандары биргеликте тегиздикти түзөт. Бул эки грандуу бурчтардын суммасы 180° экендигин далилде.

20.5. XYZ үч бурчтуктун YZ жагы β тегиздикте жатат. Анын X чокусунан XA бийиктик жана β тегиздикке XP перпендикуляр түшүрүлгөн *(14-сүрөт)*. XAP бурч $XYZP$ эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу экендигин далилде.

20.6. Үч бурчтуу $ABCD$ пирамиданын CD граны ABC тегиздикке перпендикулярдуу. $AB = BC = AC = 6$ жана $BD = 3\sqrt{7}$ болсо, $DACB$, $DABC$, $BDCA$ эки грандуу бурчтарды тап.

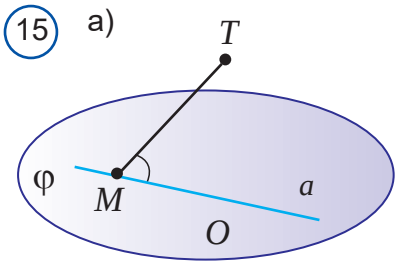
13


14


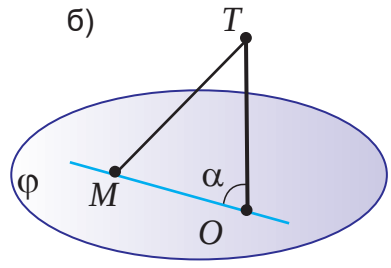
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

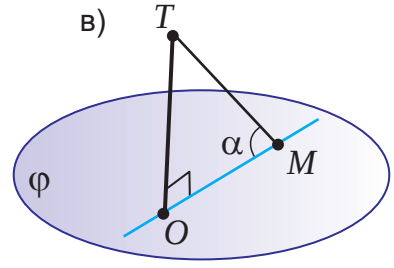
15 а)



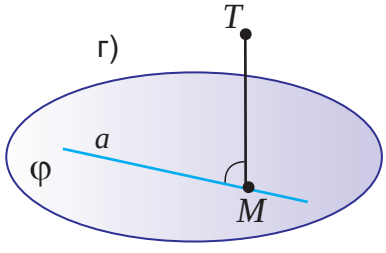
б)



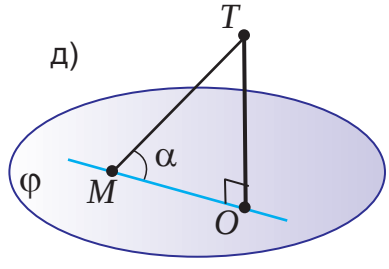
в)



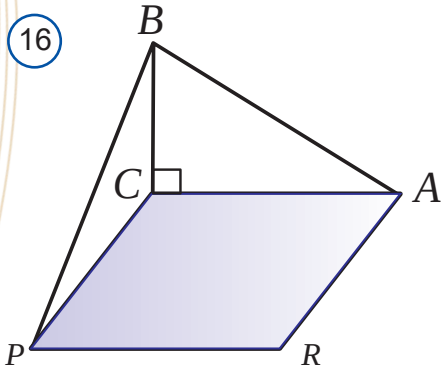
г)



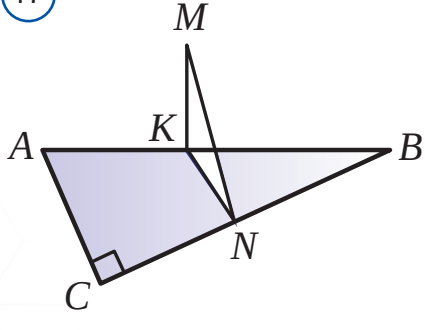
д)



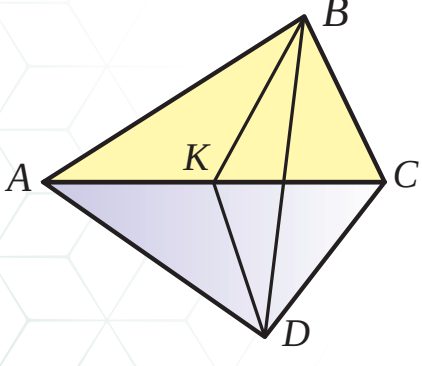
16



17



18



20.7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ туура параллелепипеддин AA_1C_1C жана BB_1D_1D диагонал кесилиштери өз ара перпендикулярдуу экендигин далилде.

20.8. T чекитинен φ тегиздикке жантык түшүрүлгөн *(15-сүрөт)*. Сүрөттөрдүн кайсыларында тегиздик менен жантыктын ортосундагы α бурч туура белгиленген?

20.9. Үч бурчтуу $ABCD$ пирамидада DAB, DAC, ACB бурчтар тик, $AC = CB = 5$ жана $DB = 5\sqrt{5}$ болсо, $ABCD$ нын эки грандуу бурчун тап.

20.10. Эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчунун тегиздиги анын ар бир кырында перпендикулярдуу экендигин далилде.

20.11. Эки грандуу бурчтун бир гранында жаткан эки чекит анын кырынан тиешелүү түрдө 51 *см* жана 34 *см* алыстыкта жатат. Бул чекиттердин биринчиси башка гранынан 15 *см* алыстыкта жаткандыгы белгилүү болсо, ошол грандан экинчи чекитке чейин болгон аралыкты тап.

20.12. ABC тик бурчтуу үч бурчтук ($\angle C = 90^\circ$) менен $ACPR$ квадраттын тегиздиктери өз ара перпендикулярдуу *(16-сүрөт)*. Квадраттын жагы 6 *см*, үч бурчтуктун гипотенузасы 10 *см*. BP кесиндинин узундугун тап.

20.13. MK кесинди тик бурчтуу ABC үч бурчтуктун ($\angle C = 90^\circ$) тегиздигине перпендикулярдуу *(17-сүрөт)*. $KN \parallel AC$, $AK = KB$, $AC = 12$ *см*, $MK = 8$ *см* болсо, MN кесиндинин узундугун тап.

20.14. ABC жана ADC тең капталдуу үч бурчтуктардын тегиздиктери перпендикулярдуу *(18-сүрөт)*. AC – алардын жалпы негизи. BK кесинди ABC үч бурчтуктун медианасы. $BK = 8$ *см*, $DK = 15$ *см* болсо, BD кесиндинин узундугун тап.

20.15. Туура төрт бурчтуу пирамиданын негизинин жагы аркылуу анын каршысындагы каптал гранга перпендикулярдуу тегиздик жүргүзүлгөн. Негизинин жагы $a = 30$ *см*, пирамиданын бийиктиги $h = 20$ *см*. Алынган кесилиштин аянтын аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

«GeoGebra» жардам берет

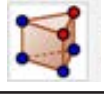
3D калькулятору менен чекиттен тегиздикке чейинки аралыкты аныктоо

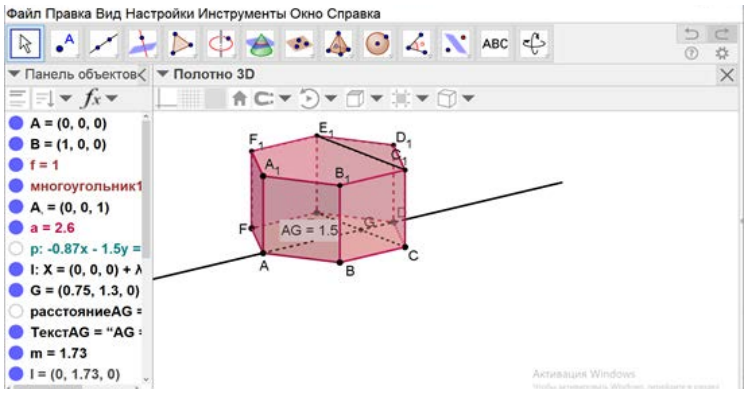
Бардык кырлары 1 ге барабар туура алты бурчтуу призманын A чокусунан CC_1E_1 тегиздикке перпендикуляр түшүрүлгөн. Призманын A чокусунан ошол тегиздикке чейин болгон аралыкты тап.

Түзүү:

- «GeoGebra»да жаңы терезе ач.
- «GeoGebra» интерфейсин **«Настройки»** – **«3D Графика»** көрүнүшүнө өткөр.

Аралыкты аныктоонун баскычтары

1		**Ввод** (Киргизүү)	A=(0,0,0) чекити түзүлөт.
2		**Ввод** (Киргизүү)	B=(1,0,0) чекити түзүлөт.
3		**Правильный многоугольник** (Туура көп бурчтук)	Жагы 1 ге барабар болгон туура алты бурчтук түзүлөт.
4		**Призма** (Призма)	Кыры 1 ге барабар болгон туура алты бурчтуу тик призма түзүлөт.
5		**Переименовать** (Кайра атоо)	Тиешелүү чекиттер тиешелүү түрдө $A1, B1, C1, D1, E1, F1$ деп кайра аталат.
6		**Плоскость через 3 точки** (3 чекит аркылуу тегиздик)	CC_1E_1 тегиздиги түзүлөт.
7		**Перпендикулярная прямая** (Перпендикулярдуу түз сызык)	Призманын A чокусунан CC_1E_1 тегиздигине перпендикуляр түшүрүлөт.
8		**Пересечение** (Кесилишүү)	A чекит менен CC_1E_1 тегиздиктин кесилишүү чекити – G белгиленет.
9		**Расстояние или длина** (Аралык же узундук)	Призманын A чокусу менен G чекитинин ортосундагы аралык аныкталат: AG = 1,5.



Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырмалар

1. Бардык кырлары 1 ге барабар болгон туура алты бурчтуу призманын A чокусунан CC_1D_1 тегиздикке перпендикулярдын узундугун тап.

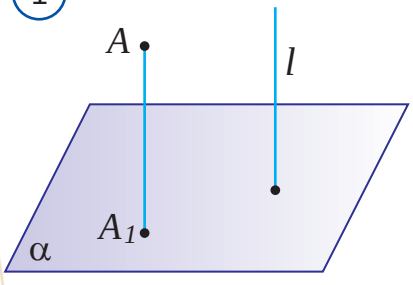
2. Бардык кырлары 1 ге барабар болгон үч бурчтуу тик призманын A_1 чокусунан AB_1C_1 тегиздикке перпендикулярдын узундугун тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

21 МЕЙКИНДИКТЕ ОРТОГОНАЛДЫК ПРОЕКЦИЯ ЖАНА АНДАН ТЕХНИКАДА ПАЙДАЛАНУУ

1



Эгерде проекциянын багыты l проекциялоо тегиздиги α га перпендикулярдуу болсо, мындай параллель проекциялоо *ортогоналдык проекциялоо* деп аталат.

1-сүрөттө $l \perp \alpha$ болуп, A чекиттин α тегиздикке ортогоналдык проекциясы – A_1 чекити көрсөтүлгөн.

Ортогоналдык проекциялоодо алынган фигурага берилген фигуранын *ортогоналдык проекциясы* же кыскача *проекциясы* деп айтылат.

2-сүрөттө түрдүү мейкиндиктеги фигуралардын α тегиздикке ортогоналдык проекциялары көрсөтүлгөн.

Ортогоналдык проекциялоо параллель проекциялоонун өзгөчө учуру болгондуктан, параллель проекциялоонун бардык касиеттери ортогоналдык проекциялоодо да орундуу болот. Ортогоналдык проекциялоодо:

а) чекит чекитке, кесинди кесиндиге, түз сызык түз сызыкка өтөт;

б) параллель түз сызыктардын проекциялары параллель болот же үстү-үстүнөн түшөт;

в) фигуралардын түз сызыктуу кесилиштеринин проекциясы да кесиндилерден турат;

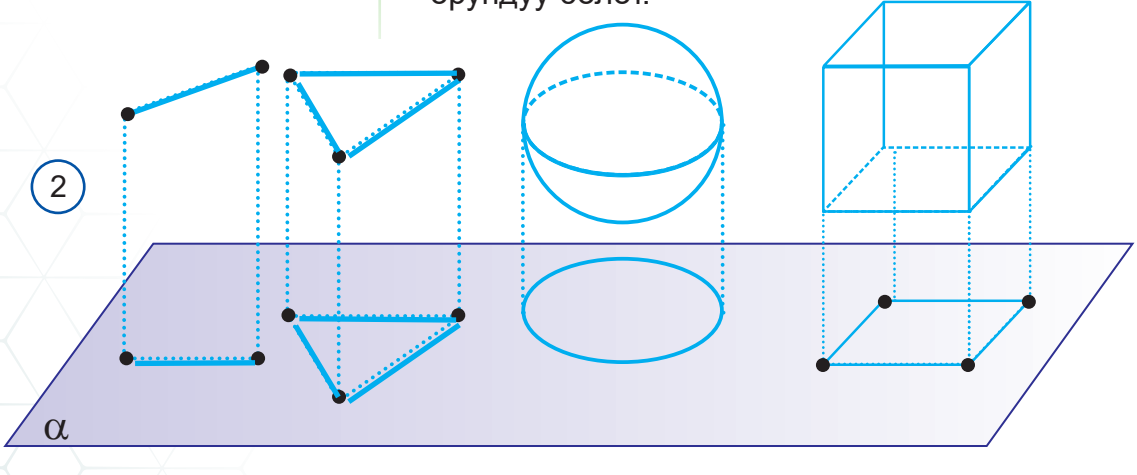
г) фигуранын параллель кесиндилеринин проекциясы да параллель кесиндилерден турат;

д) бир түз сызыкта же параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер узундуктарынын катышы алардын проекциялары узундуктарынын катышына барабар болот, кесиндилер узундуктарынын катышы сакталат.

Сөзсүз, бул касиеттер проекциялоонун багытына параллель эмес кесинди жана түз сызыктар үчүн орундуу болот.

Улуу итальян окумуштуусу Галилео Галилейдин сөзү менен айтканда, «геометрия аң-сезимибизди курчутуунун эң күчтүү куралы болуп, туура пикирлөө жана ой жүгүртүү мүмкүнчүлүгүн берет».

2



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Төмөндө ортогоналдык проекцияга гана тиешелүү болгон маанилүү касиетти далилдейбиз.

4.15-теорема. Көп бурчтуктун тегиздиктеги ортогоналдык проекциясынын аянты көп бурчтуктун аянты менен анын тегиздиги жана проекция тегиздигинин ортосундагы бурч косинусунун көбөйтүндүсүнө барабар.

Далилдөө. 1. Баштап касиетти үч бурчтук жана анын кандайдыр жагынан өткөн тегиздиктеги проекциясы үчүн карап чыгабыз. Алсак, ABC үч бурчтуктун α тегиздиктеги проекциясы AB_1C үч бурчтук болсун *(3-сүрөт)*.

ABC үч бурчтуктун BK бийиктигин түшүрөбүз. Үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема боюнча, B_1K кесинди KBB_1 үч бурчтуктун бийиктиги болот.

BKB_1 бурч – үч бурчтуктун тегиздиги менен проекциянын тегиздиги ортосундагы φ бурчтан турат. BKB_1 үч бурчтукта: $KB_1 = KB \cdot cos\varphi$.

Анда: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot KB$, $S_{\triangle AB_1C} = \frac{1}{2}$

$AC.\ KB_1 = \frac{1}{2} AC.\ KB.\ cos\varphi = S_{\triangle ABC}.\ cos\varphi.$

Натыйжада $S_{\triangle AB_1C} = S_{\triangle ABC}.\ cos\varphi$ ту алабыз.

2. α тегиздиктин ордуна ага параллель болгон, башка β тегиздик алынганда да теорема орундуу болот *(4-сүрөт)*. Бул параллель проекциялоонун касиетинен пайдаланып далилденет.

3. Эми жалпы көп бурчтукка кайрылабыз *(5-сүрөт)*. Мында теорема көп бурчтукту диагоналдарынын жардамында үч бурчтуктарга бөлүүнүн жардамында жогоруда каралган өзгөчө учурга келтирип далилденет.

Бул проекциялар кайсы багытта проекцияланганына карай *вертикалдуу (тик), горизонталдуу* жана *фронталдуу проекциялар* деп да аталат.

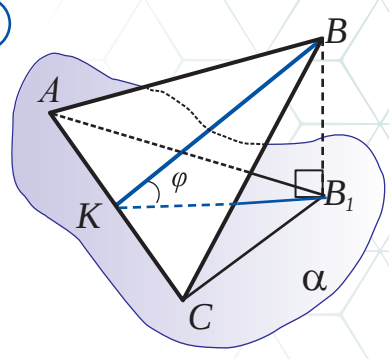
Ортогоналдык проекциядан техникалык чийүүдө ар түрдүү тетиктерди долбоорлоодо пайдаланылат. Түрдүү машина тетиктеринин чиймелери бир, эки же үч өз ара перпендикулярдуу проекциялардын тегиздиктерине ортогоналдык проекциялоо жолу менен алынат *(6-сүрөт)*.

Маселе. ABC үч бурчтуктун ортогоналдык проекциясы жактары 13 *см*, 14 *см* жана 15 *см* болгон ACB_1 үч бурчтуктан турат *(3-сүрөт)*. Үч бурчтуктун тегиздиги проекциянын тегиздиги менен 60° туу бурчту түзөт. ABC үч бурчтуктун аянтын тап.

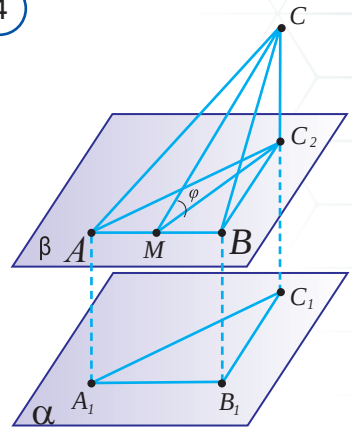
Чыгаруу. 4.15-теорема боюнча, үч бурчтуктун проекциясынын аянты $S_{\triangle AB_1C} = S_{\triangle ABC}.\ cos\varphi$ формула жардамында табылат.

Бул жерде φ – үч бурчтуктун тегиздиги менен проекциянын тегиздигинин ортосундагы бурч.

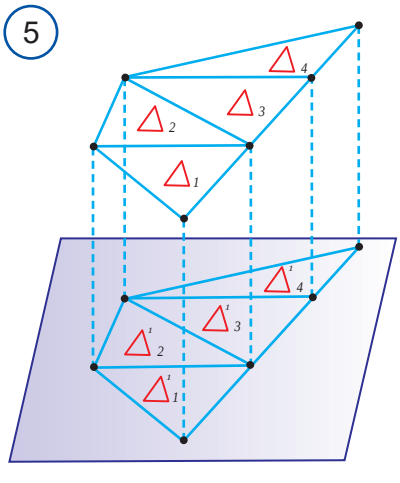
3



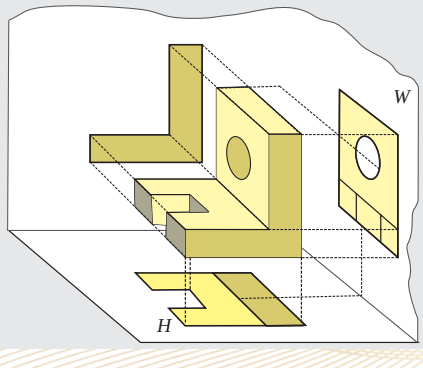
4



5



6



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ACB_1 үч бурчтуктун аянтын Герон формуласынан пайдаланып эсептейбиз:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$S_{\triangle AB_1C} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

$$= \sqrt{21\cdot(21-13)\cdot(21-14)\cdot(21-15)} = 84$$

$$S_{\triangle AB_1C} = \frac{S_{\triangle AB_1C}}{\cos\varphi} = \frac{54}{\cos 60^\circ} = 84 : \frac{1}{2} = 168$$

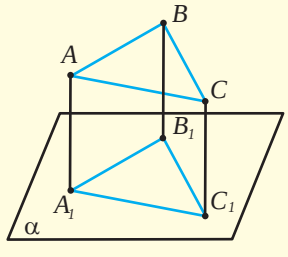
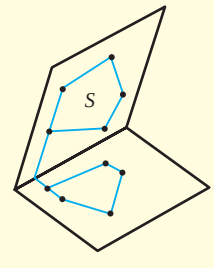
Жообу: 168 $см^2$.

Тема боюнча суроолор жана көнүгүүлөр

1. *Ортогоналдык проекциялоо деп эмнеге айтылат?*
2. *Ортогоналдык проекциялоонун касиеттерин сана.*
3. *Көп бурчтуктун тегиздиктеги ортогоналдык проекциясынын аянты кантип табылат?*
4. *Ортогоналдык проекциялоодон техникада кандай пайдаланылат?*

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

21.1. Жадыбалда 21-теманын негизги таяныч маалыматтары берилген. Аларды кунт коюп үйрөнүп чык жана түшүндүр.

Мейкиндикте ортогоналдык проекция	Көп бурчтуктун проекциясынын аянты
	 $S_1 = S\cdot\cos\varphi$
Ортогоналдык проекцияда: $l \perp \alpha$. l – проекциялоонун багыты; α – проекциялоо тегиздиги.	S – көп бурчтуктун аянты; S_1 – көп бурчтуктун ортогоналдык проекциясынын аянты; φ – көп бурчтуктун жана проекциянын тегиздиктери ортосундагы бурч.

21.2. Трапециянын ортогоналдык проекциясы а) квадрат; б) кесинди; в) тик бурчтук; г) параллелограмм; д) трапеция болушу мүмкүнбү?

21.3. 7-сүрөткө карап ортогоналдык проекциясы тик бурчтук болгон геометриялык фигураларды айт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

21.4. A_1B_1 кесинди AB кесиндинин α тегиздикке ортогоналдык проекциясы *(8-сүрөт)*. Эгерде AB = 20 *см*, AC = 10 *см*, A_1B_1 = 12 *см* болсо, B_1C_1 кесиндинин узундугун тап.

21.5. Узундугу 5 *см* болгон AB кесиндинин ω тегиздикке ортогоналдык проекциясынын узундугу 3 *см* болгон AC кесиндиден турат *(9-сүрөт)*. AB кесиндинин ω тегиздикке жантаюу бурчунун косинусун тап.

21.6. Жагы a болгон туура үч бурчтук берилген. Үч бурчтуктун тегиздиги менен: а) 30°; б) 45°; в) 60° туу бурчту түзгөн тегиздикке анын ортогоналдык проекциясынын аянтын тап.

21.7. Жалпы AB жакка ээ болгон ABC жана ABD тең капталдуу үч бурчтуктар түрдүү тегиздиктерде жатат. Эгерде а) AB = 24 *см*, AC = 13 *см*, AD = 37 *см*, CD = 35 *см;* б) AB = 32 *см*, AC = 65 *см*, AD = 20 *см*, CD = 63 *см* болсо, ABC үч бурчтуктун ABD үч бурчтукка ортогоналдык проекциясынын аянтын тап. Ошондой эле, ABD үч бурчтуктун ABC үч бурчтукка ортогоналдык проекциясынын аянтын да тап.

21.8. Эгерде AB түз сызыктан C чекитке чейинки аралык *(10-сүрөт)* C чекиттен ABD тегиздикке чейин болгон аралыктан эки эсе чоң болсо, ABC жана ABD тегиздиктердин ортосундагы бурчту тап.

21.9. ABC үч бурчтуктун аянты 18 *см*² *(11-сүрөт)*. $KC \perp ABC$. Эгерде ABK жана ABC үч бурчтуктардын тегиздиктеринин ортосундагы бурч: а) α = 30°; б) α = 45°; в) α = 60° болсо, ABK үч бурчтуктун аянтын тап.

21.10. ABC жана ABD үч бурчтуктардын тегиздиктеринин ортосундагы бурч 60° ка барабар. Эгерде $AB = 4\sqrt{3}$ болсо, CD аралыкты тап.

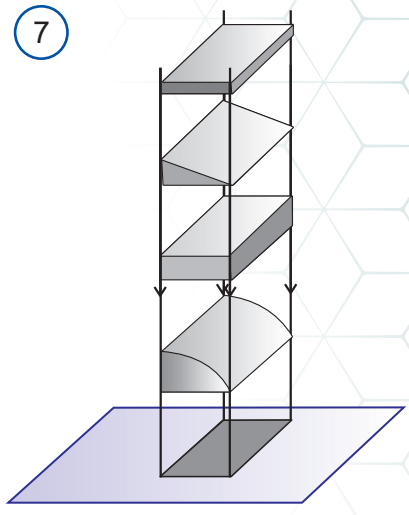
21.11. Тик бурчтуктун аянты 72 ге барабар. Анын тегиздиктеги ортогоналдык проекциясы квадраттан турат. Тегиздик жана тик бурчтук жаткан тегиздиктин ортосундагы бурч 60°. Квадраттын периметрин тап.

21.12. Аянты 48 *см*² болгон үч бурчтуктун ортогоналдык проекциясы жактары 14 *см*, 16 *см* жана 6 *см* болгон үч бурчтуктан турат. Бул үч бурчтуктун тегиздиги менен анын проекциясынын ортосундагы бурчту эсепте.

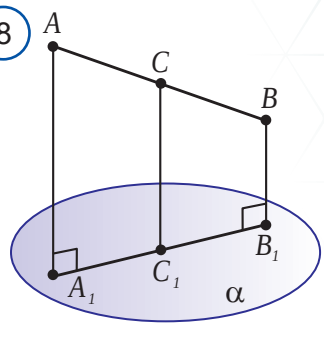
21.13. Аянты 12 *см*² болгон үч бурчтуктун ортогоналдык проекциясынын жактары 13 *см*, 14 *см* жана 15 *см* болгон үч бурчтуктан турат. Бул үч бурчтуктун тегиздиги менен анын проекциясынын ортосундагы бурчту эсепте.

21.14. Негизи 8 *см* жана каптал жагы 12 *см* болгон тең капталдуу үч бурчтуктун ортогоналдык проекциясы жактары 8 *см*, 6 *см* жана 6 *см* болгон үч бурчтуктан турат. Бул үч бурчтуктун тегиздиги менен анын проекциясынын ортосундагы бурчту тап.

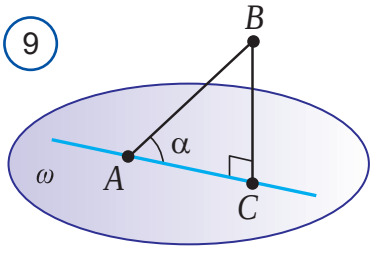
7



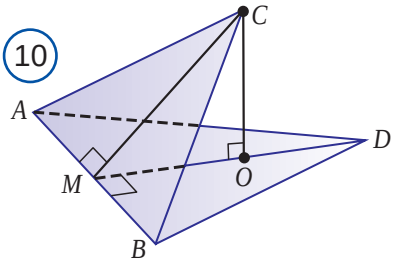
8



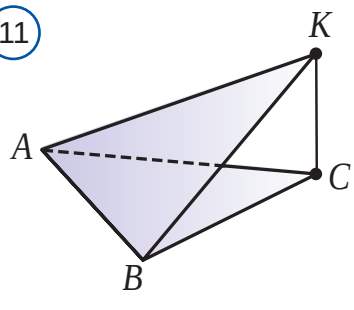
9



10



11



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22 ГЛАВАНЫ КАЙТАЛОО БОЮНЧА ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУЛАР

22.1. Төмөнкү пикирлердин кайсы бири туура эмес?

А) Эгерде бир тегиздикте жаткан эки түз сызык экинчи тегиздикте жаткан эки түз сызыкка тиешелүү түрдө параллель болсо, бул тегиздиктер параллель болот.

Б) Эгерде эки түз сызык үчүнчү түз сызыкка параллель болсо, алар өз ара параллель болот.

В) Тегиздикте жаткан түз сызык жантыктын проекциясына перпендикулярдуу болсо, жантыктын өзүнө да перпендикулярдуу.

Г) Түз сызык тегиздикте жаткан эки кесишүүчү түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, бул түз сызык тегиздикке да перпендикулярдуу.

Д) Жантык менен анын тегиздиктеги проекциясынын ортосундагы бурчтардан эң кичигине *жантык* менен *тегиздиктердин ортосундагы бурч* дейилет.

22.2. Төмөнкү пикирлердин кайсы бири туура эмес?

А) Эгерде мейкиндикте эки түз сызык үчүнчү түз сызыкка параллель болсо, алар өз ара параллель болот.

Б) Тегиздикте жантыктын негизинен анын проекциясына перпендикулярдуу жүргүзүлгөн түз сызык жантыктын өзүнө да перпендикулярдуу болот.

В) Мейкиндиктеги үч чекит аркылуу бир гана тегиздик өткөрүүгө болот.

Г) Түз сызык же параллель түз сызыктардын кесиндилеринин катышы параллель проекциялоодо өзгөрбөйт (проекцияланууучу кесиндилер проекциялоонун багытына параллель эмес).

Д) Тегиздиктен сыртта жаткан түз сызык бул тегиздиктеги кандайдыр түз сызыкка параллель болсо, бул түз сызык менен тегиздик өз ара параллель болот.

22.3. $ABCD$ тик бурчтуктун тегиздигине анын B чокусу аркылуу BM перпендикуляр түшүрүлгөн. а) AD түз сызык AB жана BM түз сызыктар жаткан тегиздикке; б) CD түз сызык BC жана BM түз сызыктар жаткан тегиздикке перпендикулярдуу болушун далилде.

22.4. A жана B чекиттерден α тегиздикке перпендикуляр жана аны тиешелүү түрдө C жана D чекиттерде кесип өткөн түз сызык жүргүзүлгөн. Эгерде $AC = 3$ *м*, $BD = 2$ *м* жана $CD = 2{,}4$ *м* болсо жана AB түз сызык α тегиздикти кеспесе, A жана B чекиттердин ортосундагы аралыкты тап.

22.5. Тик бурчтуу параллелепипеддин үч өлчөмү боюнча анын диагоналынын узундугун тап: а) 1, 2, 2; б) 2, 3, 6; в) 6, 6, 7.

22.6. Кубдун граны a га барабар. Кубдун чокусунан анын башка эки чокусун туташтырган диагоналынын ортосундагы аралыкты тап.

22.7. Тик бурчтуу параллелепипед негизинин жактары 7 *см* жана 24 *см*, бийиктиги 8 *см*. Параллелепипеддин диагонал кесилишинин аянтын тап.

22.8. Тик бурчтуу параллелепипеддин үч өлчөмү боюнча анын толук бетинин аянтын тап: 10 *см*, 22 *см*, 16 *см*.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

22.9. Тик бурчтуу параллелепипеддин бийиктиги h, негизинин аянты Q, диагонал кесилишинин аянты M болсо, анын каптал бетинин аянтын тап.

22.10. Тик бурчтуу параллелепипеддин бир чокусунда кездешкен грандарынын диагоналдары: a, b, c *(1-сүрөт)*. Параллелепипеддин үч өлчөмүнүн узундуктарын тап.

22.11. Перпендикуляр менен жантыктын ортосундагы бурч 60°. Перпендикулярдын узундугу 20. Жантыктын узундугун тап.

22.12. Тегиздикке түшүрүлгөн жантык менен перпендикулярдын ортосундагы бурч 60°, жантыктын узундугу $20\sqrt{3}$. Перпендикулярдын узундугун тап.

22.13. Тегиздикке жүргүзүлгөн перпендикуляр менен жантыктын ортосундагы бурч 30°, ал эми перпендикулярдын узундугу 10 го барабар. Жантыктын узундугун тап.

22.14. Чекиттен тегиздикке эки жантык жүргүзүлгөн. Эгерде жантыктар 1 : 2 катышта болуп, алардын проекциялары 1 жана 7 ге барабар болсо, жантыктардын узундугун тап.

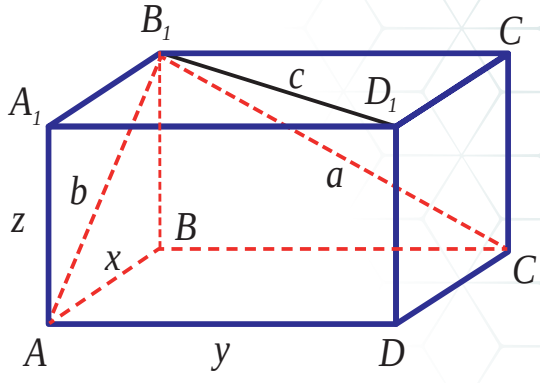
22.15. ABC үч бурчтуктун тик бурчтуу B чокусунан үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу түз сызык b жүргүзүлгөн. $AB = 3$, $BC = 4$. b жана AC түз сызыктардын ортосундагы аралыкты тап.

22.16. Узундуктары 10 *см* жана 15 *см* лүү эки кесиндинин чокулары өз ара параллель тегиздиктерде жатат. Биринчи кесиндинин тегиздиктеги проекциясы $\sqrt{19}$ *см* болсо, экинчисинин проекциясы канча *см* болот?

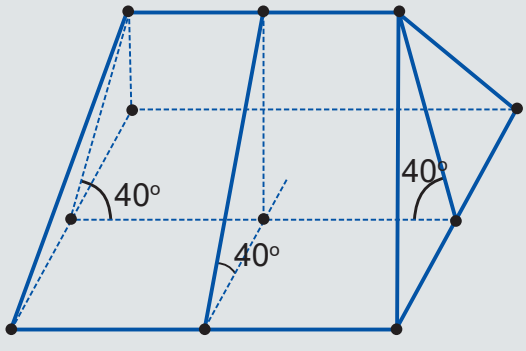
22.17. Өлчөмдөрү 12,5 *м* жана 7,2 *м* болгон үйдүн чатыры төрт жантык грандар менен 2-сүрөттө көрсөтүлгөндөй жабылган. Ар бир гран чатырдын тегиздиги менен 40° туу бурчту түзөт. а) Ар бир жантык грандын аянтын тап; б) Чатырдын бардык жантык грандарынын аянтын тап. в) Чатырды тунуке менен жапканда, анын 6 пайызы коротулушу белгилүү болсо, чатырды жапканга канча тунуке керек болот?

22.18. AB жана CD – өз ара 60° туу бурч түзүп кесишүүчү эки тегиздикте жаткан параллель түз сызыктар. A жана D чекиттер тегиздиктердин кесилишүү сызыгынан 8 *см* жана 6,3 *см* алыстыкта. AB менен CD нын ортосундагы аралыкты тап.

1



2 а)



б)

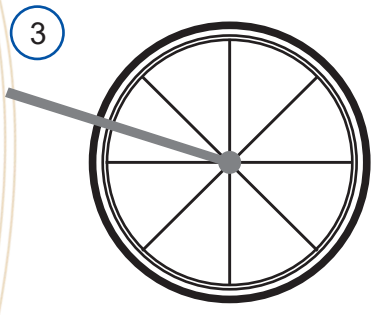


*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

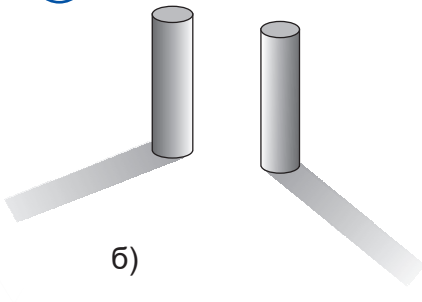
Компетенцияларды калыптандыруу боюнча маселелер

3

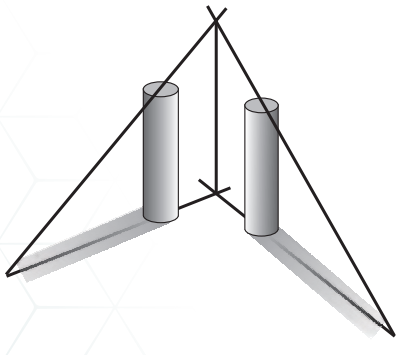


4

а)



б)



1. Эки жандаш бөлмөнүн дубалдары туташкан сызыктын полго перпендикулярдуулугун кантип ченөөлөрдүн жардамында текшерсе болот?

2. Узундукту ченөөчү аспап – рулетканын жардамында мамынын тик экендигин кантип текшерсе болот?

3. Дөңгөлөк огу тегиздигинин ал тоголонуп жаткан тегиздикке перпендикулярдуулугун кантип текшерсе болот?

4. Эмне себептен үйдүн үстүндө асылып турган муздарды алардын калыңдыгын эсепке албай өз ара параллель деп айтууга болот?

5. Окуучу машыгууну аткарды. Бир нече орнотулган мамылардын жерге салыштырмалуу тик экендигин текшерүү үчүн алардан бирин гана текшерди. Калган мамылардын тиктигин төмөнкүдөй текшерди: бардык мамылардын бийиктигин алардын төмөнкү негиздери менен жогорку чокуларынын ортосундагы аралыктарды ченеп, чечим кабыл алды. Ал ишти туура жасадыбы?

6. Эмне себептен эшик ачык же жабык болушуна карабай, полго салыштырмалуу перпендикулярдуу болот?

7. Түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулугуна мисал иретинде дөңгөлөктүн зымдары жаткан тегиздиктин дөңгөлөктүн огун бойлой жайлашуусун келтирүүгө болот *(3-сүрөт)*. Ок дөңгөлөктүн ар бир зымына перпендикулярдуу. Кыймыл учурунда дөңгөлөктүн зымдары ар бир чекитте кесилишкен кесиндилерден турган тегеректин тегиздигин түзөт. Эгерде ок горизонталдуу жайлашкан болсо, дөңгөлөк кандай тегиздикте айланат? Эмне үчүн?

Көрсөтмө: дөңгөлөктүн огуна перпендикулярдуу тегиздикке перпендикулярдуу болот.

8. Бийиктикке секирүү аткарылууда. Тосмо жыгачты белгилүү бийиктикке орнотуу үчүн граны 25 $см$ болгон куб жана өлчөмдөрү 25 $см$ x 25 $см$ x 50 $см$ болгон тик бурчтуу параллелепипеддерден пайдаланылган. 1) 125 $см$; 2) 150 $см$; 3) 175 $см$ бийиктикке секирүү көнүгүүлөрүн кантип уюштурууга болот?

9. 4-сүрөттө эки вертикалдуу мамы жана алардын көлөкөсү берилген. Ушул маалыматтан пайдаланып жарыктын булагы (чырак) жайлашкан чекитти жана анын горизонталдуу тегиздикке проекциясын тап жана төмөнкү суроолорго жооп бер. 1) Мамылардын вертикалдуулугу мааниге ээби? 2) Көлөкө түшкөн тегиздиктин горизонталдуулугу мааниге ээби? 3) Сүрөттө берилген маалыматтардын бардыгы да мааниге ээби?

Чыгаруу. 4-сүрөттө тиешелүү түзүүлөр берилген. Жарык булагынын ордун табууда мамылардын багыты мааниге ээ эмес, бирок алардын вертикалдуу экендиги маанилүү. Эгерде мамылар вертикалдуу, ал эми көлөкө горизонталдуу тегиздикке түшүп жаткан бол-

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

со, маселени чыгаруу үчүн сүрөттөгү бир мамынын көлөкөсүн жана экинчи мамыдан түшүп жаткан көлөкөнүн багытын билүү жетишет *(46-сүрөт)*.

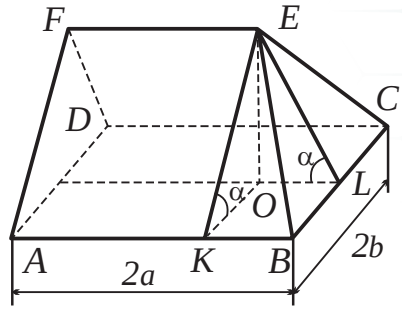
10. Калыңдыгы 5 $м$, аянты 4 $м^2$ болгон, квадрат формасындагы болот платформа төрт чокусунан трос зым менен горизонталдуу асылган. Ар бир трос зымдын узундугу 2 $м$. Алардын платформага салыштырмалуу жантаюу бурчун тап. Бийиктиги 0,9 $м$, негизинин диаметри 0,6 $м$ болгон цилиндр формасындагы бакты ошол платформага жайлаштырууга болобу?

Жообу: 45°, бакты жайлаштырууга болот.

11. Суу төрт жагынан агып түшүп жаткан үй чатырынын негизине ортогоналдык проекцияланган. Чатыр кырларынын проекциясы тик бурчтук формасындагы чатыр негизинин бурчунун биссектрисасы болушун далилде.

12. Негизи $ABCD$ тик бурчтуктан турган үйгө жамгырдын суусу төрт жагынан агып түшүп жаткан үйдүн чатырын орнотуу керек *(5-сүрөт)*. $AB = 2a$ $м$, $BC = 2b$ $м$. Чатырдын бардык грандары негиздин тегиздиги менен α бурчту түзөт. Чатырды жабуу үчүн канча тунуке керек болот? Мында чатыр бетинин аянтынын k пайызы санындагы тунуке чыгаша болушун эсепке ал.

5



Жообу: $4ab\,(1 + 0{,}01k) / \cos\alpha$.

13. Шамалсыз абада жамгыр жантык менен жаап жатат. Тик бурчтук формасындагы фанер бөлүгүнүн жардамында жамгырдын горизонттун тегиздигине салыштырмалуу жантыктыгын кантип аныктаса болот? Тиешелүү чиймени чий.

Көрсөтмө. Фанердин бөлүгүн жайлаштырганында, анын тегиздиги жамгыр тамчыларынын кыймыл траекториясына жана алардын горизонталдуу тегиздикке проекциясы аныктаган тегиздикке болжолдуу перпендикулярдуу болсун. Ошондо горизонталдуу тегиздикте жамгыр түшпөй турган тик бурчтук алынат. Соң тиешелүү кесиндилеринин узундуктары ченелет жана алардын ортосундагы бурчтун тангенси эсептелет.

14. Аянты S_1 ге, узундугу n ге барабар болгон балдар кроватынын үстүн эки бирдей тик бурчтук формасындагы парда менен тосуу керек. Ар бир парданын аянты S_2 ге, ал эми узундугу кроваттын узундугуна барабар. Эки парданын жогорку чети тең кроваттын үстүндө параллель орнотулган жана кроваттын узундугуна барабар зымга бекемделген. Зымдын кроваттан кандай бийиктикте орнотулганын тап. Маселени төмөнкү сандуу шарттарда чыгар:

n = 1 $м$ 20 $см$, S_1 = 6000 $см^2$, S_2 = 7800 $см^2$. Тиешелүү чиймени чий.

Көрсөтмө. $\dfrac{\sqrt{4S_2^2 - S_1^2}}{2n}$. **Жообу:** 0,5 $м$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ӨЗҮҢДҮ СЫНАП КӨР

Тесттер

1. Кайсы пикир туура?

А) Эгерде эки түз сызыктан бири үчүнчү түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, экинчи түз сызык да ошол түз сызыкка перпендикулярдуу болот.

Б) Эгерде эки түз сызык үчүнчү түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, алар параллель.

В) Эгерде эки түз сызык тегиздикке перпендикулярдуу болсо, алар параллель.

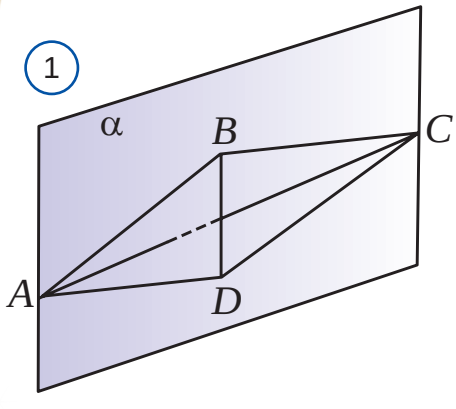
2. m түз сызык α тегиздикте жаткан a жана b түз сызыктарга перпендикулярдуу, бирок m түз сызык α тегиздикке перпендикулярдуу эмес. a жана b түз сызыктар жөнүндө кантип айтууга болот?

А) параллель

Б) кесилишет

В) кайчылаш

1



3. α тегиздик $ABCD$ ромбдун A чокусунан өтөт жана AC диагоналына перпендикулярдуу. Анда BD диагонал...

А) α тегиздикке перпендикулярдуу

Б) α тегиздикке параллель

В) α тегиздикте жатат

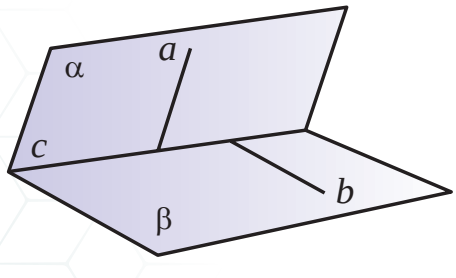
4. $a \parallel \alpha$, $b \perp \alpha$. Мында a жана b түз сызыктар кандай болушу мүмкүн эмес?

А) кесишүүчү

Б) перпендикулярдуу

В) параллель

2



5. $ABCD$ параллелограмм, $BD \perp \alpha$, $AC \perp \alpha$ *(1-сүрөт)*. Анда $ABCD$ эмне боло албайт?

А) тик бурчтук

Б) квадрат

В) ромб

6. Түз сызык тегеректин тегиздигине перпендикулярдуу болот, эгерде ал...

А) эки радиусга перпендикулярдуу болсо

Б) эки диаметрге перпендикулярдуу болсо

В) эки хордага перпендикулярдуу болсо.

7. $\alpha \cap \beta = c$, $a \in \alpha$, $b \in \beta$ *(2-сүрөт)*. Кайсы шарт аткарылганда $\angle(a\hat{b}) - \alpha$ жана β тегиздиктердин ортосундагы эки грандуу бурчтун сызыктуу бурчу болот?

А) $b \perp \alpha$ болсо

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Б) $a \perp c$ болсо

В) $a \perp c, b \perp c$ болсо

8. Кайсы пикир туура?

А) Эки грандуу бурчтун кыры анын сызыктуу бурчунун тегиздигине перпендикулярдуу болушу мүмкүн эмес.

Б) Бир тегиздикке перпендикулярдуу болгон эки тегиздик параллель болушу мүмкүн эмес.

В) Бир түз сызыкка перпендикулярдуу болгон эки тегиздик параллель боло албайт.

9. $ABC \perp ABD$ *(3-сүрөт)*. D чекиттен ABC тегиздикке түшүрүлгөн перпендикулярдын негизи...

А) ABC үч бурчтуктан сыртта жатат

Б) AB жагында жатат

В) ABC үч бурчтуктун ичинде жатат

10. Кайсы пикир туура эмес?

1) Эгерде эки тегиздиктен бири экинчи тегиздикке перпендикулярдуу болгон сызыктан өтсө, мындай тегиздиктер перпендикулярдуу болот.

2) Эгерде тегиздиктер перпендикулярдуу болсо, анда алардын кесилишүү сызыгы ошол тегиздиктердин биринде жаткан ар кандай түз сызыкка перпендикулярдуу болот.

3) Берилген эки тегиздиктин кесилишүү сызыгына перпендикулярдуу болгон тегиздик ошол тегиздиктердин ар бирине перпендикулярдуу.

11. Параллелепипеддин эки грандуу бурчтарынын саны канча?

А) 18

Б) 12

В) 24

12. ABC үч бурчтукта AN жана CM – бийиктиктер *(4-сүрөт)*. $DO \perp ABC$. $ABCD$ эки грандуу бурчтун градустук өлчөмү кайсы бурчтун градустук өлчөмүнө барабар?

А) ABD

Б) AND

В) ACD

13. $AF \perp \alpha$ *(5-сүрөт)*. Кайсы барабарсыздык орундуу эмес?

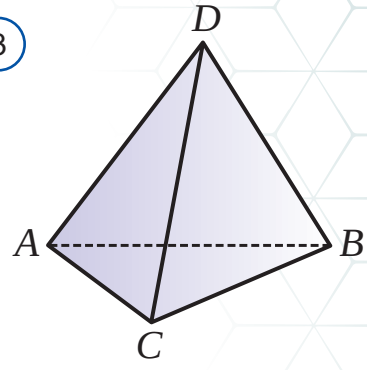
А) $FM > AF$

Б) $FA > FK$

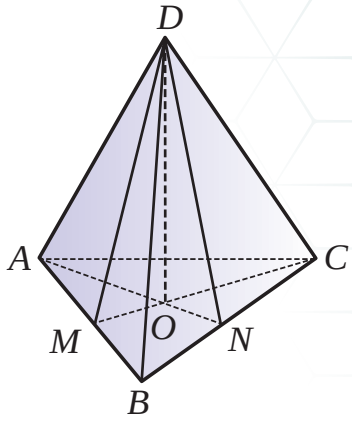
В) $AK < FK$

14. $BF \perp ABC$ *(6-сүрөт)*. $ABCD$ кандай болсо, CD жана CF түз сызыктар перпендикулярдуу болот?

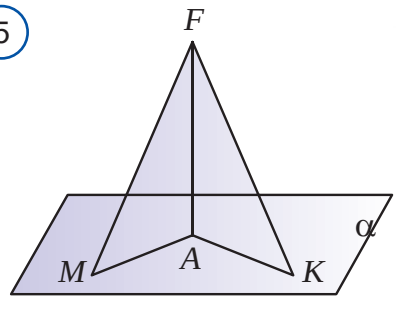
3



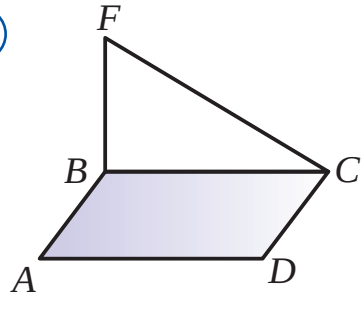
4



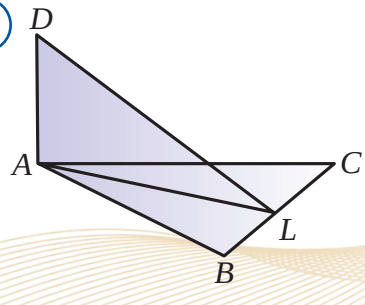
5



6



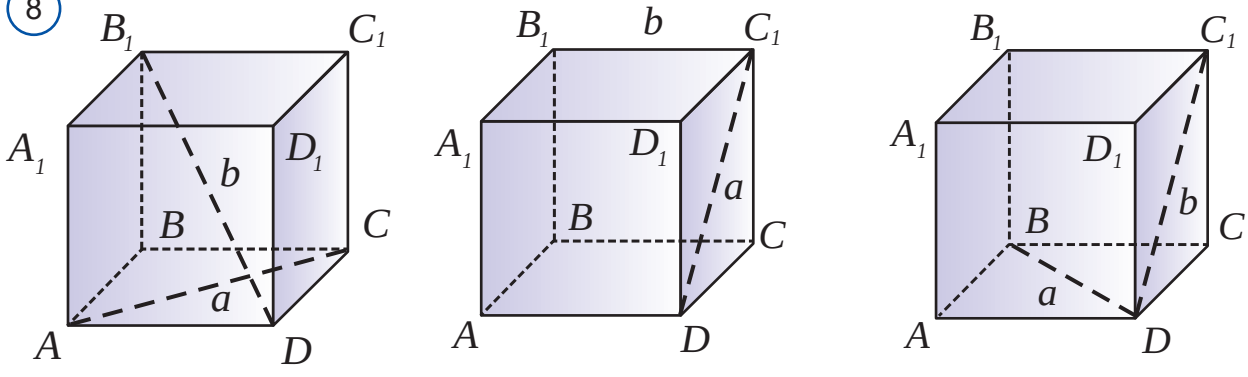
7



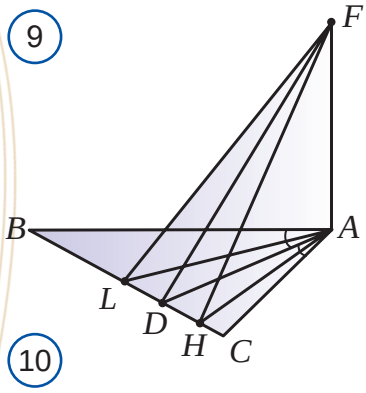
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

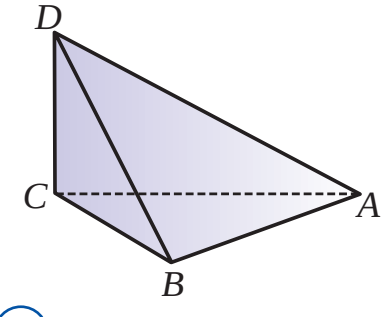
8



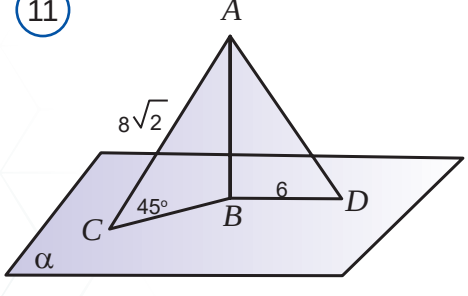
9



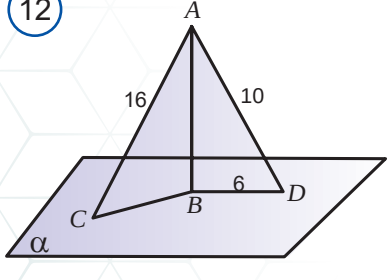
10



11



12



А) төрт бурчтук

Б) ромб

В) квадрат

15. $AD \perp ABC$ *(7-сүрөт)*. LA эмне болсо, DL жана BC түз сызыктар перпендикулярдуу болот?

А) биссектриса

Б) медиана

В) бийиктик

16. M чекит ABC үч бурчтук чокуларынан барабар аралыкта жайлашкан. M чекиттин ABC тегиздиктеги проекциясы кайсы кесиндилердин кесилишүү чекитинен турат?

А) үч бурчтуктун бийиктиктеринин

Б) үч бурчтуктун биссектрисаларынын

В) үч бурчтуктун жактарына түшүрүлгөн орто перпендикулярларынын

17. ABC үч бурчтукта AL – медиана, AD – биссектриса, AH – бийиктик *(8-сүрөт)*. $AF \perp ABC$. F чекиттен BC түз сызыкка чейин болгон аралык кайсы кесиндинин узундугуна барабар болот?

А) FM

Б) FD

В) FH

18. 9-сүрөттө $ABCDA_1B_1C_1D_1$ куб көрсөтүлгөн. a жана b түз сызыктар кайсы сүрөттө перпендикулярдуу эмес?

19. $ABCD$ тетраэдрде *(10-сүрөт)* $\angle BCD = \angle ACD = 90^\circ$. CD га перпендикулярдуу болгон бардык кырларды көрсөт.

А) AB, CB, CA Б) AB, BD, AD

В) CB, CA Г) AB

20. α тегиздикке A чекиттен AB перпендикуляр, AC жана AD жантыктар түшүрүлгөн *(11-сүрөт)*. $\angle ACB = 45^\circ$, $AC = 8\sqrt{2}$, $BD = 6$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

AD ны тап.

А) $2\sqrt{13}$;

Б) 10;

В) 14

Г) 4

21. α тегиздикке AB перпендикулярдуу *(12-сүрөт)*, AD жана AC жантыктар түшүрүлгөн. $BD = 6$, $AD = 10$, $AC = 16$. $\angle ACB$ ту тап.

А) 45°

Б) 30°

В) 60°

Г) 90°

Маселелер

1. KS кесинди ABC үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу, KB кесинди AB га перпендикулярдуу.

1) ABC тик бурчтуу үч бурчтук экендигин далилде.

2) KAC жана ABC тегиздиктердин перпендикулярдуулугун далилде.

3) Эгерде $AC = 14$, $BC = 6$ жана $\angle KBC = 45°$ болсо, KB кесиндинин узундугун тап.

2. A чекиттен α тегиздикке тегиздик менен 60° бурчту түзгөн AB жана AC жантыктар жүргүзүлгөн. Эгерде $BC = AC = 6$ болсо, AB ны тап.

3. KA кесинди ABC тегиздигине перпендикулярдуу. M чекит – BC кесиндинин ортосу. KM түз сызык BC түз сызыкка перпендикулярдуу жана $AB = BC$.

1) ABC тең капталдуу үч бурчтук экендигин далилде.

2) KBC жана KAM тегиздиктеринин перпендикулярдуулугун далилде.

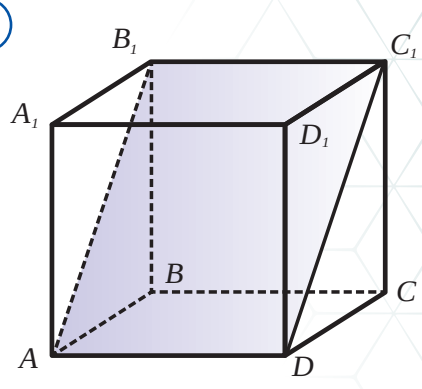
4. Эгерде $BK = 8$, $KA = 39$, $BC = 6$ болсо, ABC үч бурчтуктун аянтын тап.

5. S чекит тик бурчтуу үч бурчтук чокуларынан 3 *см* алыста жайлашкан. $AB = 9$ болсо, $SABC$ эки грандуу бурчту тап.

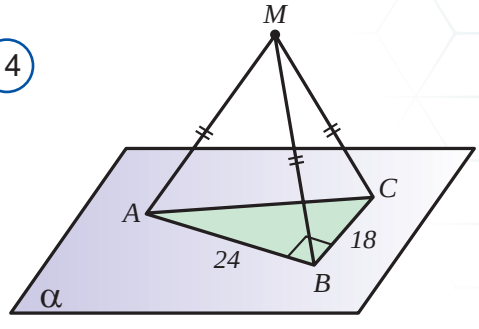
6. O чекит 60° туу ABC бурчтун биссектрисасында жатат. DO кесинди ABC тегиздигине перпендикулярдуу жана $AB = AC$.

1) D чекит A жана C чекиттерден барабар аралыкта жатышын далилде.

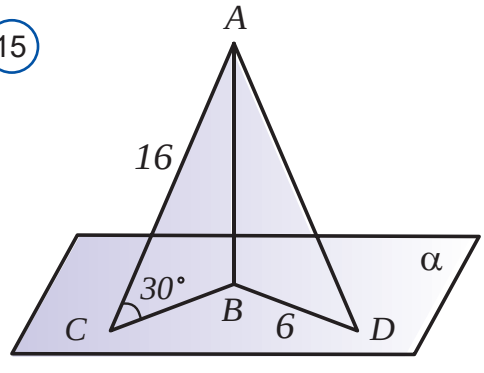
13



14



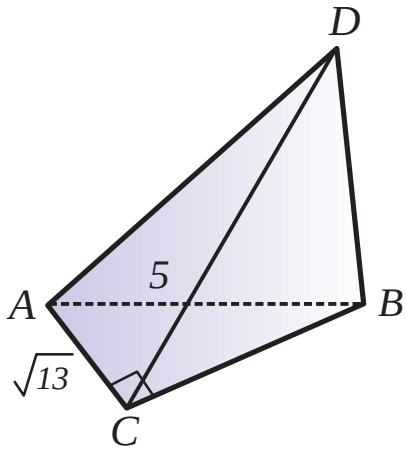
15



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

16



2) DAC жана DOB тегиздиктердин перпендикулярдуулугун далилде.

3) AC = 12 жана DO = 8 болсо, DB ны тап.

7. 13-сүрөттө куб берилген. AD = 42. AB_1C_1D тегиздик жана A_1D_1 түз сызыктын ортосундагы аралыкты тап.

8. ABC жана ADC тең капталдуу үч бурчтуктар жалпы AC негизге ээ. $BASD$ эки грандуу бурч тик. Эгерде $\angle ACD$ = 45° жана $\angle CAB$ = 60° болсо, $DCBA$ эки грандуу бурчту тап.

9. 14-сүрөттө $\angle ABC$ = 90°, $MA = MB = MC$. ABC үч бурчтуктун тегиздиги менен M чекиттин ортосундагы аралык 8 ге барабар. MA кесиндинин узундугун тап.

10. SA түз сызык $ABCD$ төрт бурчтуктун чокусунан өтөт жана анын AB жана AD жактарына перпендикулярдуу. SAD жана ABC тегиздиктердин перпендикулярдуулугун далилде.

11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры 4 кө барабар. AB жана CC_1 түз сызыктардын ортосундагы аралыкты тап.

12. Жалпы негиздүү ABD жана ABC тең капталдуу үч бурчтуктардын тегиздиктери өз ара перпендикулярдуу. Эгерде $AD = \sqrt{31}$ *см*, AB = 6 *см*, $\angle ACB$ = 60° болсо, CD ны тап.

13. Перпендикулярдуу α жана β тегиздиктер l түз сызыкты бойлой кесилишет. α жана β тегиздиктерде жаткан OA жана OB кесиндилер тиешелүү түрдө l түз сызыкка перпендикулярдуу жана алардын жалпы чокусу – O чекит l түз сызыкта жатат. Эгерде OA = 20 *см*, $OB : AB$ = 12 : 13 болсо, AB ны тап.

14. ABC тең капталдуу үч бурчтуктун B чокусу аркылуу AC негизге параллель тегиздик жүргүзүлдү. Үч бурчтуктун аянты 48 $см^2$ ге барабар. Эгерде негиз AC = 12 *см* жана ал тегиздиктен 5 *см* алыстыкта жайлашкан болсо, үч бурчтук каптал жактарынын ошол тегиздикке жантык бурчтарын тап.

15. $AB \perp \alpha$, $\angle ACB$ = 30°, AC = 16 *см*, BD = 6 *см* *(15-сүрөт)*. AD ны тап.

16. ABC үч бурчтукта $\angle ACB$ = 90°, AB = 5 *см*, $AC = \sqrt{13}$ *см (16-сүрөт)*. $BD \perp ABC$, $\angle(CD, ABB)$ = 30°. BD перпендикулярдын узундугун тап.

Геометрия байыртадан адамдарга дүйнөнү таанууга жардам берип келет. Мисалы, Жердин айланасын байыркы грек окумуштуусу Эратосфен адамдар Жердин шар сымал формага ээ экендигин тааныгандан бир нече кылым мурда анык эсептеп чыккан. Ал үчүн Эратосфен геометриялык эрежелерден пайдаланган. Заманбап өлчөмдөрдүн көрсөтүшүнчө, ал дээрлик ката кылбаган – эски жана жаңы өлчөмдөрдүн ортосундагы айырма маанисиз болуп чыккан. Ал Күн Сьененин (Африкадагы шаар) үстүндө турганда 800 км алыстыкта жайлашкан Александрияга караганда вертикалдан 7^0 ка жантайышын аныктады. Эратосфен Күн Жердин борборунан 7^0 бурч менен көрүнөт жана ошондуктан Жер шарынын айланасы 360 : 7 x 800 = 41140 км деген жыйынтыкка келген.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



V глава

КАЙТАЛОО

Главаны үйрөнүүнүн натыйжасында сен 10-класста калыптанды-рылган билим жана көнүккөндүктөрүңдү бышыктап аласың:

– тегиздикке перпендикулярлар жана жантыктар;
– түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч;
– параллель түз сызыктар жана тегиздиктер;
– тегиздикке параллель түз сызык;
– параллель тегиздиктер;
– перпендикулярдуу тегиздиктер.

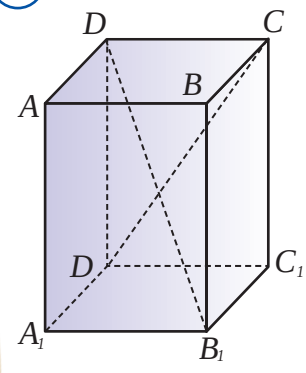
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

23 КАЙТАЛОО БОЮНЧА МАСЕЛЕЛЕР

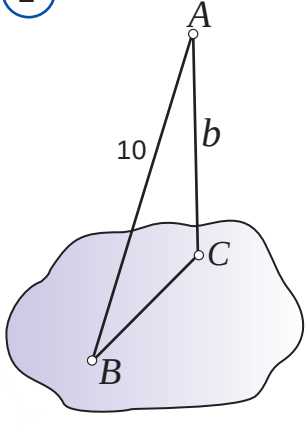
1. Тегиздикке перпендикуляр жана жантыктар

1



1. 1-сүрөттө тик бурчтуу параллелепипед көрсөтүлгөн. 1) DB_1 жана D_1C түз сызыктар кесилишеби? BB_1 жана D_1C түз сызыктарчы? 2) AO жана B_1C_1 түз сызыктар аркылуу тегиздик өткөрүүгө болобу? DC жана DB_1 аркылуучу? BC жана AA_1 аркылуучу?
2. Тик бурчтуу параллелепипеддин кырлары 3 $см$, 4 $см$ жана 7 $см$. Бир чокусунан чыккан үч кырдын чокулары аркылуу жүргүзүлгөн кесилиштин аянтын тап.
3. Туура призманын негизи жагы a га барабар болгон үч бурчтуктан турат. Призманын бийиктиги b га барабар. Төмөнкү негизи жактарынын бири жана үстүңкү негизинин ошол жактын каршысында жаткан чокусу аркылуу тегиздик жүргүз. Алынган кесилиштин аянтын эсепте.
4. Түз сызыкта алынган чекиттен ошол түз сызыкка перпендикулярдуу тегиздик жүргүз.
5. Түз сызыктын сыртынан алынган чекиттен ошол түз сызыкка перпендикулярдуу тегиздик жүргүз.

2



6. Тегиздиктен b $см$ аралыкта турган A чекиттен ошол тегиздикке узундугу 10 $см$ болгон AB жантык жүргүзүлгөн. Анын ошол тегиздикке түшүрүлгөн BC проекциясын тап *(2-сүрөт)*.
7. Тегиздиктен сыртта жаткан чекиттен берилген аралыкта турган чекиттердин берилген тегиздиктеги геометриялык ордун тап.
8. Тегеректин борборунан анын тегиздигине перпендикуляр жүргүзүлгөн. Эгерде перпендикулярдын узундугу a га, тегеректин аянты Q га барабар болсо, перпендикулярдын үстүңкү чокусунан айланадагы чекитке чейин болгон аралыкты аныкта.
9. Берилген эки чекиттен барабар алыстыктагы чекиттердин геометриялык ордун тап.
10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ тик бурчтуу параллелепипеддин каптал кыры AA_1 = 56 $см$, негизинин жактары: AB = 33 $см$ жана AO = 40 $см$. AD жана B_1C_1 кырларынан жүргүзүлгөн кесилиштин аянтын аныкта.
11. O чекит – жагы a болгон квадраттын борбору, OA – квадраттын тегиздигине перпендикулярдуу түз сызык болуп, узундугу b га барабар. A чекиттен квадраттын чокуларына чейин болгон аралыкты тап.
12. α тегиздиктен d = 4 аралыкта турган M чекиттен ошол тегиздикке MA, MB жана MC жантыктар жүргүзүлгөн. Бул жантыктар менен α тегиздикке перпендикулярдуу болгон MO түз сызыктын ортосундагы бурчтар: 30°, 45°, 60°. MA, MB жана MC жантыктардын узундуктарын аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

13. α тегиздикке кандайдыр M чекиттен өз ара барабар үч жантык MA, MB жана MC жүргүзүлгөн. $MA = MB$ жана O чекит – M чекиттин проекциясы. A, B жана C чекиттердин (жантыктардын α тегиздиктеги негиздеринин) борбору O чекит болгон айланада жатышын көрсөт.

14. Тегиздикке мейкиндиктин бир чекитинен узундугу 20 *см* жана 15 *см* болгон эки жантык жүргүзүлгөн. Биринчи жантыктын тегиздиктеги проекциясы 16 *см*. Экинчи жантыктын проекциясын тап.

15. Тегиздикке мейкиндиктеги бир чекиттен перпендикуляр жана жантык жүргүзүлгөн. Перпендикулярдын узундугу 6 *см*, жантыктын узундугу 9 *см*. Перпендикулярдын жантыкка түшүрүлгөн проекциясын тап.

16. Кандайдыр A чекиттен берилген α тегиздикке *(3-сүрөт)* AO перпендикуляр жана бири-бирине барабар AB жана AC жантыктар жүргүзүлгөн. Жантыктар перпендикуляр менен $\angle BAO = \angle CAO = 60°$ туу, ал эми өз ара $\angle CAB = 90°$ туу бурчту түзөт. $AO = 1$ *см*. Жантыктардын негиздеринин ортосундагы BC аралыкты тап.

17. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизи жана бийиктиги 4 *см* ден. Берилген чекит үч бурчтуктун тегиздигинен b *см* аралыкта жана анын чокуларынан бирдей аралыкта турат. Ошол аралыкты тап.

18. Тең капталдуу ABC үч бурчтук берилген, анын негизи $b = 6$ *см* жана каптал жагы $a = 5$ *см*. Үч бурчтукка ичтен сызылган айлананын O борборунан үч бурчтуктун тегиздигине $OK = 2$ *см* перпендикуляр жүргүзүлгөн. K чекиттен үч бурчтуктун жактарына чейин жана B чокусуна чейин болгон аралыкты тап.

19. ABC үч бурчтукта B бурч тик болуп, катет $BC = a$. A чокусунан үч бурчтуктун тегиздигине D перпендикуляр жүргүзүлгөн. D жана C чекиттердин ортосундагы аралык f ке барабар болсо, D чекиттен BC катетке чейин болгон аралыкты тап.

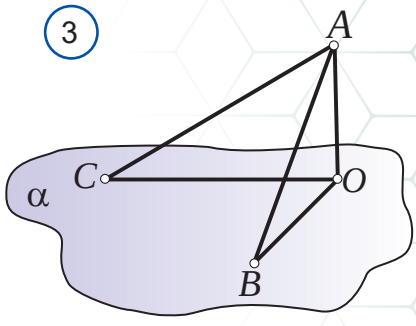
20. ABC үч бурчтукта C – тик бурч. CD – ошол үч бурчтуктун тегиздигине жүргүзүлгөн перпендикуляр. D чекит A жана B чекиттер менен туташтырылган. Эгерде $CA = 3$ *дм*, $BC = 2$ *дм* жана $CD = 1$ *дм* болсо, AOB үч бурчтуктун аянтын аныкта.

21. $ABCD$ тик бурчтуктун A чокусунан анын тегиздигине AK перпендикуляр жүргүзүлгөн, анын K чокусу төрт бурчтуктун башка чокуларынан 6 *см*, 7 *см* жана 9 *см* аралыкта жатат. AK перпендикулярдын узундугун тап.

22. A жана B чекиттер α тегиздикте жатат. AC менен BE ошол тегиздикке жүргүзүлгөн перпендикулярлар. Эгерде: $AC = a$ жана $BD = b$ болсо, AD жана BC сызыктардын кесилишин далилде жана алардын кесилишүү чекитинен α тегиздикке чейин болгон аралыкты тап.

23. Берилген тик бурчтун тегиздигинен сыртта жаткан M

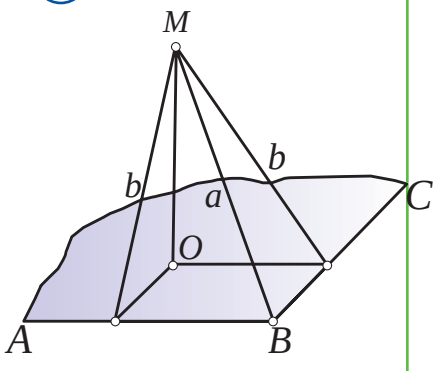
3



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

4



чекит анын B чокусунан a алыстыкта, ал эми ар кайсы жагынан b алыстыкта жатат. Тик бурчтун тегиздигинен M чекитке чейин болгон MO аралык канчага барабар *(4-сүрөт)*?

24. α тегиздикте AB жана CD параллель түз сызыктар берилген, алардын ортосундагы аралык a га барабар. α тегиздиктин сыртында AB дан b алыстыкта жана CD дан c алыстыкта S чекит берилген. Эгерде: а) $a = 66$, $b = c = 65$; б) $a = 6$, $b = 25$, $c = 29$ экендиги белгилүү болсо, S чекиттен α тегиздикке чейин болгон аралыкты аныкта.

25. Эгерде тегиздикте жаткан бурчтун чокусунан тегиздикке бурчтун жактары менен барабар бурчтарды түзгөн жантык жүргүзүлсө, бул жантыктын проекциясы берилген бурчтун биссектрисасы болушун далилде.

2. Түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч

1. Тик бурчтуу параллелепипеддин негизинин кырлары 4 *см* жана 3 *см*, параллелепипеддин бийиктиги 5 *см*. Анын диагоналын жана диагоналдын негиздин тегиздиги менен түзгөн бурчун тап.
2. Тик бурчтуу параллелепипеддин диагоналы параллелепипед негизинин тегиздиги менен 45° туу бурчту түзөт. Негизинин жактары 120 *см* жана 209 *см*. Параллелепипеддин бийиктигин аныкта.
3. Туура төрт бурчтуу пирамиданын бийиктиги h, апофеманын негиздин тегиздигине жантаюу бурчу 60°. Пирамиданын каптал кырларын тап.
4. Туура үч бурчтуу пирамиданын каптал кыры b га барабар болуп, пирамиданын негизи менен 30° туу бурчту түзөт. Пирамиданын негизинин жагын тап.
5. Жантык a га барабар. Эгерде жантык проекциялардын тегиздиги менен: 1) 45°; 2) 60°; 3) 30° туу бурчту түзсө, ошол жантыктын тегиздиктеги проекциясынын узундугун тап.
6. Чекит тегиздиктен h алыстыкта жатат. Ошол чекиттен тегиздикке жүргүзүлгөн жана аны менен: а) 30°; б), 45°; в) 60° туу бурчтарды түзгөн жантыктын узундугун тап.
8. Кесиндинин тегиздикке түшүрүлгөн проекциясы анын өзүнөн эки эсе кичине болушу үчүн кесиндини тегиздикке кандай бурч менен жантык жүргүзүү керек?
9. Тегиздиктен a аралыкта турган чекиттен ага эки жантык жүргүзүлгөн. Бул жантыктар тегиздик менен 45° туу, ал эми өз ара 60° туу бурчту түзөт. Жантыктардын чокуларынын ортосундагы аралыкты аныкта.
10. Тегиздиктен a алыстыкта турган чекиттен тегиздик

Геометрия математиканын бөлүмдөрүнөн бири эсептелет. Бирок Байыркы Грецияда «математика» жана «геометрия» сөздөрүнүн ортосунда барабардык белгиси коюлган жана белгилүү Платондун мектебине кириш жеринде «Бул жерге геометрияны билбеген адам кирбесин!» деп жазып коюлган.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

менен 30° туу бурчту түзгөн эки жантык жүргүзүлгөн. Ал эми алардын тегиздиктеги проекциялары өз ара 120° туу бурту түзөт. Жантыктардын чокуларынын ортосундагы аралыкты аныкта.

11. AB түз сызык α тегиздикте жатат. B чекиттен AB га перпендикулярдуу BC жана BD түз сызыктар жүргүзүлгөн. Алар α тегиздиктин бир жагында болуп, ага 50° жана 15° ка жантайган. CBD бурчту тап.
12. Тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун бир катети α тегиздикте жатып, экинчи катети α тегиздик менен 45° туу бурчту түзөт. Мында гипотенуза α тегиздик менен 30° туу бурчту түзүшүн негизде.
13. Эгерде AB жантык α тегиздик менен 45° туу бурчту түзсө, α тегиздикте жаткан AC түз сызык AB жантыктын проекциясы менен 45° туу бурчту түзөт. Анда $\angle BAC = 60°$ болушун далилде.
14. Эгерде туура үч бурчтуу пирамиданын бийиктиги негизинин жагына барабар болсо, каптал кырлары негиздин тегиздиги менен 60° туу бурчту түзүшүн далилде.

3. Параллель түз сызыктар жана тегиздиктер

1. A жана B чекиттер α тегиздиктин сыртында жатат. AC жана BD ошол тегиздикке перпендикулярдуу. $AC = 3$ *м*, $BD = 2$ *м*, $CD = 24$ *дм*. A жана B чекиттердин ортосундагы аралыкты аныкта.
2. 125 *см* узундуктагы кесиндинин чокулары тегиздиктен 100 *см* жана 56 *см* алыстыкта. Кесиндинин проекциясынын узундугун тап.
3. α тегиздиктин A чекитинен жантык түз сызык жүргүзүлгөн жана анда B менен α чекиттер алынган. $AB = 8$ *см* жана $AC = 14$ *см*. B чекит α тегиздиктен 6 *см* алыстыкта. α тегиздиктен C чекитке чейин болгон аралыкты тап.
4. 10 *см* узундуктагы кесинди тегиздикти кесет. Анын чокулары тегиздиктен 5 *см* жана 3 *см* алыстыкта. Кесиндинин тегиздиктеги проекциясынын узундугун тап.
5. Кесинди тегиздикти кесет. Анын чокулары тегиздиктен 8 *см* жана 2 *см* алыстыкта. Кесиндинин ортосунан тегиздикке чейин болгон аралыкты тап.
6. Тегиздик менен кесишпей турган кесиндинин чокулары тегиздиктен 30 *см* жана 50 *см* алыстыкта. Ошол кесиндини 3 : 7 катышта бөлгөн чекит тегиздиктен канча алыстыкта болот? (эки учурду кара)
7. Туура үч бурчтук тегиздикке проекцияланган. Анын чокулары тегиздиктен 10 *дм*, 15 *дм* жана 17 *дм* алыстыкта. Үч бурчтуктун борборунан проекциялар тегиздигине чейин болгон аралыкты тап.
8. Тегиздикке параллель AB кесинди берилген, анын узундугу a га барабар. B чокусу менен экинчи чокусунун A_1 проекциясын туташтырган BA_1 кесинди тегиздик менен 60° туу бурчту түзөт. BA_1 кесиндинин узундугун аныкта.
9. α тегиздиктин A жана B чекиттеринен анын сыртына өз ара параллель кесиндилер чийилген: $AC = 8$ *см* жана $BD = 6$ *см*. C жана D чекиттер аркылуу жүргүзүлгөн түз сызык α тегиздикти E чекитте кесет. $AB = 4$ *см* болсо, BE аралыкты аныкта.
10. a га барабар AB кесинди α тегиздикте жатат, ар бири b га барабар AC жана BD кесиндилер α тегиздикте жатпайт. AC кесинди α тегиздикке перпендикулярдуу, ал эми AB га перпендикулярдуу BD болсо α тегиздик менен 30° туу бурчту түзөт. CD аралыкты аныкта.

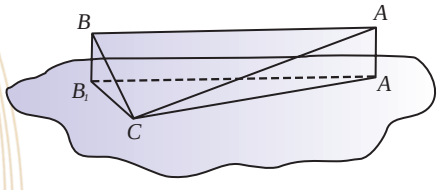
4. Тегиздикке параллель түз сызык

1. а) Берилген чекиттен берилген тегиздикке параллель түз сызыкты жүргүз.
   б) Берилген чекиттен a кесиндинин жүргүзгөнүндө, анын берилген тегиздиктеги проекциясы өзүнө барабар болсун.
2. Туура үч бурчтуу призманын негизинин a жагы жана b каптал кырына негизинен призманын каптал кыры жана огу аркылуу жүргүзүлгөн кесилиштин аянтын тап.

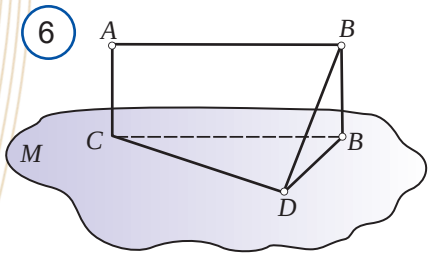
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

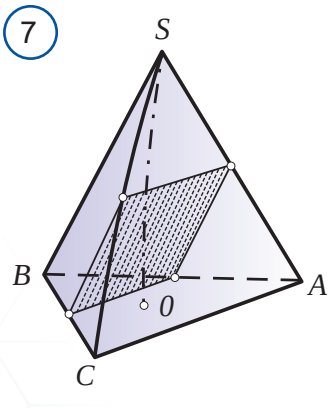
5



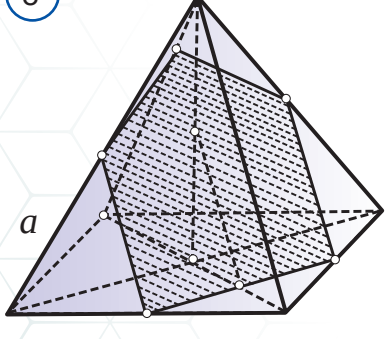
6



7



8



3. Сырткы A чекиттен α тегиздикке AB кесинди жүргүзүлгөн. Бул кесинди C чекитте (A дан B ны карай) 3 : 4 катышта бөлүнгөн жана андан α тегиздикке параллель CD = 2 *см* кесинди жүргүзүлгөн. α тегиздикке D чекит аркылуу ADE кесинди жүргүзүлгөн. B жана E чекиттердин ортосундагы аралыкты тап.

4. AB жана CD – бири-бири менен кесилишкен эки тегиздиктеги параллель кесиндилер. AE жана DF – тегиздиктердин кесилишүү сызыгына жүргүзүлгөн перпендикулярлар. AD = 5 *см* жана EF = 4 *см* болсо, AB жана CD түз сызыктардын ортосундагы аралыкты тап.

5. $ABCD$ параллелограммдын A жана D чокулары M тегиздикте, B жана C чокулары анын сыртында, AD = 10 *см*, AB = 15 *см*, AC жана BD диагоналдардын M тегиздиктеги проекциялары тиешелүү түрдө 13,5 *см* жана 10,5 *см* ге барабар. Диагоналдарды аныкта.

6. Ромб жактарынын бири аркылуу каршыдагы жактан 4 *см* аралыкта тегиздик жүргүзүлгөн. Ромб диагоналдарынын ошол тегиздиктеги проекциялары 8 *см* жана 2 *см*. Ромб жактарынын проекцияларын тап.

7. Тик бурчтуу ABC үч бурчтуктун C тик бурчунун чокусунан гипотенузага параллель жана андан 1 *дм* аралыкта тегиздик жүргүзүлгөн *(5-сүрөт)*. Катеттердин ошол тегиздиктеги проекциялары 3 *дм* жана 5 *дм*. Гипотенузанын ошол тегиздиктеги проекциясын аныкта.

8. AB жана CD – бири-биринен 28 *см* аралыктагы, α тегиздикте жаткан эки параллель сызык, EF – сырткы түз сызык, AB га параллель жана AB дан 17 *см*, ал эми α тегиздиктен 15 *см* алыста, EF менен CD ортосундагы аралыкты тап (эки учурду кара).

9. α тегиздикке параллель AB кесиндинин чокуларынан ошол тегиздикке AC перпендикуляр жана $BD \perp AB$ жантык жүргүзүлгөн. Эгерде $AB = a$, $AC = b$ жана $BD = c$ болсо, CD аралыкты аныкта *(6-сүрөт)*.

10. Туура төрт бурчтуу пирамиданын негизинин диагоналы аркылуу каптал кырга параллель тегиздик жүргүз. Негизинин жагы a га, ал эми каптал кыры b га барабар. Алынган кесилиштин аянтын аныкта.

11. Туура үч бурчтуу $SABC$ пирамиданын негизинин жагы a, ал эми каптал кыры b. Бул пирамиданын AB жана BC кырларынын ортосунан SB кырга параллель тегиздик жүргүз. Алынган кесилиштин аянтын аныкта *(7-сүрөт)*.

12. Туура төрт бурчтуу пирамиданын ар бир граны a га барабар. Негизинин эки жандаш жагынын ортолорунан жана бийиктигинин ортосунан тегиздик жүргүз *(8-сүрөт)* жана анын аянтын тап.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5. Параллель тегиздиктер

1. Берилген чекиттен берилген тегиздикке параллель тегиздик жүргүз.
2. Кыры a га барабар болгон кубга тегиздик жүргүзгөнүндө, ошол тегиздик үстүнкү негизинин эки жандаш жагынын ортолорунан жана төмөнкү негизинин борборунан өтсүн. Кесилиштин периметрин эсепте.
3. Эки параллель тегиздиктин аралыгы 8 $дм$. Узундугу 10 $дм$ болгон кесиндинин чокулары ошол тегиздиктерге тирелген. Кесиндинин ар кайсы тегиздикке түшүрүлгөн проекциясын аныкта.
4. α жана β тегиздиктер параллель. α тегиздиктин A жана B чекиттеринен β тегиздикке AC = 37 $см$ жана BD = 125 $см$ жантыктар жүргүзүлгөн. AC жантыктын тегиздиктерден биринди проекциясы 12 $см$. BD жантыктын проекциясынын узундугун тап.
5. Эки параллель тегиздиктин ортосуна 4 $м$ узундукта перпендикуляр жана 6 $м$ узундукта жантык жүргүзүлгөн. Ар кайсы тегиздикте алардын чокуларынын ортосундагы аралык 3 $м$ ден. Перпендикуляр менен жантыктын ортолорунун арасындагы аралыкты тап.
6. Суммасы c га барабар болгон эки кесиндинин чокулары эки параллель тегиздикке тирелет. Алардын проекциялары a жана b болсо, кесиндилердин узундуктарын тап.
7. Эки параллель тегиздик α жана β нын арасына AC жана BD кесиндилер жүргүзүлгөн (A жана B чекиттер α тегиздикте жатат). AC = 13 $см$, BD = 15 $см$, AC жана BD нын берилген тегиздиктерден биринди проекцияларынын узундуктарынын суммасы 14 $см$. Бул проекциялардын узундуктарын жана тегиздиктердин ортосундагы аралыкты тап.
8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубдун AA_1 жана CC_1 карама-каршы кырларынын K жана L ортолору түз сызыктар аркылуу кубдун B жана D_1 чокулары менен туташтырылган. Кубдун граны a га барабар. Алынган $KBLD_1$ төрт бурчтуктун жактарын жана диагоналдарын тап жана анын түрүн аныкта.
9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда ирети менен төмөнкү кырлардын ортолорун туташтыр: $AA_1, A_1B_1, B_1C_1, C_1C, CD, DA$ жана AA_1. Алынган фигуранын туура алты бурчтук экендигин далилде. Эгерде кубдун кыры a га барабар болсо, алты бурчтуктун аянтын тап.
10. Туура призманын негизи жагы 3 $дм$ лүү алты бурчтуктан турат. Призманын бийиктиги 13 $дм$. Призманын үстүнкү жана төмөнкү негиздеринин эки карама-каршы жагы аркылуу жүргүзүлгөн кесилиштин аянтын аныкта.

6. Перпендикулярдуу тегиздиктер

1. Тик призманын негизи ABC тең капталдуу үч бурчтук болуп, анын AB жана BC жактары 7 $см$ ден, үчүнчү – AC жагы болсо 2 $см$. AC жак аркылуу негиздин тегиздиги менен 30° туу бурч түзүп, каршыдагы каптал кыр менен D чекитте кесишүүчү тегиздик жүргүзүлгөн. Алынган кесилиштин аянтын жана каптал кырдын BD кесиндисин аныкта.
2. Эки тең капталдуу үч бурчтук жалпы негизге ээ, ал эми алардын тегиздиктери бири-бирине салыштырмалуу 60° ка жантык. Жалпы негиз 16 $см$ ге барабар. Бир үч бурчтуктун каптал жагы 17 $см$, экинчисинин каптал жактары өз ара перпендикулярдуу. Үч бурчтуктардын чокуларынын ортосундагы аралыкты аныкта.
3. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери 7 $см$ жана 24 $см$. Гипотенуза аркылуу өткөн жана үч бурчтуктун тегиздиги менен 30° туу бурчту түзгөн тегиздик жүргүзүлгөн. Ошол тегиздиктен тик бурчтун чокусуна чейин болгон аралыкты аныкта.
4. AB түз сызык α тегиздикке параллель болуп, андан a алыстыкта жатат. AB аркылуу β тегиздик өтөт, бул тегиздик α тегиздик менен 45° туу бурчту түзөт. β тегиздикте AB менен 45° туу бурчту түзгөн түз сызык жүргүзүлгөн. Ошол түз сызыктын AB менен α тегиздиктин ортосундагы кесиндисин аныкта.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

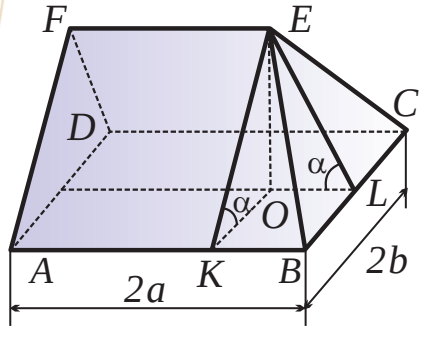
5. Берилген тегиздикке перпендикулярдуу болгон жана ошол тегиздикте берилген түз сызык менен кесилишкен түз сызыктардын геометриялык ордун тап.

7. Берилген чекиттен башка бир тегиздикке перпендикулярдуу тегиздик жүргүз.

8. AB – өз ара перпендикулярдуу болгон α жана β тегиздиктердин кесилишкен түз сызыгы. Ал эми CD болсо α тегиздиктеги кесинди болуп, AB га параллель жана андан 60 $см$ аралыкта турат. β тегиздиктеги E чекит AB дан 91 $см$ аралыкта турат. E ден CD га чейин болгон аралыкты тап.

9. AB түз сызык өз ара перпендикулярдуу тегиздиктердеги A жана B чекиттерди туташтырат. A жана B чекиттерден тегиздиктердин кесилишкен сызыгына түшүрүлгөн перпендикулярлар тиешелүү түрдө a жана b га барабар. Ал эми алардын негиздеринин ортосундагы аралык c га барабар. AB кесиндинин узундугун жана анын берилген тегиздиктерге түшүрүлгөн проекцияларынын узундуктарын аныкта.

9



10. Туура алты бурчтуу пирамиданын каптал кыры 8 $дм$, ал эми негизинин жагы 4 $дм$. Негиздин эки жандаш жагынын ортолору аркылуу негизге перпендикулярдуу тегиздик жүргүзүлгөн. Кесилиштин аянтын тап.

11. Негизи $ABCD$ тик бурчтуктан турган үйгө жамгырдын суусу төрт жагынан агып түшө турган чатыр орнотуу керек *(9-сүрөт)*. AB = 18 $м$, BC = 12 $м$. Чатырдын бардык грандары негиздин тегиздиги менен 40° туу бурчту түзөт. Эгерде чатырдын 1 $м^2$ ин жабуу үчүн 15 даана черепица колдонулса, чатырды жабуу үчүн канча даана черепица керек болот?

Компетенцияларды калыптандыруу боюнча маселелер

1. Алты грандуу калем жана ачылган китептин жардамында түз сызыктардын ортосундагы, түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы, тегиздиктердин ортосундагы бурчтардын символдорун көрсөт.

2. Эки симметрия огуна ээ, 9-сүрөттө көрсөтүлгөн чатырдан жамгырдын суусу кайсы багыттарда агып түшүшүн аныкта.

3. Негизине барууга болбогон мунаранын бийиктигин аныктоо үчүн кандай ченөөлөрдү аткаруу керек?

4. Бийиктиги белгилүү, бирок алдына барууга болбогон үйгө чейин болгон аралыкты табуу үчүн кандай ченөөлөрдү аткаруу керек?

5. Эмне үчүн көлөкөлөр чак түштө жоголот?

6. Даректын үстүнө чыкпастан анын бийиктигин кантип ченесе болот?

7. Тоголок столго жагы a га барабар болгон квадрат формасындагы чоң дасторкон салынган. Тегеректин борбору квадраттын борбору менен үстү-үстүнөн

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

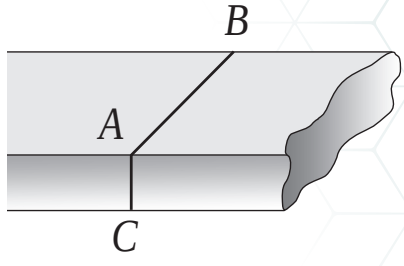
түшөт. Дасторкондун чокулары анын жактарынын ортолоруна салыштырмалуу полго канчалык жакын?

Жообу: $a.\ \frac{(\sqrt{2}-1)}{2} \approx 0{,}207\ a.$

8. Дубалдардын тиктиги салмоор менен текшерилет. Салмоордун жиби дубалга канчалык жакын параллель турса, дубал ошончолук тик деген чечимге келинет. Бул чечим канчалык туура? Бул текшерүү усулу эмнеге негизделген?

9. Ааалоонун бети араланып жаткан тактайдын бардык кырларына перпендикулярдуу болушун камсыздоо үчүн *(10-сүрөт)* тактайдын бетинде ааалоо сызыктарын кантип белгилөө керек?

10



10. Бөлмөнүн жандаш дубалдары өз ара перпендикулярдуулугун текшерүү үчүн Пифагордун теоремасынан кантип пайдаланса болот?

11. Мамынын тиктиги мамынын негизи менен бир түз сызыкта жатпаган эки чекиттен байкап текшерилет. Мындай текшерүү усулун негизде.

Көрсөтмө. *Түз сызык жана тегиздиктин перпендикулярдуулук белгисинен пайдалан.*

12. Барууга болбогон дөңсөөдөгү чекитте бийик мамы орнотулган. Салмоордун жардамында анын тиктигин кантип текшерсе болот?

Чыгаруу. *Мамынын кандайдыр вертикалдуу түз сызык менен бир тегиздикте жатышын жана башка вертикалдуу түз сызык менен да бир (башка) тегиздикте жатышын көрсөтүү жетиштүү болот. Салмоорду алдыбызга алып келгенибизде, аны менен мамынын жогорку чокулары жана көзүбүз бир түз сызыкта жатканда, салмоордун жиби менен мамы бир түз сызыкта жатсын. Бул усул төмөнкүлөргө негизделген: 1) вертикалдуу мамы каалагандай вертикалдуу түз сызык менен бир тегиздикте жатууга тийиш; 2) эгерде эки параллель түз сызык эки кесишүүчү тегиздикте жатса, бул түз сызыктар тегиздиктердин кесилишүү сызыгына да параллель болот.*

13. Эки вертикалдуу жайлашкан жалпак терезе берилген. Бул терезелердин биринин бетине параллель болгон, горизонталдуу шоола экинчи терезеден биринчи терезенин бетине перпендикулярдуу болгон түз сызык боюнча чагылат. Терезелердин ортосундагы бурчту тап.

Көрсөтмө. *Жарыктын чагылуу мыйзамынан пайдалан.*

Жообу: *45°.*

14. Горизонталдуу шоола эки вертикалдуу жайлашкан жалпак терезелерден чагылууда. Баштап шоола биринчи терезенин бетине параллель болгон болсо, эки жолу чагылуунун натыйжасында экинчи терезенин тегиздигине параллель болуп калууда. Терезелердин ортосундагы бурчту тап.

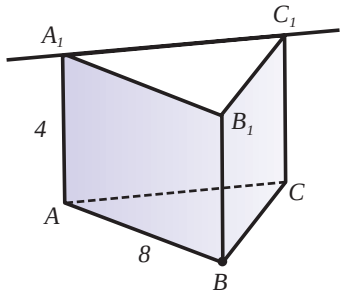
Жообу: 60°.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

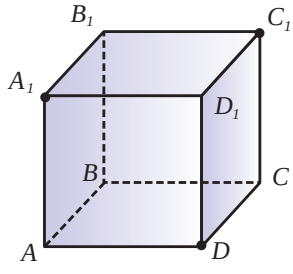
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ӨЗҮҢДҮ СЫНАП КӨР

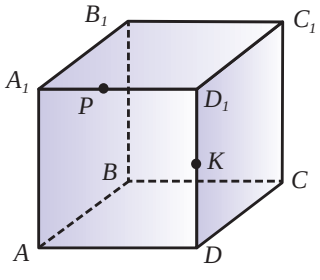
1. Туура үч бурчтуу призма берилген. Анын A_1C_1 кыры жана B чокусунан өткөн кесилишинин аянтын тап.



2. Кубдун толук бети 12 ге барабар. Анын A_1, C_1 жана D чокусунан өткөн кесилишинин аянтын тап.

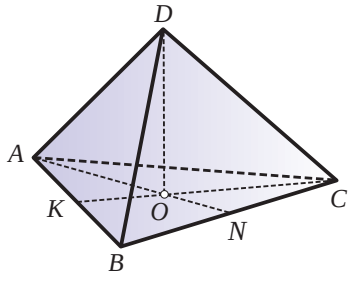


3. PK түз сызык кайсы түз сызыктарды кесип өтөт?



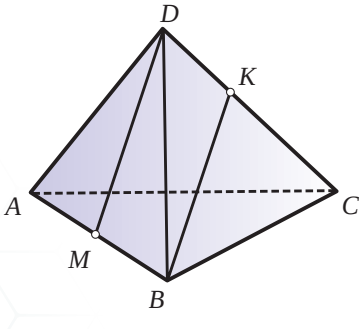
А) A_1B_1 жана DC
Б) A_1A_1 жана AD
В) A_1B_1 жана AD
Г) D_1C_1

4. AOD тегиздик BDC тегиздикти кайсы түз сызыкты бойлой кесип өтөт?



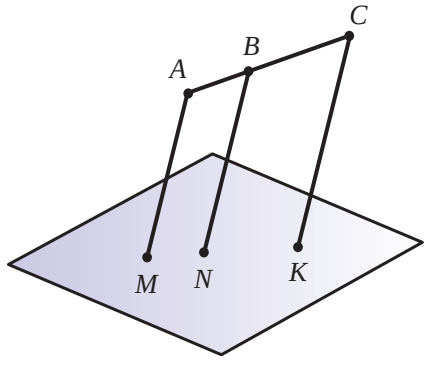
A. DO
B. AN
C. DN
D. DC

5. Туура пикирди көрсөт: MD түз сызык...

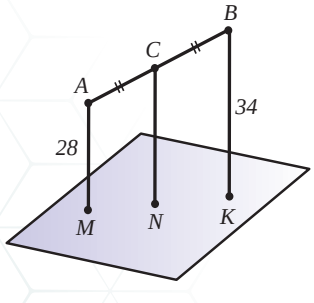


А) BK түз сызыкты кесип өтөт
Б) BK түз сызыкка параллель
В) BK түз сызыкка кайчылаш
Г) BKC тегиздик менен кесишпейт

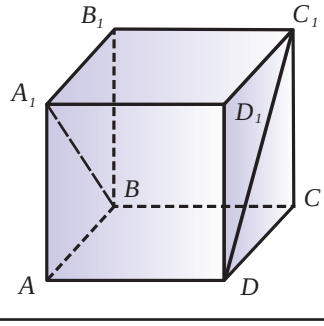
6. Сүрөттө AM // BN // CK, AB = 18, BC = 36, NK = 24. MN ди тап.



7. Сүрөттө AM // CN // BK, AM = 28, BK = 34. CN ди тап.



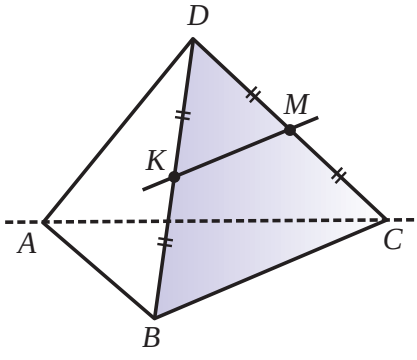
8. Куб берилген. BA_1 жана DC_1 түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.



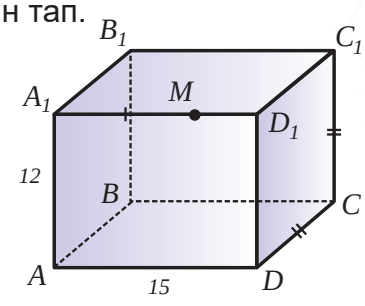
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

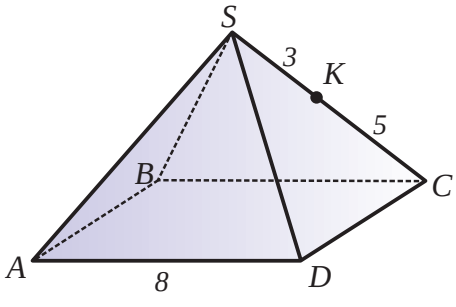
9. Туура тетраэдр берилген. KM жана AC түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.



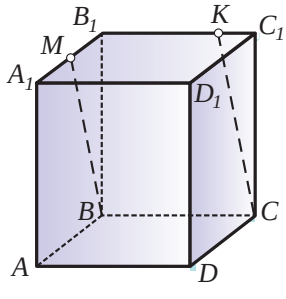
10. Тик бурчтуу параллелепипед берилген. $DC = CC_1$, $A_1M : MD_1 = 2 : 1$, $AA_1 = 12$, $AD = 15$. Параллелепипеддин CDM тегиздик менен кесилишинин периметрин тап.



11. $SABCD$ – туура пирамида. $KC = 5$, $KS = 3$, $AD = 8$. Пирамиданын ADK тегиздик менен кесилишинин периметрин тап.

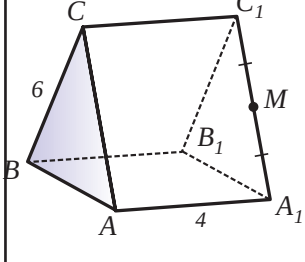


12. AOD тегиздик BDC тегиздикти кайсы түз сызыкты бойлой кесип өтөт?



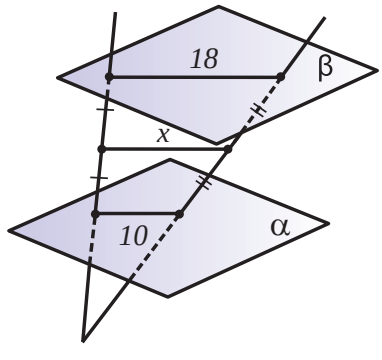
А) AA_1D_1 тегиздикти кесип өтөт
Б) BM түз сызыкка параллель
В) AA_1B_1 тегиздикке параллель
Г) ABA_1 тегиздикти кесип өтөт.

13. Туура призма берилген. $BC = 6$, $AA_1 = 4$. Призманын BMC тегиздик менен кесилишинин периметрин тап.

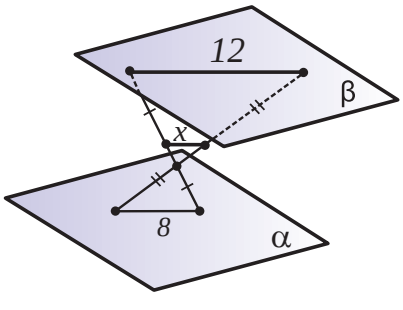


А) AA_1D_1 тегиздикти кесип өтөт
Б) BM түз сызыкка параллель
В) AA_1B_1 тегиздикке параллель
Г) ABA_1 тегиздикти кесип өтөт.

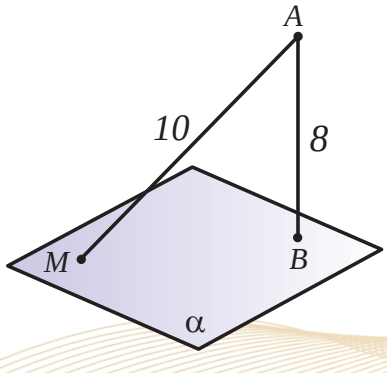
14. $\alpha \parallel \beta$. x = ?



15. $\alpha \parallel \beta$. x = ?



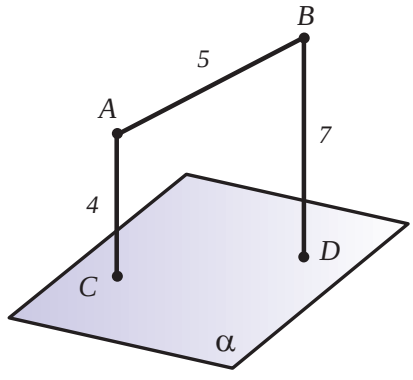
16. $AB \perp \alpha$. MB = ?



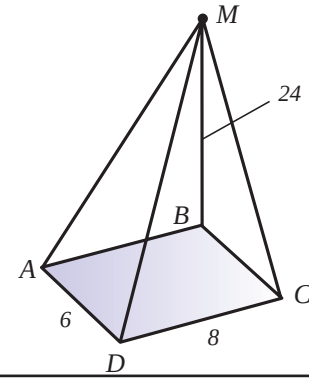
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

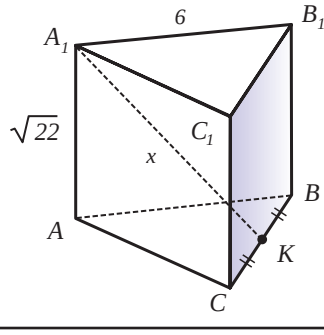
17. $AC \perp \alpha$, $BD \perp \alpha$. CD = ?



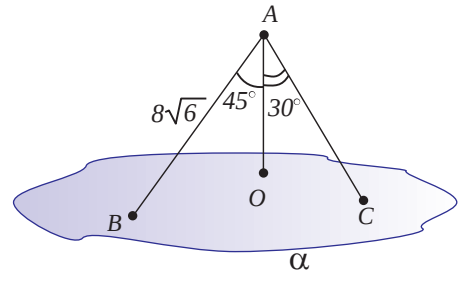
18. $ABCD$ – тик бурчтук.
$MB \perp AB$, $MB \perp BC$. MD = ?



19. Туура пирамида берилген. A_1K ны тап.



20. $AO \perp \alpha$, $AB = 8\sqrt{6}$, $\angle SAO = 45°$. $\angle CAO = 30°$. OC = ?



21. Кубдун бир чокусунан чыккан үч кырынын чокуларынан өткөн тегиздикти жүргүз. Кубдун граны a га барабар. Кесилиштин аянтын эсепте.

22. Тең жактуу үч бурчтуктун жагы 3 $см$. Үч бурчтуктун ар бир чокусунан 2 $см$ алыстыктагы чекит менен анын тегиздигинин ортосундагы аралыкты тап.

23. Тең капталдуу үч бурчтуктун AC негизи α тегиздикте жатат. Эгерде $AB = 5$, $AC = 6$ жана үч бурчтуктун тегиздиги менен α тегиздиктин ортосундагы эки грандуу бурч 60° болсо, b чекиттен α тегиздикке чейин болгон аралыкты тап.

24. 10 $см$ узундуктагы кесинди тегиздикти кесет. Анын чокулары тегиздиктен 3 $см$ жана 2 $см$ алыстыкта. Берилген кесинди менен тегиздиктин ортосундагы бурчту тап.

25. $ABCD$ трапециянын DA негизи α тегиздикте, ал эми CB негизи андан 5 $см$ алыста. Эгерде $DA : CB = 7 : 3$ болсо, P тегиздиктен ошол трапециянын диагоналдарынын кесилишкен M чекитине чейин болгон аралыкты тап.

26. AB кесинди α тегиздикке параллель. AC жана BD кесиндилер α тегиздикке жүргүзүлгөн эки барабар жантык болуп, AB кесиндиге перпендикулярдуу жана андан түрдүү багытта жүргүзүлгөн. $AB = 2$ $см$ болуп, α тегиздиктен 7 $см$ алыстыкта турат, AC жана BD кесиндилеринин ар бири 8 $см$ ден. CD аралыкты аныкта.

27. AB түз сызык – 90° ка барабар эки грандуу бурчтун кыры. AA_1 жана BB_1 түз сызыктар бул бурчтун түрдүү грандарына

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

тиешелүү. AA_1 // BB_1, BB_1 кесинди AB га перпендикулярдуу. AA_1 жана BB_1 түз сызыктардын кесилишин далилде. Бул түз сызыктардын ортосундагы бурчту тап.

28. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубда AB_1C_1D жана A_1D_1CB кесилиштердин тегиздиктеринин ортосундагы сызыктуу бурчту түз жана градустук өлчөмүн тап.

29. Туура тетраэдрдин кыры a га барабар. AB кырдан өтүп, аны 1 : 3 катышта бөлгөн жана BC кырга параллель тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түз. Кесилиштин аянтын тап.

30. Тик параллелепипеддин негизинин диагоналдары 48 $см$ жана 20 $см$ болгон ромбдон турат. Параллелепипеддин чоң диагоналы негиздин тегиздиги менен 45° туу бурчту түзөт. Анын толук бетинин аянтын тап.

31. Пирамиданын негизи аянты $16\sqrt{3}$ кө барабар болгон тик бурчтуу үч бурчтуктан турат. Эки каптал грандары негиздин тегиздигине перпендикулярдуу, ал эми үчүнчүсү негиз менен 45° туу бурчту түзөт. Пирамиданын кырларынын узундугун жана каптал бетинин аянтын тап.

32. Тик призманын негизи катеттери 12 $см$ жана 9 $см$ болгон тик бурчтуу үч бурчтуктан турат. Эгерде призманын каптал кырынан өткөн эң кичине кесилиш квадрат болсо, анын каптал бетинин аянтын тап.

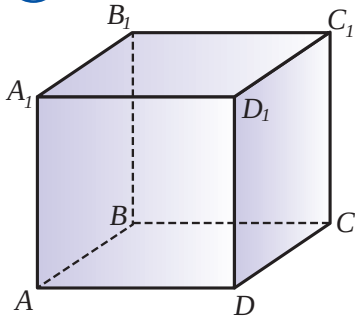
33. Пирамиданын негизи кичине диагоналы d жана кең бурчу α болгон ромбдон турат. Пирамиданын негизиндеги бардык эки грандуу бурчтар β га барабар. Пирамиданын каптал бетинин аянтын тап.

34. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ кубунун кыры a га барабар. Кубду AA_1, AD, A_1B_1 кырларынын ортосунан өткөн тегиздик менен кескенде алынган кесилишти түз.

35. 1-сүрөт боюнча, берилген түз сызыктардын өз ара кандай жайлашканын аныкта жана алардын арасына тиешелүү (⊗ – кесилишүү, // – параллелдик, ÷ – кайчылаштык) белгилерди кой.

Түз сызыктар	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1
AD					
A_1B_1					
AB					
A_1D					
BD					

1



36. 1-сүрөттөгү түз сызык жана тегиздик өз ара кандай жайлашканын аныкта жана алардын арасына тиешелүү (⊗ – кесилишүү, // – параллелдик, ÷ – кайчылаштык жана ⊂ – тиешелүү) белгилерди кой.

Түз сызыктар/ Тегиздиктер	AA_1	BC_1	CC_1	CB_1	AB_1

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

ADD_1					
AA_1B_1					
ABD					
AA_1D					
BCD					

37. Берилген тегиздикке бир чекиттен перпендикуляр жана жантык жүргүзүлгөн. Алардын ортосундагы бурч 45°. Перпендикулярдын узундугу a га барабар. Жантыктын узундугун тап.
38. Тегиздикке берилген чекиттен ар бири 2 $см$ ге барабар эки жантык жүргүзүлгөн. Алардын ортосундагы бурч 60°, ал эми проекцияларынын ортосундагы бурч тик бурч. Берилген чекит менен тегиздиктин ортосундагы аралыкты тап.
39. Берилген тегиздикке бир чекиттен эки барабар жантык жүргүзүлгөн. Алардын ортосундагы бурч 60°, проекцияларынын ортосундагы бурч тик. Ар бир жантык менен анын проекциясынын ортосундагы бурчтарды тап.
40. Тик бурчтуу ABC үч бурчтуктун катеттери – 15 $м$ жана 20 $м$. Тик бурчтун C чокусунан бул үч бурчтуктун тегиздигине перпендикулярдуу түрдөө CD = 35 $м$ кесинди жүргүзүлгөн. D чекиттен AB гипотенузага чейин болгон аралыкты тап.
41. Үч бурчтуктун жактары: 10 $см$, 17 $см$ жана 21 $см$. Ушул үч бурчтуктун чоң бурчунун чокусунан анын тегиздигине 16 $см$ узундукта перпендикуляр жүргүзүлгөн. Анын чокуларынан үч бурчтуктун чоң жагына чейин болгон аралыктарды аныкта.
42. ABC үч бурчтуктун A чокусунан анын тегиздигинин сыртында AD түз сызык жүргүзүлгөн, ал түз сызык AB жана AC жактар менен барабар тар бурчтарды түзөт. Эгерде AB = 51 $м$, AC = 34 $м$ жана BC = 30 $м$ болсо, AD түз сызыктын үч бурчтуктун тегиздигине түшүрүлгөн проекциясы BC жакты кандай бөлүктөргө болот?
43. Тегиздиктен a алыстыкта турган чекиттен эки жантык жүргүзүлгөн, бул жантыктар тегиздик менен 45° жана 30° туу бурчтарды, ал эми өз ара тик бурчту түзөт. Жантыктардын чокуларынын ортосундагы аралыкты аныкта.
44. Берилген чекиттен берилген түз сызыкка параллель тегиздик жүргүз. Мындай тегиздиктерден канчаны өткөрүүгө болот?
45. Тегиздик жана ага параллель түз сызык берилген. Тегиздикте алынган чекит аркылуу берилген түз сызыкка параллель түрдө, ошол тегиздикте түз сызык жүргүз.
46. Эки параллель тегиздиктин ортосундагы эки түз сызык кесиндисинин узундуктары 51 $см$ жана 53 $см$. Алардын бул тегиздиктерден бирине түшүрүлгөн проекцияларынын катышы 6 : 7 сыяктуу. Берилген тегиздиктердин ортосундагы аралыкты аныкта.
47. Мейкиндикте эки тик бурч жайлашкан, алардын тиешелүү жактары бири-бирине параллель жана бирдей багытталган болуп, алардын чокуларын туташтырган кесиндиге перпендикулярдуу. Бул кесиндинин узундугу a га барабар. Бир бурчтун бир жагында анын чокусунан баштап b кесинди ажыратылган. Экинчи бурчтун ага параллель эмес жагында c кесинди ажыратылган. Ошол кесиндилердин чокуларынын ортосундагы аралыкты аныкта.
48. Каптал грандары квадрат болгон туура алты бурчтуу призма төмөнкү негизинин бир жагы жана үстүңкү негизинин ага каршы жаткан жагы аркылуу өткөн тегиздик менен кесилген. Негиздин жагы a га барабар. Алынган кесилиштин аянтын аныкта.
49. ABC үч бурчтуктун жактары: AB = 9, BC= 6 жана AC = 5. AC жак аркылуу үч бурчтуктун тегиздиги менен 45° туу бурчту түзгөн α тегиздик өтөт. α тегиздик менен B чокусунун ортосундагы аралыкты тап.
50. Берилген түз сызыктан экинчи бир тегиздикке перпендикулярдуу тегиздик жүргүз. Канча ошондой тегиздик өткөрүүгө болот?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

I. Планиметрия

1.1. Бурчтар жана түз сызыктар

Параллель жана кесишүүчү түз сызыктар

Тегиздикте эки түз сызык же параллель *(1-сүрөт)* же кесишүүчү *(2-сүрөт)* болушу мүмкүн.

Жандаш жана вертикалдуу бурчтар

Жандаш бурчтардын суммасы 180° ка барабар *(3-сүрөт)*. Вертикалдуу бурчтар барабар *(4-сүрөт)*.

Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кескенде алынган бурчтар *(5-сүрөт)*:

1) $\angle 1$ жана $\angle 5$, $\angle 2$ жана $\angle 6$, $\angle 3$ жана $\angle 7$, $\angle 4$ жана $\angle 8$ – туура келүүчү бурчтар;

2) $\angle 3$ жана $\angle 6$, $\angle 4$ жана $\angle 5$ – **ички бир жактуу бурчтар;**

3) $\angle 3$ жана $\angle 5$, $\angle 4$ жана $\angle 6$ – **ички кайчылаш бурчтар** деп аталат.

Түз сызыктардын параллелдик белгилери

Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кескенде *(5-сүрөт)*,

1) ички кайчылаш бурчтар барабар болсо же;

2) туура келүүчү бурчтар барабар болсо же;

3) ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар болсо, берилген түз сызыктар параллель болот.

Параллель түз сызыктардын касиеттери:

Эгерде эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип өтсө *(5-сүрөт)*:

1) ички кайчылаш бурчтар барабар болот;

2) туура келүүчү бурчтар барабар болот;

3) ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар болот.

Эгерде $a \parallel b$ жана $a \parallel c$ болсо, $b \parallel c$ болот *(6-сүрөт)*.

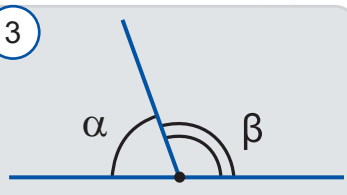
1



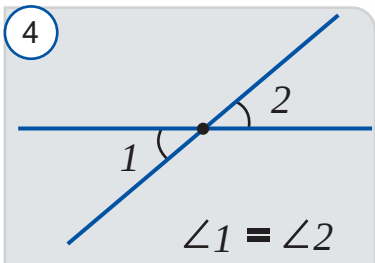
2



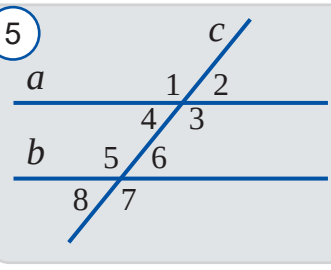
3



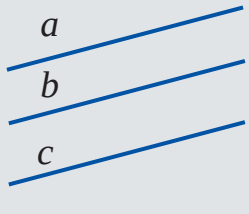
4



5



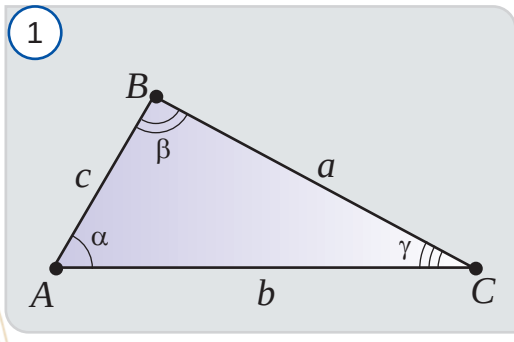
6



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.2. Үч бурчтуктар



1°. Негизги түшүнүктөр

Тегиздикте бир түз сызыкта жатпаган үч чекит берилген болсун. Бул чекиттердин ар экөөсүн кесиндилер менен туташтырабыз. Алынган фигурага *үч бурчтук* дейилет. Чекиттерге үч бурчтуктун *чокулары*, ал эми кесиндилерге *жактары* дейилет. Белгилениши: A, B, C – чокулар, A, B, C – жактар (*1-сүрөт*).

Үч бурчтук үч ички бурчка ээ: $\angle BAC$, $\angle CBA$, $\angle ACB$

Белгилениши: α, β, γ.

Үч бурчтуктун орто сызыгы – анын эки жагынын ортолорун туташтырган кесинди.

Медиана – үч бурчтуктун чокусун анын каршысындагы жактын ортосу менен туташтырган кесинди. Үч бурчтукта 3 медиана болуп, алар m_a, m_b, m_c сыяктуу белгиленет.

Биссектриса – үч бурчтуктун чокусун анын каршысындагы жак менен туташтырган жана ошол чокудагы бурчтун биссектрисасында жаткан кесинди. Үч бурчтукта үч биссектриса болуп, алар l_a, l_b, l_c сыяктуу белгиленет.

Бийиктик – үч бурчтуктун чокусунан анын каршысындагы жак жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр. Үч бурчтукта үч бийиктик болуп, алар h_a, h_b, h_c сыяктуу белгиленет. *Орто сызык* – эки жактын ортолорун туташтырган кесинди. Орто сызыктардын саны да 3 өө.

Периметр – үч жактын узундуктарынын суммасы. Белгилениши: *P*.

Үч бурчтуктар жактарына карай үч түргө бөлүнөт: а) тең жактуу ($a = b = в$); б) тең капталдуу (A, B, C лардын кандайдыр экөөсү тең); в) түрдүү жактуу (A, B, C лардан эч кайсы экөөсү тең эмес).

Үч бурчтуктун үч жагына жаныма өткөн айланага ага ичтен сызылган *айлана* дейилет (мындай айлана бар жана жеке). Ичтен сызылган айлананын радиусу *r* аркылуу белгиленет.

Үч бурчтуктун үч чокусунан өткөн айланага ага *сырттан сызылган айлана* дейилет жана анын радиусу *R* аркылуу белгиленет (мындай айлана бар жана жеке).

2°. Негизги катыштар

1) $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка барабар.

2) Үч медиана бир чекитте кесилишет. Бул чекит медианаларды 2 : 1 катышта бөлөт. Медиана үч бурчтукту аянттары барабар эки үч бурчтукка бөлөт. Медианалардын

узундуктары: $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$; $m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$; $m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$.

формулалардан табылат.

3) Үч биссектриса бир чекитте кесилишет. Бул чекит ичтен сызылган айлананын борбору болот. Биссектриса өзү түшүрүлгөн жакты калган жактарга пропорциялаш бөлүктөргө бөлөт (*2-сүрөт*).

BD биссектриса болсо, $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DC}$.

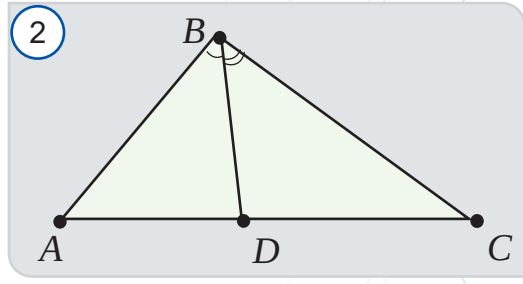
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Биссектрисанын узундуктарын ушул формулалардан табууга болот.

$$l_a=\frac{2\sqrt{bc}}{b+c}\sqrt{p(p-a)};\qquad l_b=\frac{2\sqrt{ac}}{a+c}\sqrt{p(p-b)};$$

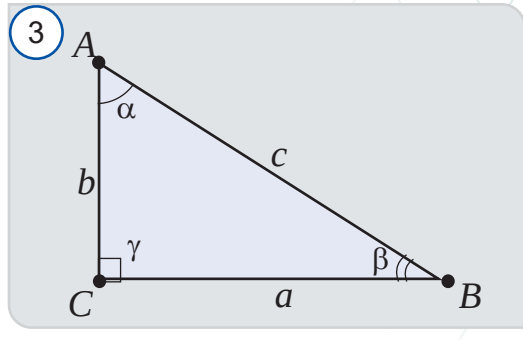
$$l_c=\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\sqrt{p(p-c)},\text{ бул жерде } p=a+b+c.$$



4) Үч бурчтуктун бийиктиктери же алардын уландылары бир чекитте кесилишет. Бийиктиктин узундуктарын

$$h_a=\frac{2S}{a};\quad h_b=\frac{2S}{b};\quad h_c=\frac{2S}{c};$$

формулалардан табуу мүмкүн.



Бул жерде S – үч бурчтук аянты.

5) Үч бурчтук жактарынын орто перпендикуляры бир чекитте кесилишет. Бул чекит үч бурчтукка *сырттан сызылган айлананын борбору* болот.

6) Үч бурчтуктун *орто сызыгы* үчүнчү жакка параллель жана анын жарымына тең.

7) Синустар теоремасы:

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R.$$

8) Косинустар теоремасы:

$a^2=b^2+c^2-2.\,b.\,c.\,\cos\alpha;\ \ b^2=a^2+c^2-2.\,a.\,c\cdot\cos\beta;\ c^2=a^2+b^2-2.\,a.\,b.\,\cos\gamma$

9) Үч бурчтуктун аянтын эсептөөнүн формулалары:

$$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bh_b=\frac{1}{2}ch_c;\qquad S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{1}{2}bc\sin\alpha=\frac{1}{2}bc\sin\beta.$$

10) Герон формуласы:

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\qquad p=\frac{a+b+c}{2};\qquad S=\frac{abc}{4R};\qquad S=pr.$$

3°. Маанилүү өзгөчө учурлар

а) *Тик бурчтуу үч бурчтук* (*3-сүрөт*).

$\angle\gamma=90°$, $\alpha+\beta=90°$, AC жана BC – катеттер, AB – гипотенуза.

Пифагор теоремасы: $a^2+b^2=c^2$.

$$S=\frac{1}{2}ab;\qquad R=\frac{c}{2};\qquad r=\frac{a+b+c}{2};$$

$$\frac{a}{c}=\sin\alpha;\qquad \frac{a}{c}=\cos\beta;\qquad \frac{b}{c}=\sin\beta;\qquad \frac{b}{c}=\cos\alpha;$$

$$\frac{a}{b}=tg\alpha;\qquad \frac{a}{b}=ctg\beta;\qquad \frac{b}{a}=ctg\alpha;\qquad \frac{b}{b}=tg\beta.$$

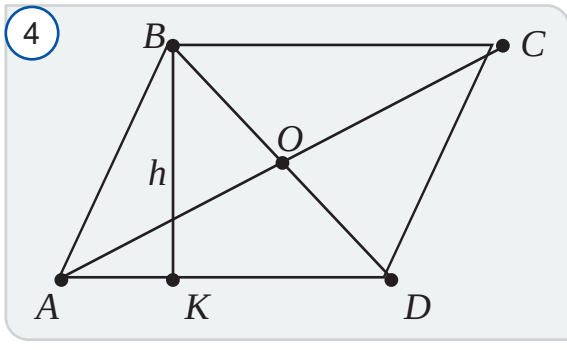
б) *Тең жактуу үч бурчтук.*

$$\alpha=\beta=\gamma=60°;\qquad S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4};\qquad r=\frac{a\sqrt{3}}{6};\qquad R=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.3. Төрт бурчтуктар



1°. Параллелограмм

Карама-каршы жактары параллель болгон төрт бурчтукка *параллелограмм* дейилет (*4-сүрөт*).

Жандаш эмес чокуларды туташтырган кесиндиге *диагонал* дейилет.

AB жана CD; AD жана BC параллель жактар;

BD жана AC диагоналдар.

Негизги касиеттер жана катыштар

1) Диагоналдардын кесилишүү чекити параллелограммдын симметрия борбору болот.

2) Карама-каршы жактардын узундуктары өз ара барабар:

$AB = CD$ жана $AD = BC$.

3) Параллелограммдын карама-каршы бурчтары өз ара барабар:

$\angle BAD = \angle BCD$ жана $\angle ABC = \angle ADC$.

4) Жандаш бурчтардын суммасы 180° ка барабар.

5) Диагоналдар кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт: $BO = OD$ жана $AO = OC$.

6) Жактарынын квадраттарынын суммасы диагоналдарынын квадраттарынын суммасына барабар:

$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$ же 2. $(AB^2 + BC^2) = AC^2 + BD^2$.

7) Параллелограммдын аянты: а) $S = ah_a$, бул жерде: $a = AD$ жак, $h_a = BK$ – бийиктик.

б) $S = a\ b\ \sin\alpha$, бул жерде: $b = AB$ – жак, $\alpha = \angle BAD$ – AB жана AD жактардын ортосундагы бурч.

2°. Ромб

Бардык жактары өз ара барабар болгон параллелограммга *ромб* дейилет.

Параллелограмм үчүн орундуу болгон бардык касиеттер ромб үчүн да орундуу.

Ромбдун кошумча касиеттери

1) Ромбдун диагоналдары өз ара перпендикулярдуу.

2) Ромбдун диагоналдары ички бурчтардын биссектрисалары болот.

3) Ромбдун аянты $S = \frac{1}{2}.\ d_1\ d_2$, бул жерде: d_1, d_2 – ромбдун диагоналдары.

3°. Тик бурчтук

Бардык бурчтары 90° ка барабр болгон параллелограммга *тик бурчтук* дейилет.

1) Тик бурчтуктун диагоналдары өз ара барабар.

2) Тик бурчтуктун аянты $S = a.\ b$, бул жерде a жана b – тик бурчтуктун жандаш жактары.

4°. Квадрат

Бардык жактары өз ара барабар болгон тик бурчтукка *квадрат* дейилет.

Ромб жана тик бурчтуктар үчүн орундуу бардык касиеттер квадрат үчүн да орундуу.

Эгерде a – квадраттын жагы, ал эми d диагоналы болсо: $S = a^2$; $S = \frac{d^2}{2}$; $d = a\sqrt{2}$.

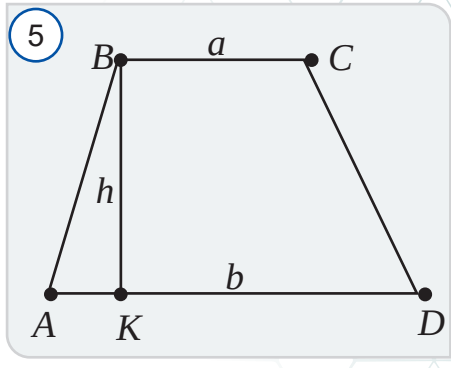
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

5°. Трапеция

Негиздер деп аталган эки жагы өз ара параллель, ал эми *каптал жактар* деп аталган калган эки жагы параллель эмес төрт бурчтукка *трапеция* дейилет.

Каптал жактардын ортолорун туташтырган кесиндиге трапециянын *орто сызыгы* дейилет.



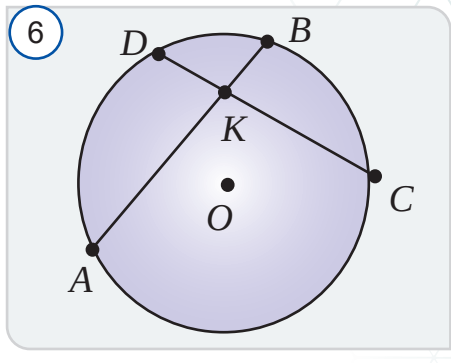
Негизги касиеттер:

1) трапециянын орто сызыгы негиздерге параллель жана негиздер суммасынын жарымына тең болот;

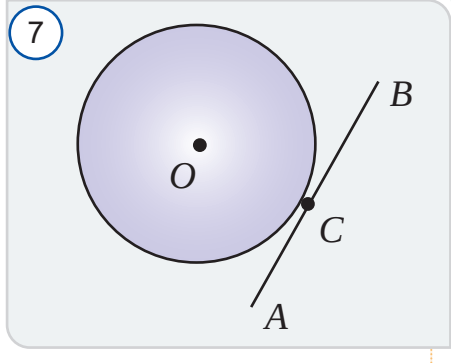
2) трапециянын аянты $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, бул жерде a жана b — негиздер, ал эми h бийиктик (*5-сүрөт*).

1.4. Айлана, тегерек

1°. Оң сан R жана тегиздикте O чекит берилген болсун. O чекиттен R аралыкта жайлашкан чекиттерден турган фигурага *айлана* дейилет. O чекитке *айлананын борбору*, борбор менен айланадагы чекитти туташтырган кесиндиге *радиус*, ал эми R санга *радиустун узундугу* дейилет. Айланадагы эки чекитти туташтырган кесиндиге *хорда*, борбордон өткөн хордага *диаметр* дейилет.



Тегиздиктин айлана менен чектелген чектүү бөлүгү *тегерек* деп аталат.



Негизги катыштар:

1) $D = 2R$, бул жерде: D – диаметрдин узундугу.

2) $L = 2\pi R$ – айлананын узундугу.

3) $S = \pi R^2$ – тегеректин аянты.

4) AB жана CD хордалар K чекитте кесилишсе (*6-сүрөт*), $AK \cdot KB = CK \cdot KD$ катыш аткарылат.

5) Хорданы тең экиге бөлгөн диаметр ошол хордага перпендикулярдуу.

6) Барабар хордалар борбордон бирдей аралыктарда жайлашат жана, тескерисинче, борбордон бирдей аралыкта жайлашкан хордалар өз ара барабар.

2°. Жаныма

Айлана (же тегерек) менен жеке жалпы чекитке ээ болгон түз сызыкка *жаныма* дейилет. Ал эми чекитке *жануу чекити* дейилет (*7-сүрөт*).

Айлана менен 2 жалпы чекитке ээ болгон түз сызык *кесүүчү* деп аталат.

Жаныманын касиеттери:

1) Жануу чекитине жүргүзүлгөн радиус жанымага перпендикулярдуу.

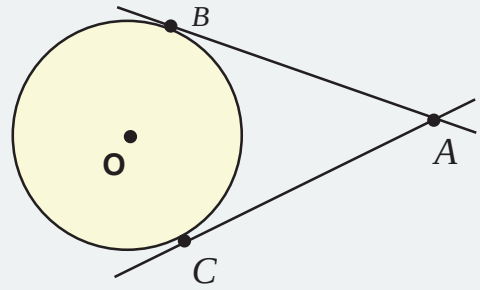
2) Тегеректин сыртындагы чекиттен ошол тегерекке эки жаныма жүргүзүүгө болот, бул жанымалардын кесиндилери өз ара барабар (*8-сүрөт*): $AB = AC$.

3) Эгерде AC кесүүчү болуп, айлананы C жана D чекиттерде кесип өтсө, ал эми AB жаныма болсо, $AB^2 = AD \cdot AC$ барабардык орундуу (*9-сүрөт*).

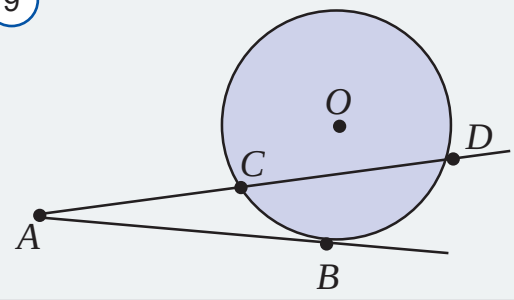
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

8



9



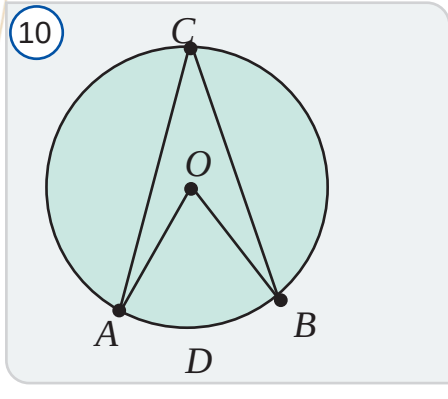
3°. Борбордук жана ичтен сызылган бурчтар

Айланадагы эки чекиттин жардамында айлана эки бөлүккө бөлүнөт. Бул бөлүктөр *жаалар* деп аталат. Белгилениши: ADB, ACB.

AOB бурч ADB жаага керилген *борбордук бурч* (*10-сүрөт*), ал эми ACB бурчка ADB жаага керилген жана айланага *ичтен сызылган бурч* дейилет. Бул бурчтардын арасында $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB$ катыш орундуу.

Ошондой эле, жарым айланага керилген ички бурч тик бурч болот (*11-сүрөт*). Бир жаага керилген айланага ичтен сызылган бурчтар өз ара барабар болот.

10



4°. Сектор жана сегмент

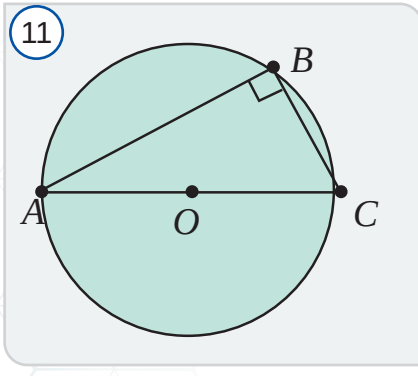
Тегеректин эки радиус менен чектелген бөлүгүнө *сектор* дейилет (*12-сүрөт*). Сектор жаасынын узундугу:

$l = \frac{\pi R\alpha}{180^\circ}$, бул жерде α – борбордук бурчтун градустук өлчөмү.

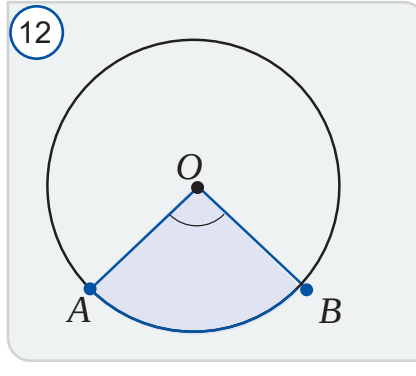
Сектордун аянты: $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$; $S = \frac{1}{2} .R.\ l.$

Сегмент – тегеректин хорда жана ошол хорда керилген жаа менен чектелген бөлүгү (*13-сүрөт*).

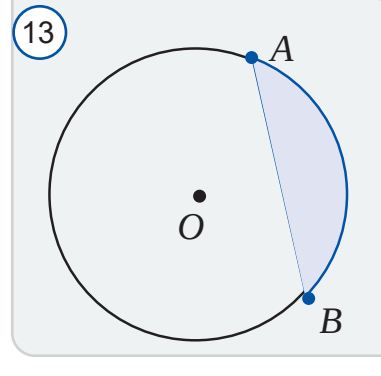
11



12



13



Сегменттин аянты: $S = S_{сектор} \pm S_{\Delta} = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha \pm \frac{1}{2} . R^2 \sin \alpha.$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

1.5. Туура көп бурчтуктар

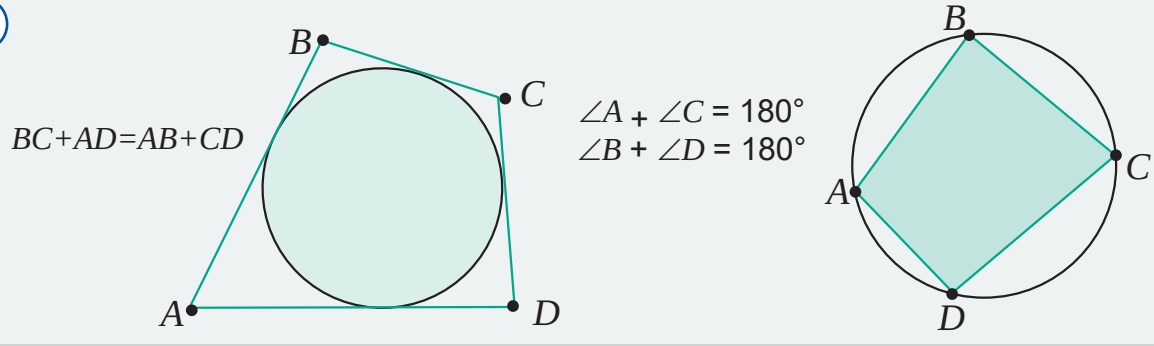
Туура n бурчтун жагы a_n, периметри P_n, аянты S_n, ичтен сызылган айлананын радиусу r_n, сырттан сызылган айлананын радиусу R_n, ички бурчу α_n болсо,

$$P_n = n.\ a_n;\quad S_n = \frac{1}{2} P_n \cdot r_n = \frac{1}{2} n.\ a_n r_n;\quad \alpha_n = \frac{(n-2).\ 180^\circ}{n}$$

$$R_n = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}};\quad r_n = \frac{a_n}{2.\ tg\frac{180^\circ}{n}}$$

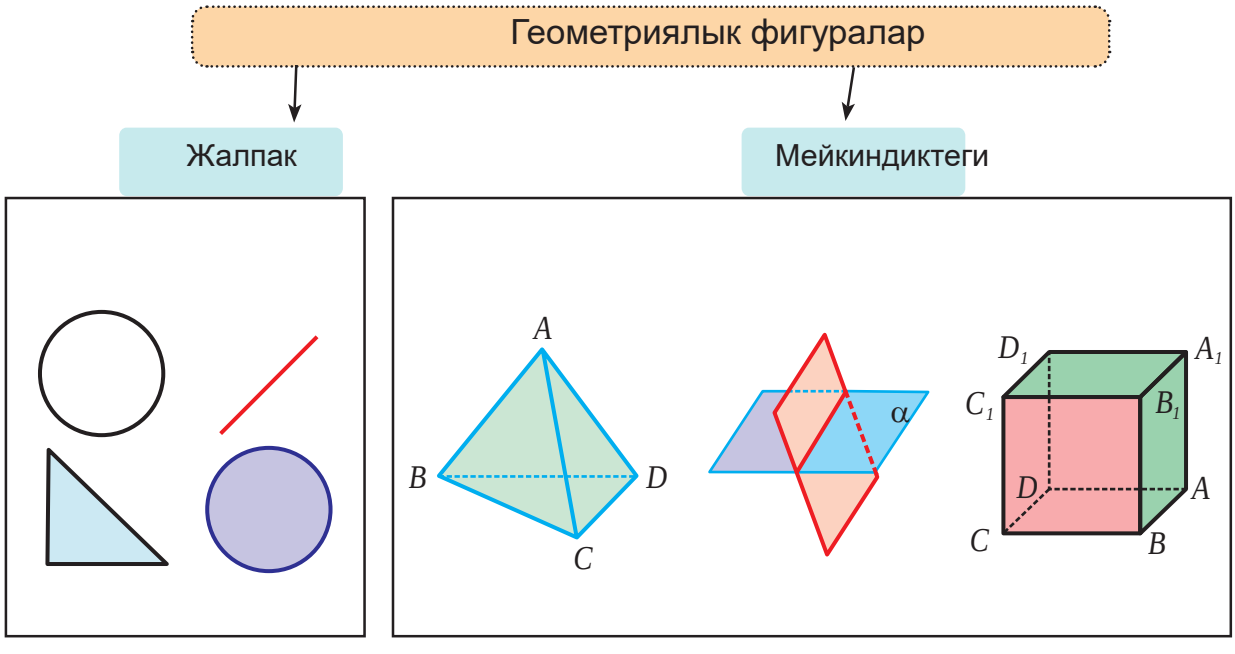
Айланага сырттан жана ичтен сызылган төрт бурчтуктар *(14-сүрөт)*.

14



II. Стереометрия

Мейкиндикте геометриялык фигуралар тегиздикте толук жаткан же жатпаганына карай жалпак жана мейкиндиктеги фигураларга бөлүнөт.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

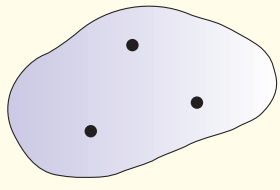
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

2.1. Стереометриянын негизги түшүнүктөрү

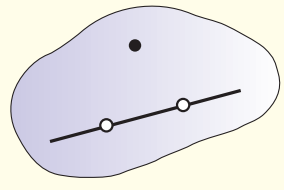
Геометриянын *стереометрия* бөлүмү мейкиндиктеги геометриялык фигуралардын (же нерселердин) касиеттерин үйрөнөт. *Стереометрия* сөзү грекчеден алынган болуп, *stereos* – «мейкиндикте» *metreo* – «ченеймин» деген маанини билдирет.

Мейкиндиктеги негизги геометриялык фигуралар чекит, түз сызык жана тегиздик. Алар стереометриянын негизги түшүнүктөрү болуп, аларга аныктама берилбейт.

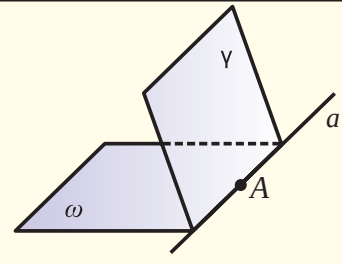
Стереометриянын аксиомалары жана алардан алынган натыйжалар



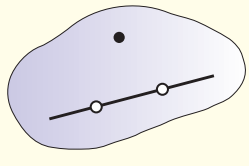
S_1 аксиома. Бир түз сызыкта жатпаган үч чекит аркылуу, тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.



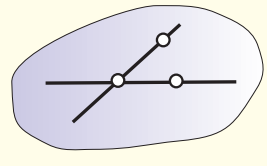
S_2 аксиома. Эгерде түз сызыктын эки чекити бир тегиздикте жатса, анда анын бардык чекиттери ошол тегиздикте жатат.



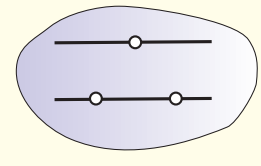
S_3 аксиома. Эгерде эки тегиздик жалпы чекитке ээ болсо, анда алар ошол чекиттен өткөн жалпы түз сызыкка да ээ болот.



1-натыйжа. Түз сызык жана анда жатпаган чекит аркылуу, тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.



2-натыйжа. Кесишүүчү эки түз сызык аркылуу, тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.



3-натыйжа. Параллель эки түз сызык аркылуу, тегиздик өткөрүүгө болот, бирок бирди гана.

2.2. Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин жайлашуусу

Мейкиндикте түз сызыктар

Мейкиндикте эки түз сызык бир тегиздикте жатышы же жатпастыгы мүмкүн.

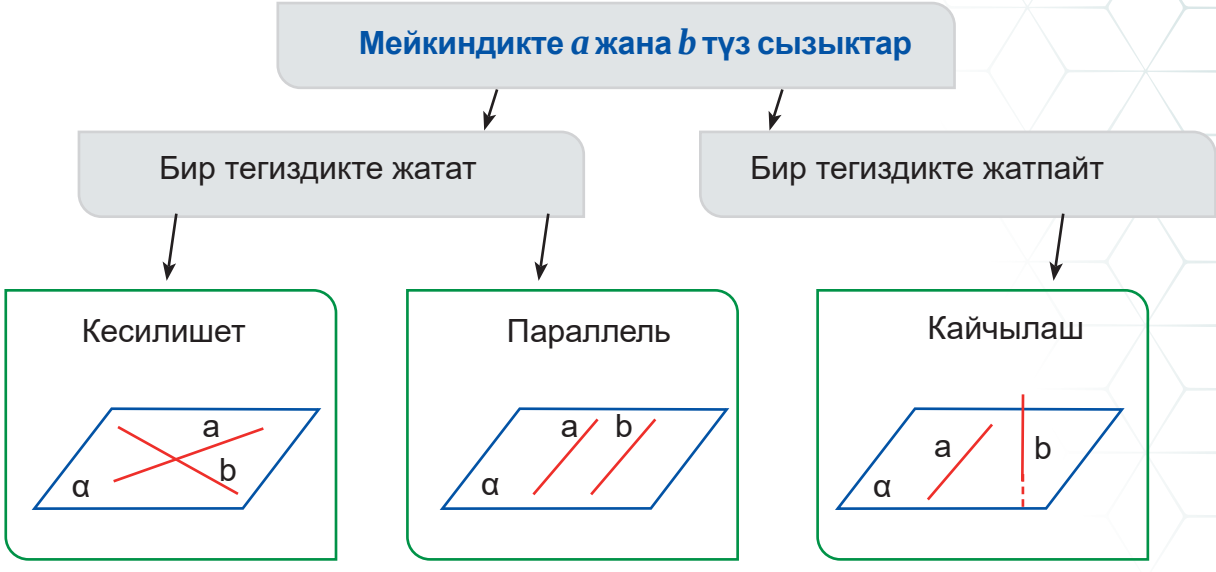
Бир тегиздикте жаткан жана бир гана жалпы чекитке ээ болгон түз сызыктар *кесишүүчү түз сызыктар* деп аталат.

Бир тегиздикте жаткан жана өз ара кесишпей турган түз сызыктар *параллель түз сызыктар* деп аталат.

Мейкиндикте бир тегиздикте жатпаган эки түз сызыкка *кайчылаш түз сызыктар* дейилет.

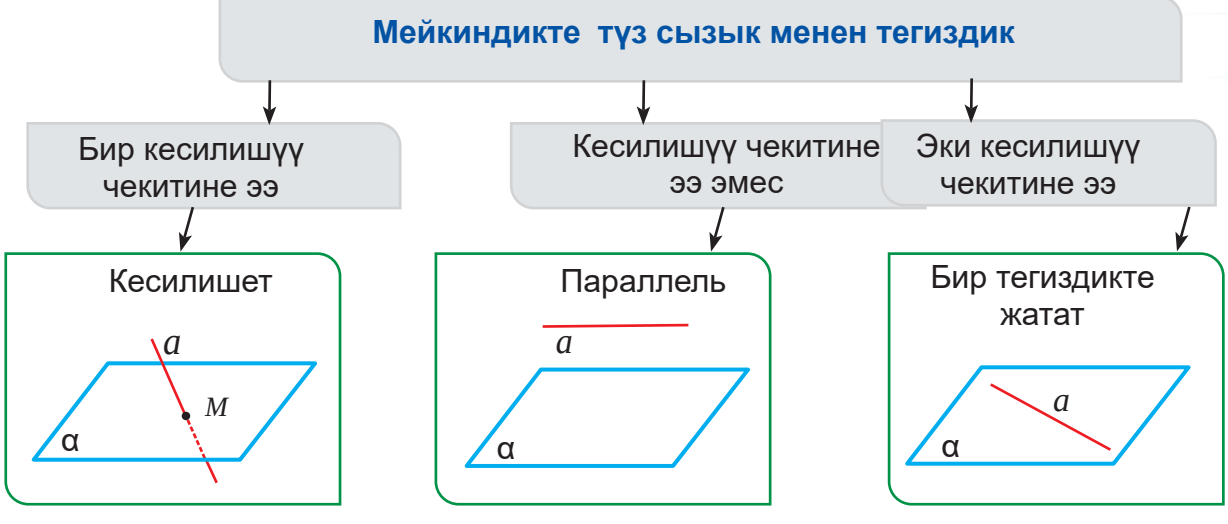
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE



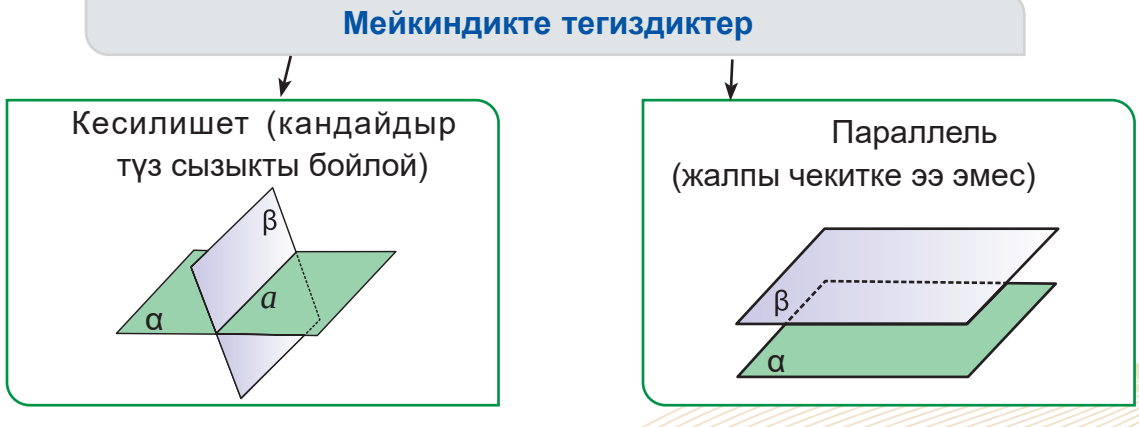
Мейкиндикте түз сызыктар менен тегиздиктер

Түз сызык тегиздикте жатышы, аны кесип өтүшү же кесип өтпөстүгү, башкача айтканда тегиздикке параллель болушу мүмкүн.



Мейкиндикте тегиздиктер

Мейкиндикте тегиздиктер кандайдыр түз сызыкты бойлой кесилиши же жалпы чекитке ээ болбостугу, башкача айтканда өз ара параллель болушу мүмкүн.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Фигуралар	Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу		
a жана b түз сызыктар	Бир тегиздикте жатат.	Бир жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү: $a \otimes b$
		Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $a \parallel b$
	Бир тегиздикте жатпайт.		Кайчылаш: $a \nparallel b$

Фигуралар	Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин өз ара жайлашуусу		
a түз сызык жана α тегиздик	a түз сызык α тегиздикте жатпайт.	a түз сызык α тегиздик менен бир жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү $a \otimes \alpha$
		a түз сызык α тегиздик менен бир жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $a \parallel \alpha$
	a түз сызык α тегиздикте жатат.		$a \subset \alpha$

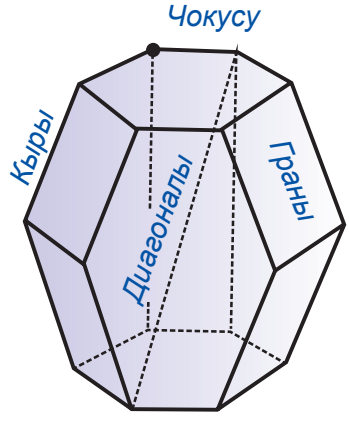
Фигуралар	Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу	
α жана β тегиздиктер	Жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү: $\alpha \cap \beta = a$ түз сызык.
	Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $\alpha \parallel \beta$.

2.3. Көп грандыктар

Мейкиндиктеги нерсе жана көп грандык

Мейкиндиктеги нерселерди кандайдыр материалдык нерсе ээлеген реалдуулуктун бөлүгү иретинде элестетүүгө болот. Мейкиндиктеги нерсени анын бети чектеп турат.

Бети жалпак көп бурчтук болгон нерсе *көп грандык* дейилет.

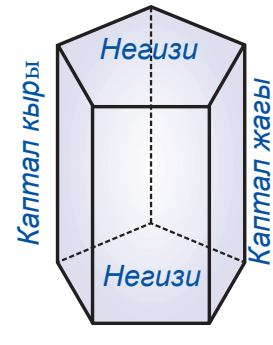


Призма

Призма деп эки граны барабар көп бурчтуктардан турган, параллель тегиздиктерде жаткан жана калган бардык кырлары өз ара параллель көп грандыкка айтылат.

Туура призма деп, негиздери туура көп бурчтуктардан турган тик призмага айтылат.

Тик призманын каптал бети негизинин периметри менен бийиктигинин көбөйтүндүсүнө барабар.



Параллелепипед

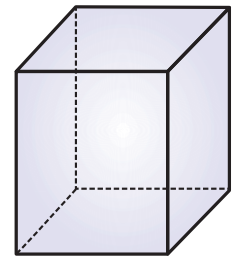
Негизи параллелограммдан турган призмага *параллелепипед* дейилет. Анын бардык алты граны параллелограммдан турат.

Параллелепипеддин касиеттери

1) Параллелепипеддин диагоналдарынын ортолоруна анын *симметрия борбору* дейилет.

2) Параллелепипеддин карама-каршы грандары барабар жана параллель.

3) Параллелепипеддин бардык төрт диагоналы да бир чекитте кесилишет жана кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт.



*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

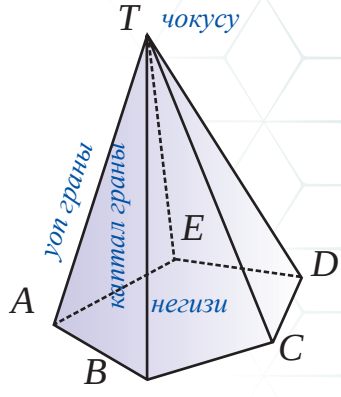
Каптал кырлары негиздин тегиздигине перпендикулярдуу параллелепипедке *тик параллелепипед* дейилет.

Тик бурчтуу параллелепипед тик параллелепипед болуп, негиздери тик бурчтуктардан турат. Тик бурчтуу параллелепипеддин кырлары барабар болсо, мындай параллелепипедге *куб* дейилет.

Кубдун бардык грандары барабар квадраттардан турат.

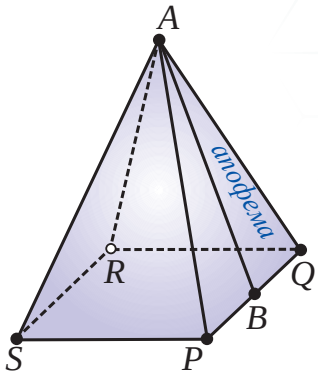
Пирамида

Пирамида деп, анын бир граны каалагандай көп бурчтуктан, калган грандары жалпы чокуга ээ болгон үч бурчтуктардан турган көп грандыкка айтылат.



Пирамиданын бийиктиги деп, пирамиданын чокусунан негиздин тегиздигине түшүрүлгөн перпендикулярга айтылат.

Туура пирамида деп, негизи туура көп бурчтуктан турган болуп, бийиктиги негизинин борборуна түшкөн пирамидага айтылат. Туура пирамиданын бардык каптал кырлары бири-бирине барабар; бардык каптал грандары тең капталдуу үч бурчтуктар.

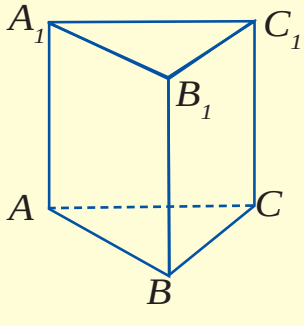
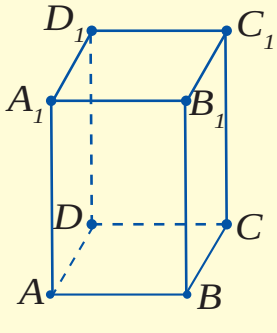
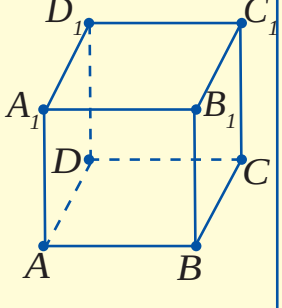
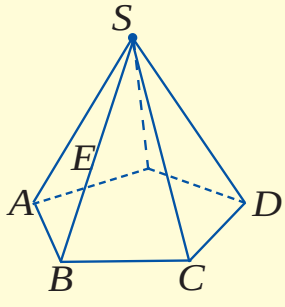


Эгерде пирамиданын негизи n бурчтан турса, анда мындай пирамидага *n бурчтуу пирамида* дейилет. Үч бурчтуу пирамидага *тетраэдр* дейилет.

Эгерде тетраэдрдин бардык кырлары барабар болсо, мындай тетраэдрге *туура тетраэдр* дейилет.

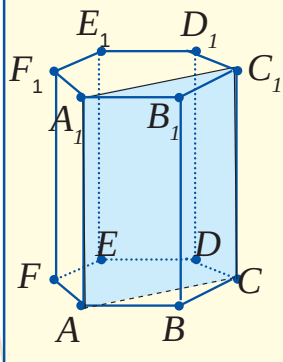
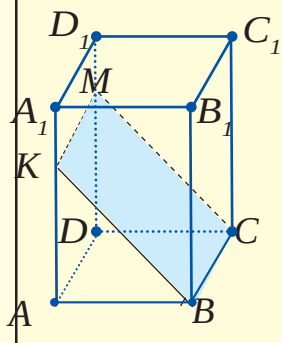
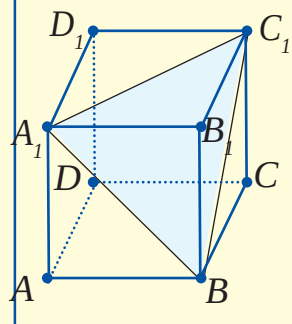
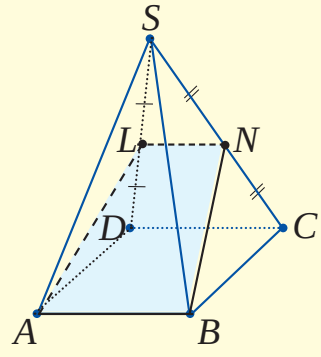
Туура пирамиданын каптал бети төмөнкү формуланын жардамында эсептелет: $S_{каптал} = P \cdot h$, бул жерде P – пирамиданын негизинин периметри, h – апофема.

Көп грандыктар

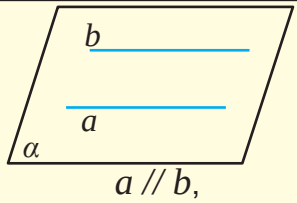
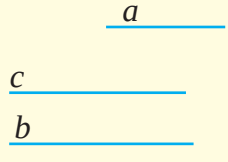
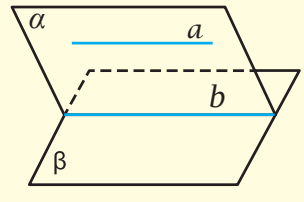
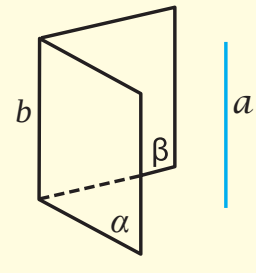
Призма	Тик бурчтуу параллелепипед	Куб	Пирамида
			
Негиздери – көп бурчтук, грандары – параллелограммдар.	Негиздери – тик бурчтук, грандары –тик бурчтуктар.	Негиздери – квадрат, грандары – квадрат.	Негизи – көп бурчтук, грандары – үч бурчтук.

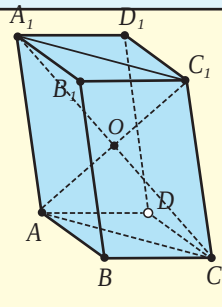
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Көп грандыктардын жөнөкөй кесилиштери			
Көп бурчтуу призма	**Тик бурчтуу параллелепипед**	**Куб**	**Пирамида**
			
ACC_1 – A, C, C_1 чекиттерден өткөн, кесүүчү тегиздик; ACC_1A_1 – кесилиш.	CBK – K чекит жана CB түз сызыктан өткөн, кесүүчү тегиздик; $CBKM$ – кесилиш.	A_1BC_1 – BC_1 жана BA_1 түз сызыктардан өткөн, кесүүчү тегиздик; A_1C_1B – кесилиш.	ABN – AB жана LN параллель түз сызыктардан өткөн, кесүүчү тегиздик; $ABNL$ – кесилиш.

2.4. Мейкиндикте түз сызыктар менен тегиздиктердин параллелдиги

Параллель түз сызыктар			
Аныктамасы	**Белгилери**		
			
$a \parallel b$, a жана b түз сызыктар бир тегиздикте жатып, өз ара кесишпесе, *параллель түз сызыктар* деп аталат.	Эгерде $a \parallel b$, $a \parallel c$ болсо, $b \parallel c$ болот.	Эгерде $\alpha \cap \beta = b$, $a \subset \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $b \parallel a$ болот.	Эгерде $\alpha \cap \beta = b$, $a \parallel \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $a \parallel b$ болот.

Параллелепипеддин касиеттери	
	1-касиет. Негизинин диагоналдары менен каптал кырларынан түзүлгөн төрт бурчтук (AA_1C_1B) параллелограмм болот. 2-касиет. Карама-каршы грандары өз ара барабар ($AA_1B_1B = DD_1C_1B$). 3-касиет. Бардык диагоналдары бир чекитте кесилишет жана ошол чекитте тең экиге бөлүнөт ($AO = OC_1$, $CO = OA_1$).

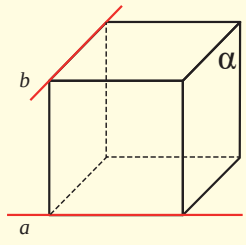
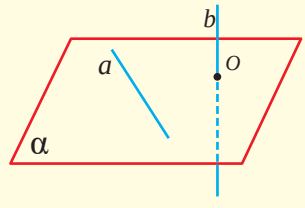
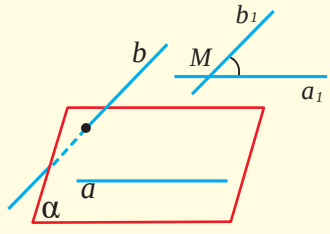
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

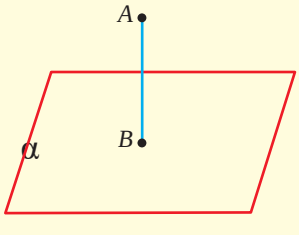
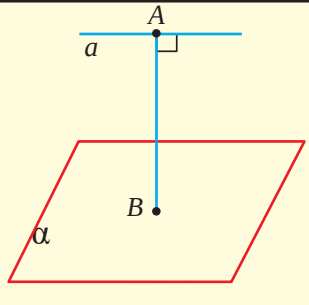
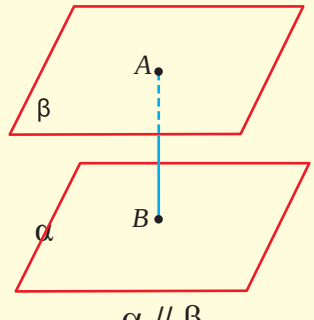
2.5. Мейкиндикте түз сызыктар менен тегиздиктердин перпендикулярдуулугу

Түз сызык менен тегиздиктин перпендикулярдуулугу

Эгерде тегиздикти кесип өткөн түз сызык тегиздиктеги ошол кесилишүү чекитинен өткөн каалагандай түз сызыкка перпендикулярдуу болсо, анда түз сызык ошол *тегиздикке перпендикуляр* деп аталат.

Кайчылаш түз сызыктар		
Аныктамасы	**Белгиси**	**Ортосундагы бурч**
		
Бир тегиздикте жатпаган түз сызыктар *кайчылаш түз сызыктар* деп аталат жана $a \div b$ түрүндө туюнтулат.	Эгерде $a \subset \alpha$, $\alpha \cap b = O$, $O \notin a$ болсо, $a \div b$ болот.	Кайчылаш түз сызыктардын ортосундагы бурч деп, аларга параллель, кесишүүчү түз сызыктардын ортосундагы бурчка айтылат.

Фигуралар	Мейкиндикте түз сызыктардын өз ара жайлашуусу		
a жана b түз сызыктар	Бир тегиздикте жатат	Бир жалпы чекитке ээ.	Кесишүүчү: $a \otimes b$.
		Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $a // b$.
	Бир тегиздикте жатпайт		Кайчылаш: $a \div b$.

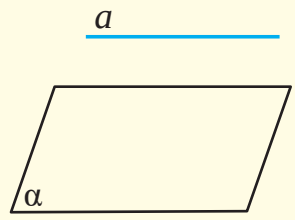
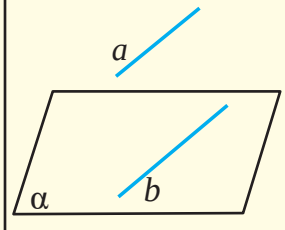
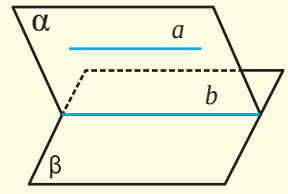
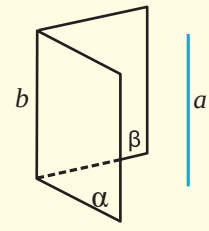
Мейкиндикте аралыктар		
Чекиттен тегиздикке чейин болгон аралык	**Түз сызыктан тегиздикке чейин болгон аралык**	**Тегиздиктер ортосундагы аралык**
		
$A \notin \alpha$ $AB \perp \alpha$	$a // \alpha$, $A \in a, AB \perp \alpha$	$\alpha // \beta$, $A \in \beta, AB \perp \alpha$

Мейкиндикте түз сызык менен тегиздиктердин параллелдиги

a түз сызык жана α тегиздик	Көп жалпы чекиттерге ээ.	Түз сызык тегиздикте жатат: $a \subset \alpha$.
	Бир жалпы чекитке ээ.	Түз сызык тегиздикти кесет: $a \otimes \alpha$.
	Жалпы чекитке ээ эмес.	Түз сызык тегиздикке параллель: $a // \alpha$.

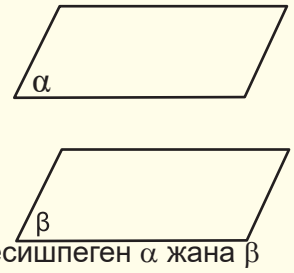
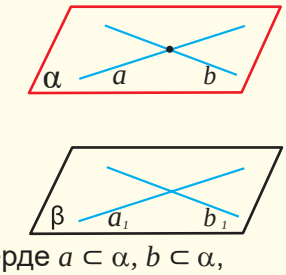
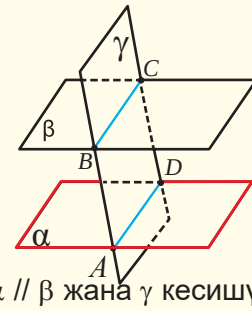
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

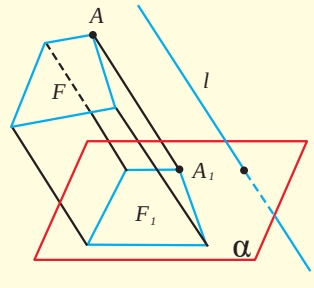
Аныктамасы	Белгилери	Касиеттери	
 Эгерде a түз сызык α тегиздик менен жалпы чекитке ээ болбосо, *түз сызык* менен *тегиздик параллель* дейилет жана $a \parallel \alpha$ түрүндө белгиленет.	 Эгерде a түз сызык - α тегиздикте жатпаса жана $a \parallel b$, $b \subset \alpha$ болсо, анда $a \parallel \alpha$ болот.	 Эгерде b түз сызык α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы, $a \subset \alpha$ жана $a \parallel \beta$ бол-, со, анда $b \parallel a$ болот.	 Эгерде b түз сызык α жана β тегиздиктердин кесилишүү сызыгы, $a \parallel \alpha$ жана $a \parallel \beta$ болсо, $a \parallel b$ болот.

Мейкиндикте тегиздиктердин параллелдиги

α жана β тегиздиктер	Жалпы чекитке ээ.	Кесилишет: $\alpha \otimes \beta$.
	Жалпы чекитке ээ эмес.	Параллель: $\alpha \parallel \beta$.

Аныктамасы	Белгиси	Касиети
 Кесишпеген α жана β тегиздиктер *параллель тегиздиктер* деп аталат жана $\alpha \parallel \beta$ түрүндө белгиленет.	 Эгерде $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$, $a \otimes b$, $a_1 \subset \beta$, $b_1 \subset \beta$, $a_1 \otimes b_1$, $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ болсо, $\alpha \parallel \beta$ болот.	 Эгерде $\alpha \parallel \beta$ жана γ кесишүүчү тегиздик, $\alpha \cap \gamma = AD$ жана $\beta \cap \gamma = BC$ болсо, $AD \parallel BC$ болот.

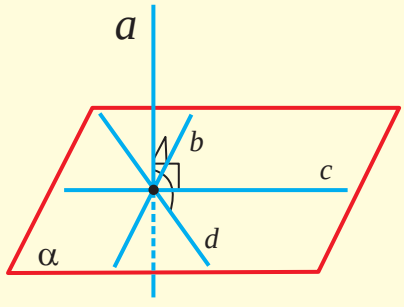
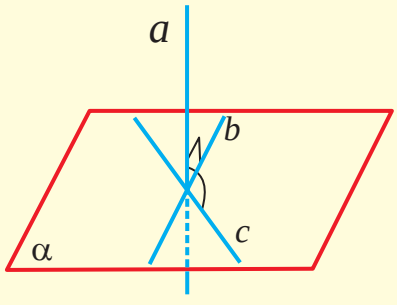
Параллель проекциялоо

Аныктамасы	Параллель проекциялоодо фигуралардын касиеттери	
	Сакталат	Сакталбайт
 F - фигура, α – проекциялоо тегиздиги, l - проекциялоонун багыты, F_1 – F фигуранын проекциясы.	1) чекит чекитке, түз сызык түз сызыкка, кесинди кесиндиге, үч бурчтук үч бурчтукка өтөт; 2) чекиттердин түз сызыкка тиешелүүлүгү; 3) чекиттердин түз сызыкка салыштырмалуу жайлашуусу; 4) түз сызыктардын параллелдиги; 5) бир же пареллель түз сызыктарда жаткан кесиндилердин барабардыгы (же пропорциялаштыгы).	1) кесиндинин узундугу; 2) бурчтун чоңдугу; 3) түз сызыктардын перпендикулярдуулугу; 4) бурчтардын барабардыгы (пропорциялаштыгы); 5) кесишүүчү түз сызыктарда жаткан кесиндилердин барабардыгы (пропорциялаштыгы).

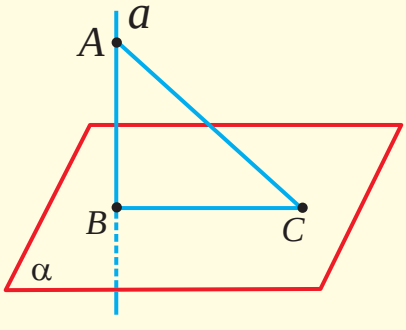
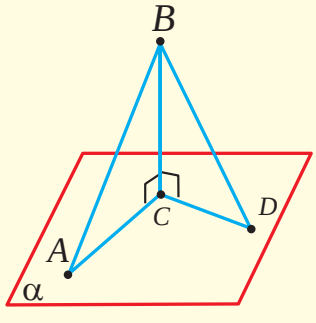
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

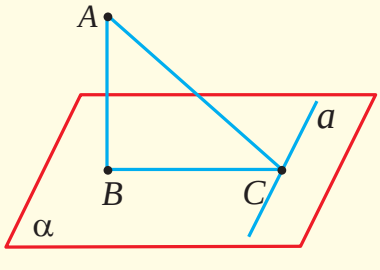
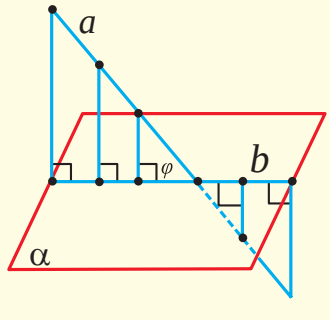
Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Түз сызыктын тегиздикке перпендикулярдуулугу

Аныктамасы	Белгиси
	
Эгерде каалагандай $b \in \alpha$ үчүн $a \perp b$ болсо, $a \perp \alpha$ деп аталат.	Эгерде $b \in \alpha$, $c \in \alpha$ үчүн $a \perp b$, $a \perp c$ болсо, $a \perp \alpha$ болот.

Перпендикуляр жана жантык

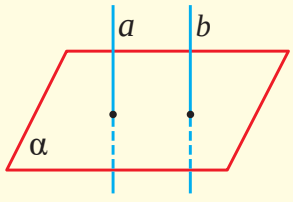
Аныктамасы	Касиеттери
	
Эгерде $a \perp \alpha$, $AB \notin \alpha$ болсо, AB – α тегиздикке A чекиттен түшүрүлгөн перпендикуляр; AC – жантык, BC – жантыктын α тегиздикке проекциясы.	$BC < AB$, $BC < BD$. Эгерде $AB = BD$ болсо, $AC = CD$ болот. Эгерде $AC = CD$ болсо, $AB = BD$ болот. Эгерде $AC > CD$ болсо, $AB > BD$ болот.

Үч перпендикуляр жөнүндөгү теорема	Түз сызык менен тегиздиктин ортосундагы бурч
	
$AB \perp \alpha$ Эгерде $a \perp BC$ болсо, $a \perp AC$ болот. Эгерде $a \perp AC$ болсо, $a \perp BC$ болот.	b – a нын α тегиздиктеги проекциясы. φ – a менен α тегиздиктин ортосундагы бурч.

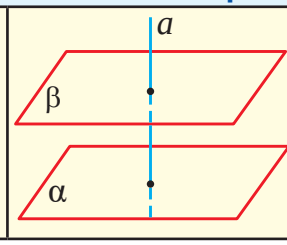
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Тегиздиктердин параллелдиги жана перпендикулярдуулугу ортосундагы байланыштар

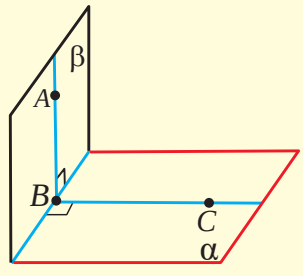
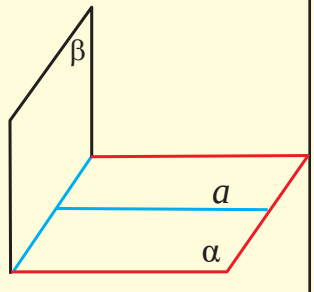
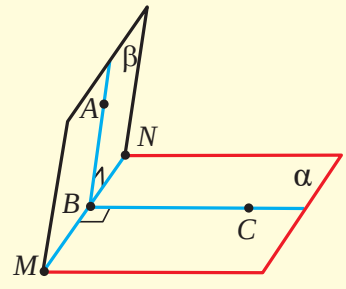


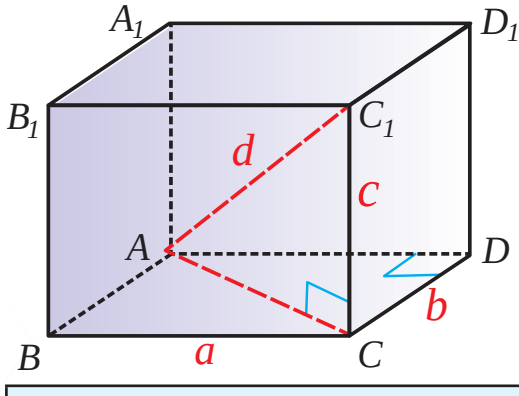
Эгерде $a \parallel b$, $\alpha \perp a$ болсо, $\alpha \perp b$ болот.
Эгерде $\alpha \perp a$, $b \perp \alpha$ болсо, $a \parallel b$ болот.



Эгерде $\alpha \parallel \beta$, $a \perp \beta$ болсо, $a \perp \alpha$ болот.
Эгерде $\alpha \perp a$, $\beta \perp a$ болсо, $\alpha \parallel \beta$ болот.

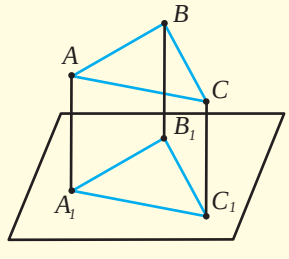
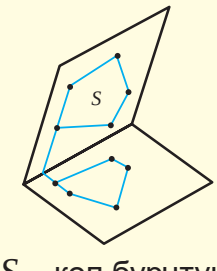
Тегиздиктердин перпендикулярдуулугу

Аныктамасы	Белгиси	Тегиздиктер ортосундагы бурч
 Эгерде $\angle ABC = 90^\circ$ болсо, α жана β тегиздиктерге перпендикуляр дейилет.	 Эгерде $a \subset \alpha$ жана $a \perp \beta$ болсо, $\alpha \perp \beta$ болот.	 Эгерде $AB \perp MN$ жана $CB \perp MN$ болсо, $\angle ABC$ – α жана β тегиздиктердин ортосундагы бурч.



Жалпыланган Пифагор теоремасы

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Мейкиндикте ортогоналдык проекция	Көп бурчтуктун проекциясынын аянты
 Ортогоналдык проекцияда: $l \perp \alpha$. l – проекциялоонун багыты; α – проекциялоо тегиздиги.	 $S_1 = S.\ cos\varphi$ S – көп бурчтуктун аянты; S_1 – көп бурчтук проекциясынын аянты; φ – көп бурчтук жана проекция тегиздиктеринин ортосундагы бурч.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

O‘quv nashri

Geometriya

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining
10-sinfi uchun darslik
(Qirg‘iz tilida)

Котормочу Анвар Зулпихаров
Редактору Мадина Абдыманапова
Техникалык редактору Акмал Сулаймонов
Корректору Раъно Матбобоева
Беттөөчү дизайнер Ихволдин Салохитдинов
Сүрөтчү Умид Сулаймонов

Оригинал-макеттен басууга уруксат берилди __.__.2022.
Форматы 60x84 1/8. «Arial» гарнитурасы. Офсеттик басма усулда басылды.
Шарттуу басма табагы 22,32. Басма-эсеп табагы 19,43.
Нускасы _____. Буюртма №_____.

"Book Media Nashr" ЖЧКдо басылды. Ташкент шаары, Үчтөбө району,
Чиланзар 14-квартал, 32А-үй

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE

Все учебники Узбекистана на сайте UZEDU.ONLINE

Ижарага берилген окуу китебинин абалын көрсөтүүчү жадыбал

Т/н	Окуучунун аты, фамилиясы	Окуу жылы	Окуу китебинин алынгандагы абалы	Класс жетекчисинин колу	Окуу китебинин тапшырылгандагы абалы	Класс жетекчисинин колу
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Окуу китеби ижарага берилип, окуу жылынын аягында кайтарып алынганда жогорудагы жадыбал класс жетекчиси тарабынан баалоонун төмөнкү критерийлери негизинде толтурулат.

Жаңы	Окуу китебинин алгачкы жолу пайдаланууга берилгендеги абалы.
Жакшы	Мукабасы бүтүн, окуу китебинин негизги бөлүгүнөн ажырабаган. Бардык баракчалары бар, жыртылбаган, көчпөгөн, беттеринде жазуу жана чийүүлөр жок.
Канааттандырарлуу	Мукабасы эзилген, бир аз чийилип, четтери жешилген, окуу китебинин негизги бөлүгүнөн ажыраган түрү бар, пайдалануучу тарабынан канааттандырарлуу ремонттолгон. Көчкөн баракчалары кайра ремонттолгон, айрым беттерине чийилген.
Канааттандырарлуу эмес	Мукабага чийилген, ал жыртылган, негизги бөлүгүнөн ажыраган же таптакыр жок, канааттандырарлуу эмес ремонттолгон. Беттери жыртылган, баракчалары жетишпейт, чийип, боёп салынган. Калыбына келтирүүгө болбойт.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
UZEDU.ONLINE