

GEOMETRIYA

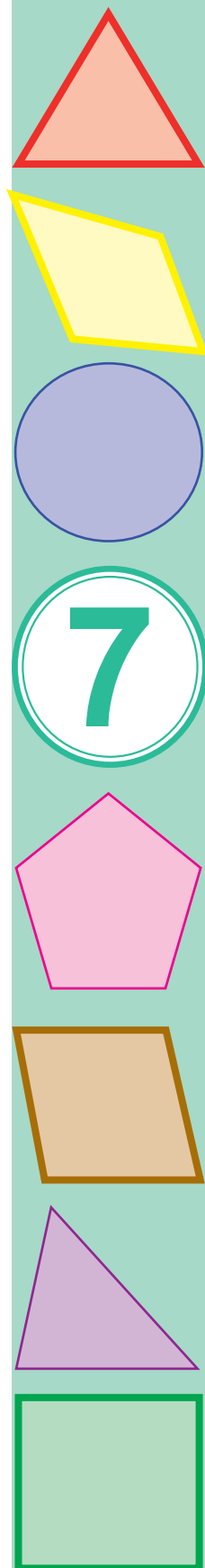


Umumiy oʻrta taʼlim maktablarining
7-sinfi uchun darslik

Tuzatilgan va toʻldirilgan uchinchi nashr

Oʻzbekiston Respublikasi
Xalq taʼlimi vazirligi tasdiqlagan

TOSHKENT
“YANGIYOʻL POLIGRAF SERVIS”
2017



UO'K: 94(100)=512.133(075.2)

KBK: 63.3(50')

Mualliflar: A. A'zamov, B. Haydarov, E. Sariqov, **A. Qo'chqorov**, **U. Sag'diyev**

Taqrizchilar:

- A. Ya. Normanov**, fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston Milliy Universiteti geometriya va amaliy matematika kafedrası mudiri;
S. F. Saidaliyeva, pedagogika fanlari nomzodi, matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrası dotsenti;
B. Q. Eshmamatov, fizika-matematika fanlari nomzodi, Toshkent shahar 6-ixtisoslashgan maktab direktori;
M. M. Shaniyazova, Toshkent shahar 300-sonli maktab matematika o'qituvchisi;
M. Sanayeva, Toshkent viloyati Zangiotatumani 23-sonli maktabning oliy toifali matematika o'qituvchisi;

Darslikda ishlatilgan shartli belgilar



Yangi kiritilayotgan geometrik tushunchaning ta'rifi



Amaliy mashq



Savol, masala va topshiriqlar



Namunaviy masala yoki amaliy ish



Aksioma



Internetdan tavsiya etiladigan ma'lumotlar manzili



Qiziqarli masala



Teorema



Faollashtiruvchi mashq



Geometrik tadqiqot



Hayotimizda geometriya



Tarixiy lavhalar

* Murakkab masalalar

Respublika maqsadli kitob jamg'armasi mablag'lari hisobidan chop etildi.

ISBN 978-9943-382-96-1

© "Yangiyo'l poligraf servis", 2009, 2013, 2017.

© «Huquq va Jamiyat».

© A. A'zamov, B. Haydarov, E. Sariqov.

MUNDARIJA

I bob. Boshlang'ich geometrik ma'lumotlar. Planimetriya

1. Geometriya fani va predmeti. Geometriya fanining vazifalari	6
2. Eng sodda geometrik shakllar: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik	8
3. Kesma va nur.....	10
4. Kesmalarni taqqoslash	12
5. Kesmaning uzunligi va uning xossalari	14
6. Kesmalarni o'lchash.....	16
7. Aylana va doira	18
8. Amaliy mashg'ulot	20
9. Bob bo'yicha takrorlash	22
10. 1-nazorat ishi.....	24
Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar	25

II bob. Burchak

11. Burchak. Burchaklarni taqqoslash.....	28
12. Burchaklarni o'lchash. Transportir.....	30
13. Burchak turlari: to'g'ri, o'tkir va o'tmas burchaklar. Bissektrisa	32
14. Qo'shni va vertikal burchaklar hamda ularning xossalari	34
15. Geometriyani o'rganishda fikrlar ketma-ketligi va bog'liqligi	36
16. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlar.....	38
17. Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli.....	40
18. Amaliy mashg'ulot	42
19. Bob bo'yicha takrorlash	44
20. 2-nazorat ishi.....	46
Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar	48

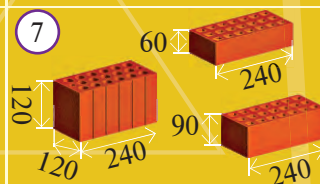
III bob. Ko'pburchaklar va uchburchaklar

21. Siniq chiziq. Ko'pburchak	52
22. Uchburchak. Uchburchaklarning turlari	54
23. Uchburchakning muhim elementlari: mediana, balandlik va bissektrisa	56
24. Uchburchaklar tengligining birinchi (TBT – tomon-burchak-tomon) alomati.....	58
25. Teng yonli uchburchakning xossalari	60
26. Uchburchaklar tengligining ikkinchi (BTB – burchak-tomon-burchak) alomati	62
27. Uchburchaklar tengligining uchinchi (TTT – tomon-tomon-tomon) alomati.....	64
28. Kesma o'rta perpendikulyarining xossasi	66
29. Amaliy mashg'ulot	68
30. Bob bo'yicha takrorlash	70
31. 3-nazorat ishi.....	73
Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar	75

IV bob. Parallel to'g'ri chiziqlar	
32. To'g'ri chiziqlarning parallelligi	78
33. Ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar	80
34. Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari	82
35. Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari (davomi)	84
36. Teskari teorema	86
37. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan burchaklar	88
38. Masalalar yechish	90
39. Bob bo'yicha takrorlash	92
40. 4-nazorat ishi	94
V bob. Uchburchak tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar	
41. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema	98
42. Uchburchak tashqi burchagining xossasi	100
43. Masalalar yechish	102
44. To'g'ri burchakli uchburchakning xossalari	104
45. To'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlari	106
46. Masalalar yechish	108
47. Burchak bissektrisasining xossasi	110
48. Uchburchakning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlar	112
49. Uchburchak tengsizligi	114
50. Bob bo'yicha takrorlash	116
51. 5-nazorat ishi	119
Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar	121
VI bob. Yasashga doir masalalar	
52. Sirkul va chizg'ich yordamida yasashga doir masalalar	124
53. Qiziqarli masala va boshqotirmalar	126
54. Berilgan burchakka teng burchakni yasash	128
55. Burchak bissektrisasini yasash	130
56. Berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq yasash. Kesmani teng ikkiga bo'lish	132
57. Uchburchakni berilgan uch tomoniga ko'ra yasash	134
58. Masalalar yechish	136
59. Bob bo'yicha takrorlash	138
60. 6-nazorat ishi	140
Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar	141
Matematik masalalar xazinasini	142
VII bob. Takrorlash	
61. Geometrik masalalarni yechish bosqichlari	144
62. Hisoblashga doir masalalar	146
63. Isbotlashga doir masalalar	148
64-65. Takrorlashga doir topshiriq va masalalar	150
66-68. Yakuniy nazorat ishi va xatolar ustida ishlash	154
Javoblar va ko'rsatmalar	156

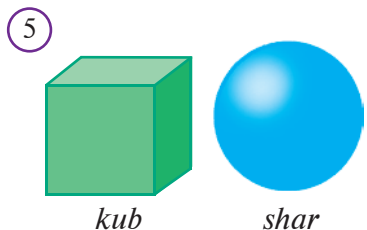
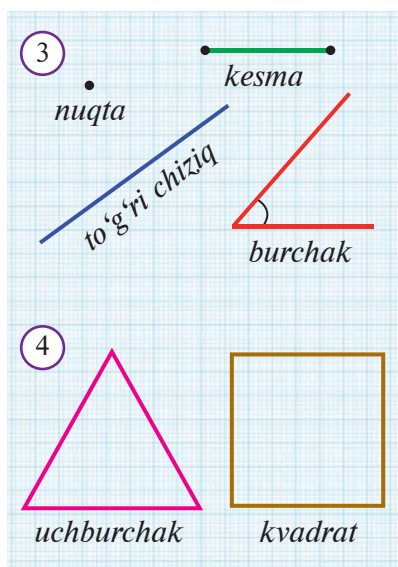
I BOB

BOSHLANG'ICH GEOMETRIK MA'LUMOTLAR. PLANIMETRIYA



1

GEOMETRIYA FANI VA PREDMETI. GEOMETRIYA FANINING VAZIFALARI



Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar bundan 4–5 ming yil muqaddam qadimgi Misrda paydo bo'lgan. O'sha kezlarda Nil daryosining suvi har yili toshib, ekin maydonlarini yuvib turgan. Shuning uchun, ekinzorlarni qayta taqsimlash va soliq miqdorini aniqlash uchun bu maydonlarda belgilash va o'lchash ishlarini bajarishga to'g'ri kelgan (1-rasm). Qadimgi yunon olimlari yer o'lchash usullarini misrliklardan o'rganib, uni geometriya deb ataganlar. **“Geometriya”** yunoncha so'z bo'lib, “geo” – yer, “metrio” – o'lchash degan ma'noni anglatuvchi qismlardan tuzilgan.

Mil. avv. VII–VI asrlarda Qadimgi Xorazmda ham Misrdagi kabi Amudaryoning quyi qismida yer o'lchash ishlari bajarilgan.

Geometriyaga oid dastlabki tushunchalar Qadimgi Bobilda ham bo'lgan. Xususan, tarixchilar Pifagor teoremasi Bobilda topilgan deb hisoblashadi.

Qadimgi yunon olimi Evklid o'sha paytgacha ma'lum bo'lgan barcha geometrik tushuncha va xossalarni tartibga keltirib, **“Negizlar”** deb nomlangan kitobida bayon etdi. Bu kitob ikki ming yil mobaynida maktablar uchun eng muhim darslik vazifasini o'tadi va fan taraqqiyotida ulkan ahamiyatga ega bo'ldi. Geometriyani o'qitish hozir ham ana shu kitobdagi g'oyalarga tayanadi.

O'tmishda yashab o'tgan olimlarning ko'pchiligi geometriya bilan shug'ullanganlar. Buyuk vatandoshlarimiz Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy, Ahmad Farg'oniy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino, Ulug'bek ham Evklid **“Negizlar”**ni puxta o'rganib, bu fan rivojiga o'z hissasini qo'shganlar. Sharq mamlakatlarida geometriya injenerlik bilan qo'shib **handasa** deb atalgan va unga katta ahamiyat berilgan. Hozir **“injener”** so'zi muhandis deyilishi ham shundan.

Bizni o'rab turgan har bir predmet qandaydir shaklga ega. Masalan, g'isht yoki karton qutini olaylik. Ular 5-sinfdan sizga tanish bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepiped shaklidir (2-rasm).



Geometriya — geometrik shakllar va ularning xossalari haqidagi fan.

Parallelepipedning 8 ta uchi bor — bular nuqtalar, 12 ta qirrasi bor — bular kesmalar, 6 ta yog'i bor — bular to'g'ri to'rtburchaklar.

Nuqta, to'g'ri chiziq, kesma, burchak, uchburchak, kvadrat, aylana, kub, shar kabi qator geometrik shakllar bilan siz quyi sinflarda tanishgansiz (3-5-rasmlar).

3-5-rasmlarda tasvirlangan shakllar turli jismlarning geometrik timsolidan iborat. Jismlarni geometrik nuqtai nazardan o'rganishda ularning faqat shaklini inobatga olamiz.

Biz nuqta, kesma, burchak, uchburchak kabi yassi shakllarni daftar varag'iga chiza olamiz. Kub, piramida, shar kabi fazoviy geometrik shakllarni esa to'liq chiza olmaymiz, ammo ularning ko'rinishini qog'ozda tasvirlashimiz mumkin.

Planimetriya geometriyaning bo'limi bo'lib, u bir tekislikda joylashgan geometrik shakllarning xossalari o'rganadi. Fazoviy shakllarning xossalari esa geometriyaning **stereometriya** deb ataladigan bo'limi o'rganadi. Biz geometriyani o'rganishni planimetriyadan boshlaymiz.



Planimetriya — geometriyaning tekislikdagi geometrik shakllarning xossalari o'rganuvchi bo'limi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Geometriyaga oid dastlabki ma'lumotlar qayerda va qanday paydo bo'lgan?
2. Geometriya so'zining ma'nosi nima va nima uchun u shu nom bilan atalgan?
3. Geometriyaning rivojiga hissa qo'shgan qaysi olimlarni bilasiz?
4. 6-rasmda tasvirlangan Xiva shahridagi Ko'k Minor obidasi qanday geometrik shaklda? Minoraning sirtida qanday geometrik shakllarni ko'rish mumkin?
5. Geometriya fani nimani o'rganadi?
6. Planimetriya geometriyaning qanday bo'limi? Stereometriya-chi?
7. Stereometriyaning qanday o'ziga hos tomonlari bor?
8. Tevarak atrofingizdan geometrik shakllarni eslatuvchi predmetlarga misollar keltiring va ularni daftaringizga chizing.
9. 3-5-rasmlarda tasvirlangan shakllarning qaysi xususiyatlariga qarab guruhlariga ajratish mumkin? Bu xususiyatlar qanday?
10. Planimetriya 3-5-rasmlardagi shakllardan qaysilarining xossalari o'rganadi?

6



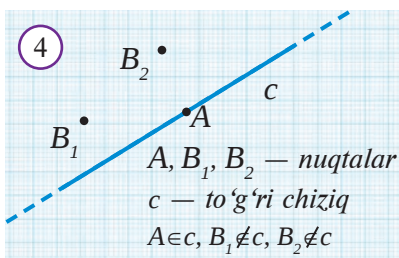
Evklid

(Miloddan avvalgi III asr)

Qadimgi yunon olimi, geometriya fani shakllanishida katta o'rin tutgan — “Negizlar” asari bilan mashhur.

2

ENG SODDA GEOMETRIK SHAKLLAR: NUQTA, TO'G'RI CHIZIQ VA TEKISLIK



Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik — geometriyaning eng asosiy tushunchalari. Geometriya fanining dastlabki tushunchalari bo'lgani uchun ularga ta'rif berilmaydi. Shu bilan birga ular boshqa tushunchalarni kiritish uchun poydevor vazifasini o'taydi.

Qalam uchini qog'ozga, bo'rni doskaga tegizganda qolgan iz yoki osmondagi yulduzlarni (1-rasm) olib qaraydigan bo'lsak, ular ko'zimizga shu qadar kichik ko'rinadiki, ularning o'lchamlarini hisobga olmasa ham bo'ladi. **Nuqta** — ana shunday, o'lchamlarini hisobga olmasa bo'ladigan juda kichik narsalarning geometrik timsoli. Evklid “Negizlar” deb nomlangan asarida nuqtani hech bir qismga ega bo'lmagan shakl sifatida ta'riflagan.

Avtomobil yo'li bo'ylab tortilgan chiziqlar (2-rasm), ustunlar orasida tarang tortilgan ip, osmonga qarab yo'naltirilgan yoritqich nuri (3-rasm), qog'ozning cheti kabi shakllarning geometrik timsoli — **to'g'ri chiziq** to'g'risida tasavvur beradi. Yorug'lik nuri to'g'ri chiziq bo'ylab tarqaladi. Aslida to'g'ri chiziq cheksiz shakldir. Biz uni qog'oz, sinf doskasida tasvirlaganda, kichik bo'lagini chizish bilan cheklanamiz. Biroq to'g'ri chiziqni doim har ikki tomonga cheksiz davom etgan deb tasavvur qilish kerak.

Pol, stolning ustki qismi, devor, shift, daftar varag'i, sokin ko'ldagi suv sathi (3-rasm) kabilarning geometrik timsoli **tekislik** bo'ladi.

Nuqtalar katta lotin harflari $A, B, C, D, \dots$, to'g'ri chiziqlar esa kichik lotin harflari $a, b, c, d, \dots$ bilan belgilanadi va “ A nuqta”, “ a to'g'ri chiziq” tarzida o'qiladi (4-rasm).



Tekislikda qanday to'g'ri chiziq olinmasin, bu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.

Masalan, 4-rasmda A nuqta c to'g'ri chiziqqa tegishli, B_1 va B_2 nuqtalar c to'g'ri chiziqqa tegishli emas. Bu qisqacha $A \in c$ va $B_1 \notin c$, $B_2 \notin c$ tarzida yoziladi. Bu yozuv bunday o'qiladi: “ A nuqta c to'g'ri chiziqqa tegishli, B_1 va B_2 nuqtalar c to'g'ri chiziqqa tegishli emas”. Bu ifodani qisqartirib, “ A tegishli c ga, B_1 va B_2 tegishli emas c ga” deyish mumkin.

b va c — har xil to‘g‘ri chiziqlar bo‘lsin. Agar O nuqta b to‘g‘ri chiziqqa ham, c to‘g‘ri chiziqqa ham tegishli bo‘lsa, b va c to‘g‘ri chiziqlar O nuqtada kesishadi (5-rasm). Bunda O nuqta b va c to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasi deyiladi.

6-rasmda A nuqta ham, B nuqta ham c to‘g‘ri chiziqqa tegishli. Bunday holda, odatda “ c to‘g‘ri chiziq A va B nuqtalardan o‘tadi” deb aytiladi.



Har qanday ikki nuqtadan faqat bitta to‘g‘ri chiziq o‘tadi.

Bu xossaga ko‘ra, to‘g‘ri chiziqning ikkita nuqtasi ko‘rsatilsa, bu to‘g‘ri chiziq aniqlangan bo‘ladi. Shuning uchun to‘g‘ri chiziqni unda yotgan ikki nuqta yordamida ham belgilash mumkin. 6-rasmda AB to‘g‘ri chiziq tasvirlangan.

Kelishuv: Kelgusida ikki to‘g‘ri chiziq (ikkita nuqta, ikki yarimtekislik, ...) deyilgan-da har xil ikkita to‘g‘ri chiziq (ikkita nuqta, ikkita yarimtekislik, ...) tushuniladi.



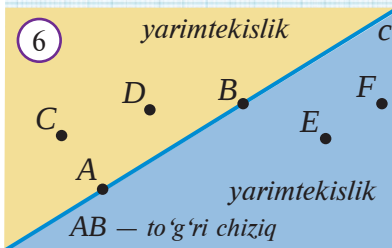
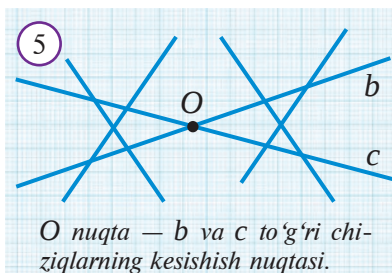
Har bir to‘g‘ri chiziq tekislikni ikki bo‘lakka: ikkita yarimtekislikka ajratadi.

To‘g‘ri chiziqning o‘zi yarimtekisliklarning har ikkalasiga ham tegishli deb hisoblanadi. U o‘zi ajratgan yarimtekisliklarning umumiy chegarasi bo‘ladi. 6-rasmda c to‘g‘ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi tasvirlangan.



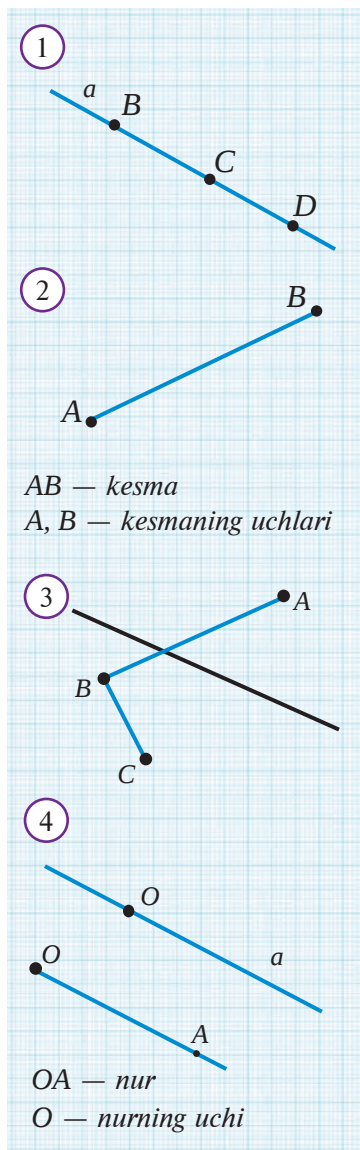
Savol, masala va topshiriqlar

1. Geometriyaning asosiy tushunchalarini ayting. Ular qanday belgilanadi?
2. Nuqta, to‘g‘ri chiziq va tekislikni siz qanday tasavvur qilasiz?
3. Ifodalarni o‘qing, izohlang va chizing: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; $C \notin AB$.
4. A va B nuqtalar d to‘g‘ri chiziqqa tegishli, C nuqta esa d to‘g‘ri chiziqqa tegishli emas. AB va AC to‘g‘ri chiziqlar haqida nima deyish mumkin?
5. AB va AK to‘g‘ri chiziqlar nechta umumiy nuqtaga ega bo‘lishi mumkin?
6. c to‘g‘ri chiziq chizing va unda A nuqtani belgilang. c to‘g‘ri chiziqdan farqli AB to‘g‘ri chiziqni o‘tkazing. B nuqta c to‘g‘ri chiziqda yotadimi?
7. a) bitta; b) ikkita; c) uchta nuqtadan o‘tuvchi nechta to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin? Javobingizni asoslang.
- 8*. Ixtiyoriy uchta bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan a) uchta; b) to‘rtta nuqta orqali shu nuqtalarni juft-jufti bilan tutashtiruvchi nechta to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin?
- 9*. To‘rtta to‘g‘ri chiziqning har ikkitasi kesishgan nuqtalari belgilandi. Nuqtalar soni ko‘pi bilan nechta bo‘ladi? To‘g‘ri chiziqlar beshta bo‘lsa-chi?
10. Tekislikda beshta nuqtani shunday joylashtiring-ki, ularning har ikkitasi orqali to‘g‘ri chiziq o‘tkazganda, to‘g‘ri chiziqlar beshta bo‘lsin.
11. 5-rasmda nechta to‘g‘ri chiziq bor? Ular nechta nuqtada kesishadi?
12. 6-rasmdagi shakllar o‘rtasidagi munosabatlarni belgilar yordamida yozing.



3

KESMA VA NUR



Agar a to'g'ri chiziqda B, C, D nuqtalar 1-rasmdagi kabi joylashgan bo'lsa, ularning faqat bittasi — bu shaklda C nuqta — qolgan ikkitasi, ya'ni B va D nuqtalarning orasida yotadi. B va C nuqtalar D nuqtadan bir tomonda, C va D nuqtalar esa B nuqtadan boshqa bir tomonda yotadi.



Bir to'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtadan bittasi va faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.



Kesma deb to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

2-rasmda kesma tasvirlangan. A va B nuqtalar **kesmaning uchlari** yoki **chetki nuqtalari** deyiladi. Ular orasidagi nuqtalar esa kesmaning **ichki nuqtalari** deb yuritiladi. Kesma o'zining chetki nuqtalari yordamida " AB kesma" tarzida belgilanadi. Xuddi shu kesmani " BA kesma" tarzida yozish ham mumkin.

Tekislikda to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lsin. U shu tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi. Bu yarimtekisliklardan bittasiga tegishli A, B nuqtalarni qaraylik. Bu holda AB kesma to'liq shu yarimtekislikda yotadi va uning chegarasini kesmaydi. Agar turli yarimtekisliklardan bittadan nuqta — 3-rasmda B va C olinsa, u holda AB kesma to'g'ri chiziqni albatta kesadi.



Nur deb to'g'ri chiziqning biror nuqtadan bir tomonda yotgan barcha nuqtalaridan iborat qismiga aytiladi.

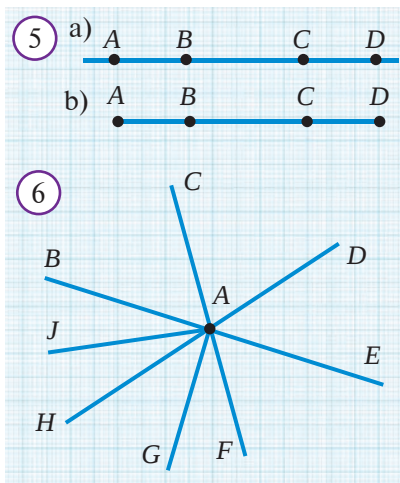
a to'g'ri chiziqda yotgan O nuqta shu to'g'ri chiziqni **bir-birini to'ldiruvchi ikkita nurga** ajratadi. O nuqta bu nurlarning **uchi** yoki **boshlang'ich nuqtasi** deb ataladi. Nur uchi O va biror nuqtasi A bo'lgan nur " OA nur" tarzida yoziladi (4-rasm). Bunday yozuvda nurning uchi birinchi o'rinda yoziladi.

Ayrim hollarda OA nur " **O nuqtadan chiquvchi nur**" deb ham aytiladi.

Nurni yorug'lik nurining geometrik timsoli sifatida qarash mumkin. "Nur" atamasi shundan kelib chiqqan.

Savol, masala va topshiriqlar

1. 5a-rasmda B nuqta qaysi nuqtalar orasida yotibdi? Qaysi nuqtalar C ga nisbatan bir tomonda yotibdi?
2. Kesma va nurga ta'rif bering. Ular qanday belgilanadi?
3. To'g'ri chiziqda C va D nuqtalar berilgan. CD va DC kesmalar ustma-ust tushadimi? CD va DC nurlarchi?
4. Kesma, nur va to'g'ri chiziq bir-biridan nimasi bilan farq qiladi?
- 5* a) bitta; b) ikkita; c) uchta; d) 10 ta; e) n ta nuqta to'g'ri chiziqni nechta bo'lakka bo'ladi?
6. 5b-rasmda nechta kesma bor?
7. 6-rasmda nechta nur bor? Ularning qaysilari bir-birini to'ldiruvchi nurlar?
8. Bir to'g'ri chiziqda yotgan 2 ta nuqta shu to'g'ri chiziqda yotgan nechta nurni aniqlaydi? 3 ta nuqta-chi?
9. Tekislikda yotgan ikki to'g'ri chiziq shu tekislikni ko'pi bilan nechta qismga ajratadi?
10. To'g'ri chiziq va unda yotmaydigan A, B, C nuqtalar berilgan. AB kesma berilgan to'g'ri chiziqni kesib o'tadi, AC kesma esa kesib o'tmaydi. BC kesma bu to'g'ri chiziqni kesib o'tadimi?
11. **Geometriyada tasavvur.** To'g'ri chiziq va uning ustida yotmaydigan A, B, C, D nuqtalarni tasavvur qiling. Shaklga qaramasdan quyidagi savollarga javob bering.



1. Agar AB, BC va CD kesmalar to'g'ri chiziqni kesib o'tsa, AD kesma uni kesadimi, kesmaydimi?
2. AC va BC berilgan to'g'ri chiziqni kesgan, ammo BD kesmagan holda-chi?
3. AB va CD berilgan to'g'ri chiziqni kesgan, ammo BC kesmagan holda-chi?
4. AB va CD berilgan to'g'ri chiziqni kesmasdan, BC kesgan holda-chi?
5. Agar AB, BC va CD berilgan to'g'ri chiziqni kesmasa, AD haqida nima deyish mumkin?
6. Agar AC ham, BC ham, BD ham berilgan to'g'ri chiziqni kesmasa, AD haqida nima deyish mumkin? Javoblaringizni qog'ozga yozing, so'ng chizma yordamida asoslang.



Rasmda tasvirlangan quyosh nuri bilan geometriyadagi nur shaklining o'xshash jihatlari haqida fikr bildiring. Ularning qanday farqli tomonlari mavjud?

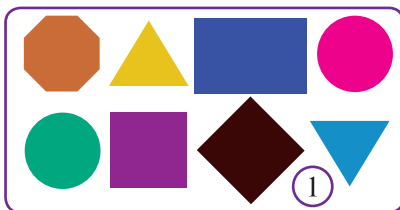


4

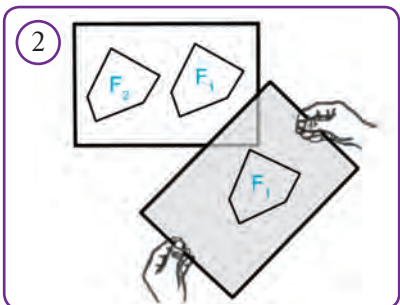
KESMALARNI TAQQOSLASH



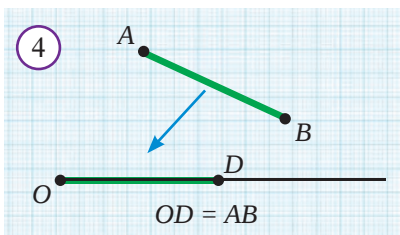
Faollashtiruvchi mashq



- 1-rasmdagi shakllardan qaysilari ustma-ust tushadi?
2. Tevarak atrofingizdan shakli ham, o'lchamlari ham bir xil bo'lgan narsalarga misollar keltiring.



Teng shakllar deb birini ikkinchisining ustiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin bo'lgan shakllarga aytiladi.



Bir geometrik shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish tushunchasi bilan faollashtiruvchi mashqlarda tanishdik. Bu tushunchani amalda quyidagicha tasavvur etish mumkin. Bir shaklni ikkinchisining ustiga qo'yish uchun, avval shaffof plyonkaga birinchi shaklning nusxasini ko'chirib andaza olamiz. So'ng, shaffof plyonkani tekislik bo'ylab siljitib, birinchi shakl andazasini ikkinchi shakl bilan aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yishga harakat qilamiz (2-rasm). Agar shakllar aynan ustma-ust tushsa, bu shakllar teng bo'ladi.

Kundalik hayotda teng shakllarni juda ko'p uchratish mumkin. Bularga bir xil o'lchamdagi qog'ozlar, kitob varaqlarini misol qilib keltirish mumkin (3-rasm).

Kesmani nurga qo'yish. O nur va AB kesma berilgan bo'lsin. Agar AB kesmani O nurga ko'chirganda, u nurdagi OD kesma bilan ustma-ust tushsa, ta'rifga ko'ra, $OD = AB$ bo'ladi. Bunday holda "AB kesma O nurga qo'yildi" deyiladi (4-rasm).

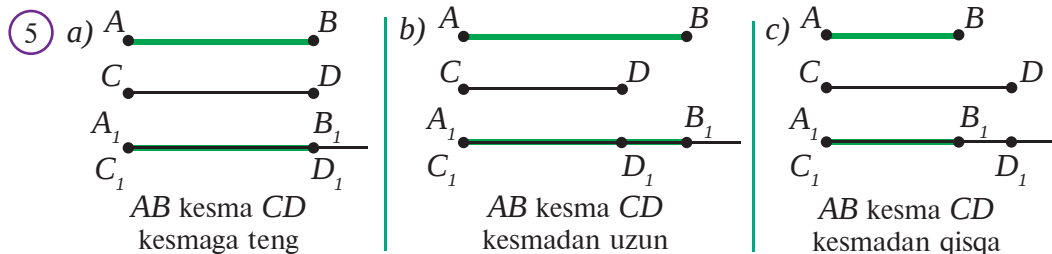
Kesmani nurga qo'yish amalini shaffof plyonka yoki sirkul bilan amalga oshirish mumkin.



Istalgan nurga uning boshlang'ich nuqtasidan berilgan kesmaga teng yagona kesmani qo'yish mumkin.

Kesmalar teng bo'lmasa, biri ikkinchisidan uzun yoki qisqa bo'ladi. Ikkita kesmani o'zaro taqqoslash uchun har ikkala kesmani bitta nurga qo'yib ko'rish kerak. So'ng, quyidagi hollardan qaysi biri bo'lishiga qarab, kesmalarining o'zaro

tengligi yoki uzun-qisqaligi (ya'ni katta-kichikligi) haqida xulosa chiqariladi. 5a-rasmda AB va CD kesmalar teng, 5b-rasmda AB kesma CD dan uzun, 5c-rasmda esa qisqa.



Kesmaning o'rtasi deb uni o'zaro teng ikkita kesmaga ajratuvchi nuqtaga aytiladi.

6-rasmda AB kesmaning o'rtasi bo'lgan C nuqta tasvirlangan. Chizmada teng kesmalar bir xil sondagi chiziqchalar bilan belgilanadi.

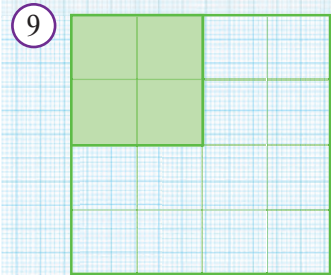
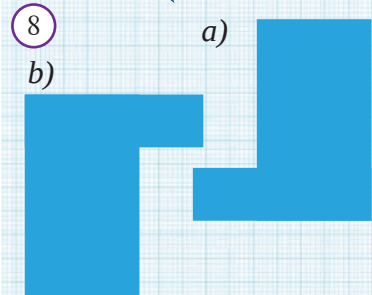
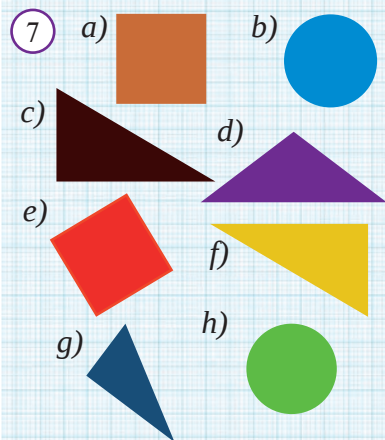
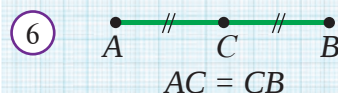


Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday shakllarni o'zaro teng deymiz?
2. 7-rasmdagi shakllarning qaysilari o'zaro teng?
3. Quyidagi harf qismlarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

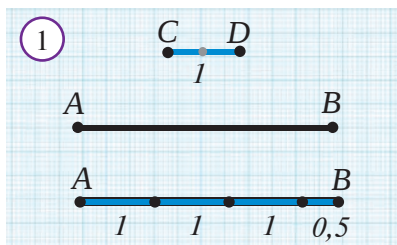
a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q

4. 8a-rasmda tasvirlangan shaklni qog'ozga o'lchamlarini o'zgartirmagan holda chizib, qirqib oling. So'ng uni 8b-rasmdagi geometrik shaklning ustiga qo'yish orqali, ularning teng yoki teng emasligini aniqlang.
5. Qanday kesmalar o'zaro teng bo'ladi?
6. Kesmalar qanday taqqoslanadi?
7. Kesmaning o'rtasi nima?
8. To'g'ri chiziqda A, B, C, D nuqtalar berilgan. Uchlari shu nuqtalarda bo'lgan nechta kesma bor? Ularni yozing?
9. Biror kesma chizing va uning o'rtasini ko'z bilan chamalab toping. Natijani chizg'ich yordamida tekshiring. Mashqni takrorlang.
- 10*. Dehqonning kvadrat shaklidagi tomorqasi bor edi. U tomorqaning chorak qismini 9-rasmda ko'rsatilgandek qilib o'zi uchun qoldirdi. Qolgan qismini esa bir xil shakldagi teng bo'laklarga bo'lib, to'rt o'g'liga taqsimlab berdi. Dehqon buni qanday amalga oshirgan?



5

KESMANING UZUNLIGI VA UNING XOSSALARI



Kesmalarni nurning ustiga qo'yish orqali taqqoslash u qadar qulay emas. Odatda kesmalarning qaysi biri uzun yoki qisqaligi (ya'ni katta yoki kichikligini) ularning uzunliklarini taqqoslab aniqlanadi.

Biror kesmani birlik kesma deb olib, uning uzunligini 1 ga teng deb qabul qilamiz. Qolgan kesmalar uzunliklarini shu birlik kesma uzunligiga nisbatan aniqlaymiz. **Kesmaning uzunligi** musbat son bo'lib, shu kesmada birlik kesma va uning bo'laklari necha marta joylashishi mumkinligini ko'rsatadi. 1-rasmdagi CD kesmani birlik kesma va uning uzunligini 1 ga teng desak, u holda AB kesmaning uzunligi 3,5 ga teng bo'ladi. Chunki, AB kesмага CD kesma uch marta butunicha va yana yarmi joylashayapti.



Har qanday kesma tayin musbat songa teng uzunlikka egadir.

AB kesmaning uzunligi geometriyada $|AB|$ tarzida belgilanadi. Shunday qilib, AB — kesma (geometrik shakl), $|AB|$ esa musbat son. Amalda kesmaning uzunligini ham AB ko'rinishda yozish odat qilingan. To'g'ri chiziqli A , B va C nuqtalar berilgan bo'lib, B nuqta A va C nuqtalar orasida joylashgan bo'lsin, AC kesma uzunligi AB va BC kesma uzunliklarining yig'indisidan iborat bo'ladi: $AC = AB + BC$ (2-rasm). Kesmalar uzunliklari haqidagi bu xossani isbotsiz qabul qilamiz.



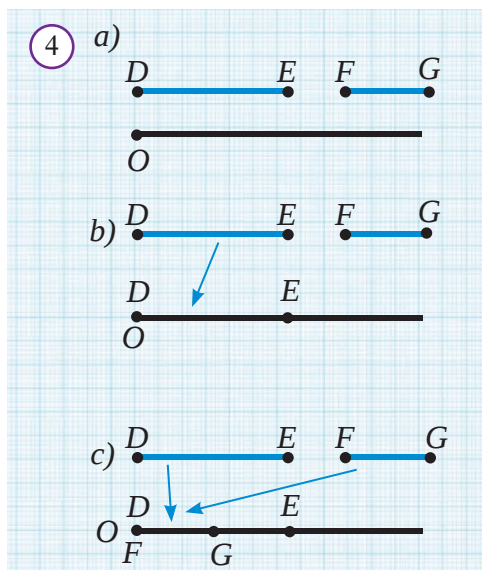
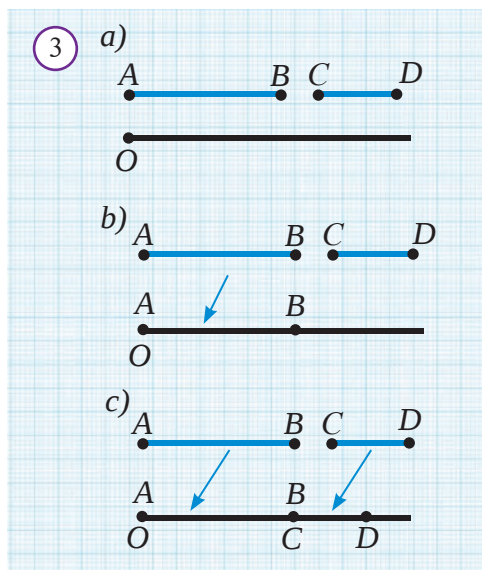
Agar to'g'ri chiziqli B nuqta A va C nuqtalar orasida joylashgan bo'lsa, AC kesma uzunligi AB va BC kesmalar uzunliklarining yig'indisiga teng bo'ladi:

$$AC = AB + BC.$$

Yuqorida keltirilgan tasdiq kesmalar ustida qo'shish va ayirish amallarini aniqlash imkonini beradi. O nur, AB va CD kesmalar berilgan bo'lsin (3a-rasm). Oldin O nurga AB kesmani qo'yamiz (3b-rasm). So'ng B nurga CD kesmani qo'yamiz (3c-rasm).

Natijada hosil bo'lgan AD kesma AB va CD **kesmalarining yig'indisi** deb ataladi. Bu kesmalar uchun $AD = AB + CD$ tenglik o'rinli bo'ladi.

Kesmalarni ayirish amali ham shu kabi kiritiladi. Aytaylik, O nur, DE va FG kesmalar berilgan hamda $DE > FG$ bo'lsin (4a-rasm). O nurga oldin kesmalardan uzuni — DE ni qo'yamiz (4b-rasm). So'ng yana shu nurga O nuqtadan boshlab FG kesmani qo'yamiz (4c-rasm). Hosil bo'lgan GE kesma DE va FG **kesmalar ayirmasi** deb ataladi. Kesmalarining uzunligi uchun $GE = DE - FG$ tenglik o'rinli bo'ladi.



AB kesmaning uzunligi A va B nuqtalar orasidagi **masofa** deb ham yuritiladi.



Savol, masala va topshiriqlar

- Kesmaning uzunligi deganda nimani tushunasiz?
- Qanday kesmalarga o'zaro teng kesmalar deyiladi?
- Kesma xossalari ayting.
- Kesmalarning ayirmasi va yig'indisi nima?
- Masofa deb nimaga aytiladi?
- Dunyo xaritasiga qaralsa, Jazoir Tokio bilan Los-Anjeles orasida (5-rasm). Yaponiyalik o'quvchi "Tokio Jazoir bilan Los-Anjeles orasida", AQShlik talaba esa: "Yo'q, Los-Anjeles Jazoir bilan Tokio orasida," — deb turib olishi mumkin. Buni qanday izohlaysiz?
- Agar AB va DE kesmalar bitta nurda yotadigan bo'lsa, $AB=10$ sm, $DE=20$ sm bo'lsa, E nuqta AB kesma orasida yotishi mumkinmi? Javobingizni asoslang.
- *. AB kesma berilgan. Uzunligi: a) $2AB$; b) $AB:2$; c) $AB:4$ bo'lgan kesmalarni yasang.
- *. To'g'ri chiziqdagi A, B, C nuqtalar uchun $AB=5,6$ sm, $AC=8,9$ sm va $BC=3,3$ sm ekani ma'lum. A, B, C nuqtalarning qaysi biri qolgan ikkitasi-ning o'rtasida yotadi?
- To'g'ri chiziqda A, B, C, D nuqtalar berilgan. D nuqta B va C nuqtalar orasida yotadi. $DC=4,2$ sm va $BD=2,4$ sm ekani ma'lum. AB kesma DC kesmadan ikki marta uzun. AC kesmaning uzunligini toping.



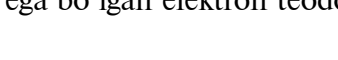
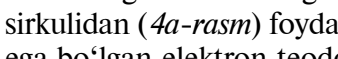
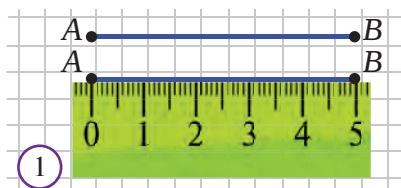
6

KESMALARNI O'LCHASH

Qadimdan kesma va masofalarni o'lchashda turli uzunlik birliklaridan foydalanib kelinadi. Masalan, O'rta Osiyoda bo'g'in, qarich, quloch, chaqirim kabi uzunlik birliklari qo'llangan. "Boburnoma"da 1 elik ≈ 2 sm, 1 tutam = 4 elik, 1 qari = 6 tutam, 1 qadam = 1,5 qari, 1 mil = 4000 qadam, 1 shar'iy $\approx 2,8$ km kabi birliklar zikr etilgan. U qadar aniq bo'lmagan o'lchov birliklari noqulaylik tug'dirgan. Shu bois XVIII asr oxirida Fransiyada uzunlik o'lchovi birligi sifatida **metr** qabul qilingan. So'ng u butun dunyoga tarqagan.

Siz uzunlik namunasi bo'lgan metr etaloni bilan 6-sinf "Fizika" darsligi orqali tanishgansiz. U yerda metrga nisbatan katta yoki kichik uzunliklarni o'lchash uchun foydalaniladigan birliklar ham keltirilgan edi. Jumladan:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}; \quad 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}; \quad 1 \text{ sm} = 0,01 \text{ m}; \quad 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}.$$



Ulkan masofalarni o'lchash uchun Astronomiyada astronomik birlik = 149597870,7 km, yorug'lik yili = 9460730472581 km, parsek = $3,08567758491 \cdot 10^{13}$ km, atom fizikasida esa o'ta kichik uzunliklar uchun mikron = 10^{-6} m, millimikron = 10^{-9} m, pikometr = 10^{-12} m kabi birliklar qo'llanadi.

Kesmalarning uzunligi turli xil asboblar yordamida o'lchanadi. Ularning eng soddasi shkalali, ya'ni bo'linish nuqtalariga ega bo'lgan chizg'ichdir (2-rasm). Kesma uzunligining qiymati tanlangan o'lchov birligiga bog'liq bo'ladi. Agar uzunlik o'lchov birligi sifatida uzunligi 1 sm ga teng kesmani oladigan bo'lsak, 1-rasmda tasvirlangan kesmaning uzunligi 5 sm ga teng bo'ladi, bu natija $AB = 5 \text{ sm}$ deb yoziladi. Agar uzunlik o'lchov birligi sifatida uzunligi 1 millimetrga teng kesmani oladigan bo'lsak, $AB = 50 \text{ mm}$ bo'ladi.

Ayrim hollarda kesmaning uzunligi o'lchov birligi ko'rsatilmadan yoziladi. Masalan, $AB = 10$. Bunda AB kesma uzunligi 10 shartli o'lchov birligiga teng deb tushuniladi.

Yer ustida va qurilishda turli o'lchash ishlarini amalga oshirish uchun ruletk (3a-rasm), lazerli elektron asbobdan (3b-rasm) foydalaniladi. Yengil sanoatda tikuvchi metri (3c-rasm), muhandislik

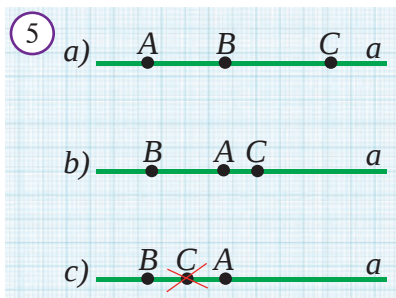
va chilangarlikda shtangensirkul (3d-rasm) qo'llanadi. Dalada esa «hakka» — dala sirkulidan (4a-rasm) foydalaniladi. Hozirda yer o'lchash ishlari o'ta yuqori aniqlikka ega bo'lgan elektron teodolit (4b-rasm) degan asbob vositasida amalga oshiriladi.



Masala. Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A , B va C nuqtalar uchun $AB = 8 \text{ sm}$, $BC = 11 \text{ sm}$ bo'lsa, AC kesmaning uzunligi nimaga teng?

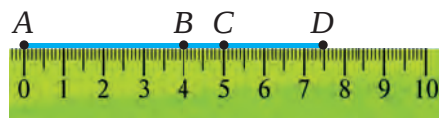
Yechilishi: Quyidagi hollarni qaraymiz:

- 1) A , B , C nuqtalar a to'g'ri chiziqda 5a-rasmda tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. Kesmalar uzunliklarining xossasiga ko'ra $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19 \text{ (sm)}$ bo'ladi.
 - 2) A , B va C nuqtalar a to'g'ri chiziqda 5b-rasmda tasvirlangan tartibda joylashgan bo'lsin. U holda kesma uzunligining xossasiga ko'ra $BA + AC = BC$ yoki $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3 \text{ (sm)}$ bo'ladi.
 - 3) C nuqta 5c-rasmdagidek B va A nuqtalar orasida yotmaydi. Chunki $AB < BC$.
- Javob:** 19 sm yoki 3 sm.

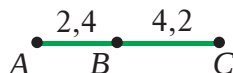


Savol, masala va topshiriqlar

1. Qadimda qo'llanilgan qanday uzunlik birliklarini bilasiz?
2. Hozir amalda qanday uzunlik birliklari bor?
3. Uzunlikni o'lchaydigan qanday asboblarni bilasiz?
4. Quyidagi rasmdan AB , AC , AD , BC , BD , CD kesmalarining uzunligini aniqlang.



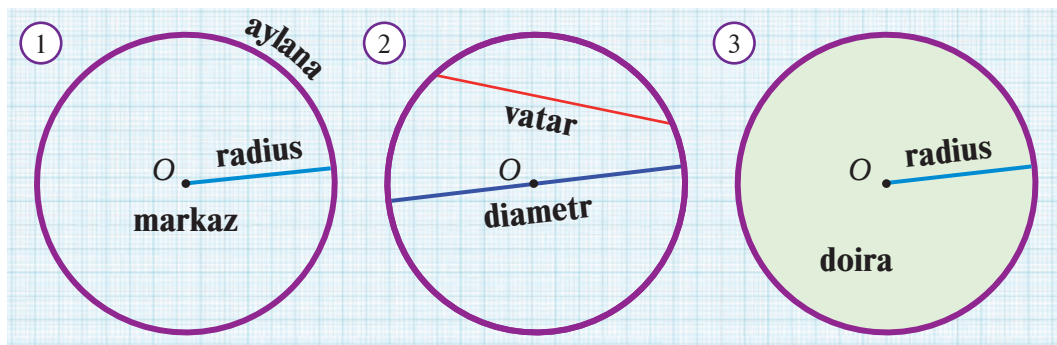
5. a) $AC = ?$ b) $AB = 3$, $AC = 2BC$, $BC = ?$ c) $AB = 24$, $BC = AC + 6$, $AC = ?$



6. Agar $B \in AC$, $AB = 7,2 \text{ sm}$, $AC = 2 \text{ dm}$ bo'lsa, BC ni toping.
7. Agar $C \in AB$, $D \in AB$, $AB = 5$, $AC = 2,2$ va $BD = 3,6$ bo'lsa, CD ni toping.
8. To'g'ri chiziqda ko'z bilan chamalab, a) 3 sm; b) 7 sm; c) 10 sm bo'lgan kesma ajrating. So'ng ishini qanchalik aniq bajarganingizni chizg'ich bilan tekshiring.
9. To'g'ri chiziqdagi A , B , C nuqtalar uchun $AB = 600 \text{ m}$, $BC = 200 \text{ m}$ bo'lsa, AC ni toping.
- 10*. To'g'ri chiziqdagi A , B , C va D nuqtalar uchun $AB = 2$, $AC = CB$, $2AD = 3BD$ bo'lsa, CD ni toping.
11. To'g'ri chiziqdagi uzunliklari $AB = 1,2 \text{ sm}$, $CD = 2,8 \text{ sm}$ bo'lgan kesmalardan foydalanib uzunligi a) 4 sm; b) 1,6 sm; c) 0,4 sm bo'lgan kesmalarni yasang.
12. Uzunligi 9 sm bo'lgan: AB kesma chizing. AB nurda shunday C nuqtani belgilangki, a) $AC - BC = 1 \text{ sm}$; b) $AC + BC = 11 \text{ sm}$ bo'lsin;

7

AYLANA VA DOIRA

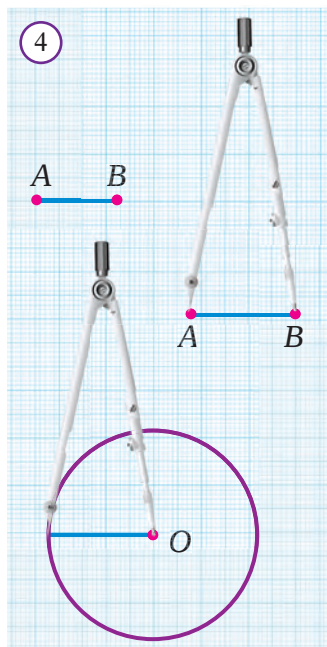


Ma'lum xossalarni qanoatlantiruvchi barcha nuqtalardan iborat shaklga **nuqtalarning geometrik o'rne** deb ataladi.

Nuqtalarning geometrik o'rniga aylana va doira misol bo'la oladi.

Tayin O nuqtadan teng uzoqlikda yotgan barcha nuqtalar to'plami **aylana** deb ataladi. O nuqta bu aylananing **markazi** deyiladi (1-rasm). Aylananing ixtiyoriy nuqtasidan uning markazigacha bo'lgan masofa aylananing **radiusi** deb ataladi. Aylananing ixtiyoriy ikki nuqtasini tutashtiruvchi kesma aylana **vatar** deb ataladi. Markazdan o'tuvchi vatar esa **diametr** deb ataladi. Diametr — eng katta vatar (2-rasm).

Doira deb, tekislikning aylana bilan chegaralangan qismiga aytiladi. Aylananing markazi, radiusi va diametri shu aylana chegaralagan doiraga nisbatan ham qo'llanadi (3-rasm).



Aylanani tasvirlashda sirkuldan foydalaniladi. Markazi berilgan O nuqtada, radiusi AB kesmadan iborat aylanani sirkul yordamida chizish 4-rasmida ko'rsatilgan.

Agar qog'ozga aylana chizib so'ng, qaychi bilan shu aylana qirqib chiqilsa, ikkita doira hosil bo'ladi — biri qog'oz doira, yana biri — uning o'rnidagi teshik.

Aylana (doira) diametri markazdan o'tgani uchun u ikkita radiusdan iborat bo'ladi (2-rasm). Demak, diametr uzunligi radius uzunligidan ikki marta katta ekan.



Amaliy mashg'ulot

Aylanani katak daftarda sirkulsiz chizish.

1. Katak daftarga 5-rasmida ko'rsatilgandek qilib, nuqtalarni belgilang. Unda nuqtalarning joylashgan o'rniga e'tibor bering.
2. Hosil bo'lgan 12 ta nuqtalarni ketma-ket yoysimon chiziq bilan tutashtirib chiqing.

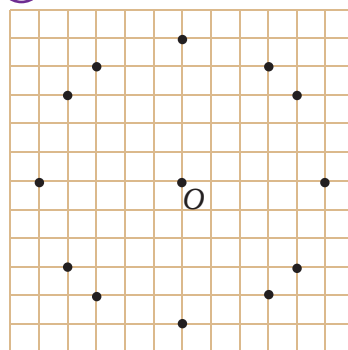
Natijada, markazi O nuqtada bo'lgan aylananing taxminiy tasviri hosil bo'ladi. Bu usulni (nuqtalarning o'rnini) yodda saqlab qoling. U sizga sirkuldan foydalanmagan holda aylana chizishda asqotadi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Aylana va doiraga ta'rif bering va chizmada sharhlang.
2. Aylananing markazi, radiusi, vatari va diametri nima?
3. Aylananing qaysi vatari eng uzun bo'ladi?
4. Sirkul ishlatmasdan aylana chizishning qanday usullarini bilasiz?
5. Nima uchun arava, velosiped, avtomobillarning g'ildiraklari aylana shaklida ekanligini bilasizmi?
6. Nega quduqlarning qopqog'i kvadrat shaklida emas, doira shaklida bo'ladi?
7. AB kesma berilgan. Diametri shu kesma bo'lgan aylanani yasash uchun avval nima qilish kerak?
8. Atrofingizdan aylanaga misol bo'ladigan 10 ta predmetning nomini yozing.
9. Aylana radiusi: a) 18 mm ; b) 45 sm ; c) 2 m 11 sm bo'lsa, uning diametrini toping.
10. Doira diametri: a) 10 sm ; b) 7 sm ; c) 1 m 14 sm bo'lsa, uning radiusini toping;
11. Markazi berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi va radiusi: a) 5 sm ga; b) 7 sm ga; c) 4,6 sm ga teng bo'lgan aylana chizing.
12. Quyidagi ifodalarning qaysi biri markazi O nuqtada, radiusi R ga teng bo'lgan aylana yoki doiraga tegishli A nuqtani ifodalaydi:
 $OA = R$, $OA \leq R$, $AO > R$.
13. Aylananing diametri radiusidan 65 sm uzun. Aylana diametrini toping.
14. Radiusi 8 m bo'lgan doiraning eng katta vatarini toping.

5



8

AMALIY MASHG'ULOT



Faollashtiruvchi amaliy mashq

1. Qo'lingizdagi darslikning bo'yi, eni va qalinligini chizg'ich yordamida o'lchang.
2. Qo'lingizdagi darslikning bir varag'i qalinligini qanday o'lchash mumkin?
3. Sinf doshlarining bo'yini chamalab o'lchang va taqqoslang. Bo'yi eng uzun sinfdoshingizni aniqlang.
4. Qarichingizni chizg'ich yordamida santimetrlarda o'lchang. So'ng bir necha predmetlarning o'lchamlarini (partaning eni, uzunligi va balandligini, derazaning enini, doskaning enini) qarichlab o'lchang va natijalarni santimetrlarda ifodalang.
5. Qadamingiz uzunligini o'lchang. Maktab binosining bo'yi va enini, sport maydonchasining bo'yi va enini qadamlab o'lchang va metrlarda ifodalang.
6. Qo'lingizda uzunligi 30 sm li chizg'ich bor. Siz uning yordamida sinf xonasining uzunligi va enini o'lchashingiz kerak. Bu vazifani qanday qilib bajargan bo'lar edingiz? Agar chizg'ich o'rniga uzunligi 5 sm li gugurt qutisi bo'lsa-chi?
7. O'zbekiston xaritasidan berilgan masshtabga ko'ra turli shaharlar orasidagi to'g'ri chiziqli bo'yicha masofalarni toping (1-rasm). Yer yassi emas, sharsimon bo'lgani uchun xarita bo'yicha o'lchangan masofa taqribiy bo'ladi. Shaharlar ham aslida nuqta emas, bir necha kilometrga cho'zilgan bo'ladi. Shunga ko'ra Toshkent va Buxoro orasidagi to'g'ri chiziqli bo'yicha masofa 407 km atrofida deya xulosa chiqarish lozim.

Qarichingiz va qadamingiz uzunligini o'lchab, eslab qoling. Ularni bilish sizga kundalik turmushda ko'p hollarda asqotadi!





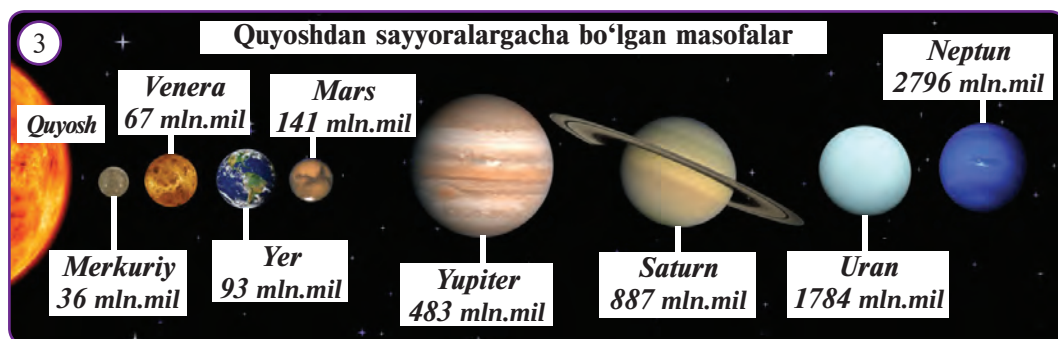
2



Bir qator mamlakatlarda xalqaro o'lchov birliklaridan tashqari quyidagi uzunlik o'lchov birliklari ham ishlatiladi:

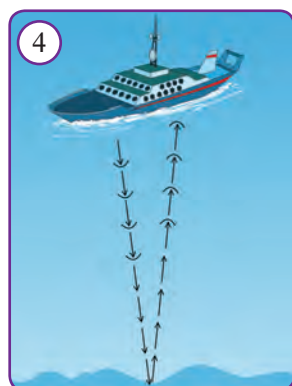
$1 \text{ duym} = 2,54 \text{ sm}$, $1 \text{ mil} = 1,609 \text{ km}$.
(inglizcha duym – barmoq bog'ini;
mil = milya – ming so'zidan olingan).

8. Televizor va kompyuter monitorining diagonali (2-rasm) duymlarda o'lchanadi. 15, 17 va 19 duymli monitorlar diagonalini santimetrlarda ifodalang.
9. 3-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, Yerdan Quyoshgacha va boshqa sayyoralargacha bo'lgan masofani toping va uni kilometrlarda ifodalang.
10. Agar bir chaqirim 900 m ekani ma'lum bo'lsa, Buxoro va Samarqand shaharlari orasidagi to'g'ri chiziqli bo'yicha masofani chaqirimlarda ifodalang.



5-betdagi I bob tituli bo'yicha

1. 3-rasmdagi Farg'ona olimpiya zaxiralari kolleji binosi va uning atrofidagi geometrik shakllarning nomlarini yozing. Ulardan qaysilari o'zaro teng?
2. 4-rasmdagi charxpalak qanday shaklda? Uning elementlarini ko'rsating.
3. 7-rasmdagi g'ishtlar qanday shaklda? Ularning o'lchamlaridan kelib chiqib, qaysinisi bittalik, biryarimtalik yoki ikkitalik deb atalishini tushuntiring.



Qiziqarli masala

Masofani tovush bilan o'lchash. Dengizda suzib yurgan kema uchun dengiz chuqurligini bilish juda muhim hisoblanadi. Buning uchun dengiz tubiga ultratovush signali yuboriladi va ultratovushning dengiz tubiga urilib qancha vaqtda qaytib kelgani o'lchanadi. Bu vaqtning yarmini tovushning suvdagi tezligi – 1490 m/s ga ko'paytirib dengiz tubining chuqurligi aniqlanadi.

Agar bu vaqt: a) 3; b) 5; c) 5,6 sekundni tashkil qilgan bo'lsa, dengizning chuqurligi qancha ekan?

9

BOB BO'YICHA TAKRORLASH

1. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Tekislikda ikki nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. Ikkita to'g'ri chiziq faqat kesishadi.
3. To'g'ri chiziqning biror nuqtasi va undan bir tomonda yotgan nuqtalardan iborat qismi deb ataladi.
4. To'g'ri chiziq tekislikni ajratadi.
5. Kesmani teng shu kesmaning o'rtasi deb ataladi.
6. Teng kesmalarning ham teng bo'ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Tekislikdagi ixtiyoriy ikki to'g'ri chiziq faqat bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladi.
2. Ixtiyoriy nuqta orqali faqat ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
3. Tekislikdagi ikki to'g'ri chiziq uni ikkita yarimtekislikka ajratadi.
4. Kesmani ikkiga bo'luvchi nuqta kesmaning o'rtasi deb ataladi.
5. Tekislikdagi ixtiyoriy A, B, C nuqtalar uchun $AB + BC = AC$ tenglik o'rinli.

3. Berilgan xossaga ega bo'lgan atamani daftaringizga yozing:

Tayin uzunlikka ega	Isbotsiz to'g'ri deb qabul qilinadigan jumla
Kesmani teng ikkiga bo'ladi	O'lchovga ega emas

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarni topib mos qo'ying:

<i>Tushuncha</i>	<i>Talqini yoki xossasi</i>
1. Nuqta	A. "Geometriya" so'zining ma'nosi
2. To'g'ri chiziq	B. To'g'ri chiziqdagi nuqtadan bir tomonda yotgan nuqtalar
3. Kesma	C. O'lchami bo'lmagan geometrik shakl
4. Yer o'lchash	D. To'g'ri chiziqning ikki nuqtasi orasidagi qismi
5. Nur	E. Tekislikdagi geometrik shakllarni o'rganadi
6. Teng shakllar	F. Tekislikning to'g'ri chiziq ajratgan qismlaridan biri
7. Yarimtekislik	G. Qismlarga ega emas
8. Planimetriya	H. Aynan ustma-ust tushadigan qilib qo'yish mumkin



5-betdagi I bob tituli bo'yicha

1. 6-rasmdagi trotuar plitkalari qanday shakllarda? Ularning qaysilarini tro-tuarga yotqizishni boshqa shakldagi qo'shimcha plitkalardan foydalanmasdan amalga oshirsa bo'ladi?
2. 5-rasmdagi yo'l belgilari qanday geometrik shakllarda. Ularning shakllari va ranglari har xilligining sababi nimada deb o'ylaysiz?

5. Testlar (to'g'ri javobni toping):

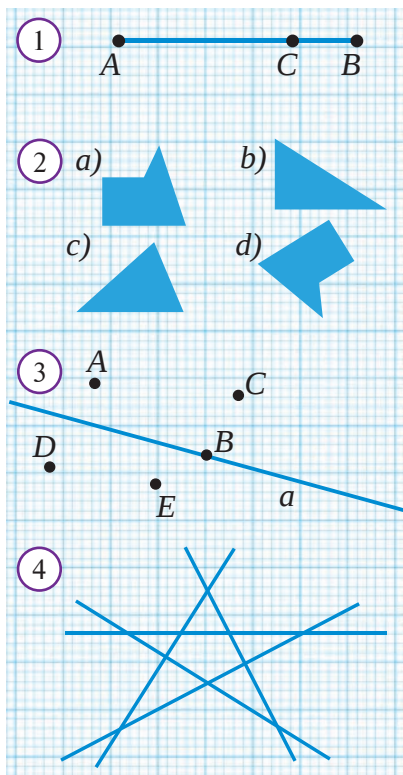
1. Ta'rifsiz qabul qilingan asosiy geometrik tushunchalarni ko'rsating:
a) tekislik; b) nuqta; c) kesma; d) nur; e) to'g'ri chiziq.
A) a; b; c; B) b; c; e; D) a; b; c; e; E) a; b; e.
2. Geometriya fan sifatida dastlab qaysi mamlakatda shakllangan?
A) Qadimgi Misr; B) Bobil; D) Yunoniston; E) Xitoy.
3. Hech qanday uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 4 ta nuqta berilgan. Shu nuqtalarning har bir jufti orqali to'g'ri chiziqlar o'tkazildi. Ularning sonini toping.
A) 1; B) 4; D) 5; E) 6.
4. AB kesmani 2 ta to'g'ri chiziq kesib o'tsa, ko'pi bilan AB kesmada yotgan nechta kesma hosil bo'ladi?
A) 3; B) 4; D) 5; E) 6.
5. Uchta to'g'ri chiziq tekislikni ko'pi bilan nechta qismga ajratishi mumkin?
A) 4; B) 5; D) 6; E) 7.

6. Masalalar

1. Agar $AB = 1,8\text{ m}$, $AC = 1,3\text{ m}$ va $BC = 3\text{ m}$ bo'lsa, A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadimi?
2. A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar $AB = 2,7\text{ m}$, $AC = 3,2\text{ m}$ bo'lsa, BC kesmaning uzunligini toping.
3. Uzunligi 15 m bo'lgan AB kesmada C nuqta belgilangan. Agar:
a) AC kesma BC kesmadan 3 m uzun;
b) C nuqta AB kesmaning o'rtasi bo'lsa;
c) AC va BC kesmalarning uzunliklari $2:3$ nisbatda bo'lsa, AC va BC kesmalar uzunliklarini toping.
4. A , B , C , D nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar B nuqta AC kesmaning, C nuqta esa BD kesmaning o'rtasi bo'lsa, $AB = BC = CD$ ekanligini ko'rsating.
5. Hech bir uchta bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan: a) 6; b) 7; c) 10 ta nuqtaning har ikkitasi orqali to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Jami nechta to'g'ri chiziq o'tkazilgan?
6. OA va OB nurlar qachon ustma-ust tushadi?
7. AB nurda C nuqta, BA nurda D nuqta shunday olinganki, $AC = 0,7$ va $BD = 2,1$. Agar $AB = 1,5$ bo'lsa, CD ni toping.
8. A , B va C nuqtalar tekislikda shunday joylashgan-ki, a) $AC + CB = AB$;
b) $AB + AC = BC$. Qaysi nuqta qolgan ikkitasining orasida yotadi?

10

1-NAZORAT ISHI



Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'ladi:

I. Nazariy qism. Shu paytgacha o'rganilgan geometrik shakllarni sanash, ularga ta'rif berish va ularning xossalarini yozish taklif qilinadi.

II. Amaliy qism. Quyidagi masalalardan to'rttasini yechish talab qilinadi:

1. Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A, B va C nuqtalar uchun $AB=9$ sm, $AC=12$ sm bo'lsa, BC kesmaning uzunligi nimaga teng?
2. $AB=48$, $AC=3BC$, $BC=?$ (1-rasm)
3. Aylananing radiusi diametridan 20 sm qisqa. Aylana diametrini toping.
- 4*. Doira diametri 36 sm. Doira markazidan 19 sm uzoqlikdagi nuqta ushbu doiraga tegishli bo'ladimi?
5. 2-rasmdagi shakllardan qaysilari o'zaro teng?
6. 3-rasmdan imkoni boricha ko'proq nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik va yarimtekisliklar orasidagi munosabatlarni ayting va ularni kiritilgan belgilar yordamida yozing.
7. 4-rasmda nechta to'g'ri chiziq tasvirlangan?

Ularning har ikkitasining kesishish nuqtalari nechta?

8. Quyidagi raqam belgilarining qaysilari geometrik shakl sifatida o'zaro teng?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

9. Daftaringizda uzunligi 12 sm bo'lgan MN kesma chizing. Bu kesma o'rtasida K nuqtani belgilang. So'ng MK va KN kesmalar o'rtalari bo'lgan E va F nuqtalarni hamda EF kesma o'rtasini belgilang. K nuqta EF kesma o'rtasi bo'lishini asoslang.



10. Uyning tomi uchigacha, tomigacha, derazasi va eshik ustigacha bo'lgan balandliklarni yog'och reyka va chizg'ich yordamida qanday o'lchash mumkin? (5-rasm)
11. 5-rasmdagi geometrik shakllarning nomlarini yozing. Rasmdan o'zaro teng geometrik shakllarni aniqlang.

Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar



1. 1-masala. Ikkita a va b to'g'ri chiziq C nuqtada kesishadi. a to'g'ri chiziq D nuqtadan o'tadi. b to'g'ri chiziq ham D nuqtadan o'tadimi?

Yechilishi. b to'g'ri chiziq D nuqtadan o'ta olmaydi. Aks holda a va b to'g'ri chiziqlarning ikkalasi ham C va D nuqtalardan o'tgan bo'lar edi. Bu esa, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin degan xossaga zid. Shu bois, b to'g'ri chiziq B nuqtadan o'tishi mumkin emas.

Bu masalani yechib, to'g'ri chiziqlarning quyidagi yana bir muhim xossasini bilib oldik.

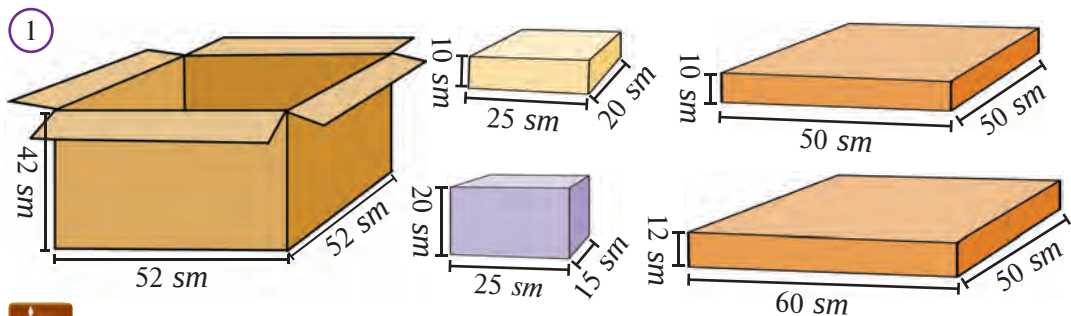
Xossa. Agar ikki to'g'ri chiziq kesishsa, ular faqat bitta nuqtada kesishadi.



2. 2-masala. C nuqta AB to'g'ri chiziqqa tegishli. AB va AC to'g'ri chiziqlar turlicha bo'lishi mumkinmi?

Yechilishi. AB va AC to'g'ri chiziqlarning har ikkalasi ham A va C nuqtalardan o'tadi. Ma'lumki, ikki nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tishi mumkin. Shu sababli bu to'g'ri chiziqlar ustma-ust tushadi, ya'ni turlicha bo'la olmaydi.

3. Qutiga buyumlarning har biridan nechtdan joylashtirsa bo'ladi (1-rasm)?

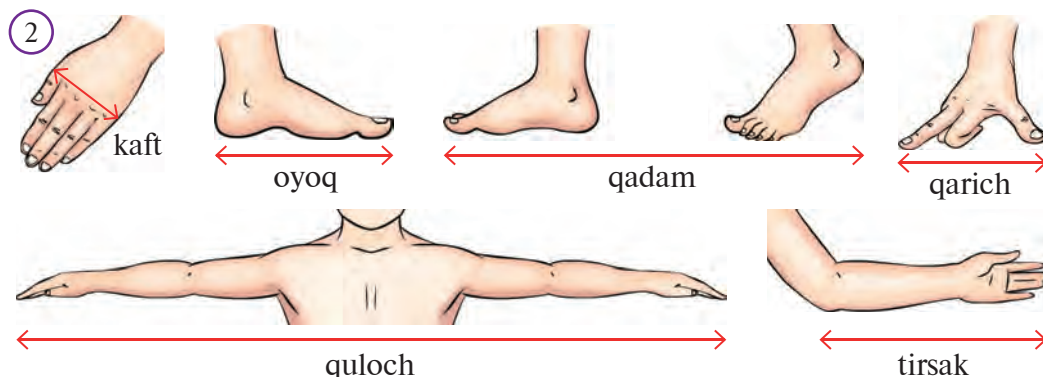


Tarixiy lavha

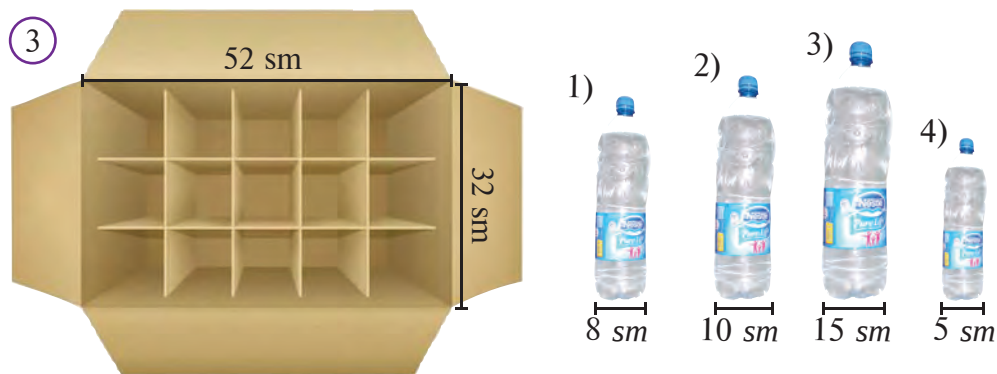
Nilni jilovlagan farg'onalik alloma

Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra, yurtimizda yetishib chiqqan buyuk allomalardan biri Ahmad Farg'oniy 861-yili Qohira shahri yaqinida Nil daryosidagi suv sathini o'lchaydigan "Nilometr" (ya'ni "Nil o'lchagich") deb nomlangan buzilib ketgan inshootni qaytadan qurgan. Ilmiy-texnik va me'moriy jihatdan g'oyat mukammal hisoblangan hamda o'zida noyob geometrik yechimlarni mujassam etgan bu qurilmada olib borilgan o'lchash ishlari uzoq vaqtlar davomida dehqonchilik uchun juda zarur bo'lgan va u hozirgacha saqlanib qolgan. Ahmad Farg'oniy o'zining "Usturlob yasash haqida risola" asarida astronomiya uchun muhim xossa — Ptolemey teoremasining nafis isbotini bergan. Uning ismi arabcha al-Farg'oniy deyilgan, o'rta asr Yevropa ilmiy adabiyotida esa Al'fraganus deb ataganlar. Ahmad Farg'oniy sharafiga Oyda topilgan krater nomlangan va Qohira shahrida haykal o'rnatilgan. **5-betdagi I bob titulida** bobokalonimiz Ahmad Farg'oniyga Farg'ona shahri markazida o'rnatilgan haykal (5-betdagi I bob titulidagi 1-rasm) va Nil daryosi qirg'og'idagi "Nilometr" inshooti binosi tasvirlangan.

4. Qo'l va oyoq yordamida amalga oshiriladigan o'lchov birliklarini eslab qoling (2-rasm).



5. Qutining kataklariga qaysi idishdagi suvdan nechtadan joylashadi? Qaysilari joylashmaydi (3-rasm)? Nima sababdan?



Amaliy mashq va tatbiq

1. Fayozbekka laboratoriya uchun naychalarni 30 sm dan qilib o'lchab qirqish topshirilgan. U o'z ishini osonlashtirish va tezlashtirish uchun qanday yo'l tutmoqda? Siz yana qaysi hollarda ushbu usuldan foydalangan bo'lar edingiz? (4-rasm)

2. Saidbek singlisining bo'yini o'lchamoqchi. O'lchovni aniq va oson amalga oshirish uchun unga qanday maslahat bergan bo'lar edingiz? (5-rasm)

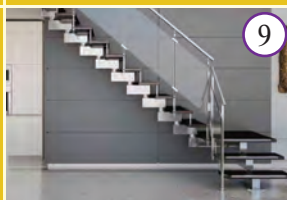
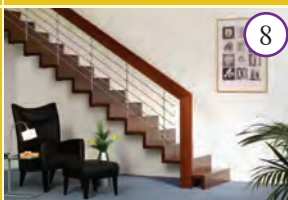
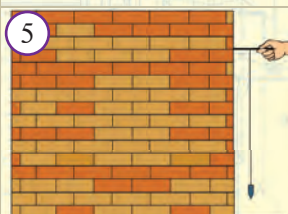
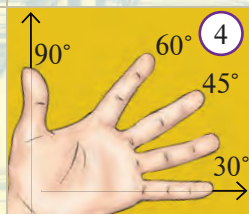
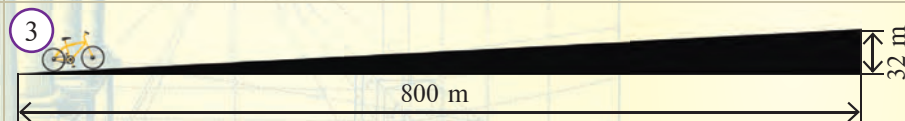


II BOB

BURCHAK



BURCHAK 2



11

BURCHAK. BURCHAKLARNI TAQQOSLASH

✓ *Bir nuqtadan chiqqan ikki nurdan iborat shakl **burchak** deb ataladi.*

Burchakni tashkil etgan nurlar **burchakning tomonlari**, ularning umumiy uchi esa **burchakning uchi deyiladi**. 1-rasmda burchak tasvirlangan. Unda O nuqta burchakning uchi, OA va OB nurlar esa uning tomonlaridir. Bu burchak $\angle AOB$ yoki $\angle BOA$ tarzida yoziladi va “ AOB burchak”, “ BOA burchak” deb o‘qiladi. Bunday yozuvda burchakning uchi har doim o‘rtada yoziladi. Shuningdek, bu burchak qisqacha “ $\angle O$ ” tarzida ham yozilib, “ O burchak” deb o‘qilishi mumkin. Chizmada burchakni ajratib ko‘rsatish uchun, ba’zida uning ikki tomoni 1-rasmda ko‘rsatilgandek qilib yoysimon chiziq bilan tutashtirib qo‘yiladi.

✓ ***Yoyiq burchak** deb tomonlari bir-birini to‘ldiruvchi nurlardan iborat burchakka aytiladi.*

2-rasmda yoyiq burchaklar tasvirlangan.

Yoyiq burchak bo‘lmagan $\angle O$ burchak berilgan bo‘lsin. Uchlari bu burchakning tomonlarida yotgan biror AB kesmani qaraymiz (3-rasm).

Agar burchakning uchidan chiquvchi OC nur (3-rasm) AB kesmani kesib o‘tsa, bu nur **burchak tomonlari orasidan o‘tadi**. Bunday nur burchakni ikkita burchakka ajratadi.

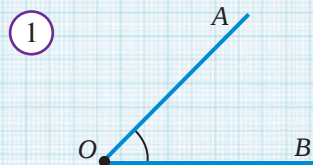
$\angle O$ burchak yoyiq bo‘lganda, uning uchidan chiquvchi va tomonlaridan farqli har qanday nurni uning tomonlari orasidan o‘tadi, deyish mumkin.

Ravshanki, burchak tekislikni ikki bo‘lakka ajratadi (4-rasmga qarang).

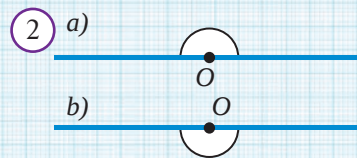
Tekislikning burchak tomonlari orasida yotgan qismi **burchakning ichki sohasi**, ikkinchi bo‘lagi esa **tashqi sohasi** deyiladi.

Ixtiyoriy OB nur va yoyiq bo‘lmagan A burchak berilgan bo‘lsin (5a-rasm). OB to‘g‘ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratadi. A burchakni bir tomoni OB nur bilan ustma-ust tushadigan qilib qo‘yish mumkin (5b-rasm). Bu amal burchak yarimtekisliklardan qaysi birida yotishiga qarab ikki usulda bajariladi. Shuning uchun u “burchakni nurdan yarimtekislikka qo‘yish” deb ham yuritiladi.

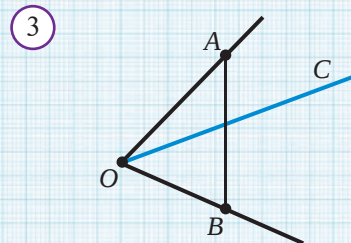
Teng burchaklar 6-rasmdagi kabi bir xil yoychalar bilan belgilanadi.



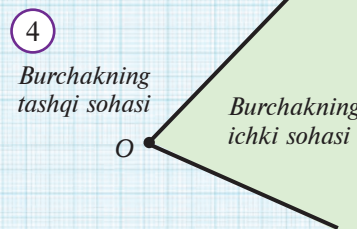
$\angle AOB$ — AOB burchak
 O — burchakning uchi
 OA, OB nurlar — burchakning tomonlari



$\angle O$ — yoyiq burchak



OC — burchak tomonlari orasidan o‘tuvchi nur.





Yoyiq bo'lmagan A burchak, tayin nur va chegarasida bu nur yotgan tayin yarimtekislik berilgan bo'lsin. U holda A burchakni bu yarimtekislikka bir tomoni nurning ustiga tushadigan qilib yagona usulda qo'yish mumkin.

Endi burchaklar qanday o'zaro taqqoslanishi bilan tanishaylik. Avvalambor, yoyiq burchak yoyiq bo'lmagan burchakdan doim katta bo'lishini ta'kidlaymiz. Endi yoyiq bo'lmagan $A_1B_1C_1$ va $A_2B_2C_2$ burchaklarni qaraylik.

Buning uchun biror OD nur olamiz (7-rasm). Bu nurdan o'tgan to'g'ri chiziq ajratadigan yarimtekislikni qaraymiz. So'ng taqqoslanadigan burchaklarni OD nurdan shu yarimtekislikka qo'yamiz.

Bunda B_1C_1 va B_2C_2 tomonlar OD nurda yotsin. B_1A_1 va B_2A_2 tomonlar uchun quyidagi uch holatdan biri bo'lishi mumkin:

1-hol. B_1A_1 va B_2A_2 tomonlar ustma-ust tushadi. Bu holda $A_1B_1C_1$ va $A_2B_2C_2$ burchaklar teng deb ataladi: $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2$.

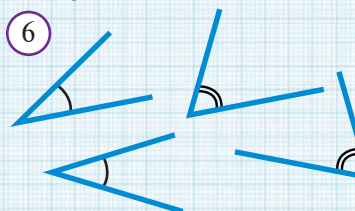
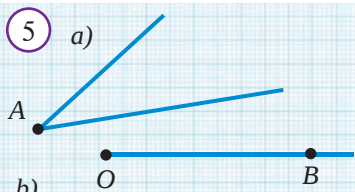
2-hol. B_1A_1 tomon A_2OD burchak ichida yotadi. Bu holda $A_1B_1C_1$ burchak $A_2B_2C_2$ burchakdan kichik bo'ladi: $\angle A_1B_1C_1 < \angle A_2B_2C_2$.

3-hol. B_2A_2 tomon A_1OD burchak ichida yotadi. Bu holda $A_1B_1C_1$ burchak $A_2B_2C_2$ burchakdan katta bo'ladi: $\angle A_1B_1C_1 > \angle A_2B_2C_2$.

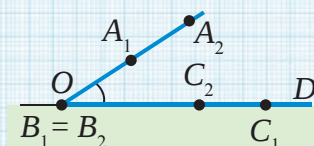


Savol, masala va topshiriqlar

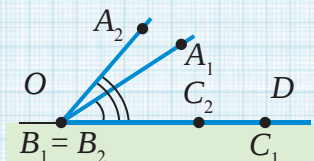
1. Burchakka ta'rif bering.
2. Burchaklarning qanday elementlari bor?
3. Burchak qanday yoziladi va o'qiladi?
4. Burchak chizmada qanday belgilanadi?
5. Yoyiq burchak nima?
6. Burchak qanday qilib ikkitaga ajratiladi?
7. Burchak tekislikni qanday bo'laklarga ajratadi?
8. 8-rasmda tasvirlangan burchaklarni yozing.
9. "Burchakni nurdan tayin yarimtekislikka qo'yish" deganda nimani tushunasiz?
10. Qachon burchaklar o'zaro teng bo'ladi?
11. Qachon bir burchak ikkinchisidan katta yoki kichik bo'ladi?



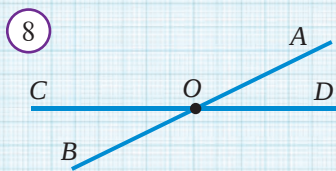
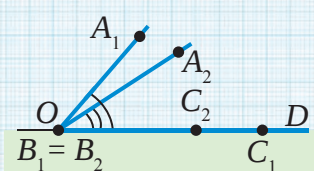
1-hol $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2$



2-hol $\angle A_1B_1C_1 < \angle A_2B_2C_2$

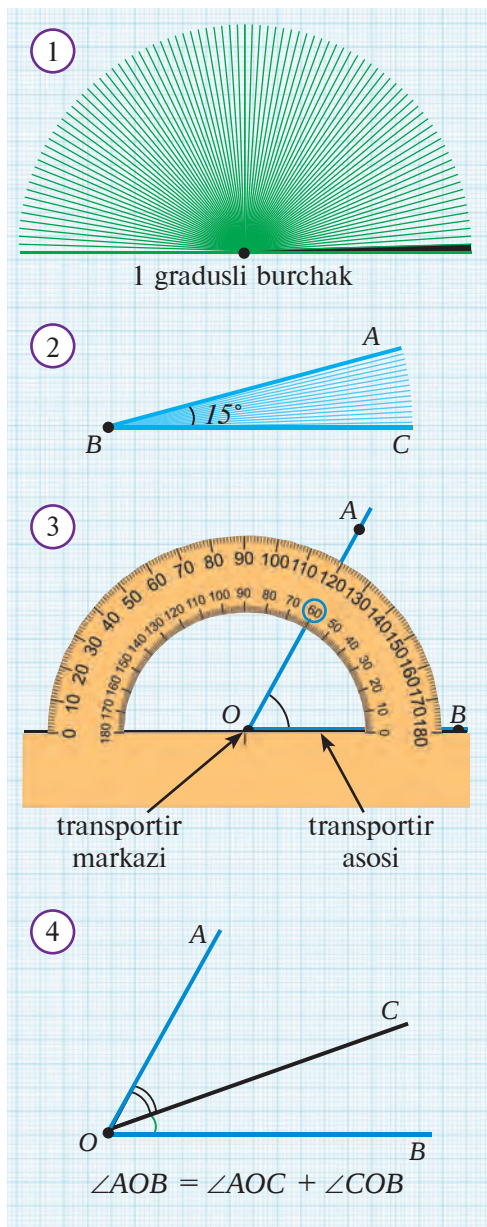


3-hol $\angle A_1B_1C_1 > \angle A_2B_2C_2$



12

BURCHAKLARNI O'LCHASH. TRANSPORTIR



Yoyiq burchak o'zining tomonlari orasidan o'tuvchi nurlar bilan 180 ta teng burchakka bo'lingan bo'lsin (1-rasm). Bu bo'laklarni burchak o'lchovi birligi, ya'ni **birlik burchak** sifatida olish qabul qilingan. Uning kattaligi **bir gradus** deb ataladi va 1° deb belgilanadi. Istalgan burchakning gradus o'lchovini shu birlik asosida aniqlash mumkin. **Burchakning gradus o'lchovi** burchak ichki sohasiga nechta birlik burchak va uning qismlari joylashishini ko'rsatadi.

2-rasmda tasvirlangan ABC burchak 15° ga teng. Chunki uning ichki sohasiga 15 ta birlik burchak joylashyapti. Odatda chizmada burchakning necha gradus ekanligi 2-rasmdagidek burchak ichiga yoziladi.



Har qanday burchak tayin gradus o'lchoviga ega bo'lib, uning qiymati musbat son bilan ifodalanadi. Yoyiq burchakning gradus o'lchovi 180° ga teng.

Burchaklarning gradus o'lchovi **transportir** deb ataladigan asbob yordamida topiladi. Transportir bilan quyi sinflarda tanishgansiz. Uning shkalali yoysimon qismi chiziqlichalar bilan 180 ta teng bo'lakka bo'lingan bo'lib, har bir bo'lak bir gradusni anglatadi. 3-rasmda transportir yordamida burchakni o'lchash jarayoni tasvirlangan. Rasmda ko'rib turganingizdek, AOB burchakning kattaligi 60 gradusga teng va bu $\angle AOB = 60^\circ$ tarzida yoziladi. Ravshanki, bir xil gradus o'lchoviga ega burchaklar o'zaro teng bo'ladi va aksincha, o'zaro teng burchaklarning gradus o'lchovlari ham teng bo'ladi.

Burchaklarni o'lchashda gradusning ulushlaridan ham foydalaniladi. 1° ning $1/60$ bo'lagi **"minut"** (daqiq), $1/3600$ bo'lagi **"sekund"** (soniya) deb nomlanadi va mos ravishda «'» va «"» kabi belgilanadi. Masalan, kattaligi 45 gradus 38 minut 59 sekunda teng burchak gradus o'lchovi $45^\circ 38' 59''$ kabi yoziladi. Ravshanki, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

AOB burchak berilgan bo'lib, uning tomonlari orasidan o'tuvchi OC nur uni AOC va COB burchaklarga ajratsin (4-rasm). U holda AOC burchakning gradus o'lchovi n° , COB burchakniki m° bo'lsa, AOB burchakning gradus o'lchovi $n^\circ + m^\circ$ bo'ladi.

Bu xossani quyidagicha ifodalash mumkin:

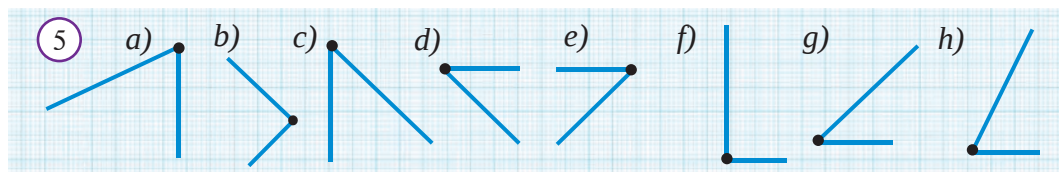


Burchakni uning ichidan o'tuvchi nur ikkita burchakka ajratsa, berilgan burchak o'lchovi hosil bo'lgan burchaklar o'lchovlarining yig'indisiga teng.

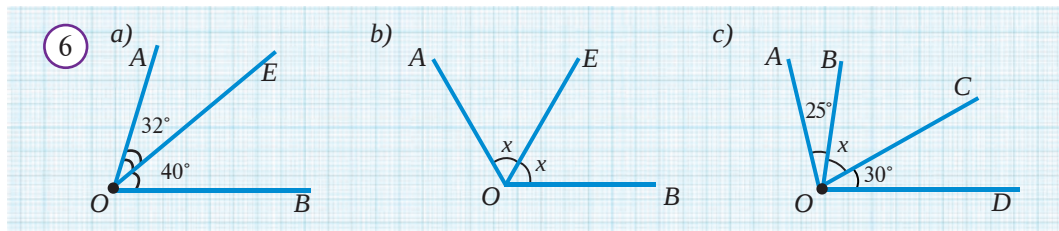


Savol, masala va topshiriqlar

1. Burchakning gradus o'lchovi deb nimaga aytiladi?
2. Yoyiq burchak necha gradus?
3. 1° ga teng burchak deganda qanday burchakni tushunasiz?
4. Ikki burchakning gradus o'lchovlari teng bo'lsa, ular teng bo'ladimi?
5. Transportir yordamida 5-rasmda tasvirlangan burchaklar orasidan teng burchaklarni aniqlang.



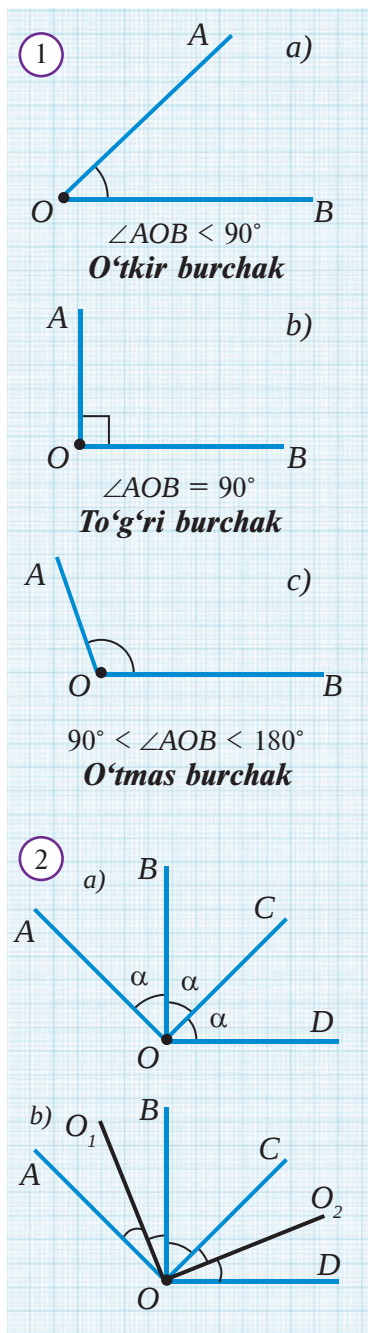
6. Transportir yordamida 10° , 30° , 70° , 100° va 160° li burchaklarni yasang.
7. a) $\angle AOB = ?$ (6a-rasm); b) $\angle AOB = 120^\circ$, $x = ?$ (6b-rasm);
c) $\angle AOD = 105^\circ$, $x = ?$ (6c-rasm).



8. Berilgan OD nurga 150° li ABC burchakni qo'ying.
9. OB nurda 60° va 120° li burchaklarni yasang. Qanday burchaklar hosil bo'ldi?
- 10*. Agar a) $\angle AOE = 20^\circ$, $\angle EOB = 40^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$; b) $\angle AOE = 80^\circ$, $\angle EOB = 120^\circ$; c) $\angle AOE > \angle AOB$ bo'lsa, OE nur $\angle AOB$ tomonlari orasidan o'tadimi?
11. Daftaringizga nur chizing va unga ko'zingiz bilan chamalab oddiy chizg'ich yordamida 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 120° va 150° li burchaklarni qo'ying. So'ngra hosil bo'lgan burchaklarni transportir yordamida o'lchang va qanchalik to'g'ri chizganingizni tekshiring. Mashqni takrorlang.
12. Strelkali soatda vaqt: a) 3:00; b) 6:00 bo'lganda soat va minut millari hosil qilgan burchak necha gradusga teng bo'lishini aniqlang.
13. Har biri 100° li ikkita burchak qo'shilsa, hosil bo'lgan burchak o'lchovi 200° emas, balki 160° ga teng bo'ladi. Sababi?

13

BURCHAK TURLARI: TO'G'RI, O'TKIR VA O'TMAS BURCHAKLAR. BISSEKTRISA



Oldingi mavzularda ta'kidlaganimizdek, yoyiq burchakning gradus o'lchovi 180° ga teng. Buni qisqacha: "Yoyiq burchak 180° ga teng" deb ham aytamiz. Burchaklar kattaligiga qarab turlarga ajratiladi. Agar burchakning gradus o'lchovi: 90° dan kichik bo'lsa (1a-rasm), u **o'tkir burchak**, 90° ga teng bo'lsa (1b-rasm), **to'g'ri burchak**, 90° bilan 180° orasida bo'lsa (1c-rasm), **o'tmas burchak** deyiladi.

Demak, o'tkir burchak to'g'ri burchakdan kichik, o'tmas burchak esa katta bo'ladi.

Chizmada burchakning to'g'ri burchak ekanligi alohida, 1b-rasmdagidek belgilanadi.



Burchakning uchidan chiqib, uni teng ikki burchakka ajratuvchi nur **burchak bissektisasi** deb ataladi.

3-rasmda AOB burchakning OC bissektisasi tasvirlangan.



Masala. Agar $\angle AOD = 135^\circ$ va $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ bo'lsa (2a-rasm), u holda:

a) chizmada nechta o'tkir, o'tmas va to'g'ri burchak bor?

b) AOB va COD burchaklarning bissektisalari orasidagi burchakni toping.

Yechilishi: a) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ bo'lsin.

U holda, burchaklarni o'lchashning asosiy xossasiga ko'ra, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$. Bundan $\alpha = 45^\circ$. Demak, $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$. Shunday qilib, chizmada 3 ta o'tkir, 2 ta to'g'ri va 1 ta o'tmas burchak bor.

b) OO_1 va OO_2 — mos bissektisalar bo'lsin (2b-rasm). $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$ bo'lgani uchun, burchak bissektisasining ta'rifiga ko'ra,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ.$$

Izlanayotgan burchakni topamiz:

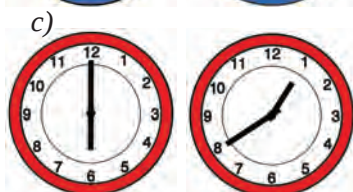
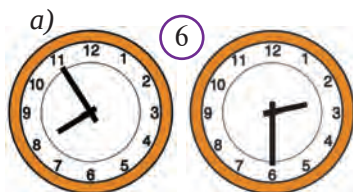
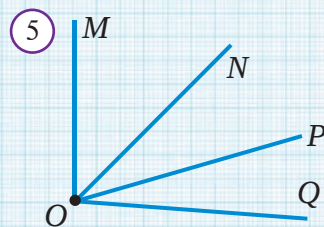
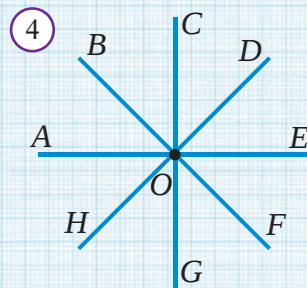
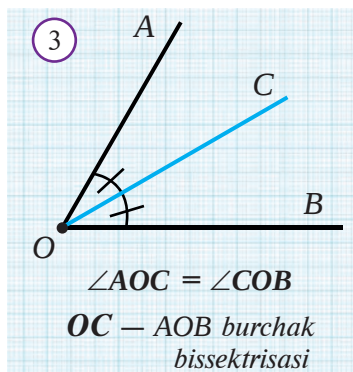
$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ,$$

ya'ni O_1OO_2 — to'g'ri burchak.

Eslatma. Odatda burchak va ularning o'lchovlari yunon alifbosining kichik harflari bilan α (alfa), β (beta), γ (gamma) kabi belgilanadi.

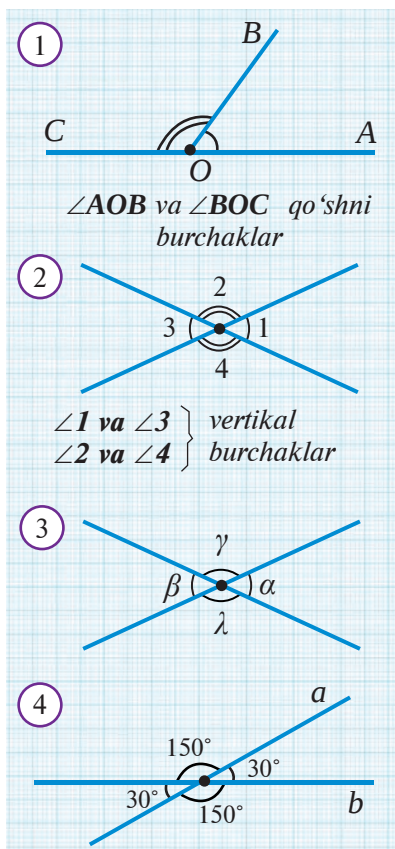
Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday burchak to'g'ri burchak deyiladi? Tevarak atrofidan to'g'ri burchakka misollar keltiring.
2. O'tkir va o'tmas burchaklar bir-biridan qanday farqlanadi?
3. Uchta burchak chizing. Ularni mos ravishda $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ tarzda belgilang. Transportirda ularni o'lchang va turlarini aniqlang.
4. OA nur chizing. Transportir yordamida gradus o'lchovi mos ravishda 25° , 72° va 146° bo'lgan $\angle AOB$, $\angle AOC$ va $\angle AOD$ burchaklarni yasang.
5. To'g'ri burchakning bissektrisasi uning bitta tomoni bilan qanday burchak hosil qiladi?
6. 4-rasmda nechta: a) o'tkir; b) o'tmas; c) to'g'ri; d) yoyiq burchak bor?
7. 5-rasmda nechta o'tkir va nechta o'tmas burchak bor?
8. Qog'oz varag'iga burchak chizing. Varaqni buk-lash yordamida chizilgan burchakdan: a) 2 marta katta; b) 2 marta kichik; c) uni to'g'ri burchakka to'ldiruvchi burchakni hosil qiling.
9. Soatning soat va minut millari to'g'ri burchak hosil qiladigan vaqtlardan bir nechtasini ayting.
- 10* Soatning soat mili: a) 1 soatda; b) 6 soatda; c) 2 minutda necha gradusga buriladi?
11. Soatning minut mili: a) 1 minutda; b) 5 minutda; c) 0,5 soatda necha gradusga buriladi?
- 12* 6-rasmdagi soatlardagi soat va minut millari hosil qilgan burchaklarni aniqlang.
13. Burchak bissektrisasiga ta'rif bering.
14. AOB burchak OC, OD va OE nurlar bilan to'rtta teng burchakka bo'lingan. Bu nurlar qaysi burchaklarning bissektrisalari bo'ladi?
15. ABCD to'g'ri to'rtburchak chizing. A va C nuqtalarni tutashtiring. Quyidagi burchaklarni transportir bilan o'lchang: $\angle ACD$, $\angle ACB$, $\angle CAD$, $\angle CAB$.
16. Qanday burchak bissektrisasi uni ikkita to'g'ri burchakka ajratadi?



14

QO'SHNI VA VERTIKAL BURCHAKLAR HAMDA ULARNING XOSSALARI



Bittadan tomoni ustma-ust tushib, qolgan tomonlari bir-birini to'ldiruvchi nurlardan iborat bo'lgan ikki burchak **qo'shni burchaklar** deyiladi.

1-rasmda AOB va BOC qo'shni burchaklar tasvirlangan. Ularda OB tomon umumiy, OC va OA nurlar esa bir to'g'ri chiziqli yotadi va bir-birini to'ldiradi.



Faollashtiruvchi mashq

- Qo'shni burchaklar yig'indisi yoyiq burchak bo'lishini asoslang.
- Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'lishini asoslang.
- 2-rasmda tasvirlangan, ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ va $\angle 4$ burchaklardan qaysilari o'zaro qo'shni burchaklar juftini hosil qiladi?

Qo'shni burchaklar yig'indisi yoyiq burchak bo'lgani uchun quyidagi xossa o'rinli:

Xossa. Qo'shni burchaklar yig'indisi 180° ga teng.



Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan va o'zaro qo'shni bo'lmagan burchaklar **vertikal burchaklar** deb ataladi.

3-rasmda $\angle \alpha$ va $\angle \beta$ vertikal burchaklardir. Shuningdek, $\angle \gamma$ va $\angle \lambda$ ham vertikal burchaklar juftini hosil qiladi.

Endi vertikal burchaklarning quyidagi xossasini isbotlaymiz.

Xossa. Vertikal burchaklar o'zaro teng.

Aytaylik, $\angle \alpha$ va $\angle \beta$ vertikal burchaklar berilgan, $\angle \gamma$ – ularga qo'shni burchak bo'lsin (3-rasm). $\angle \alpha = \angle \beta$ bo'lishini isbotlaymiz.

Isbot: $\angle \alpha + \angle \gamma = 180^\circ$, chunki $\angle \alpha$ va $\angle \gamma$ qo'shni burchaklardir.

$\angle \gamma + \angle \beta = 180^\circ$, chunki $\angle \gamma$ va $\angle \beta$ lar ham qo'shni burchaklardir.

Bu ikki tenglikdan $\angle \alpha + \cancel{\angle \gamma} = \cancel{\angle \gamma} + \angle \beta$, ya'ni $\angle \alpha = \angle \beta$ ekanligini hosil qilamiz.

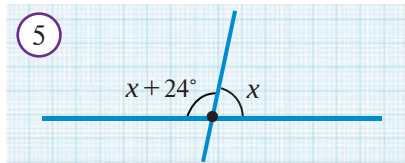
Xossa isbotlandi.

Shunday qilib, ikki to'g'ri chiziq kesishganda vertikal va qo'shni burchaklar hosil bo'ladi. Ma'lumki, qo'shni burchaklar jufti o'zaro yoyiq burchakni tashkil qiladi. Ularning biri 90° dan katta bo'lsa, ikkinchisi 90° dan kichik bo'ladi. Agar qo'shni burchaklardan biri 90° ga teng bo'lsa, ikkinchisi ham 90° ga teng bo'ladi.

Qo'shni burchaklardan kichigining gradus o'lchovini **to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak** deb atash qabul qilingan. 4-rasmdagi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak 30° ni tashkil qiladi. Bunday holatda **"to'g'ri chiziqlar 30° li burchak ostida kesishadi"**, deb ham aytiladi.



Masala. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri ikkinchisidan 24° katta bo'lsa, bu burchaklarni toping.



Yechilishi. Bu burchaklardan birining o'lchovi x bo'lsin (5-rasm). Shartga ko'ra ikkinchi burchak $x + 24^\circ$ burchak x ga vertikal burchak bo'lmaydigan qo'shni burchak bo'ladi.

Qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra, $x + x + 24^\circ = 180^\circ$. Bundan $x = 78^\circ$ va $x + 24^\circ = 102^\circ$ ekanligini aniqlaymiz.

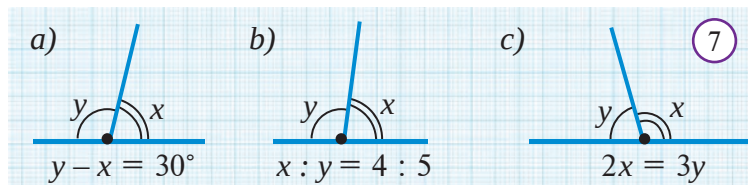
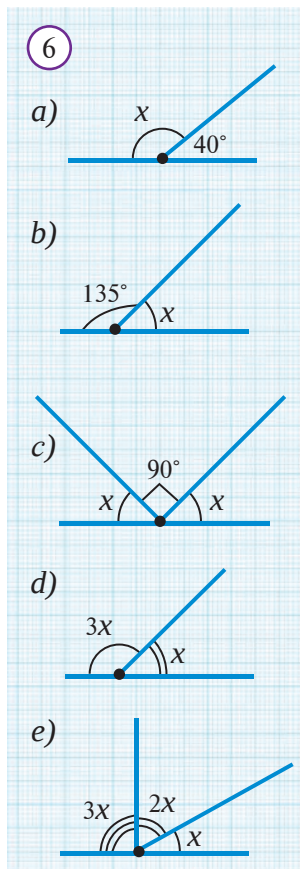
Demak, berilgan to'g'ri chiziqlar kesishganda 78° , 102° , 78° va 102° li burchaklar hosil bo'ladi.

Javob: 78° , 102° , 78° va 102° .



Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday burchaklar qo'shni burchaklar deyiladi?
2. Qo'shni burchaklarning yig'indisi nimaga teng? Javobingizni asoslang.
3. Qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lishi mumkinmi?
4. Qanday burchaklar vertikal burchaklar deb ataladi?
5. Vertikal burchaklarning asosiy xossasini izohlang.
6. a) 20° ; b) 30° ; c) 45° ; d) 90° li burchakka qo'shni bo'lgan burchak necha gradusli bo'ladi?
7. Agar qo'shni burchaklarning biri ikkinchisidan uch marta katta bo'lsa, ularni toping.
- 8*. Qo'shni burchaklarning ikkalasi ham: a) o'tkir; b) to'g'ri; c) o'tmas burchaklar bo'la oladimi?
9. Agar ikki burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladimi?
10. 6-rasmdan noma'lum x burchakni toping.
11. Agar qo'shni burchaklar gradus o'lchovlarining nisbati a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bo'lsa, ularni toping.
12. 7-rasmdagi shakllarga qarab masala tuzing va uni yeching.



15

GEOMETRIYANI O'RGANISHDA FIKRLAR KETMA-KETLIGI VA BOG'LIQLIGI

Shu paytgacha qator geometrik shakllar va ularning xossalari bilan tanishib chiqdik. Masalan, o'tgan mavzuda vertikal burchaklar bilan tanishdik va ularning o'zaro teng bo'lishini ko'rsatdik. Eslasangiz, bu xossa bilan shunchaki tanishmasdan, uni isbotladik, ya'ni "vertikal burchaklar teng" degan tasdiqning to'g'riligini asosladi. Bu **isbot** tushunchasi bilan ilk tanishishimiz bo'ldi. Geometriyaga birinchi bo'lib **isbot** tushunchasini olib kirgan matematik – eramizdan avvalgi 625 – 527 yillarda yashagan yunon olimi Fales hisoblanadi.

Biror tasdiqning to'g'riligini mantiqiy mulohazalar yordamida keltirib chiqarish **isbot** deb ataladi. To'g'riligi isbotlash yo'li bilan asoslanadigan tasdiq esa **teorema** deb ataladi. Teorema odatda shart va xulosa qismlardan iborat bo'ladi. Teoremaning birinchi – shart qismida nimalar berilgani bayon qilinadi. Ikkinchi – xulosa qismida esa nimani isbotlash lozimligi ifodalanadi. Masalan, quyidagi teoremani olib qaraylik:



Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ularning har ikkisi ham to'g'ri burchak bo'ladi.

Bu teoremaning *shart qismi* – “o'zaro qo'shni burchaklarning teng”ligi bo'lsa, *xulosa qismi* – “ularning har ikkalasi ham to'g'ri burchak” bo'lishidan iborat. *Teoremani isbotlash* – uning shartidan foydalanib, bungacha ma'lum bo'lgan ma'lumotlarga tayanib, mulohaza yuritib, xulosa qismida ifodalangan tasdiqning to'g'riligini keltirib chiqarishdir. Teoremaning shart va xulosa qismlarini aniqlashtirib olish – teoremani oydinlashtiradi, uni tushunish va isbotlash jarayonini yengillashtiradi. Shu bois teoremani isbotlashdan oldin uni shart va xulosa qismlarga ajratib, qayta yozib olish maqsadga muvofiq bo'ladi. Masalan, yuqorida keltirilgan teoremani quyidagi ko'rinishda qayta yozib olish mumkin:

Berilgan: A va B qo'shni burchaklar,
 $\angle A = \angle B$

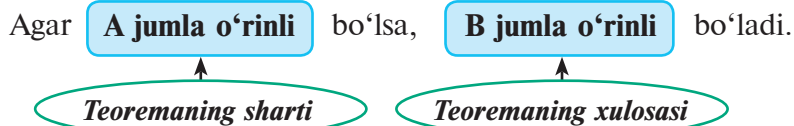


Isbot qilish kerak:
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$

Teoremaning sharti

Teoremaning xulosasi

Umuman olganda, teoremani shart va xulosa qismlarga ajratib, quyidagi sxema ko'rinishida tasvirlash mumkin:



Boshlang'ich tushuncha va aksiomalar. Nuqta, to'g'ri chiziq va tekislik kabi tushunchalar geometriyaning boshlang'ich tushunchalari hisoblanadi. Ularga ta'rif bermadik. **Geometriyaning boshlang'ich tushunchalari** ta'rifsiz to'g'ridan-to'g'ri kiritiladigan tushunchalardir. Geometriyani bir bino deb olsak, bu tushunchalar

uning poydevoridir. Boshlang'ich tushunchalar asosida boshqa yangi shakl va tushunchalar haqida tushuntirish beriladi, ya'ni ular **ta'riflanadi**. Darslikda ta'riflar  belgisi bilan alohida ajratilgan.

Shuningdek, shu paytgacha nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikning o'z-o'zidan ravshan bo'lgan qator xossalari ham isbotsiz, to'g'ridan-to'g'ri qabul qildik. Bunday xossalar **aksiomalar** deb ataladi. Agar e'tibor bergan bo'lsangiz, darslikda barcha aksiomalarni asosiy matndan alohida ajratib,  belgisi ostida berib keldik. Shu paytgacha tanishib chiqqan aksiomalarga misollar keltiramiz (qolganlarini darslik sahifalaridan topib, yozib chiqing):

1. *Tekislikdagi istalgan to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan nuqtalar ham, unga tegishli bo'lmagan nuqtalar ham mavjud.*

2. *Har qanday ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.*

3. *To'g'ri chiziqda olingan istalgan uchta nuqtadan faqat bittasi qolgan ikkitasining orasida yotadi.*

Geometriyada tushunchalar izchil, mantiqiy ketma-ketlik tartibida kiritiladi. Eng avval geometriyaning poydevori — boshlang'ich tushunchalar ta'rifisiz qabul qilinadi. So'ngra, bu poydevor asosida yangi tushunchalar ta'riflanadi. Ularning ba'zi xossalari isbotsiz, aksioma sifatida qabul qilinadi. Qolgan xossalar esa teoremlar ko'rinishida ifodalanadi va aksiomalarga hamda bu paytgacha to'g'riligi isbotlangan xossalarga asoslanib, mantiqiy mulohazalar vositasida isbotlanadi. Mulohaza yuritish jarayonida aksiomalardan boshqa isbotlanmagan xossalardan — garchi ularning to'g'riligi ochiq-oydin ko'rinish turgan bo'lsa ham — foydalanish taqiqlanadi. Chunki isbotlanmagan xossalardan foydalanish geometriyaning mantiqiy “bino”sini buzib qo'yadi — “tuxum oldin paydo bo'lganmi yoki tovuq” degan hazil savol bilan ifodalanadigan mantiqiy xato keltirib chiqaradi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Teorema nima? U qanday qismlardan iborat?
2. Teoremlar qanday isbotlanadi?
3. Teoremaning isboti deganda nimani tushunasiz?
4. Muayyan teoremani oling va uni qismlarga ajrating.
5. Ta'rif nima? Qaysi tushunchalar ta'rifisiz qabul qilinadi?
6. Aksioma nima?
7. Geometriyada tushunchalar qanday ketma-ketlikda qabul qilinadi?
8. Agar shaklning xossasi chizmada ochiq-oydin ko'rinish turgan bo'lsa, bu xossani isbotlamasdan qabul qilsa bo'ladimi?
9. Quyida keltirilgan tasdiqlarning qaysilari isbotsiz qabul qilingan:
 - 1) har qanday ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin;
 - 2) yoyiq burchak to'g'ri burchakdan ikki marta katta;
 - 3) qo'shni burchaklar yig'indisi 180° ga teng;
 - 4) har bir kesmaning faqat bitta o'rtasi bor;
 - 5) har bir musbat son uchun uzunligi shu songa teng bo'lgan kesma mavjud.
10. Ushbu tasdiqni isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi: “Bir to'g'ri chiziqda yotuvchi A, B, C, D nuqtalar uchun $AB = CD$ bo'lsa, AD va BC kesmalarning o'rtalari ustma-ust tushadi”?

16 PERPENDIKULYAR TO'G'RI CHIZIQLAR

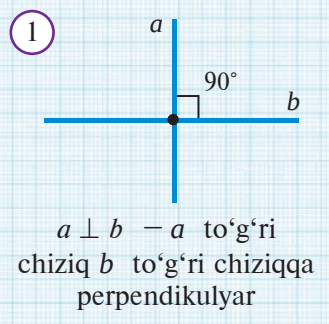


Faollashtiruvchi mashq

Ikki to'g'ri chiziq kesishganda hosil bo'lgan burchaklarning bittasi to'g'ri burchak bo'lsa (1-rasm), qolgan burchaklar haqida nima deyish mumkin?



To'g'ri burchak ostida kesishuvchi to'g'ri chiziqlar **perpendikulyar to'g'ri chiziqlar** deb ataladi. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlar 90° li burchak ostida kesishadi.



1-rasmda bir-biriga perpendikulyar a va b to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. Bu to'g'ri chiziqlarning perpendikulyarligi maxsus belgi yordamida $a \perp b$ tarzida yoziladi va " a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar" deb o'qiladi. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlar kesishishidan to'rtta to'g'ri burchak hosil bo'ladi.

Perpendikulyar to'g'ri chiziqlarda yotgan kesma, nur, to'g'ri chiziqlar ham bir-biriga perpendikulyar deb yuritiladi.



To'g'ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasidan shu to'g'ri chiziqqa yagona perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Isbot. AB to'g'ri chiziq va undagi O nuqta berilgan bo'lsin (2-rasm). OB nurga uchi O nuqtada bo'lgan, 90° li COB burchak qo'yish mumkin. Unda CO to'g'ri chiziq AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'ladi.

Burchakni nurga qo'yish aksiomasidan perpendikulyarning yagonaligi kelib chiqadi.

Teorema isbotlandi.



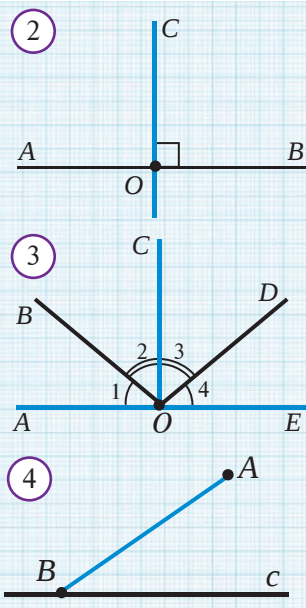
1-masala. Agar 3-rasmda $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ bo'lsa, $CO \perp AE$ bo'lishini ko'rsating.

Yechilishi: Aytaylik $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ bo'lsin. Burchaklarni o'lchashning xossasiga ko'ra $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$, ya'ni $\alpha + \beta = 90^\circ$ bo'ladi. Unda, $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ bo'lgani uchun, $CO \perp AE$ bo'ladi.



2-masala. Agar 5-rasmda $\angle ABC = \angle DBE$ bo'lsa, $\angle ABD = \angle CBE$ ekanligini ko'rsating.

Yechilish. Berilgan $\angle ABC = \angle DBE$ tenglikning har ikkala tomoniga $\angle CBD$ ni qo'shamiz: $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$



Lekin, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ va
 $\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE$.

Demak, $\angle ADD = \angle CBE$.

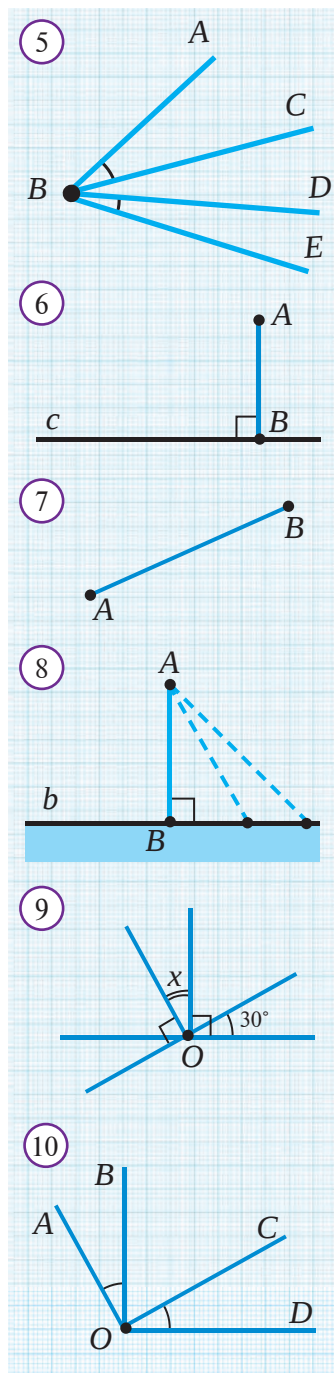
Agar AB kesma c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, u holda AB kesma ***A nuqtadan c to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar*** deyiladi. 6-rasmda A nuqtadan c to'g'ri chiziqqa tushirilgan AB perpendikulyar tasvirlangan. Bunda, B nuqta perpendikulyarning ***asosi*** deb nomlanadi.

Agar AB kesma c to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmasa, AB kesma ***og'ma*** deb ataladi (4-rasm).

Ma'lumki, A va B nuqtalarni tutashtiruvchi eng qisqa "yo'l" bu — AB kesmadir (7-rasm). Shu bois quyidagi sinflarda AB kesma uzunligini ***A va B nuqtalar orasidagi masofa*** deb qabul qilgan edik. Shunga o'xshash, ***A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa*** deb, A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa tushirilgan AB perpendikulyarning uzunligini qabul qilamiz. Ravshanki, bu masofa A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa tushirilgan barcha og'malar uzunligidan kichik bo'ladi (8-rasm). Bu tasdiqling isbotiga keyin to'xtalamiz.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar perpendikulyar deyiladi? Javobingizni chizmada sharhlang.
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtadan unga nechta perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? Javobingizni izohlang.
3. To'g'ri burchakning o'lchami necha gradusga teng?
4. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar deb nimaga aytiladi?
5. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan og'ma nima?
6. Berilgan A nuqtadan to'g'ri chiziqqa nechta og'ma tushirish mumkin?
7. 9-rasmdagi noma'lum burchak x ni toping.
8. 10-rasmda agar $OB \perp OD$ va $OA \perp OC$ bo'lsa, $\angle AOB = \angle COD$ bo'lishini ko'rsating.
9. Ikkita A va B nuqtalar orasidagi masofa nimaga teng?
10. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa nima?



17

TESKARISINI FARAZ QILIB ISBOTLASH USULI



“Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli” quyidagi sodda mantiqiy masalaga asoslangan. Aytaylik, yo‘lda ketayotib, yo‘lning ikkiga ajralgan qismiga duch keldingiz (*1-rasm*). Bu yo‘llarning faqat bittasi manzilingizga, buloqqa olib borishini bilasiz. Yo‘l ko‘rsatuvchi taxtachada birinchi yo‘l manzilingizga olib borishi ko‘rsatilgan. Siz bu yozuvga ishonmadingiz va ikkinchi yo‘l bo‘yicha yo‘lingizda davom etdingiz. Yurib-yurib boshqa joyga – qishloqqa borib qoldingiz. Bu holatda birinchi bo‘lib xayolingizga qanday fikr keladi? Albatta, “Taxtachadagi yozuv to‘g‘ri ekan!” degan fikr keladi (*2-rasm*).

Teskarisini faraz qilib isbotlash usulida ham shunga o‘xshash yo‘l tutiladi. Teoremaning shartini o‘rinli deb, uning xulosasi to‘g‘riligini ko‘rsatish kerak. Buning uchun teorema xulosasida keltirilgan tasdiq o‘rinli emas, deb faraz qilinadi.

Agar bu “yo‘l”dagi mantiqiy mulohazalar ziddiyatga olib kelsa, farazning noto‘g‘riligi ma‘lum bo‘ladi. Bu esa, o‘z navbatida, birinchi “yo‘l” to‘g‘ri ekanligini, ya‘ni teorema sharti o‘rinli bo‘lganda uning xulosasi ham o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatadi. Shu tariqa, teorema isbot bo‘ladi.

Teskarisini faraz qilish usulini qo‘llab teoremalarni isbotlashda quyidagilarga e‘tibor berish kerak: a) isbotlanishi talab qilingan tasdiqqa teskari bo‘lgan jumlani to‘g‘ri tuzish; b) faraz qilingan tasdiq va boshqa ma‘lum xossalr asosida to‘g‘ri xulosalar chiqarish; d) mulohaza yuritish davomida oldin ma‘lum bo‘lgan xossalarga zid bo‘lgan tasdiq hosil qilish.

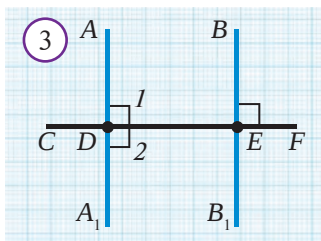


Bitta to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan ikki to‘g‘ri chiziq o‘zaro kesishmaydi.

AA_1 , BB_1 va CD to‘g‘ri chiziqlar,
 $AA_1 \perp CD$ va $BB_1 \perp CD$ (*3-rasm*)

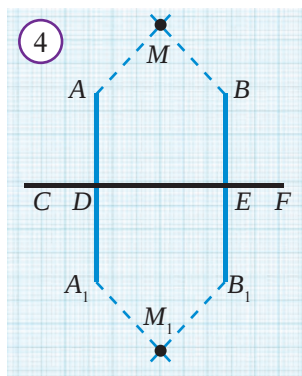


AA_1 va BB_1 to‘g‘ri chiziqlar
o‘zaro kesishmaydi



Isbot. Teskarisini faraz qilamiz: CF ga perpendikulyar AA_1 va BB_1 to‘g‘ri chiziqlar kesishsin. Kesish nuqtasini M deb belgilaylik (*4-rasm*). U CF to‘g‘ri chiziq hosil qiluvchi yarimtekisliklardan birida yotadi (*4-rasm*da yuqori yarimtekislik bo‘lsin). MDC va A_1DC to‘g‘ri burchaklar teng bo‘lgani uchun MDC burchakni DC nurdan pastki yarimtekislikka qo‘yish mumkin. Bunda

DM nur DA_1 nur ustiga tushadi. Shu singari MEF to'g'ri burchak EF nurdan pastki yarimtekislikka qo'yilsa, EM nur EB_1 nur ustiga tushadi. DM va EM nurlar M nuqtada kesishgani uchun DA_1 va EB_1 nurlar ham biror M_1 nuqtada kesishadi (4-rasm).



Natijada AD va BE to'g'ri chiziqlar ikkita M va M_1 nuqtalarda kesishadi, degan xulosa chiqadi. Ammo bu "har qanday ikki nuqtadan faqat bitta chiziq o'tadi", degan aksiomaga zid. Demak, qilgan farazimiz noto'g'ri ekan — bir to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar o'zaro kesishmas ekan. **Teorema isbotlandi.**

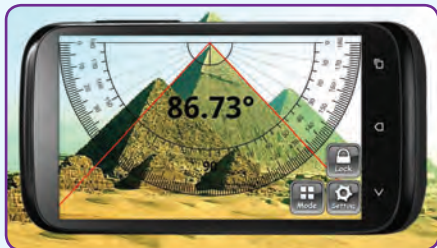


To'g'ri chiziqda yotmagan nuqtadan shu to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Bu xossani teskarisini faraz qilish usuli yordamida mustaqil isbotlang.



Smartfonlar uchun burchakni o'lchaydigan dasturiy ilovalar ishlab chiqilgan bo'lib, ular yordamida burchaklarni masofadan o'lchash mumkin. Rasmda mashhur Misr ehromlaridan birining cho'qqisidagi burchakni shu dastur yordamida o'lchash tasvirlangan.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Teskarisini faraz qilib isbotlash usuli qanday qoidaga asoslangan?
2. A, B, C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotsa va: a) $AB = 3,6$; $BC = 5,4$; $AC = 9$; b) $AB = 2,4$; $BC = 4,2$; $AC = 1,8$ bo'lsa, C nuqtaning A va B nuqtalar orasida yotmasligini isbotlang. Bu nuqtalardan qaysi biri qolgan ikkitasi orasida yotadi?
- 3* Qo'shni burchaklar bissektrisalari orasidagi burchakni toping.
- 4* Vertikal burchaklar tengligini teskari faraz qilish usuli bilan isbotlang.
- 5* Agar $\angle AOB = 58^\circ$, $\angle BOC = 17^\circ$ va $\angle AOC = 41^\circ$ bo'lsa, OA , OB va OC nurlardan qaysi biri qolgan ikkitasining orasida yotadi.
6. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining yig'indisi 120° . Bu burchaklarni toping.
7. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining ayirmasi 20° . Bu burchaklarni toping.
- 8* Vertikal burchaklarning bissektrisalari bir to'g'ri chiziqda yotishini isbotlang.
- 9* Tekislikda uchta A, B, C nuqta berilgan: $AB = 2,6$, $AC = 8,3$, $BC = 6,7$. Bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotmasligini isbotlang.
- 10* Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining yig'indisi 180° ga teng emas. Bu burchaklarning vertikal burchaklar ekanligini teskarisini faraz qilish usuli bilan isbotlang.

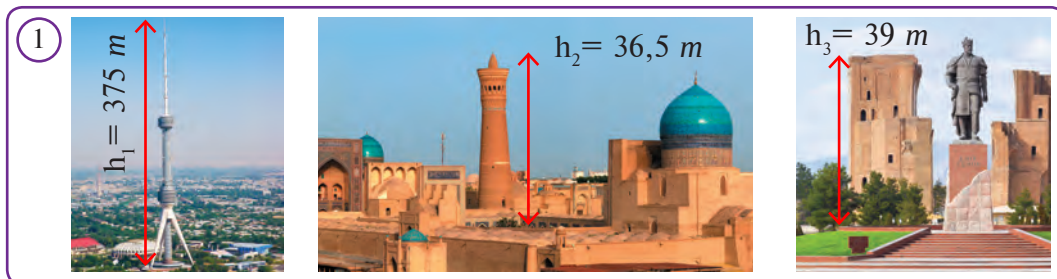
18 AMALIY MASHG'ULOT



1. Balandlikni to'g'ri o'lchash.

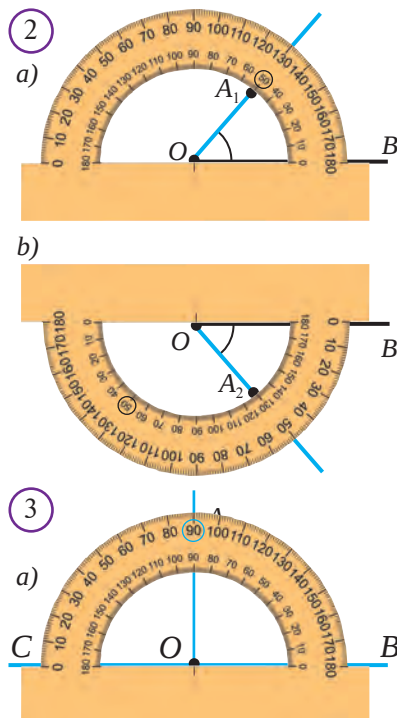
Biror jismning balandligi uning eng baland nuqtasidan asosi yotgan tekislikka tushirilgan perpendikulyar uzunligi bilan aniqlanadi. Agar bunday perpendikulyarni tushirish imkoni bo'lmasa, unga teng bo'lgan kesma balandlik sifatida qaraladi (*1-rasm*). Masalan, bino, piramida, minora balandligi yoki quduq chuqurligi va hokazo. Ba'zida tekislikdagi yassi shakllar balandligi ham shunday aniqlanadi.

- Choynak, piyola, kosa, guldon, qozon kabi turli uy jihozlarining balandligini o'lchash yo'lini o'ylab toping va ularning balandliklarini o'lchang.
- To'g'ri burchakli parallelepiped, uchburchakli piramida, konus va shar kabi geometrik shakl (jism) modellarining balandliklarini o'lchang.



2. Transportirdan to'g'ri foydalanish.

- Ixtiyoriy OB nur chizib olinadi.
 - Transportirning asosini berilgan OB nur ustiga, markazini esa O nuqtaga 2-rasmda ko'rsatilgan holatlarning biridagidek qilib qo'yiladi.
 - Transportir shkalasidan burchakning berilgan gradus o'lchovini ko'rsatuvchi bo'linmasi topiladi va uning to'g'risiga $A_1(A_2)$ nuqta qo'yiladi.
 - O va $A_1(A_2)$ nuqtalar orqali nur o'tkaziladi. Natijada berilgan gradus o'lchovli $\angle A_1OB$ ($\angle A_2OB$) burchak hosil bo'ladi.
- 3. To'g'ri chiziqqa perpendikulyar o'tkazish vositalari:**
- 1-usul.* Transportir yordamida (*3a-rasm*).
- 2-usul.* To'g'ri burchakli chizg'ich (go'niya) yordamida (*3b-rasm*).



4. a) transportir; b) go'niya yordamida berilgan to'g'ri chiziqqa unda yotuvchi nuqtadan o'tuvchi perpendikulyar to'g'ri chiziq yasang.
5. d to'g'ri chiziqda A, B, C nuqtalarni belgilang va transportir yordamida bu nuqtalarning har biri orqali d to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazing.
6. b to'g'ri chiziq chizing va unda yotmaydigan A nuqta belgilang. Go'niya yordamida A nuqtadan o'tuvchi b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq chizing.
7. Go'niya yordamida A nuqtadan a, b va c to'g'ri chiziqlargacha bo'lgan masofalarni toping (4-rasm).



8. Berilgan OB nurga 50° li burchakni qo'ying.

Yechilishi. OB to'g'ri chiziq tekislikni ikkita yarimtekislikka ajratishi ma'lum. Transportirning asosini OB nur ustiga, markazini esa O nuqtaga 2 xil usulda qo'yamiz. Bunga OB nurga 0° mos keladigan shkalasida 50° ga mos keluvchi bo'linma topiladi va burchaklar yasaladi. Demak, berilgan nurdan har bir yarimtekislikka bittadan 50° li burchak qo'yish mumkin (5-rasm):

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ.$$



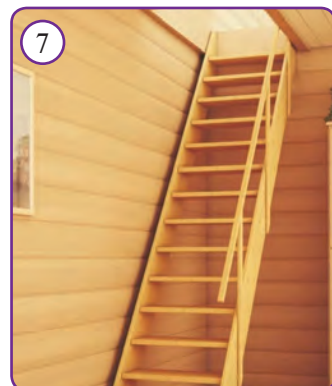
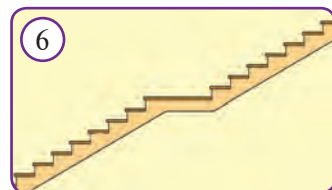
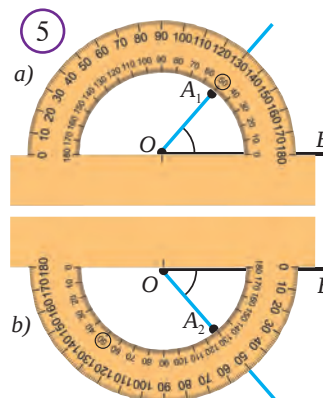
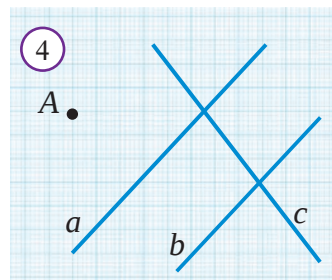
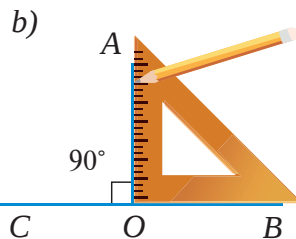
9. Zinapoya burchagi.

Zinapoyalar turli burchaklar ostida quriladi. Bir qarashda, zinapoya qanchalik yotiq bo'lsa, u shunchalik qulay bo'lishi kerakdek. Ammo o'ta yotiq zinapoyalardan foydalanish u qadar qulay emas. Shuning uchun kichik burchak ostida ko'tariladigan joylarda zinapoya 6-rasmdagi tarzda quriladi.

Qurilish talablari bo'yicha 30° - 45° oralig'idagi zinapoyalar qulay hisoblanadi. Ko'p qavatli turarjoy binolaridagi zinapoyalar odatda 35° - 40° qilib quriladi. Aslida 45° dan katta burchak ostida qurilgan zinapoya kamroq joy egallaydi, ammo bunday zinapoyadan ko'tarilishga bolalar va qariyalar qiyinaladi.

Xonaning ichidan tuynuk orqali tomga chiqish uchun zinapoya juda tik quriladi, chunki bu holda zinapoyaga ajratiladigan joy o'ta tor bo'ladi (7-rasm).

Agar xovlingizda yetarlicha g'isht bo'lsa, ulardan turli burchak ostida zinapoya yasab, o'ng'aymi, yo'qmi — sinab ko'ring.



19

BOB BO'YICHA TAKRORLASH

1. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Nuqta va uchlari shu nuqtada bo'lgan iborat shakl burchak deb ataladi.
2. Yoyiq burchakning gradus o'lchovi teng.
3. Burchakning uchidan chiqib, uni burchak bissektrisasi deb ataladi.
4. Umumiy tomonga ega bo'lib, qolgan ikkita tomoni to'g'ri chiziq hosil qiluvchi burchaklar deb ataladi.
5. Vertikal burchaklarning bissektoralari hosil qiladi.
6. Agar qo'shni burchaklar, ular to'g'ri burchaklar bo'ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Yig'indisi 180° ga teng bo'lgan burchaklar qo'shni burchaklar bo'ladi.
2. Burchakning uchidan o'tib, uni teng ikkiga bo'luvchi to'g'ri chiziq burchakning bissektrisasi deb ataladi.
3. Ikkala tomoni ham nurlarda yotuvchi burchak yoyiq burchak deb ataladi.
4. Ikki to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarga vertikal burchaklar deb ataladi.
5. Berilgan nurdan yarimtekislikka faqat bitta to'g'ri burchak qo'yish mumkin.
6. Vertikal burchaklarning yig'indisi 180° ga teng.

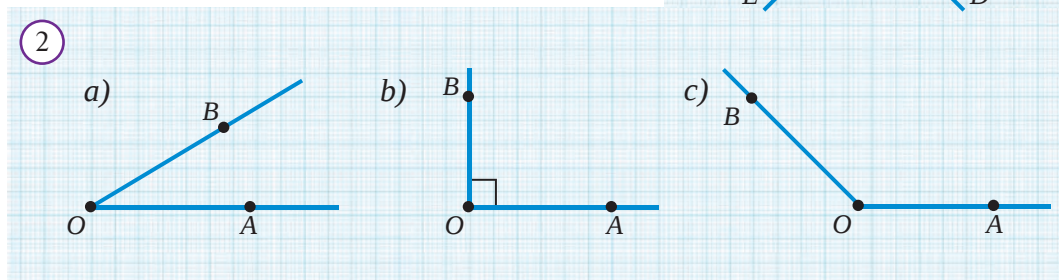
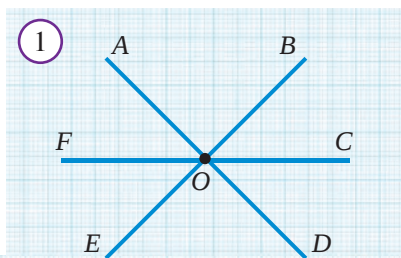
3. Berilgan xossaga ega bo'lgan atamani daftaringizga yozing:

Yig'indisi 180° ga teng	Tomonlari nurlardan iborat
Kattaligi 180° ga teng	Burchakni teng ikkiga bo'ladi
To'g'ri chiziqlar kesishganda hosil bo'ladi	

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarning mosini toping:

Geometrik tushuncha	Talqini yoki xossasi
1. 1 gradus	A. Yig'indisi 180° ga teng
2. Yoyiq burchak gradus o'lchovi	B. O'zaro teng burchaklar
3. Vertikal burchaklar	C. 180°
4. Qo'shni burchaklar	D. To'g'ri burchakning $1/90$ qismi
5. Teorema	E. Isbotsiz qabul qilinadigan tasdiq
6. Aksioma	F. Isbotlanishi lozim bo'lgan tasdiq
7. Bissektrisa	G. Burchakni teng ikkiga bo'ladi

1. Transportir yordamida bir tomoni umumiy bo'lgan 10° , 20° , 40° , 60° , 90° , 130° , 170° li burchaklarni yasang.
2. Yoyiq burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan qanday burchak hosil qiladi?
3. Burchakning bissektrisasi uning tomoni bilan 30° li burchak hosil qilgan bo'lsa, burchakning o'zi necha gradus?
4. Burchakning bissektrisasi uning tomonlari bilan o'tmas burchak tashkil qilishi mumkinmi?
5. $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle COB = 80^\circ$ bo'lsa, AOB va COB burchaklarning bissektrisalari orasidagi burchakni toping.
6. 15° li burchakka 10 marta kattalashtiruvchi lupa (ko'zgu) orqali qaralganda, necha gradusli burchak ko'rinadi?
7. Transportir yordamida a) 90° ; b) 60° ; c) 50° ; d) 20° li burchakni va uning bissektrisasini yasang.
- 8* $\angle AOB = 120^\circ$ bo'lgan burchakning OK bissektrisasini transportir yordamida yasang. So'ngra hosil bo'lgan AOK va KOB burchaklarning bissektrisalarini yasang va bu bissektrisalar orasidagi burchakni toping.
9. 1-rasmda nechta vertikal burchaklar juftligi tasvirlangan?
- 10* Agar soatning soat va minut millari orasidagi burchak 45° bo'lib, minut mili 6 da turgan bo'lsa, soat qaysi vaqtni ko'rsatayotgan bo'ladi?
11. AOB va BOC qo'shni burchaklar ekanligi ma'lum. Agar:
 - a) AOB burchak BOC burchakdan 40° katta;
 - b) AOB burchak BOC burchakdan 4 marta kichik;
 - c) $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$;
 - d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bo'lsa, bu burchaklarni toping.
12. Ikki to'g'ri chiziq kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan ikkitasining gradus o'lchovlari yig'indisi 100° ga teng bo'lsa, bu to'rtta burchakning gradus o'lchovlarini toping.
13. 2-rasmdagi burchaklarning tomonlariga ularning A va B nuqtalari orqali perpendikulyar to'g'ri chiziqlar o'tkazing. Bu to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasida qanday burchaklar hosil qiladi?



20 2-NAZORAT ISHI

Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismda quyida keltirilgan masalalar (yoki shularga o'xshash masalalar)dan 3 tasi beriladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan testlardan beshtasi beriladi.

Masalalar:

1. MN va KL to'g'ri chiziqlarning kesishishidan hosil bo'lgan $\angle MOL$ va $\angle KON$ vertikal burchaklarning yig'indisi 148° ga teng. $\angle MOK$ burchakni toping.
2. Qo'shni burchaklarning ayirmasi 60° ga teng. Bu burchaklarning kichigini toping.
3. Burchak bissektrisasi shu burchakning tomoni bilan 66° li burchak hosil qiladi. Bu burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping.
- 4*. Qo'shni burchaklar bissektrisalari to'g'ri burchak ostida kesishishini isbotlang.

Testlar (berilgan javoblar ichidan eng to'g'ri bo'lgan bittasini aniqlang):

1. Ikki qo'shni burchakning ayirmasi 24° ga teng bo'lsa, ulardan kichigini toping:
A) 72° ; B) 76° ; D) 78° ; E) 82° .
2. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan uchtasining yig'indisi 200° ga teng. Burchaklardan kichigini toping:
A) 20° ; B) 40° ; D) 60° ; E) 80° .
3. Burchak bissektrisasi uning tomoni bilan 60° li burchak hosil qiladi. Berilgan burchakka qo'shni bo'lgan burchakni toping:
A) 30° ; B) 60° ; D) 90° ; E) 120° .
4. Soat 4 bo'lganda, soat va minut millari orasidagi burchak necha gradus bo'ladi?
A) 60° ; B) 75° ; D) 105° ; E) 120° .
5. $AB = 6$, $C \in AB$, $AC = 3BC$, $BC = ?$
A) 1; B) 1,5; D) 2; E) 3.
6. Soatning soat mili 30 minutda necha gradusga buriladi?
A) 180° ; B) 15° ; D) 60° ; E) 30° .
7. $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$
A) 7; B) 8; D) 10; E) 11.

8. Vertikal burchaklarning yig'indisi 180° ga teng. Bu burchaklarni toping:

A) 60° va 120° ; B) 45° va 135° ;
D) 90° va 90° ; E) 45° va 45° .

9. 1-rasmdagi x ni toping.

A) 30° ; B) 36° ; D) 45° ; E) 60° .

10. 2-rasmdagi x ni toping.

A) 136° ; B) 72° ; D) 56° ; E) 96° .

11. 3-rasmdagi x ni toping.

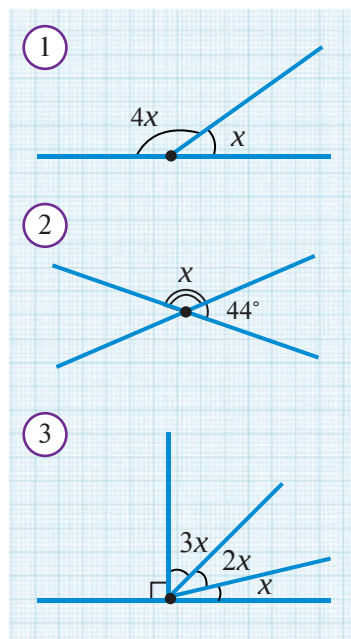
A) 15° ; B) 30° ; D) 45° ; E) 60° .

12. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping:

A) Tekislikda berilgan nuqtadan faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin;
B) To'g'ri chiziqning biror nuqtasi va undan bir tomonda yotgan nuqtalaridan iborat qismiga nur deb ataladi;
D) To'g'ri chiziqning ikki nuqtasi orasida yotgan nuqtalaridan iborat qismi tekislik deb ataladi;
E) Har qanday nurdan tayin yarim tekislikka faqat bitta burchak qo'yish mumkin.

13. Quyidagi mulohazalardan to'g'risini toping.

A) Qo'shni burchaklar yoyiq burchak bo'ladi;
B) Agar $AB = 5 \text{ sm}$, $BC = 6 \text{ sm}$ bo'lsa, $AC = 11 \text{ sm}$ bo'ladi;
D) Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal burchaklar bo'ladi;
E) Agar ikkita burchak teng bo'lsa, ularga qo'shni bo'lgan burchaklar ham teng bo'ladi.



Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

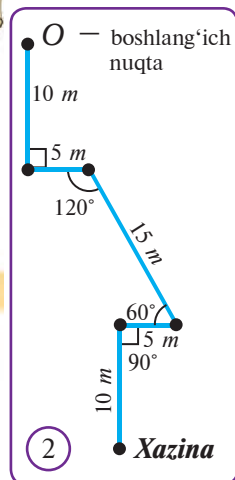
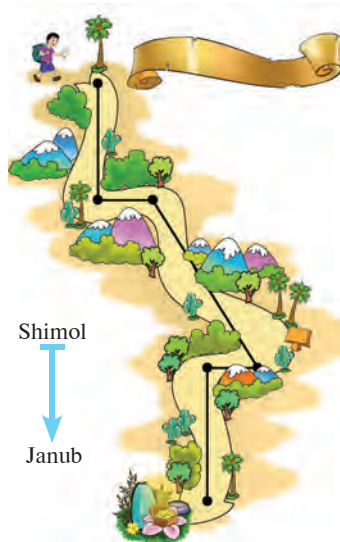
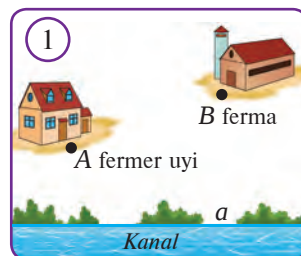
1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tani-shib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarish va test topshiriqlarini yechish yo'li bilan o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 142-betda keltirilgan Internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar

1. Fermer xo'jaligining xaritasi 1-rasmda berilgan.

- 1) Fermer uyidan fermaga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziqli bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.
- 2) Fermer fermasidan kanalga olib boruvchi yo'l qurmoqchi. Unga yo'lni qaysi chiziqli bo'yicha qurishni maslahat berasiz? Nega? Chizmada bu yo'lni chizib ko'rsating.



2. Ochiq havoda geometrik musobaqa.

Musobaqada sinf o'quvchilaridan iborat ikki yoki undan ortiq guruh qatnashishi mumkin. Har bir guruhga ruletka va katta transportirdan foydalanishga ruxsat beriladi.

Guruhlar maktab maydonining turli burchaklarida ish olib boradi. "Xazina" (masalan, pufakcha, konvertda xat, ...) oldindan maydonning biror joyiga ko'mib qo'yiladi. Xazinaga olib boruvchi xaritalar ham o'qituvchi tomonidan oldindan tuziladi va guruhlariga tarqatiladi (Xarita namunasi 2-rasmda ko'rsatilgan).

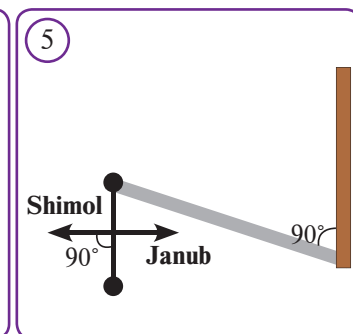
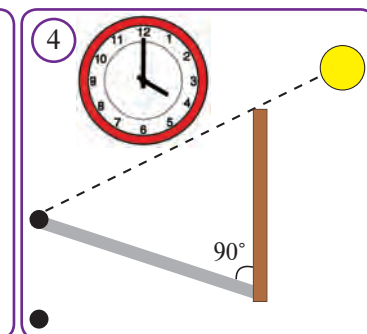
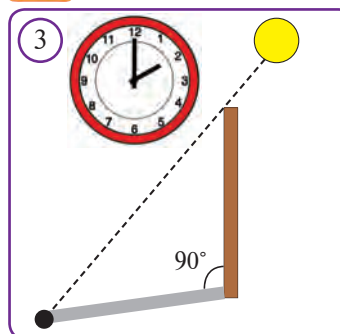
Guruhlar o'z xaritalari asosida xazinani topishga kirishadi. Qaysi guruh birinchi bo'lib xaritada ko'rsatilgan sinqli chiziqli bo'ylab hamma nuqtalarni aniqlab, xazinani topsa, o'sha guruh g'olib deb topiladi.



3. **Topshiriq.** Uyingizdan maktabga keladigan yo'lining 2-rasmdagi kabi xaritasini tuzing. Chamalab bu yo'lining uzunligini aniqlang.



4. Vertikal tayog yordamida Shimol va Janubni aniqlash.

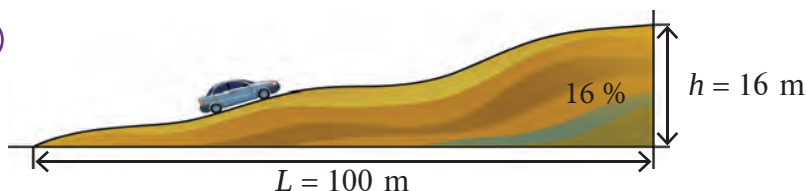


- 1) Tayoqni yerga tikka o'rnatamiz (tayoqning barcha tomonlarining burchagi yerga nisbatan 90°) va soyasining uchini belgilab olamiz. Bu g'arbiy belgi (3-rasm).
- 2) 2 soatdan so'ng ikkinchi bor belgilaymiz. Bu sharqiy belgi bo'ladi (4-rasm).
- 3) Hosil bo'lgan kesma o'rtasidan to'g'ri burchak ostida to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Natijada perpendikulyar hosil bo'ladi. Bu perpendikulyar Shimol va Janubni ko'rsatadi (5-rasm).



5. Tepalikning tiklik darajasi uning balandligi va asosining uzunligi nisbati bilan aniqlanadi va foizda (%) ifodalanadi (6-rasm).

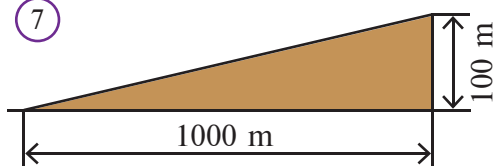
6



$$T = \frac{h}{L} \times 100\% = \frac{16 \text{ m}}{100 \text{ m}} \times 100\% = 16\%$$

6. 7-rasmdagi do'nglikning tiklik darajasini aniqlang.

7



8

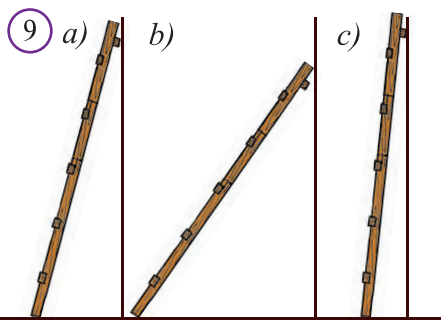


Yo'ldagi do'nglikning tiklik darajasini ko'rsatuvchi yo'l belgisi (8-rasm).

7. $\angle AOB$ berilgan. Quyidagi tengliklar ma'noga egami $\angle AOB = \angle BOA$; $\angle AOB = \angle ABO$; $\angle AOB = \angle OAB$?
8. To'g'ri to'rtburchak shaklidagi oq qog'oz varag'ining bitta burchagi bissektrisasini qanday yasash mumkin?
9. Qog'oz varag'idan qirqib olingan burchakni qanday usulda teng 4 ta bo'lakka bo'lish mumkin?



10. Tomga chiqish qulay bo'lishi uchun narvon yerga nisbatan 75° burchak ostida devorga tirab qo'yilishi kerak. 9a, 9b- va 9c-rasmlardagi narvonlarning chiqish uchun qulay yoki qulay emasligini transportir yordamida aniqlang.

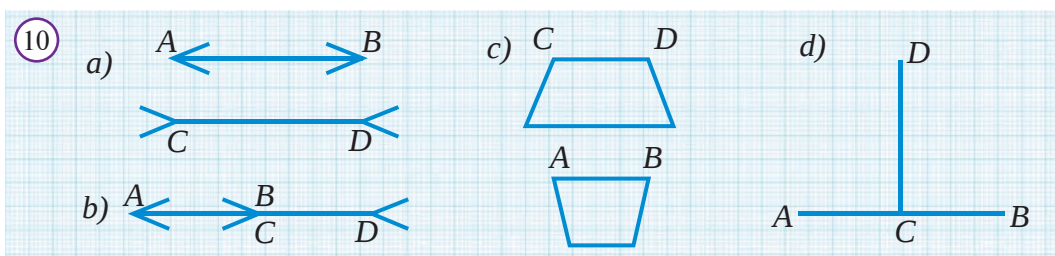


11. Biror to'g'ri chiziq chizing. Unda yotmaydigan biror nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar va bir nechta og'malar o'tkazing. Perpendikulyar va og'malarning uzunliklarini o'lchang va o'zaro taqqoslang. Qaysi kesmaning uzunligi eng kichik bo'ladi? Javobingizni faraz (gipoteza) ko'rinishida ifodalang.



12. 10-rasmda tasvirlangan AB va CD kesmalarni ko‘z bilan chamalab o‘zaro taqqoslang. So‘ng bu ishini shaffof plyonka yordamida bajaring.

Xulosa: Geometriyada o‘lchash va taqqoslash ishlarini bajarish lozim: ko‘z aldashi mumkin!



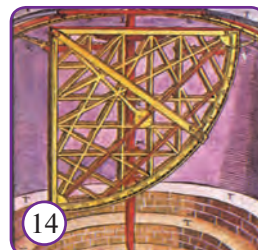
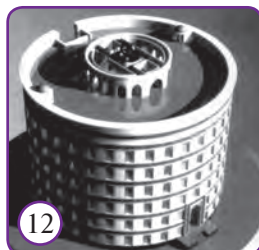
27-betdagi II-bob tituli bo‘yicha

1. 2-rasmdagi harflar burchaklarini o‘lchang. Bu qanday burchaklar?
2. 3-rasmdagi pandusning qiyaligi necha foizga teng?
3. Burchaklarni barmoqlar yordamida taxminan o‘lchash (3-rasm).
4. Devorning yerga nisbatan perpendikulyarligini shoqul yordamida o‘lchash (5-rasm).
5. 7-rasmda qanday burchaklarni ko‘ryapsiz? U rasmdagi narvonlar va zinapoyalar haqida qanday fikr bildira olasiz?
6. 8-10-rasmlardagi zinapoyalarning har biri qulaymi yoki yo‘q?



Tarixiy lavha

Astrolyabiya (Usturlob) – burchak o‘lchaydigan asbob bo‘lib, u qadimgi yunon astronomi Gipparx tomonidan eramizdan oldingi II asrda yasalgan (11-rasm). Ko‘rinishi juda sodda bo‘lgan bu asbobda o‘nlab o‘lchash ishlarini bajarish mumkin bo‘lgan. Samarqanddagi Ulug‘bek astronomik rasadxonasida ham burchak o‘lchash ishlari olib borilgan. Bu ulkan silindr shaklidagi uch qavatli rasadxonada ko‘plab qurilma va asboblardan bo‘lgan (12-rasm). Uning radiusi 42m bo‘lgan! Ulug‘bek bu qurilma yordamida 1018 ta yulduzning koinotdagi o‘rnini hayratomuz aniqlikda o‘lchab, o‘zining “Ziji jadidi Ko‘ragoniy” asarida keltirgan. 13-rasmda uning yer ostida saqlanib, shu kungacha yetib kelgan qismi tasvirlangan. 14-rasmda yevropalik olimlar teleskop ixtiro qilinishidan avval foydalangan kvadrant tasvirlangan. U Ulug‘bek kvadrantidan ancha kichik albatta. Hozirda yer o‘lchash ishlarida yuqori aniqlikka ega bo‘lgan teodolit degan asbob qo‘llaniladi.

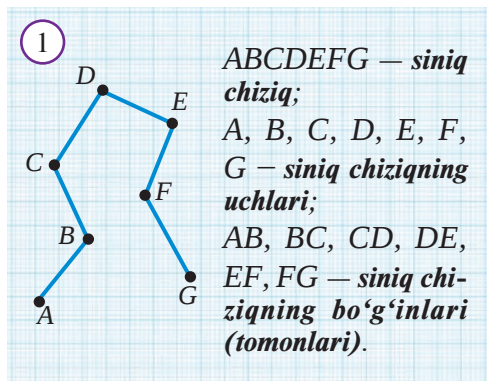


III BOB

KO'PBURCHAKLAR VA UCHBURCHAKLAR



21 SINIQ CHIZIQ. KO'PBURCHAK



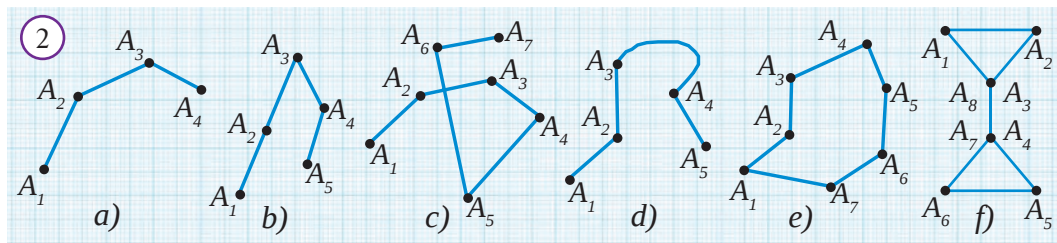
Ketma-ket kelgan, o'zaro qo'shnilari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalardan tashkil topgan shakl **siniq chiziq** deyiladi.

$A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalar **siniq chiziqlarning uchlari**, $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalar esa **siniq chiziqlarning bo'g'inlari** yoki **tomonlari** deb ataladi. 1-rasmda $ABCDEFG$ — siniq chiziq tasvirlangan. Siniq chiziq tomonlarining yig'indisi uning **uzunligi** bo'ladi.



Boshlang'ich va oxirgi uchlari ustma-ust tushadigan siniq chiziq **yopiq siniq chiziq** deb ataladi.

Mashq. 2-rasmda tasvirlangan chiziqlarning siniq chiziq bo'lishi yoki bo'lmashini aniqlang va izohlang.



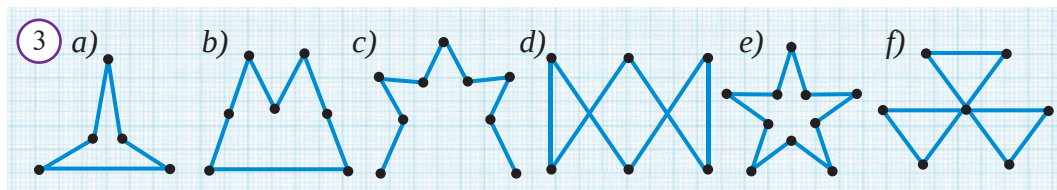
O'z-o'zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq **ko'pburchak** deb ataladi.

Boshqacha aytganda, ko'pburchakning tomonlari qo'shni bo'lmasa umumiy nuqtaga ega emas.



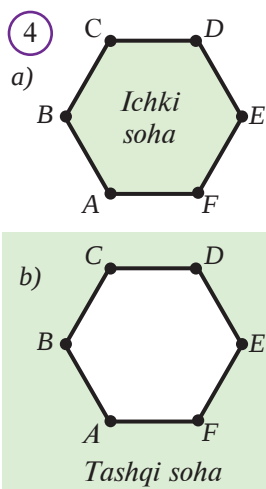
Faollashtiruvchi mashq

Ko'pburchakning ta'rifidan kelib chiqadigan xususiyatlarini sanang va 3-rasmdagi shakllarning ko'pburchak bo'lishi yoki bo'lmashini aniqlang va izohlang.



Tomonlarining soniga qarab, ko'pburchaklar uchburchak, to'rtburchak, beshburchak, oltiburchak, umumiy holda n ta uchli bo'lganda ***n*-burchak** deb nomlanadi. Siz ba'zi ko'pburchaklar bilan quyi sinflarda tanishgansiz.

Har qanday ko'pburchak tekislikni ikki sohaga ajratadi. Ulardan biri chekli soha bo'lib, u ko'pburchakning ***ichki sohasi*** deyiladi, ko'pburchakning tashqarisida yotgan cheksiz soha esa ko'pburchakning ***tashqi sohasi*** deyiladi. 4-rasmda $ABCDEF$ oltiburchakning ichki (*a-rasm*) va tashqi (*b-rasm*) sohalari bo'yab ko'rsatilgan.

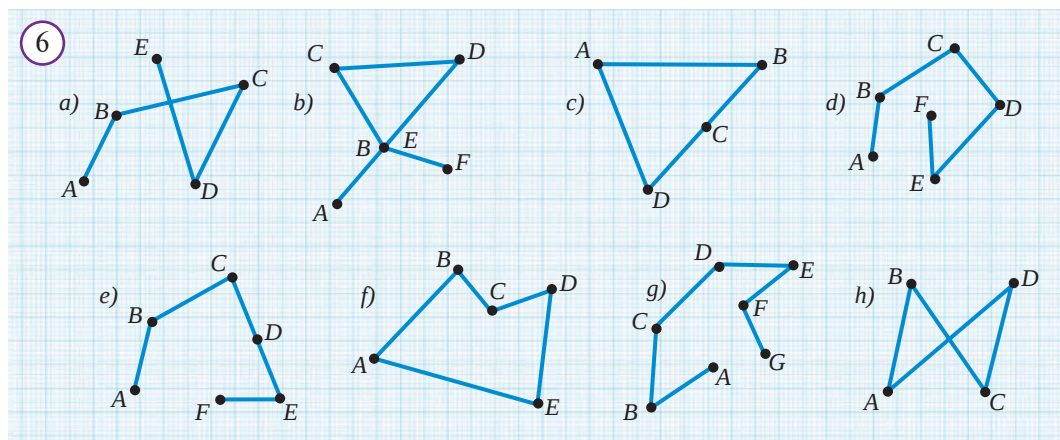


Savol, masala va topshiriqlar

1. Siniq chiziq nima?
2. Siniq chiziq chizing, uning uchlarini va bo'g'inlarini ko'rsating.
3. Siniq chiziqning uzunligi nimaga teng?
4. Yopiq siniq chiziqlarga misollar keltiring.
5. Sinf xonasida, uyda siniq chiziqni eslatuvchi narsalarga misollar toping.
6. Ko'pburchak nima? Misollar keltiring.
7. Ko'pburchakning qanday sohalari bor?
8. 5-rasmda tasvirlangan raqamlar qanday siniq chiziqlarni ifodalaydi?



- 9* 6-rasmda tasvirlangan shakllarning qaysilari: a) siniq chiziq; b) yopiq siniq chiziq; c) ko'pburchak bo'lishini aniqlang.



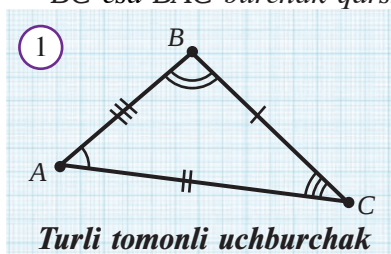
10. 6-rasmdagi siniq chiziqlarning bo'g'inlarini chizg'ich yordamida o'lchang va har bir siniq chiziqning uzunligini hisoblang.
11. Har ikki qo'shni bo'g'ini bir-biriga perpendikulyar bo'lgan besh bo'g'inli siniq chiziq chizing. Bunday siniq chiziq yopiq bo'lishi mumkinmi?

22 UCHBURCHAK. UCHBURCHAKLARNING TURLARI

Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uch nuqtani ketma-ket tutashtirish orqali hosil qilingan geometrik shakl **uchburchak** deyiladi (*1-rasm*). Uchburchak — eng sodda ko'pburchakdir. Belgilangan uchta nuqta uchburchakning **uchlari**, ularni tutashtiruvchi kesmalar esa uchburchakning **tomonlari** bo'ladi. Odatda, "uchburchak" so'zi o'rniga Δ belgisi ishlatiladi: " ΔABC ". Bu yozuv uchlari A, B, C nuqtalardan iborat uchburchakni bildiradi va "uchburchak ABC " yoki " ABC uchburchak" deb o'qiladi. Uchburchak uchta burchakka ega: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ — ular uchburchakning **burchaklari** deb yuritiladi (*1-rasm*).

Uchburchak burchaklari $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ tarzda ham belgilanadi. Uchburchakning tomonlari va burchaklari uning **asosiy elementlari** deb ataladi. Uchburchakning uchala tomoni uzunliklarining yig'indisi uchburchakning **perimetri** deyiladi. U odatda P harfi bilan belgilanadi. Shuningdek,

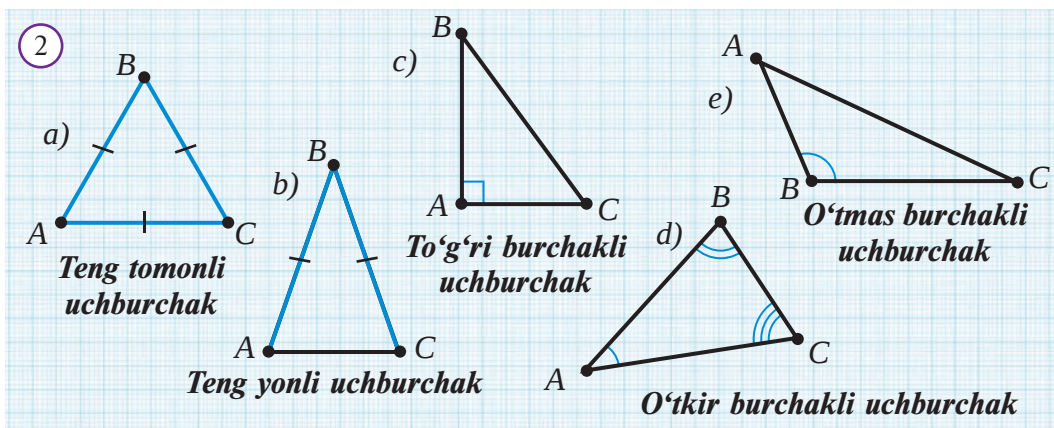
$\angle BAC$ — uchburchakning AB va AC tomonlari orasida yotuvchi burchagi,
 AB va AC — BAC burchakka yopishgan tomonlar,
 BC esa BAC burchak qarshisida yotadigan tomon kabi iboralar qo'llaniladi.

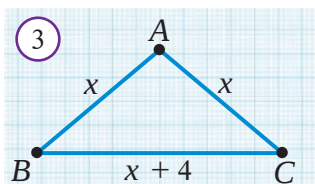


ΔABC — uchburchak
 A, B, C nuqtalar — uchburchakning uchlari
 AB, BC, AC kesmalar — uchburchakning tomonlari
 $\angle A, \angle B, \angle C$ — uchburchakning burchaklari
 $P = AB + BC + AC$ — uchburchakning perimetri

Tomonlari va burchaklariga ko'ra uchburchaklar quyidagi turlarga ajratiladi:

- uchala tomoni o'zaro teng bo'lsa, **teng tomonli uchburchak** (*2a-rasm*);
- tomonlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lsa, **teng yonli uchburchak** (*2b-rasm*);
- uchta turli xil tomonga ega bo'lsa, **turli tomonli uchburchak** (*1-rasm*);
- bitta burchagi to'g'ri bo'lsa, **to'g'ri burchakli uchburchak** (*2c-rasm*);
- hamma burchaklari o'tkir bo'lsa, **o'tkir burchakli uchburchak** (*2d-rasm*);
- bitta burchagi o'tmas bo'lsa, **o'tmas burchakli uchburchak** (*2e-rasm*).





Masala. Perimetri 28 sm ga teng bo'lgan teng yonli uchburchakning uchinchi tomoni teng tomonlaridan 4 sm uzun. Shu uchburchakning tomonlarini toping.

Yechilishi: ABC uchburchakning teng tomonlarini x deb belgilasak, uchinchi shartga ko'ra $x+4$ bo'ladi (3-rasm). Unda, masala shartiga ko'ra, $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$ (sm), $x = 8$ sm. Demak, $AB = AC = 8$ sm; $BC = 12$ sm.

Javob: 8 sm; 8 sm; 12 sm.

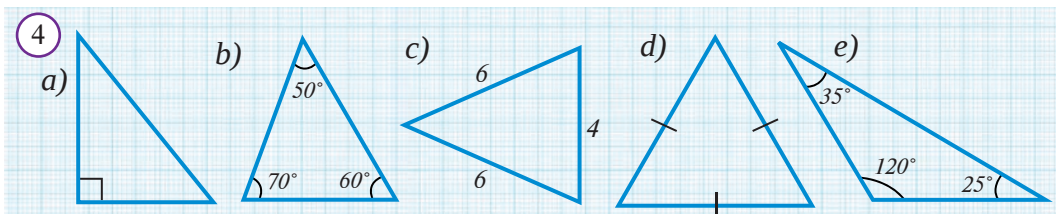


Savol, masala va topshiriqlar

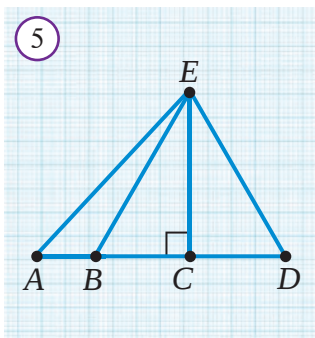
1. Qanday shakl uchburchak deb ataladi?
2. Uchburchakning qanday elementlari bor?
3. Uchburchakning perimetri nimaga teng?
4. PQR uchburchakda:
 - a) $\angle P$ qarshisida qaysi tomon yotadi?
 - b) PQ tomonga qaysi burchaklar yopishgan?
 - c) PQ va QR tomonlar orasida qaysi burchak joylashgan?
 - d) PR tomon qaysi burchak qarshisida yotadi?

Bu savollarga shaklga qaramay javob berishga harakat qiling.

5. Uchburchakning qanday turlari bor? Har bir uchburchak turidan bitta uchburchak chizing. Ularni belgilang. Uchburchak turlarining ta'rifidan kelib chiqib, ularning xususiyatlarini ifodalang.
6. 4-rasmdagi uchburchaklarning turlarini aniqlang.



7. Ko'z bilan chamalab, uchala tomoni teng bo'lgan uchburchak yasang. So'ngra uning tomonlarini chizg'ich bilan o'lchab, natijalarni taqqoslang.



8. 5-rasmda bir uchi: a) A nuqtada; b) B nuqtada; c) C nuqtada bo'lgan uchburchaklarni yozing.
9. 5-rasmda uchburchakning qanday turlarini ko'rayapsiz? Ularni turlari bo'yicha yozing.
10. Birorta uchburchak chizing va uning uchlarini harflar bilan belgilang. Chizg'ich yordamida tomonlarini o'lchang va uchburchak perimetrini toping.
11. Teng yonli uchburchakning bir tomoni 3 sm, ikkinchi tomoni 4 sm. Uning perimetrini toping (ikki holni qarang).

23

UCHBURCHAKNING MUHIM ELEMENTLARI: MEDIANA, BALANDLIK VA BISSEKTRISA

ABC uchburchakning B uchini uning qarshisida yotuvchi AC tomonning o'rtasi bo'lgan M nuqta bilan tutashtiramiz (1-rasm). Hosil bo'lgan BM kesma ABC uchburchakning **medianasi** deb ataladi.



Uchburchakning biror uchini shu uch qarshisidagi tomonning o'rtasi bilan tutashtiruvchi kesma uchburchakning medianasi deb ataladi.

ABC uchburchakda B burchakning bissektrisasini o'tkazamiz (2-rasm). Uning AC tomon bilan kesishgan nuqtasi L bo'lsin.



Uchburchakning biror uchidan chiqib, shu chiqqan burchakni teng ikkiga bo'luvchi nur uchburchak bissektrisasi deyiladi.

ABC uchburchakning B uchidan AC tomon yotgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushiramiz (3a-rasm). (E'tibor bering: perpendikulyar uchburchak tomoniga tushmasligi mumkin. Shuning uchun B uch qarshisidagi tomon orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq qaralgan (3b-rasm).) Perpendikulyar asosini H bilan belgilaymiz. Hosil bo'lgan BH kesma ABC uchburchak **balandligi** bo'ladi:



Uchburchak uchidan shu uch qarshisidagi tomon yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar uchburchakning balandligi deb ataladi.

Bunda "B uchdan chiqqan mediana" hamda "AC tomonga tushirilgan mediana" iboralari qo'llanadi. Xuddi shunday iboralar bissektrisa va balandlikka nisbatan ham ishlatiladi.

Uchburchakning uchta uchi bo'lgani sababli, har bir uchburchak uchtdan mediana, balandlik va bissektrisa ega.

4-rasmdagi PM_1 , QM_2 va RM_3 kesmalar — PQR uchburchakning medianalari.

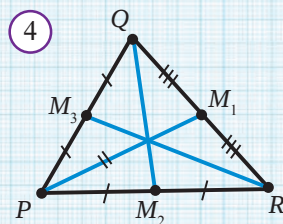
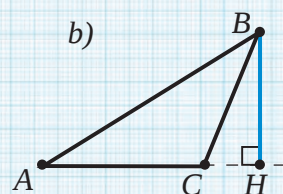
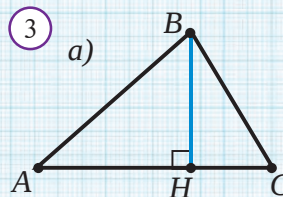
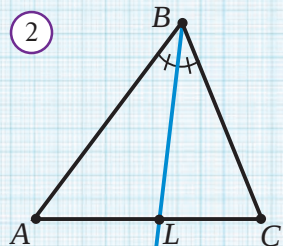
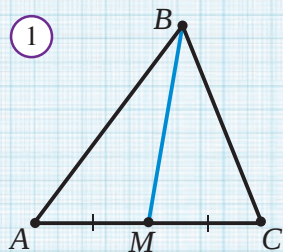
5-rasmdagi AH_1 , BH_2 va CH_3 kesmalar — ABC uchburchakning balandliklari.

6-rasmdagi ML_1 , NL_2 va KL_3 kesmalar — MNK uchburchakning bissektrisalari.

Bu muhim tushunchalarning xossalari bilan keyingi darslarda tanishamiz.

Mashq. O'tmas burchakli uchburchakning balandliklarini o'tkazing.

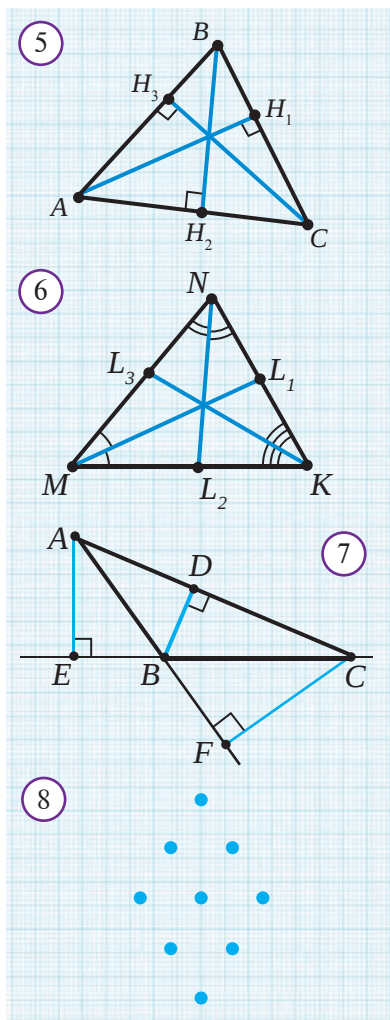
Bajarish: Uchburchakning, xususan, o'tmas burchakli uchburchakning ham uchta balandligi bor. O'tmas burchakli ABC uchburchakni qaraymiz (7-rasm).



O'tmas burchak uchidan tushirilgan BD balandlik uchburchakning ichki sohasida yotadi. O'tkir burchakning A uchidan balandlik tushirish uchun, shu burchak qarshisidagi BC tomonni davom ettiramiz va BC tomon davomiga A nuqtadan AE perpendikulyar tushiramiz. Hosil bo'lgan AE kesma ABC uchburchakning A uchidan tushirilgan balandligi bo'ladi. Xuddi shunday, AB tomon davomiga CF balandlikni tushirish mumkin.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning medianasi nima? Uchburchakning nechta medianasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
2. Uchburchakning balandligi nima? Uchburchakning nechta balandligi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
3. Uchburchakning bissektrisasi nima? Uchburchakning nechta bissektrisasi bor? Chizmada chizib ko'rsating.
4. Burchak bissektrisasi bilan uchburchakning bissektrisasi o'rtasidagi umumiylik, o'xshashlik va farqlarni ayting.
5. Uchburchakning qaysi elementlari har doim uchburchakning ichida yotadi?
- 6*. Qanday uchburchakning uchala balandligi uchburchakning bir uchida kesishadi?
- 7*. Uchburchakning balandligi uning uchala tomonidan ham kichik bo'lishi mumkinmi?
8. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning balandligi uni perimetrlari 18 va 24 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning balandligini toping.
9. Perimetri 36 ga teng bo'lgan uchburchakning bissektrisasi uni perimetrlari 24 va 30 ga teng bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Berilgan uchburchakning shu bissektrisasini toping.
10. ABC uchburchakda $AB = BC$ va BD medianasi 4 sm. Agar ABD uchburchak perimetri 12 sm bo'lsa, ABC uchburchak perimetrini toping.

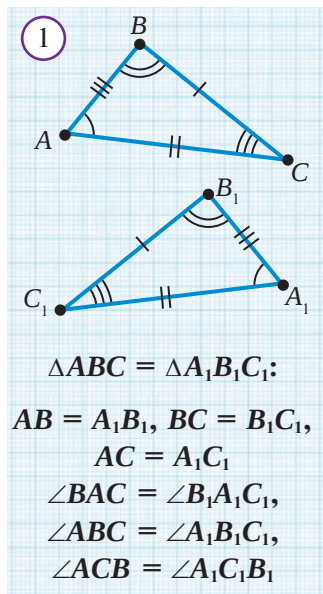


Geometrik boshqotirmalar

1. Beshta bir xil cho'pdan 2 ta uchburchak yasang.
2. To'qqizta bir xil cho'pdan 5 ta uchburchak yasang.
3. Uchlari 8-rasmda ko'rsatilgan nuqtalarda yotadigan nechta teng tomonli uchburchak chizish mumkin?

24

UCHBURCHAKLAR TENGLIGINING BIRINCHI (TBT – TOMON-BURCHAK-TOMON) ALOMATI



Geometrik shakllarning tengligi tushunchasi bilan tanishmiz. Uni uchburchaklarga qoʻllasak, shunday ifoda boʻladi: ikkita uchburchakdan birini ikkinchisiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qoʻyish mumkin boʻlsa, ular **tengdir**. 1-rasmda ABC va $A_1B_1C_1$ – teng uchburchaklar tasvirlangan. Ulardan ixtiyoriy bittasini ikkinchisiga ustma-ust tushadigan qilib qoʻyish mumkin. Bunda bir uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni ikkinchi uchburchakning uchta uchi va uchta tomoni bilan ustma-ust tushadi. Ravshanki, bunda uchburchaklarning burchaklari ham mos ravishda ustma-ust tushadi.

ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning tengligi

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

tarzida ifodalanadi. Chizmada teng burchaklar bir xil yoychalar bilan, teng tomonlar esa bir xil chiziqchalar bilan 1-rasmda tasvirlanganidek taʼkidlanadi.



(Uchburchaklar tengligining TBT alomati). Agar bir uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagi mos ravishda ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va ular orasidagi burchagiga teng boʻlsa, bunday uchburchaklar oʻzaro teng boʻladi (2-rasm).

ΔABC va $\Delta A_1B_1C_1$
 $AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, \angle A = \angle A_1$

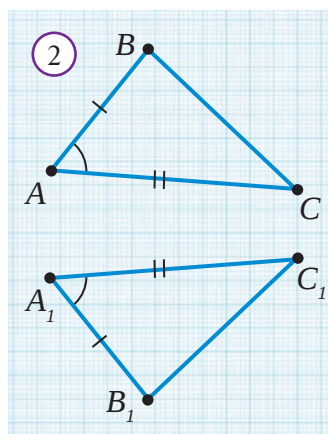


$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Isbot. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ boʻlgani uchun $\angle BAC$ burchakni $\angle B_1A_1C_1$ ustiga AB nur A_1B_1 nur bilan, AC nur A_1C_1 nur bilan ustma-ust tushadigan qilib qoʻyish mumkin. B nuqta AB nurda, B_1 nuqta A_1B_1 nurda yotishi maʼlum. Demak, B nuqta ham B_1 nuqta ham bitta $AB = A_1B_1$ nur ustida yotadi. $AB = A_1B_1$ boʻlgani uchun B nuqta B_1 bilan ustma-ust tushadi.

Shu singari C nuqta C_1 nuqta bilan ustma-ust tushishi kelib chiqadi. Shunday qilib ΔABC uchburchak $\Delta A_1B_1C_1$ uchburchakka ustma-ust qoʻyilishi mumkin.

Teorema isbotlandi.





Masala. 3-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha BC kesmani toping.

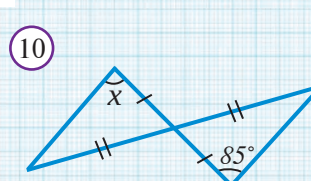
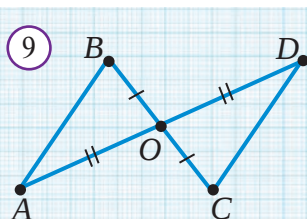
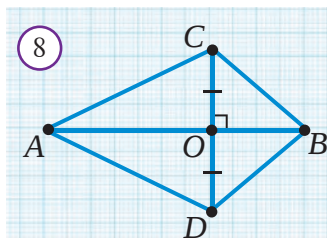
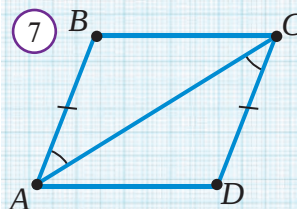
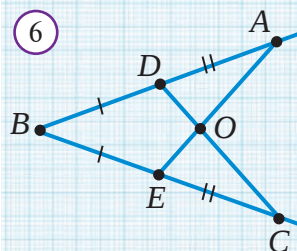
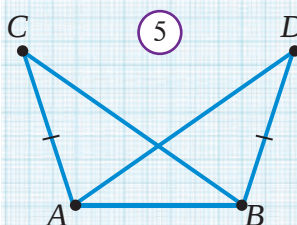
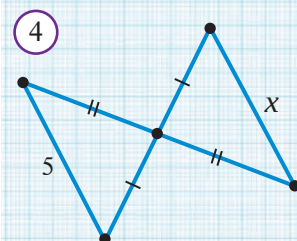
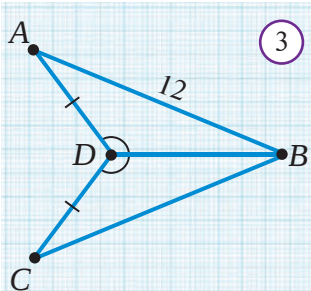
Yechilishi: ADB va CDB uchburchaklarni qaraymiz. $AD=DC$, $\angle ADB=\angle CDB$, BD – bu uchburchaklar uchun umumiy tomon. Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ADB=\triangle CDB$. Xususan, $CB=AB=12$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

Javob: 12.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Qanday uchburchaklar teng deyiladi?
2. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ tenglik uchburchaklarning qaysi elementlari tengligini bildiradi?
3. TBT alomatga ko'ra uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha aniqlanadi?
4. Uchburchaklar tengligining TBT alomatini izohlang.
5. 4-rasmdan noma'lum kesma x ni toping.
6. Agar 5-rasmda $\angle CAB = \angle ABD$ bo'lsa, $AD = BC$ ekanligini izohlang.
7. 6-rasmda $\angle BAO = \angle BCO$ ekanligini ko'rsating.
8. 7-rasmda $\triangle ABC = \triangle CDA$ ekanligini isbotlang.
9. 8-rasmda $\triangle ABC = \triangle ABD$ bo'lishini isbotlang.
10. AD va BC kesmalar O nuqtada kesishadi va bu nuqtada teng ikkiga bo'linadi (9-rasm). AB va DC nuqtalarni tutashtiring. So'ng,
 - a) $\triangle AOB = \triangle DOC$;
 - b) $BD = AC$;
 - c) $\triangle ABD = \triangle DCA$ ekanligini isbotlang.
 - d) Agar AOB uchburchakda $\angle A = 35^\circ$ va $\angle B = 62^\circ$ bo'lsa, DOC uchburchakning D va C burchaklarini toping.
11. 10-rasmdagi noma'lum burchak x ni toping.
12. Bir uchburchak perimetri ikkinchi uchburchak perimetridan katta. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?



25 TENG YONLI UCHBURCHAKNING XOSSALARI

Ikki tomoni teng bo'lgan uchburchakni **teng yonli uchburchak** deb atagan edik. Teng yonli uchburchakning teng tomonlari uning **yon tomonlari**, uchinchi tomoni esa **asosi**, asosi qarshisida yotgan uchi esa teng yonli uchburchakning **uchi** deb ataladi. (1-rasm)



Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklari teng.

$$\triangle ABC, AB = AC$$



$$\angle B = \angle C$$

Isbot. AL kesma ABC uchburchakning bissektrisasi bo'lsin (2-rasm). BAL va CAL uchburchaklarni qaraymiz. Birinchidan, AL tomon umumiy, ikkinchidan, teorema shartiga ko'ra ($\triangle ABC$ – teng yonli) $AB = AC$. Uchinchidan, $\angle 1 = \angle 2$, chunki AL – bissektrisa.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ABL = \triangle ACL$ bo'ladi.

Ikki uchburchak teng bo'lsa, teng tomonlar qarshisidagi burchaklar teng bo'ladi.

Demak, $\angle B = \angle C$.

Teorema isbotlandi.



Geometrik tadqiqot

Bir necha teng yonli uchburchak chizing. Ularning uchidan chiqqan bissektrisasini o'tkazing. Bu bissektrisalar uchburchaklar asosini ikki bo'lakka bo'ladi. Shu bo'laklar uzunligini o'lchab taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? So'ng bissektrisa bilan asos hosil qilgan burchaklarni transportirda o'lchang va taqqoslang. Bundan qanday xulosa chiqadi? Bu xulosalarni tasdiq ko'rinishida ifodalang. Tajriba natijasida topilgan bu xossalarni barcha teng yonli uchburchaklar uchun o'rinli deb aytish uchun nima yetishmaydi?



Teng yonli uchburchak asosiga tushirilgan bissektrisa uning ham medianasi, ham balandligi bo'ladi (3-rasm).

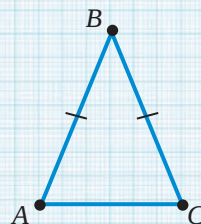
$$\triangle ABC, AB = AC, AL - \text{bissektrisa}$$



$$AL - \text{mediana va balandlik}$$

Isbot. AL kesma ABC uchburchakning bissektrisasi bo'lsa, yuqoridagi teoremaning isbotida $\triangle ABL = \triangle ACL$ bo'lishini ko'rgan edik. Uchburchaklar tengligidan $BL = LC$ va $\angle 3 = \angle 4$ ekanligini topamiz.

1

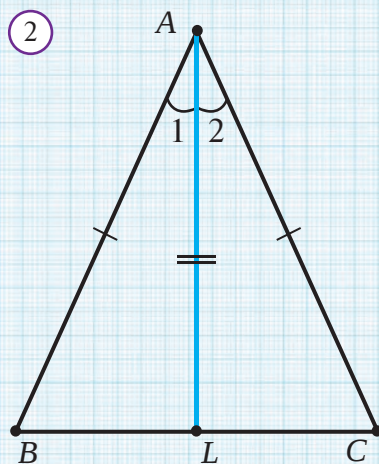


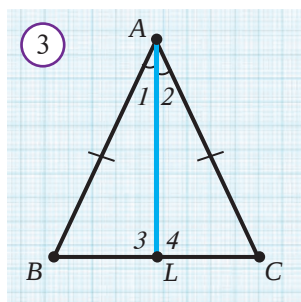
ABC – **teng yonli uchburchak**

AB, BC – **yon tomonlari**

AC – **asosi**, B – **uchi**

2





Demak, L nuqta BC tomonning o'rtasi, AL esa ABC uchburchakning medianasi ekan.

$\angle 3$ va $\angle 4$ o'zaro teng va qo'shni burchaklar bo'lgani uchun, ular to'g'ri burchaklardir.

Demak, AL kesma ABC uchburchakning balandligi ham bo'lar ekan.

Teorema isbotlandi.

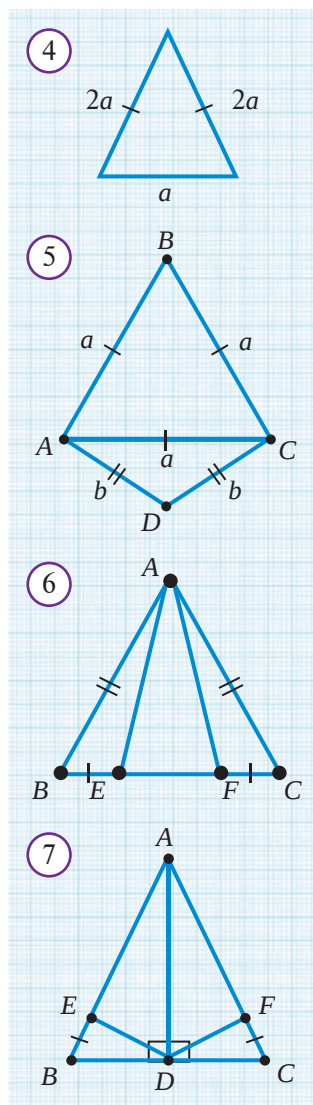
Xulosa. Teng yonli uchburchakning uchidan chiqarilgan bissektrisasi, medianasi va balandligi ustma-ust tushadi.

Mashq.

Teng tomonli uchburchakning bissektrisalari, medianalari va balandliklari haqida nima deyish mumkin?

Savol, masala va topshiriqlar

- Qanday uchburchaklar teng yonli deyiladi?
- Teng yonli uchburchakning qaysi burchaklari teng bo'ladi?
- 4-rasmda $P = 50$ sm bo'lsa, $a = ?$
- 5-rasmda $P_{ABC} = 36$ va $P_{ADC} = 28$ bo'lsa, $a = ?$, $b = ?$
- Teng yonli uchburchakning yon tomonlariga tushirilgan medianalari teng bo'lishini isbotlang.
- 6-rasmda $AB = AC$, $BE = FC$; a) $\triangle ABE = \triangle ACF$; b) $AE = AF$; c) $\triangle ABF = \triangle ACE$ ekanligini isbotlang.
- 7-rasmda $AB = AC$, $BE = CF$; a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ tengliklarni isbotlang.
- Teng tomonli uchburchakning barcha burchaklari teng ekanligini isbotlang.
- Ikkita teng yonli uchburchaklarning asoslari va shu asosga tushirilgan balandliklari mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'lishini isbotlang.
- Teng yonli uchburchakning asosi yon tomonidan 3 sm katta, lekin yon tomonlarining yig'indisidan 5 sm kichik. Uchburchakning tomonlarini toping.
- Teng yonli uchburchak tomonlarining o'rtalari tutashtirilsa, teng yonli uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.
- Teng tomonli uchburchak tomonlarining o'rtalari tutashtirilsa, bir-biriga teng bo'lgan 4 ta teng tomonli uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.



26

UCHBURCHAKLAR TENGLIGINING IKKINCHI (BTB – BURCHAK-TOMON-BURCHAK) ALOMATI

Endi uchburchaklarning bir tomoni va unga yopishgan burchaklari bo'yicha tenglik alomatini ko'ramiz. Kelgusida uni "uchburchaklar tengligining BTB alomati" deb yuritamiz.

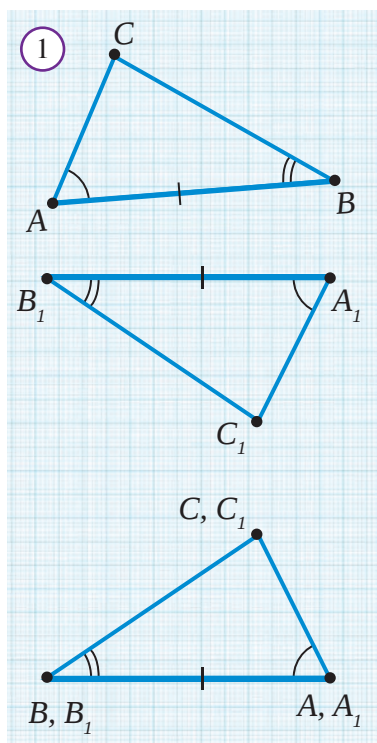


(Uchburchaklar tengligining BTB alomati). Agar bir uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagi mos ravishda ikkinchi uchburchakning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagiga teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (1-rasm).

$$\triangle ABC \text{ va } \triangle A_1B_1C_1, \\ AB = A_1B_1, \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1$$



$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

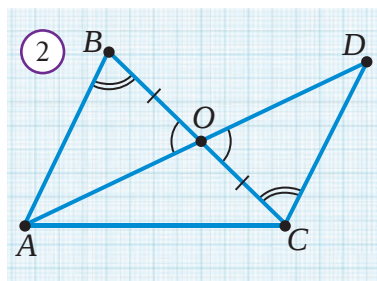


Isbot. ABC uchburchakni $A_1B_1C_1$ uchburchak ustiga shunday qo'yamizki, A uch A_1 uch bilan AB tomon A_1B_1 tomon bilan ustma-ust tushsin va C va C_1 uchlar A_1B_1 to'g'ri chiziqlarning bir tomonida yotsin.

U holda, $\angle A = \angle A_1$ bo'lgani uchun, AC tomon A_1C_1 nurda yotadi, $\angle B = \angle B_1$ bo'lgani uchun, BC tomon B_1C_1 nurda yotadi. Shuning uchun C nuqta AC va BC nurlarning umumiy nuqtasi sifatida A_1C_1 va B_1C_1 nurlarning har ikkalasida ham yotadi. U holda, C nuqta A_1C_1 va B_1C_1 to'g'ri chiziqlarning umumiy nuqtasi — C_1 bilan ustma-ust tushadi. Natijada, AC va A_1C_1 , BC va B_1C_1 tomonlar ham o'zaro ustma-ust tushadi. Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar aynan ustma-ust tushadi. Bu esa ular teng deganidir. **Teorema isbotlandi.**



Masala. 2-rasmda berilganlardan foydalanib, $\triangle AOB = \triangle DOC$ ekanligini isbotlang.

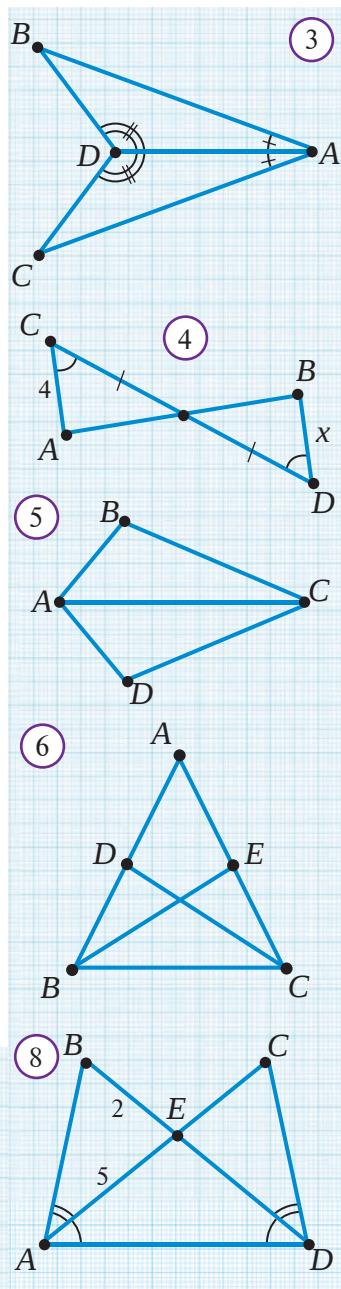
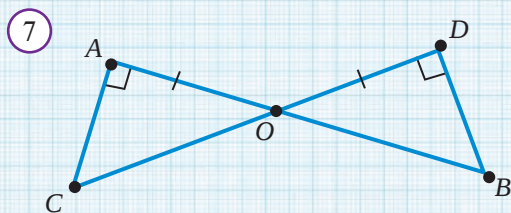


Yechilishi: $\angle AOB$ va $\angle DOC$ — vertikal burchaklar bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi. Natijada,

$BO = OC$, $\angle ABO = \angle DCO$, $\angle AOB = \angle DOC$ tengliklarga ega bo'lamiz. Uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra $\triangle AOB = \triangle DOC$.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchaklarning tengligi BTB alomat bo'yicha qaysi elementlarni solishtirish orqali aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining BTB alomatini izohlang.
3. 3-rasmda $\triangle ADB = \triangle ADC$ ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmdagi noma'lum x ni toping.
5. 5-rasmda AC kesma BAD va BCD burchaklarning bissektisasi bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle ADC$ ekanligini isbotlang.
6. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ va $\angle B = \angle B_1$ ekanligi ma'lum. AB va A_1B_1 tomonlarda mos ravishda D va D_1 nuqtalar $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bo'ladigan qilib olingan. Unda $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ ekanligini isbotlang.
7. AB va CD kesmalar O nuqtada kesishadi. Agar $BO = CO$ va $\angle ACO = \angle DBO$ bo'lsa, $\triangle ACO$ va $\triangle DBO$ uchburchaklar teng ekanligini isbotlang.
8. Agar ABC uchburchakda $AB = AC$, BE va CD – bissektisa bo'lsa, $BE = CD$ ekanligini isbotlang (6-rasm).
9. $\triangle OAC = \triangle ODB$ bo'lishini isbotlang (7-rasm).
10. ABC va ADC uchburchaklar teng. B va D nuqtalar AC to'g'ri chiziqning turli tomonida yotadi. $\triangle ABD$ va $\triangle BCD$ uchburchaklarni teng yonli ekanligini isbotlang.
11. 8-rasmdagi ma'lumotlar asosida AC va BD kesmalarni toping.



51-betdagi III-bob tituliga

1. Rasmlardan sinig chiziq va ko'pburchaklarga misollar ko'rsating.
2. Uchburchaklarning turlariga misollar ko'rsating.
3. Uchburchaklarning elementlariga misollar ko'rsating.
4. Teng uchburchaklarni topib ko'rsating.

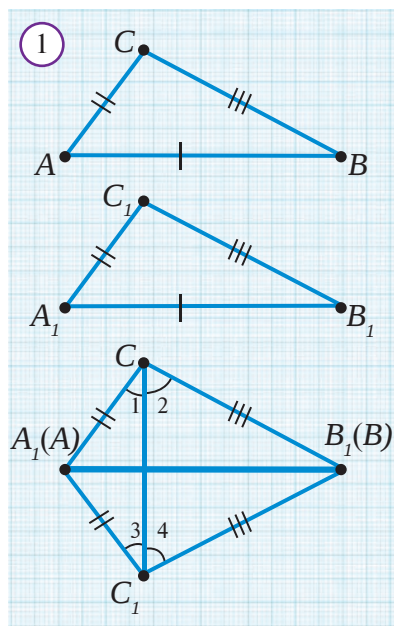
27

UCHBURCHAKLAR TENGLIGINING UCHINCHI (TTT – TOMON-TOMON-TOMON) ALOMATI

Endi uchburchaklarning uchta tomoni bo'yicha tenglik alomati bilan tanishamiz. Kelgusida uni "uchburchaklar tengligining TTT alomati" deb yuritamiz.



(Uchburchaklar tengligining TTT alomati). Agar bir uchburchakning uchta tomoni ikkinchi uchburchakning uchta tomoniga mos ravishda teng bo'lsa, bunday uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi.



Berilgan: $\triangle ABC$ va $\triangle A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

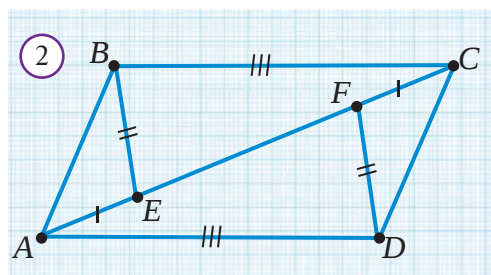


$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Isbot. Aytaylik, ABC uchburchakning eng katta tomoni AB bo'lsin. ABC uchburchakni shunday qo'yamizki, AB tomon A_1B_1 tomon bilan ustma-ust tushsin, C va C_1 uchlar esa A_1B_1 to'g'ri chiziqning turli tomonlarida yotsin (*1-rasm*). U holda, $AC = A_1C_1$ va $BC = B_1C_1$ bo'lgani uchun A_1C_1C va B_1C_1C uchburchaklar teng yonli bo'ladi. Teng yonli uchburchak xossasiga ko'ra, $\angle 1 = \angle 3$ va $\angle 2 = \angle 4$ bo'ladi. Shuning uchun, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ bo'ladi.

Demak, ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda: $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ va $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. **Teorema isbotlandi.**

Natija. Agar bir uchburchakning uchala tomoni ikkinchi uchburchakning uchala tomoniga mos ravishda teng bo'lsa, ularning mos burchaklari ham o'zaro teng bo'ladi.



Masala. 2-rasmda berilganlardan foydalanib, a) $\triangle AFD = \triangle CEB$; b) $\triangle AEB = \triangle CFD$ ekanligini isbotlang.

Isbot: 2-rasmda berilganlarga ko'ra $AE = FC$, $BE = FD$ va $AD = BC$.

a) $AF = AE + EF$ bo'lgani uchun $EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

Demak, $\triangle AFD$ va $\triangle CEB$ ning mos tomonlari o'zaro teng va uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra $\triangle AFD = \triangle CEB$.

b) $\triangle AFD = \triangle CEB$ bo'lgani uchun $\angle BEF = \angle EFD$.
U holda, BEF va AEB , EFD va CFD burchaklar qo'shni burchaklar bo'lgani uchun $\angle AEB = \angle CFD$ bo'ladi.

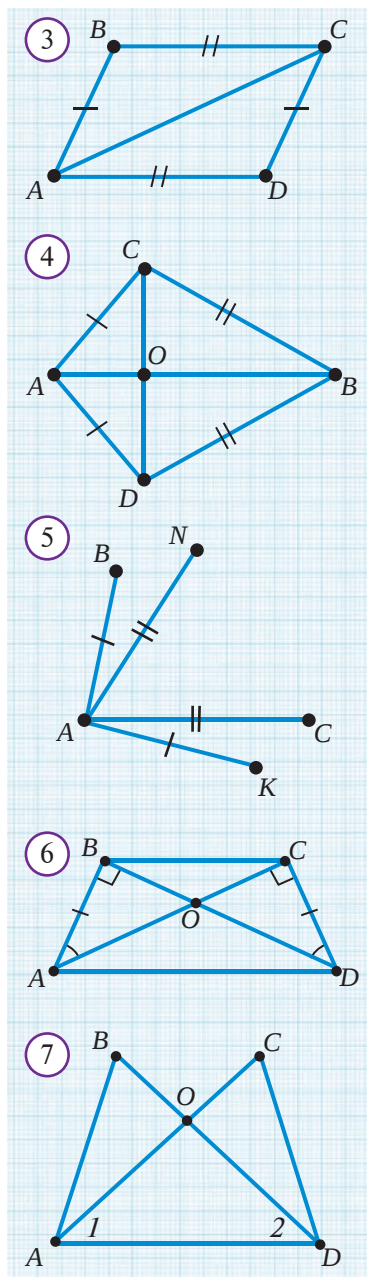
AEB va CFD uchburchaklarda:

1. $AE = FC$; 2. $BE = FD$; 3. $\angle AEB = \angle CFD$.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra, $\triangle AEB = \triangle CFD$ bo'ladi.

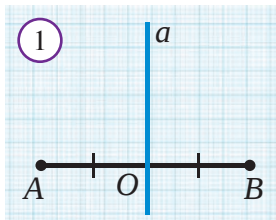
Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchaklar tengligining TTT alomatida uchburchaklar tengligi qanday elementlar bo'yicha taqqoslanib aniqlanadi?
2. Uchburchaklar tengligining TTT alomatini izohlang.
3. 3-rasmda berilganlarga ko'ra $\triangle ABC = \triangle CDA$ ekanligini isbotlang.
4. 4-rasmda: a) $\triangle ABC = \triangle ABD$; b) $\triangle BOC = \triangle BOD$; c) $\triangle AOC = \triangle AOD$; d) $AB \perp CD$ ekanligini isbotlang.
5. ACB va ADB — asoslari AB bo'lgan teng yonli uchburchaklar bo'lsa, $\triangle ACD = \triangle BCD$ ekanligini isbotlang.
6. Agar 5-rasmda $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ bo'lsa, uchlari A, B, C, K va N nuqtalarda bo'lgan barcha teng uchburchaklar juftligini aniqlang.
7. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda $AB = A_1B_1$ va $BC = B_1C_1$ bo'lib, ularning perimetrlari teng bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsating.
- 8.* AB va CD kesmalar kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi. $\triangle ACD = \triangle BDC$ ekanligini isbotlang.
9. 6-rasmda nechta o'zaro teng uchburchaklar jufti borligini aniqlang.
- 10.* Agar 7-rasmda: a) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ bo'lsa, $\triangle ABD = \triangle DCA$ ekanligini ko'rsating.
- 11.* Bir uchburchakning ikki tomoni va bitta burchagi ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va bitta burchagiga teng. Bu uchburchaklar teng bo'ladimi?
- 12.* Shunday ikkita uchburchak chizingki, ulardan birining ikki tomoni va bitta burchagi ikkinchisining ikki tomoni va bitta burchagiga teng bo'lsin, lekin ular teng bo'lmasin.



28

KESMA O'RTA PERPENDIKULYARINING XOSSASI



AB kesma berilgan bo'lsin. Uning o'rtasi bo'lgan O nuqtadan AB kesmaga perpendikulyar a to'g'ri chiziqli o'tkazamiz (1-rasm). Bu to'g'ri chiziq AB kesmaning **o'rt**a **perpendikulyari** deb ataladi.

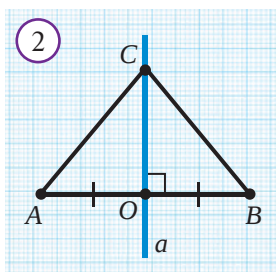


Kesma o'rta perpendikulyarining ixtiyoriy nuqtasi kesma uchlaridan teng uzoqlikda joylashgan.

AB kesma, C — AB kesma o'rta perpendikulyarining ixtiyoriy nuqtasi (2-rasm).



$$AC = BC$$



Isbot. $\triangle ACO$ va $\triangle BCO$ uchburchaklarda (2-rasm):

1. OC — umumiy tomon;
2. $AO = BO$ — shartga ko'ra;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ — shartga ko'ra.

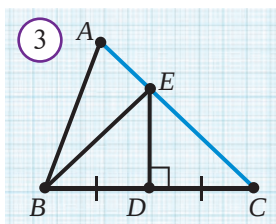
Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra

$$\triangle AOC = \triangle BOC.$$

Xususan, $AC = BC$. **Teorema isbotlandi.**



Masala. ABC uchburchakning BC tomoniga o'tkazilgan o'rta perpendikulyar AC tomonni E nuqtada kesib o'tadi. Agar $BE = 6$ sm, $AC = 8,4$ sm bo'lsa, AE va CE kesmani toping.



Yechilishi: Kesma o'rta perpendikulyarining xossasiga ko'ra, $CE = BE = 6$ sm (3-rasm).

$$AE + EC = AC$$

bo'lgani uchun, $AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4$ (sm).

Javob: $AE = 2,4$ sm, $CE = 6$ sm.



Rasmlardagi temir panjaralar chizmalaridan o'rta perpendikulyarga ega kesmalarni ko'rsating. O'rta perpendikulyarning xossasidan ushbu temir panjaralarni yasashda qanday foydalanilgan? Atrofingizdan kesma o'rta perpendikulyariga misollar keltiring.

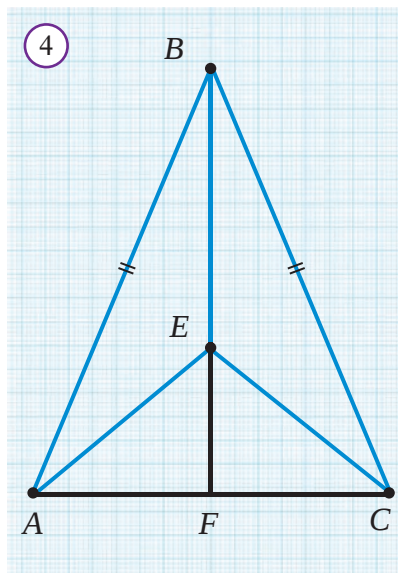


Rasmlardan o'zaro perpendikulyar bo'lgan va bo'lmagan elementlarni ko'rsating.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmaning o'rta perpendikulyari nima?
2. Kesma o'rta perpendikulyarining xossasini izohlang.
3. Biror uchburchak chizing va uning har bir tomoniga o'rta perpendikulyar o'tkazing. Nimani payqadingiz? Chizmangizni sinfdoshingiz chizmasi bilan solishtiring va aniqlangan xossani faraz sifatida ifodalang.
4. Qanday uchburchakda uchburchak tomoniga tushirilgan o'rta perpendikulyar shu tomonga tushirilgan balandlik orqali o'tadi?
5. ABC uchburchakning BC tomoniga o'tkazilgan o'rta perpendikulyar AC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. Agar $BD = 7,2 \text{ sm}$, $AD = 3,2 \text{ sm}$ bo'lsa, AC nimaga teng?
6. ABC va ABD teng yonli uchburchaklar umumiy AB asosga ega. CD to'g'ri chiziq AB kesmaning o'rta perpendikulyari bo'lishini isbotlang.
- 7*. ABC teng yonli uchburchakning AB yon tomoniga o'tkazilgan o'rta perpendikulyar BC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. Agar ADC uchburchakning perimetri 24 sm ga teng va $AB = 16 \text{ sm}$ bo'lsa, AC asosni toping.
- 8*. Uchburchakning tomonlariga tushirilgan o'rta perpendikulyarlar bir nuqtada kesishishini isbotlang.
9. Teng yonli ABC uchburchakning asosiga tushirilgan BF bissektrisasida E nuqta olingan (4-rasm). $\triangle ABE = \triangle CBE$ tenglikni TTT alomatdan: a) foydalanib; b) foydalanmasdan isbotlang.
- 10*. Teng tomonli uchburchakning tomonlariga o'tkazilgan o'rta perpendikulyarlar uchburchakni 6 ta teng uchburchakka ajratishini isbotlang.



29 AMALIY MASHG'ULOT



1. Amaliy mashg'ulot:

Tashqi tomonidan o'lchami $5\text{ m} \times 6\text{ m}$ ga teng binoning qalinligi $0,5\text{ m}$ bo'lgan poydevorining tarxini olish.

Zarur anjom: 8 ta qoziq, yetarlicha yo'g'on ip, bolg'a, ruletka, katta o'lchamli go'niya (1-rasm).

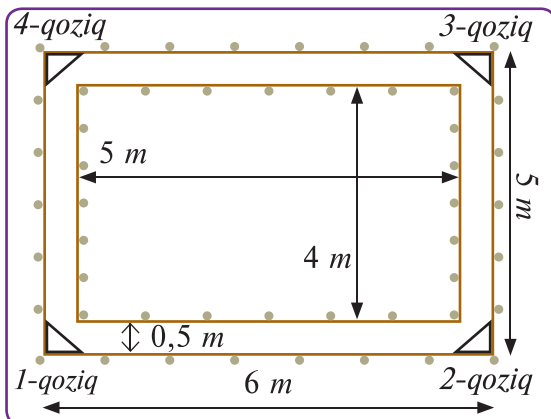
1-qadam. Bo'lg'usi binoning bir uchi qayerda bo'lishini aniqlab tik qoziq qoqiladi.

2-qadam. Qoziqqa ip bog'lab uyning uzun

devori yo'nalishida tortiladi, ruletka bilan 6 m masofani o'lchab ikkinchi qoziq qoqiladi va ip bu qoziqqa o'raladi.

3-qadam. Go'niya yordamida tortilgan ip bilan 90° burchak hosil qiladigan yo'nalishda ip tortiladi va 5 m masofada uchinchi qoziq qoqiladi (2-rasm).

4-qadam. 3-qoziqdan yana go'niya yordamida 90° burchak yo'nalishida ip tortib, 6 m masofada to'rtinchi qoziq qoqiladi.

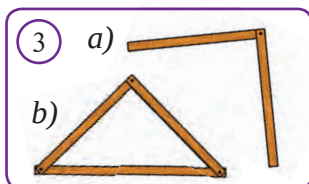


5-qadam. Ip unga o'raladi va birinchi qoziqqa tortilib bog'lanadi (Ip har doim qoziqning tashqi tomonidan tortilishi kerak).

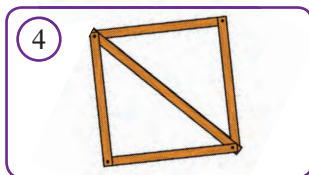
6-qadam. Qoqilgan qoziqlarning har biri hosil qilgan burchaklar tomonlaridan 50 sm masofada yotadigan qilib 5-, 6-, 7-, 8-qoziqlar qoqiladi va ip tortiladi.

So'ngra tortilgan iplar bo'ylab opalubka o'rnatiladi va qoziqlar olib tashlanadi.

Uchburchaklar tengligining TTT alomatiga asoslanib uchburchakning "mustahkam" shakl ekanligini asoslash.



Ikki reykaning uchlarini bir-biriga 3a-rasmdagidek bitta mix bilan birlashtiramiz. Hosil bo'lgan shakl mustahkam bo'lmaydi, chunki uning erkin uchlarini turli tomonga burib, tomonlari orasidagi burchakni istalgancha o'zgartirish mumkin.



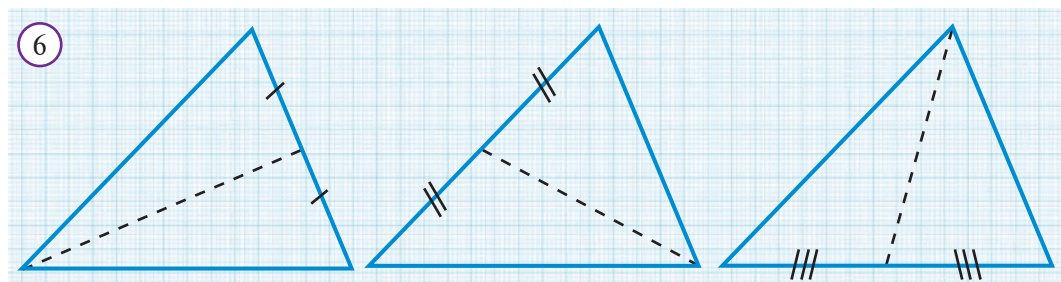
Endi bu reykalarning erkin uchlariga uchinchi reykaning 3b-rasmda ko'rsatilgandek qilib, mix qoqib birlashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchak shaklidagi moslama mustahkam bo'ladi. Chunki har qancha urinmang uning tomonlarini burib, burchaklarini o'zgartira olmaysiz.

Uchburchakning “mustahkam” shakl ekanligidan bino va inshootlarni barpo qilishda foydalanilishi 5-rasmda tasvirlangan.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak — “mustahkam” shakl, deganda nimani tushunasiz?
2. Uchburchakning mustahkamligi qaysi teoremadan kelib chiqadi?
3. To‘rtburchakni mustahkam shakl deyish mumkinmi?
4. 4-rasmdagi to‘rtburchakning mustahkamligiga sabab nima?
5. Uchburchak mustahkamligining amaliy tatbiqiga misollar keltiring.
6. $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $CA=C_1A_1$ ekanligi ma’lum. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ va $\angle C_1 = 90^\circ$. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning qolgan burchaklarini toping.
7. ABC va DEF teng yonli uchburchaklar o‘zaro teng. ABC uchburchakda $AC=BC$ va $AB = 2$ sm. Agar $DE = 4$ sm bo‘lsa, har bir uchburchak perimetrini toping.
8. Tomoni 4 sm bo‘lgan teng tomonli uchburchak tomonlarining o‘rtalarini tutashtirish natijasida hosil bo‘lgan uchburchak perimetrini toping.
9. MNK va PQR uchburchaklar o‘zaro teng. $MN=3$ sm, $NK=4$ sm va $PQ=5$ sm bo‘lsa, MNK uchburchakning qaysi burchagi PQR uchburchakning qaysi burchagiga teng?
10. (Amaliy mashq). Uchta bir xil uchburchakni 6-rasmda ko‘rsatilgandek turli medianalari bo‘ylab qirqing. Hosil bo‘lgan 6 ta uchburchakdan bitta uchburchak yasang.



30 БОБ БО‘ЙИЧА TAKRORLASH

1. Bo‘sh qoldirilgan joylarni mantiqan to‘g‘ri so‘zlar bilan to‘ldiring.

1. Agar uchburchakning ikkita tomoni teng bo‘lsa, u bo‘ladi.
2. Teng yonli uchburchakning uning ham medianasi, ham balandligi bo‘ladi.
3. O‘z-o‘zini kesmaydigan yopiq siniq chiziqdan iborat shakl deyiladi.
4. Hamma tomonlari o‘zaro teng bo‘lgan uchburchakning teng bo‘ladi.
5. uchburchakning medianalari, bissektrisalari va balandliklari o‘zaro teng.
6. asosiga yopishgan burchaklari teng.
7. Teng tomonli uchburchak uchburchak ham bo‘ladi.
8. Kesma o‘rta perpendikulyaridan olingan nuqta kesma bo‘ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalardagi xatoni toping va tuzating.

1. Teng yonli uchburchakning burchaklari teng.
2. Agar ikki uchburchakning burchaklari mos ravishda teng bo‘lsa, bu uchburchaklar teng bo‘ladi.
3. Teng yonli uchburchakning medianasi, uning ham bissektrisasi, ham balandligi bo‘ladi.
4. Uchburchakning burchagidan chiqib, shu burchakni teng ikkiga bo‘luvchi nurga uchburchak bissektrisasi deyiladi.
5. Mediana — uchburchak tomonini teng ikkiga bo‘luvchi chiziq.
6. Agar ikki uchburchakning bir tomoni va ikkita burchagi mos ravishda teng bo‘lsa, bu uchburchaklar teng bo‘ladi.
7. Bir uchburchakning ikki tomoni va bir burchagi, ikkinchi uchburchakning ikki tomoni va bir burchagiga mos ravishda teng bo‘lsa, bu uchburchaklar teng bo‘ladi.
8. Teng yonli uchburchak asosiga o‘tkazilgan o‘rta perpendikulyar yon tomonlaridan birini kesib o‘tadi.

3. Berilgan xossaga ega bo‘lgan atamani daftaringizga yozing.

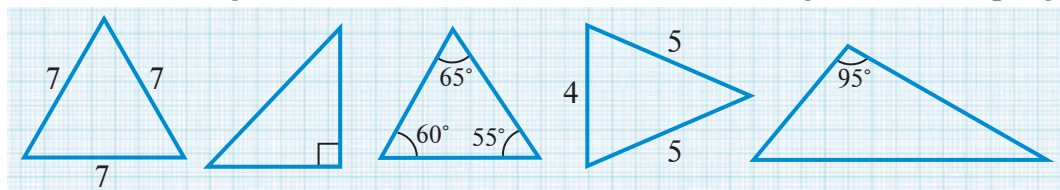
1.	Hamma medianalari teng.
2.	Uchburchakning bir uchi va shu uchining qarshisidagi tomon o‘rtasini tutashtiruvchi kesma.
3.	Uchburchakning bir uchidan shu uchining qarshisidagi tomon orqali o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar.
4.	Uchburchak tomonlarining yig‘indisi.
5.	O‘z-o‘zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq.
6.	Kesmaning o‘rtasidan shu kesmaga perpendikulyar qilib o‘tkazilgan to‘g‘ri chiziq.

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqini topib mos qo'ying.

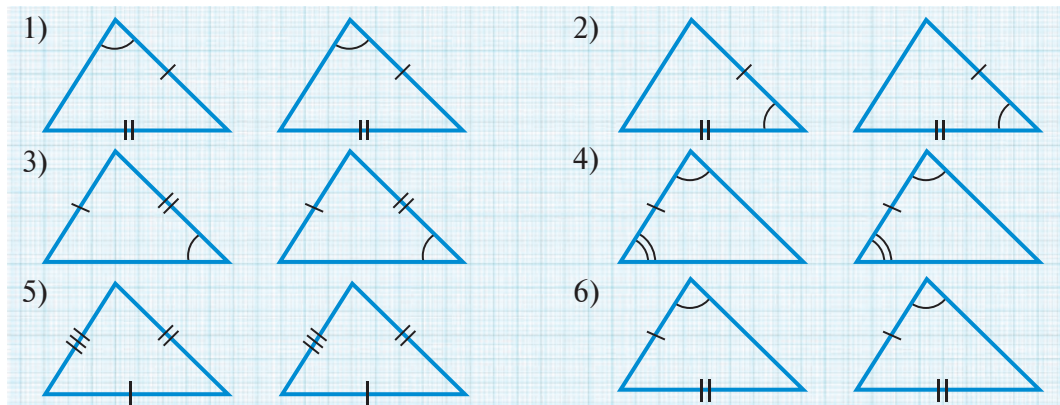
	Geometrik tushuncha	Talqini yoki xossasi
1.	Siniq chiziq	A. Bitta burchagi to'g'ri burchak
2.	Ko'pburchak	B. Uchburchak uchini shu uch qarshisidagi tomon o'rtasi bilan tutashtiradi
3.	Uchburchak perimetri	C. Ikki tomoni teng
4.	O'tkir burchakli uchburchak	D. O'z-o'zini kesmaydigan yopiq siniq chiziq
5.	Teng yonli uchburchak	E. Ketma-ket kelgan ikkitasi bir to'g'ri chiziqli yotmagan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalardan tashkil topgan
6.	To'g'ri burchakli uchburchak	F. Uchburchakning uchala tomonining yig'indisi
7.	Uchburchak medianasi	G. Hamma burchaklari o'tkir
8.	Uchburchak bissektrisasi	H. Uchburchak burchagi bissektrisasining uchburchak ichki sohasida yotgan qismi
9.	Uchburchak balandligi	I. Uchburchak uchidan shu uch qarshisidagi tomon yotgan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar
10.	Kesmaning o'rta perpendikulyari	J. Kesma o'rtasiga tushirilgan perpendikulyar

5. Masalalar.

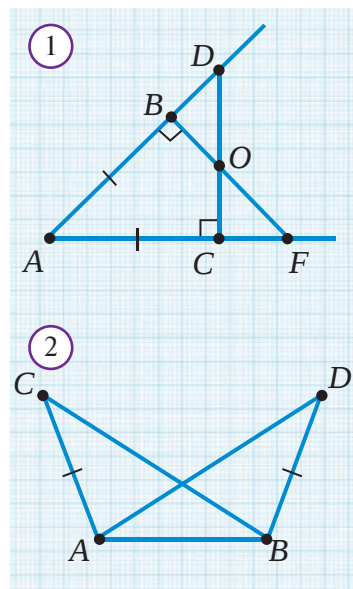
1. Rasmda berilgan ma'lumotlar asosida uchburchaklarning turlarini aniqlang.



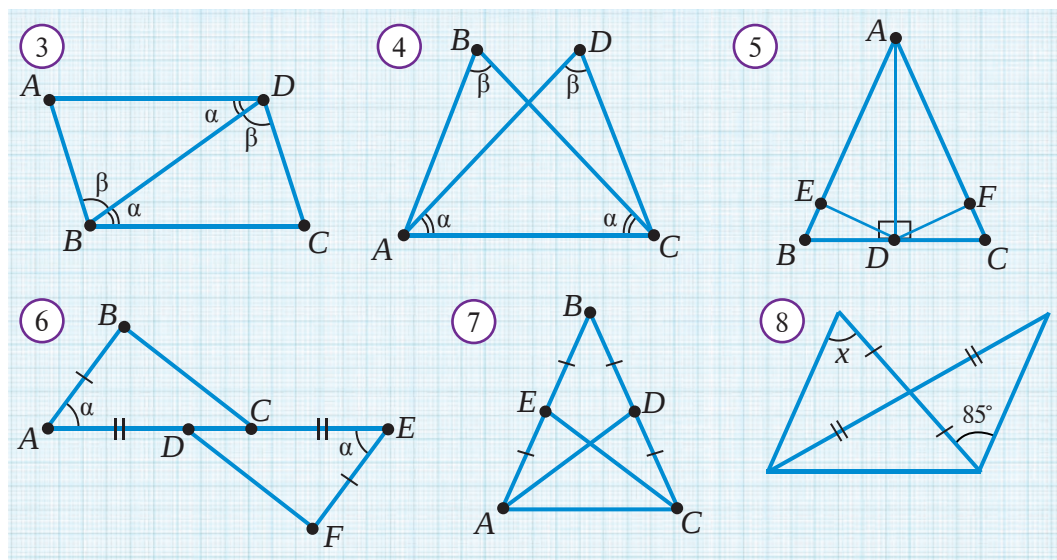
2. Quyida keltirilgan uchburchaklar juftlaridan qaysilari o'zaro teng bo'ladi? Qaysi alomatga ko'ra?



3. 1-rasmda $\triangle ACD = \triangle ABF$ ekanligini isbotlang.
4. Agar 2-rasmda $\angle CAB = \angle ABD$ bo'lsa, $AD = BC$ ekanligini ko'rsating.
5. 3-rasmda $\triangle ABD = \triangle CDB$ bo'lishini isbotlang.
6. 4-rasmda $\triangle ABC = \triangle CDA$ bo'lishini isbotlang.
7. Agar $\triangle ABC$ va $\triangle PQR$ da $AB = PQ$, $AC = PR$ va $BC = QR$ bo'lsa, $\triangle ABC$ va $\triangle PQR$ teng bo'ladimi?
8. Agar 5-rasmda $AB = AC$, $BE = CF$ bo'lsa,
 - a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ ekanligini isbotlang.
9. 6-rasmda $\triangle ABC = \triangle EFD$ bo'lishini isbotlang.
10. 7-rasmda $AD = CE$ ekanligini isbotlang.
11. 8-rasmdagi ma'lumotlarga ko'ra x ni toping.
12. AE va BD kesmalar C nuqtada kesishadi. Agar $DC = DE$, $AB = BC$ va $\angle BAC = 48^\circ$ bo'lsa, $\angle CED$ ni toping.



13. ABC uchburchak ichida D nuqta olingan. Agar $AC = AB$, $CD = BD$ va $\angle BDA = 120^\circ$ bo'lsa, $\angle ADC$ ni toping.



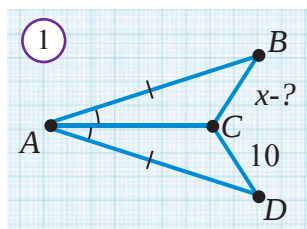
Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarib va test topshiriqlarini yechib o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 141-betda keltirilgan Internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

31

3-NAZORAT ISHI



Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismda quyida keltirilgan masalalar (yoki shularga o'xshash masalalar)dan 3 tasi beriladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan testlardan beshtasi beriladi:

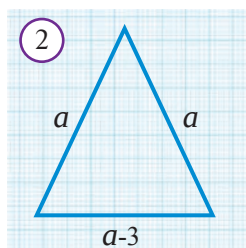
Masalalar.

- 1-rasmda berilgan ma'lumotlar bo'yicha noma'lum kesmani toping.
2. AB va CD kesmalar O nuqtada kesishadi. Agar $\angle CAB = \angle ABD$ va $AO = BO$ bo'lsa, $\angle ACO = \angle BDO$ ekanligini isbotlang.
3. Teng yonli uchburchakning perimetri $18,4 m$ ga teng, asosi esa yon tomonidan $3,6 m$ ga qisqa. Bu uchburchakning tomonlarini toping.
- 4* Uchburchaklar tengligini ikki tomonlari va shu tomonlarining biriga tushirilgan medianalari tengligiga ko'ra isbotlang.

Testlar.

1. Teng yonli uchburchakning ikki tomoni 8 va 3 ga teng. Uning uchinchi tomonini toping.

A) 5 ; B) 8 ; D) 11 ; E) 9 .

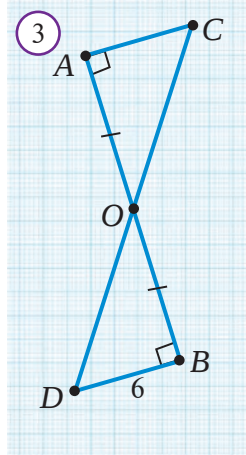


2. $P = 36$, $a = ?$ (2-rasm)

A) 11 ; B) 12 ; D) 13 ; E) 18 .

3. Teng yonli uchburchakning perimetri 48 , yon tomoni 18 ga teng. Uning asosini toping.

A) 18 ; B) 12 ; D) 16 ; E) 18 .



4. Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.

A) 12 ; 12 ; B) 16 ; 16 ; D) 18 ; 24 ; E) 18 ; 18 .

5. Teng yonli uchburchakning perimetri 36 ga, tomonlaridan biri esa 16 ga teng. Uchburchakning qolgan ikki tomoni uzunliklarini toping.

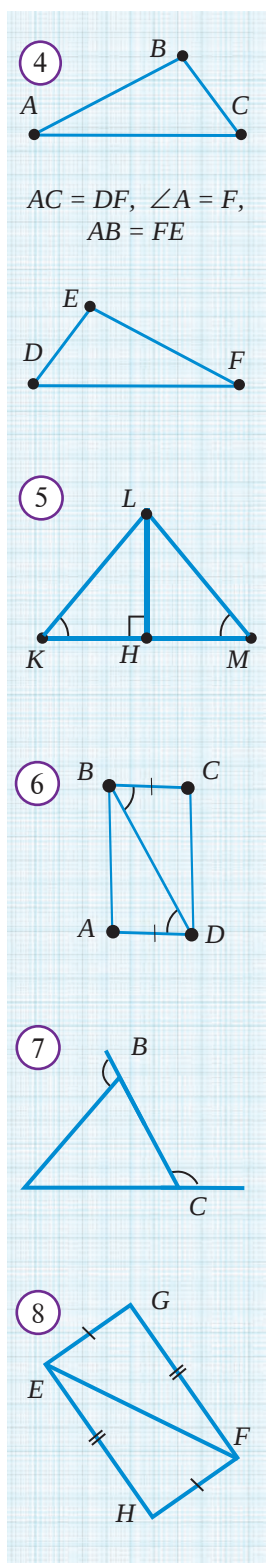
A) 16 va 4 ; B) 10 va 10 ; D) 10 va 10 yoki 16 va 4 ; E) Bunday uchburchak mavjud emas.

6. $AC = ?$ (3-rasm)

A) 6 ; B) 8 ; D) 12 ; E) $10,5$.

7. Uchburchakning nechta medianasi bor?

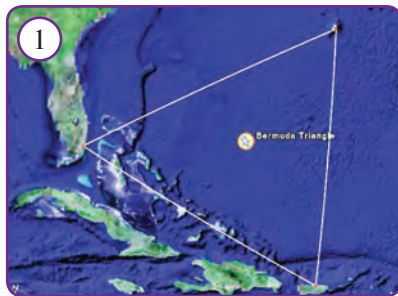
A) Bitta. B) Ikki. D) Uchta. E) Oltita.



8. Uchburchak bissektrisasi qanday shakl?
A) Kesma. B) Nur. D) To'g'ri chiziq. E) Nuqta.
9. Uchburchakning qaysi elementi uning tashqi sohasida yotishi mumkin?
A) Medianasi. B) Balandligi.
D) Bissektrisasi. E) Diagonal.
10. "Agar uchburchakning ikki burchagi teng bo'lsa, bu uchburchak teng yonli uchburchak bo'ladi", degan tasdiqni qanday atash mumkin?
A) Ta'rif. B) Xossa.
D) Alomat. E) Aksioma.
11. 4-rasmda keltirilgan ABC va DEF uchburchaklar teng bo'ladimi?
A) Ha. B) Ayrim hollarda.
D) Yo'q. E) Ko'pchilik hollarda.
12. 5-rasmdagi qaysi uchburchaklar o'zaro teng?
A) $\triangle KLM = \triangle LMH$; B) $\triangle KLM = \triangle MLH$;
D) $\triangle KLM = \triangle KLH$; E) Hech qaysi.
13. 6-rasmdagi ABD va CDB uchburchaklar qaysi alomatga asosan teng bo'ladi?
A) Uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra.
B) Uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra.
D) Uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra.
E) Bu uchburchaklar teng emas.
14. 7-rasmga qarab uchburchak turini aniqlang.
A) Teng tomonli. B) Teng yonli.
D) O'tmas burchakli. E) Hech narsa aytib bo'lmaydi.
15. 8-rasmdagi ma'lumotlarga ko'ra quyidagi tengliklardan noto'g'risini toping.
A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.
16. Perimetri 12 sm bo'lgan uchburchakning balandligi uni perimetrlari 7 sm va 9 sm bo'lgan uchburchaklarga ajratadi. Balandlik uzunligini toping.
A) 2 sm ; B) 3 sm ; D) 1 sm ; E) 4 sm .

Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar

1. **Bermuda uchburchagi.** Atlantika okeanida uchlari Florida, Bermuda orollari va Puerto-Rikoda bo'lgan uchburchak shaklidagi «Bermuda uchburchagi» deb ataladigan hudud bor (*1-rasm*). Bu joy o'zining sirli va kasofatliligi bilan nom qozongan. Gap shundaki, bu hududda kemalar va samolyotlar sirli ravishda halokatga uchrab, nom-nishonsiz g'oyib bo'lib turadi. Geometrik shakllar nomi bilan nomlangan yana qanday joylarni bilasiz?
2. Qurilishda 2-rasmda tasvirlangan «shayton» deb nomlanuvchi asboddan qanday maqsadlarda foydalaniladi?



51-betdagi III-bob tituli bo'yicha

1. 1-rasmdagi ko'priq qanday geometrik shakllardan iborat? Nega u shunday shakllar yordamida bunyod etilgan? Ko'priqdagi uchburchaklarning turlarini ayting. Ularning medianasini, balandligini va bissektrisasini ko'rsating.
2. 2-6-rasmlardagi xalq hunarmandchiligi mahsulotlarida aks etgan geometrik shakllarning nomlarini ayting.
3. 7-rasmdagi kitob javoni va 8-rasmdagi velosiped rasmidagi geometrik shakllarni ko'rsating. Ularning nomlarini ayting. Ushbu rasmlarda o'xshash uchburchaklar bormi? Teng uchburchaklar-chi?
4. 9-rasmdagi patnis, 10-rasmdagi bolalar mozaikasi, 11-rasmdagi xona shifti va 12-rasmdagi matolar o'rtasida qanday umumiylik bor? Ulardagi geometrik shakllar bo'yicha o'z fikringizni bildiring.

3. Teskarisini faraz qilishga oid qiziqarli masala

Savol. Sulton ikki vaziridan qaysi biri tezroq mantiqiy fikrlashini sinamoqchi bo'ldi. U vazirlarga ikkita oq va ikkita qora qalpoq ko'rsatdi. So'ng ularning ko'zlarini bog'lab, har ikkisiga qora qalpoqlarni kiydirdi, oq qalpoqni esa o'zi kiydi: «Qani, boshingizdagi qalpoq qanaqa rangda, toping-chi?» Biroz o'tib, o'ng qo'l vazir: «Mening boshimda qora qalpoq», — dedi. U qanday fikr yuritgan?

Javob. O'ng qo'l vazir teskarisini faraz qilgan:

«Mening boshimdagi qalpoq qora emas. Haqiqatan rangi oq deb faraz qilayin. U holda chap qo'l vazir sultonning boshida ham, mening boshimda ham oq qalpoqni ko'rib, o'zining boshidagi qalpoq qora ekanligini darhol aytgan bo'lar edi. U esa hamon o'ylanib o'tiribdi. Demak, farazim noto'g'ri — mening boshimdagi qalpoq — qora».



Hayotimizda geometriya

1. O'quvchilar uchun ishlab chiqilgan, «iHandy Carpenter» deb nomlangan mobil telefon dasturiy ta'minoti ixtiyoriy bino yoki inshootning yerga nisbatan qanchalik tik ekanligini aniqlab beradi. Buning uchun smartfonda mazkur dasturni ishga tushirib, bino yoki inshootga qaratish kifoya (3-rasm).
2. Dalada to'g'ri chiziqlarni o'tkazish uchun «ekker» asbobidan foydalaniladi. 4-rasmga qarab undan qanday foydalanish mumkinligini tushunib olish mumkin.



4. Bosh va oyoq o'lchamini hisoblash.

Barcha o'zining bosh va oyoq o'lchamlarini bilishi kerak. Chunki bosh kiyimi yoki oyoq kiyimi olayotganda bu kerak bo'ladi.

1. Boshni o'lchashda tikuvchilar lentali metridan foydalanamiz. Qoshimizdan 3 sm balandroqdan boshimiz aylanasi atrofini lenta metr bilan o'lchaymiz. (5-rasm)
2. Oyoqni o'lchash uchun lineyka yerga bir uchi devorga tirab qo'yiladi. To'g'ri turib oyoq tavoni orqasi devorga tiraladi. Oyoq uchiga quti yoki boshqa bir tekis buyim qo'yib o'lchab olinadi. Oyoq kiyimi o'lchami oyoqning santimetrdagi (sm) uzunligi maxsus jadvalga qo'yib aniqlanadi. (6-rasm)

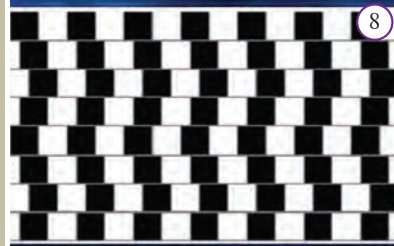
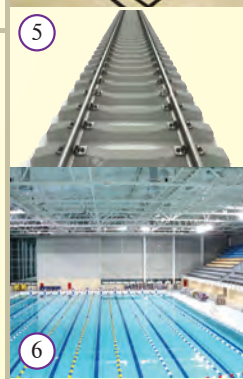
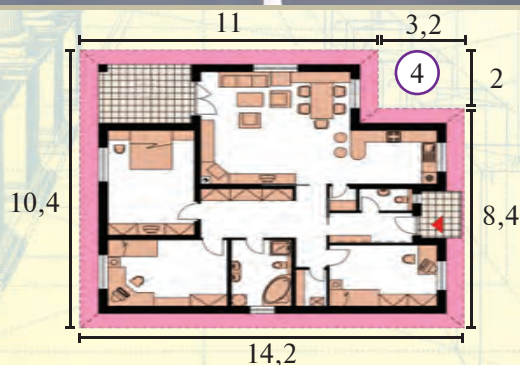
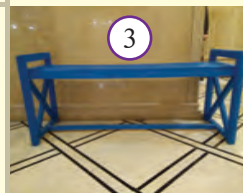


5. Geometrik tadqiqot

45° ga teng bo'lgan ABC burchak chizing. Burchak uchidan boshlab uning BA tomonida to'rtta bir-biriga teng kesmalarni ketma-ket qo'ying va bu kesmalarning uchlari orqali burchakning BC tomonini kesib o'tuvchi parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazing. So'ngra BC tomonida hosil bo'lgan kesmalarning uzunliklarini o'zaro taqqoslang. Bu kesmalar haqida qanday xulosaga keldingiz? Natijani boshqa kattalikdagi burchaklar uchun tekshirib ko'ring.

IV BOB

PARALLEL TO'G'RI CHIZIQLAR



32 TO'G'RI CHIZIQLARNING PARALLELLIGI

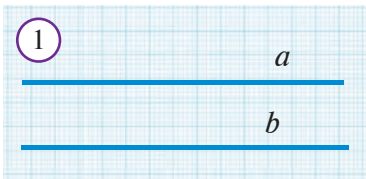


Faollashtiruvchi mashq

Agar ikki to'g'ri chiziq bitta to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, ular o'zaro kesishishi mumkinmi? Javobingizni asoslang.



*Bir tekislikda yotib, o'zaro kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar **parallel to'g'ri chiziqlar** deb ataladi.*



1-rasmda parallel to'g'ri chiziqlar tasvirlangan. a va b to'g'ri chiziqlarning parallelligi $a \parallel b$ tarzda yoziladi va qisqacha " a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa **parallel**" deb o'qiladi.

Parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan kesmalar bilan nurlar ham o'zaro parallel deb yuritiladi. Shunday qilib, biz to'g'ri chiziq bilan to'g'ri chiziq, nur bilan nur, kesma bilan kesma hamda to'g'ri chiziq bilan nur, to'g'ri chiziq bilan kesma va nur bilan kesma parallelligi tushunchalariga egamiz. Parallel kesmalarni hayotda ko'p uchratgansiz. Misol uchun, temir yo'l relslari, to'g'ri to'rtburchak shaklidagi stolning qarama-qarshi qirralari, katakli daftar varag'idagi gorizontall chiziqlar va hokazo.

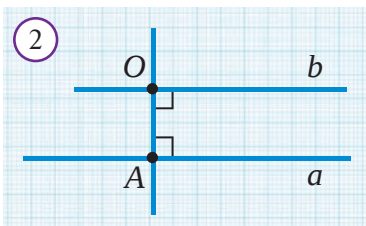
Shunday qilib, ta'rifga ko'ra to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun:

- ular bir tekislikda yotishi;
- umumiy nuqtaga ega bo'lmasligi, ya'ni kesishmasligi lozim.

17-mavzuda isbotlangan teoremani endi quyidagicha ifodalash mumkin:



Bitta to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.



Mashq. a to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan O nuqtadan unga parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkinligini ko'rsating.

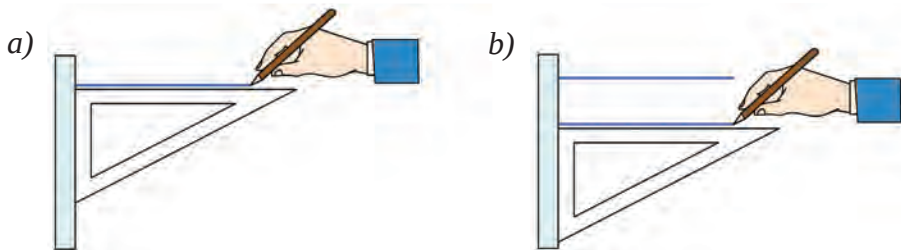
Yechilishi: O nuqtadan a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar OA to'g'ri chiziq o'tkazamiz (2-rasm). So'ng O nuqtadan OA to'g'ri chiziqqa per-

pendikulyar b to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Natijada, $a \perp OA$ va $OA \perp b$, ya'ni OA to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan ikkita a va b to'g'ri chiziqlarga ega bo'lamiz. Unda yuqoridagi teoremaga ko'ra, a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Ya'ni, b izlangan to'g'ri chiziqdir.

Parallel to'g'ri chiziqlarni amaliyotda oddiy chizg'ich va go'niya yordamida 3-rasmda tasvirlangan tartibda chizish mumkin. Bu usul to'g'riligini asoslang.

To'g'ri chiziqqa unda yotmagan nuqtadan nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin? **Parallellik aksiomasi** deb nomlangan quyidagi tasdiq bu savolga javob beradi.

3



Tekislikdagi to'g'ri chiziqqa, unda yotmagan nuqtadan faqat bitta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.

Bu tasdiq aksioma sifatida isbotsiz qabul qilinadi. Bu aksioma Evklidning 5-pastulati nomi bilan mashhur.



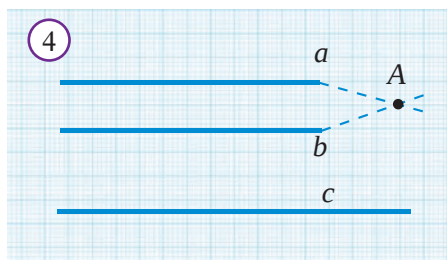
Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.

a, b va c to'g'ri chiziqlar, $a \parallel c, b \parallel c$.



$a \parallel b$

Isbot. Faraz qilaylik, $a \parallel c$ va $b \parallel c$ bo'lsa-da, a va b to'g'ri chiziqlar parallel bo'lmasin. U holda, ular biror A nuqtada kesishadi (4-rasm) va A nuqtadan c to'g'ri chiziqqa ikkita a va b parallel to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lib qoladi. Bu esa parallellik aksiomasiga zid. Demak, farazimiz noto'g'ri — a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel ekan. **Teorema isbotlandi.**



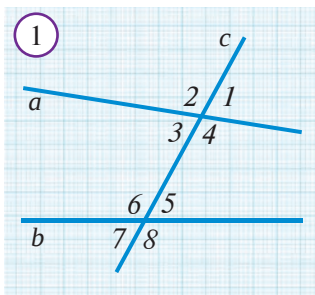
Savol, masala va topshiriqlar

1. Qachon to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi?
2. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
3. Ikkita kesma qachon parallel bo'ladi?
4. Sinf xonasiga nazar soling va parallel kesmalarni aniqlang.
5. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziqning o'zaro parallel bo'lishini ko'rsating.
6. To'g'ri chiziq chizib, unda A, B va C nuqtalarni belgilang. Chizg'ich va uchburchakli chizg'ich (go'niya) yordamida A nuqtadan, B nuqtadan va C nuqtadan o'tuvchi va bir-biriga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazing.
7. Kesishmaydigan har qanday ikki kesmani parallel kesmalar desa bo'ladimi?
8. Kesishmaydigan har qanday ikki nurni parallel nurlar desa bo'ladimi?
9. To'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari o'zaro paralleldir?
10. Parallellikka tevarak atrofdan misollar keltiring.

33

IKKI TO'G'RI CHIZIQ VA KESUVCHI HOSIL QILGAN BURCHAKLAR

Tekislikda berilgan ikkita a va b to'g'ri chiziq uchinchi c to'g'ri chiziq bilan kesishganda, 8 ta burchak hosil bo'ladi. Ularni 1-rasmda ko'rsatilgandek raqamlar bilan belgilaylik. Bu burchaklarning quyidagi juftlarini alohida nomlar bilan ataymiz:



$\angle 3$ va $\angle 5$
 $\angle 4$ va $\angle 6$] **ichki almashinuvchi burchaklar**

$\angle 4$ va $\angle 5$
 $\angle 3$ va $\angle 6$] **ichki bir tomonli burchaklar**

$\angle 1$ va $\angle 5$
 $\angle 2$ va $\angle 6$
 $\angle 3$ va $\angle 7$
 $\angle 4$ va $\angle 8$] **mos burchaklar**

$\angle 1$ va $\angle 7$
 $\angle 2$ va $\angle 8$] **tashqi almashinuvchi burchaklar**

$\angle 1$ va $\angle 8$
 $\angle 2$ va $\angle 7$] **tashqi bir tomonli burchaklar**



1-xossa. Agar bir juft ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ikkinchi juft ichki almashinuvchi burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.

a, b to'g'ri chiziqlar va c kesuvchi: $\angle 1 = \angle 2$ (2-rasm)



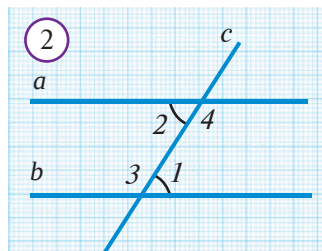
$\angle 3 = \angle 4$

Isbot. $\angle 2$ va $\angle 4$ qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:
 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$. Bundan $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2$.

$\angle 1$ va $\angle 3$ ham qo'shni burchaklar bo'lgani uchun:
 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$. Bundan $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$.

Shartga ko'ra $\angle 1 = \angle 2$. Shuning uchun:
 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 = \angle 4$.

Demak, $\angle 3 = \angle 4$. **Xossa isbotlandi.**

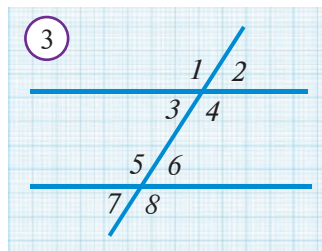


2-xossa. Agar mos burchaklar teng bo'lsa, ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'ladi.

Isbot. Mos burchaklardan biror jufti, masalan $\angle 2 = \angle 6$ bo'lsin (3-rasm). $\angle 2$ va $\angle 4$ qo'shni burchaklar bo'lgani uchun $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ bo'ladi. U holda, $\angle 2 = \angle 6$ bo'lgani uchun $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ ekani kelib chiqadi.

Boshqa bir tomonli burchaklar yig'indisi ham 180° ga tengligi shu tariqa isbotlanadi.

Xossa isbotlandi.



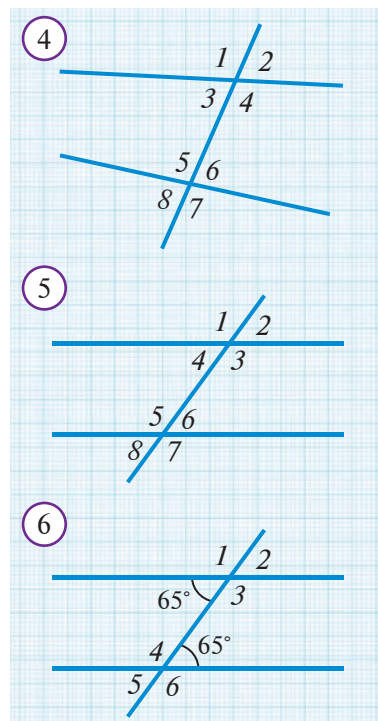
3-xossa. Agar ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, u holda mos burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi.

Isbot. $\angle 3$ va $\angle 6$ – ichki almashinuvchi burchaklar bo‘lib, $\angle 3 = \angle 6$ bo‘lsin (3-rasm). U holda, $\angle 3$ va $\angle 2$ vertikal burchaklar bo‘lgani uchun $\angle 3 = \angle 2$ bo‘ladi.

Demak, $\angle 6$ va $\angle 2$ teng ekan. Boshqa mos burchaklar juftlari tengligi ham shunga o‘xshash isbotlanadi.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Ixtiyoriy ikkita to‘g‘ri chiziq chizing. Ularni kesib o‘tuvchi uchinchi to‘g‘ri chiziqni chizing. Bir tomonli, ichki almashinuvchi va mos burchaklar juftini chizmadan ko‘rsating.
2. 4-rasmdagi burchaklardan qaysilari vertikal va qaysilari qo‘shni burchak bo‘ladi?



3. 4-rasmdagi $\angle 2 = 60^\circ$ va $\angle 7 = 95^\circ$ bo‘lsa, qolgan burchaklarni toping.
4. Agar 5-rasmda $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$ bo‘lsa, qolgan burchaklarni toping.
5. 5-rasmda $\angle 3 = \angle 5$ bo‘lsa, $\angle 4 = \angle 6$ bo‘ladimi? Agar $\angle 1 = \angle 7$ bo‘lsa, $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$ tengliklar bajariladimi? Javobingizni asoslang.
6. Ichki bir tomonli burchaklar o‘zaro teng bo‘lishi mumkinmi?
- 7.* Ichki almashinuvchi burchaklar teng bo‘lsa, ichki bir tomonli burchaklar yig‘indisi 180° ga tengligini ko‘rsating. Teskari tasdiq ham to‘g‘rimi? Ya‘ni bir tomonli burchaklar yig‘indisi 180° ga teng bo‘lsa, almashinuvchi burchaklar o‘zaro teng bo‘ladimi?
- 8.* Agar ikki to‘g‘ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft mos burchaklar o‘zaro teng bo‘lsa, ikkinchi juft mos burchaklar ham teng bo‘lishini isbotlang.

9. 6-rasmdagi $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ va $\angle 6$ burchaklarni toping.
10. Daftaringiz chiziqlaridan foydalanib ikkita parallel to‘g‘ri chiziq chizing. Ularni kesib o‘tadigan (perpendikulyar emas) uchinchi to‘g‘ri chiziq chizing. Hosil bo‘lgan 8 ta burchakni transportir bilan o‘lchang.



Tarixiy lavha

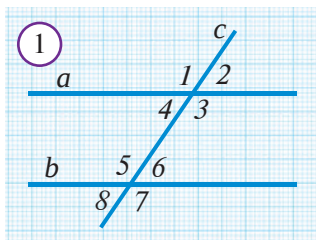
Misrda mil. avv. III asrda hukm surgan Ptolemey I ismli podshoh Evkliddan geometriya bo‘yicha saboq olmoqchi bo‘libdi. Bir necha mashg‘ulotdan so‘ng u qiynalib ketib, ustozidan so‘rabdi: «Menga osonroq yo‘lini ko‘rsata olmaysizmi?» Shunda Evklid: «Geometriyaga shohona yo‘l yo‘q!» – deb javob bergan ekan.

34

IKKI TO'G'RI CHIZIQNING PARALLELLIK ALOMATLARI



Faollashtiruvchi mashq



1-rasmda a va b parallel to'g'ri chiziqlar va c kesuvchi tasvirlangan. Quyidagi topshiriqlarni bajaring va savollarga javob bering.

1. Barcha almashinuvchi burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft almashinuvchi burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?
2. Barcha bir tomonli burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft bir tomonli burchaklar gradus o'lchovlarining yig'indisi haqida nima deya olasiz?
3. Barcha mos burchaklar juftlarini yozing va ularni transportirda o'lchang. Har bir juft mos burchaklarning gradus o'lchovlari haqida nima deya olasiz?

Ikki to'g'ri chiziqning parallelligini qanday aniqlash mumkin? Quyidagi teorema va bu teoremaning natijalari bu savolga javob beradi. Shuning uchun ular ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatlari deb yuritiladi.



Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan ichki almashinuvchi burchaklar teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq o'zaro paralleldir.

Isbot. 1) $\angle 1$ va $\angle 2$ ichki almashinuvchi burchaklar to'g'ri bo'lsin (2-rasm). Bu holda AB to'g'ri chiziq a va b to'g'ri chiziqlarga perpendikulyar bo'ladi. Unda a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro paralleldir (78-betdagi teorema ko'ra).

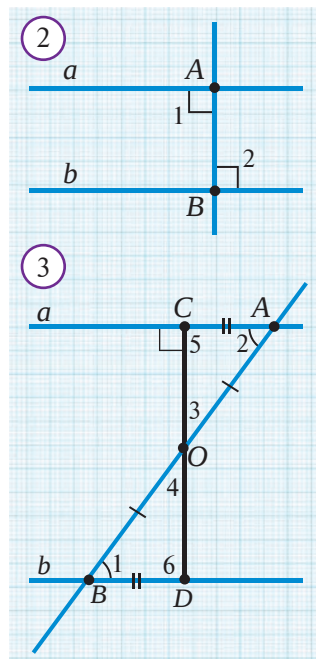
2) Endi $\angle 1$ va $\angle 2$ burchaklar to'g'ri bo'lmagan holni ko'ramiz. AB kesmaning o'rtasi O nuqta bo'lsin: $AO = BO$. O nuqtadan a to'g'ri chiziqqa OC perpendikulyar tushiramiz (3-rasm). U b to'g'ri chiziqni D nuqtada kesib o'tsin. $\triangle AOC$ va $\triangle BOD$ uchburchaklarni qaraymiz.

Ularda: 1) $\angle 3 = \angle 4$ — chunki vertikal burchaklar;

2) $AO = BO$ — yasashga ko'ra;

3) $\angle 1 = \angle 2$ — shartga ko'ra.

Unda uchburchaklar tengligining BTB alomatiga ko'ra $\triangle AOC = \triangle BOD$ bo'ladi. Xususan, $\angle 5 = \angle 6$.



Bunda esa $\angle 6$ ham $\angle 5$ kabi to'g'ri burchak ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, a va b to'g'ri chiziqlar bitta CD to'g'ri chiziqqa perpendikulyar. Demak, ular o'zaro paralleldir.

Teorema isbotlandi.



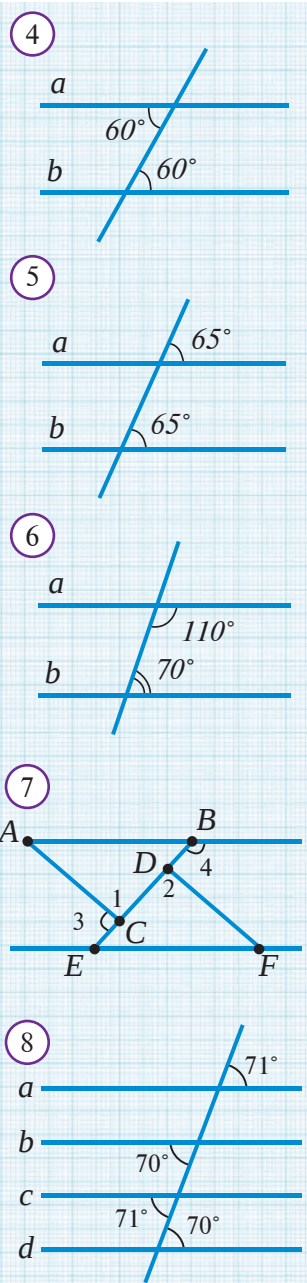
Masala. Agar 1-rasmda $\angle 2 = 55^\circ$ va $\angle 5 = 125^\circ$ bo'lsa, a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladimi?

Yechilishi: $\angle 2$ va $\angle 4$ vertikal burchaklar bo'lgani uchun $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$. $\angle 5$ va $\angle 6$ qo'shni bo'lgani uchun $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$. Natijada, ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng ekanligini aniqlaymiz: $\angle 4 = \angle 6$. Demak, yuqorida isbotlangan ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatiga ko'ra a va b to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi. **Javob:** Ha.



Savol, masala va topshiriqlar

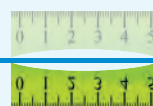
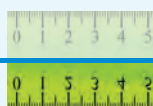
- Ikki to'g'ri chiziqning parallellik alomatini izohlang.
- Teoremani mustaqil isbotlang.
- Teorema isbotini xulosalashga harakat qiling.
- 4-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- 5-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- 6-rasmda $a \parallel b$ bo'lishini ko'rsating.
- Agar 1-rasmda: a) $\angle 1 = 132^\circ$, $\angle 8 = 48^\circ$ b) $\angle 2 = 36^\circ$, $\angle 5 = 144^\circ$ c) $\angle 3 = 103^\circ$, $\angle 6 = 77^\circ$ d) $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- Agar 7-rasmda: a) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; c) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle EFD$ ekanligini ko'rsating.
- a to'g'ri chiziq va unda yotmagan K nuqta berilgan. K nuqta orqali to'rtta to'g'ri chiziq o'tkazildi. Bu to'g'ri chiziqlardan nechitasi a to'g'ri chiziq bilan kesishadi, javobingizni izohlang.
- 8-rasmdagi parallel to'g'ri chiziqlarni toping.



Chizg'ichning ikki qirrasi o'zaro parallelni yoki yo'qmi — aniqlash usuli:



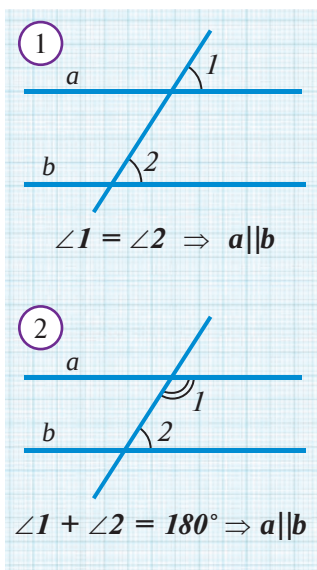
ag'darib ko'ramiz:



agar ag'darganda chizg'ich qirrasi chiziq ustiga tushmasa, parallel emas, degan xulosa chiqadi.

35

IKKI TO'G'RI CHIZIQNING PARALLELLIK ALOMATLARI (DAVOMI)



Teoremadan to'g'ridan-to'g'ri kelib chiqadigan xossa **natija** deyiladi.

Oldingi mavzuda isbotlangan teoremadan kelib chiqadigan natijalar bilan tanishamiz.

Vertikal burchaklarning tengligidan foydalansak, quyidagi natijaga ega bo'lamiz.

1-natija. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft mos burchak teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (1-rasm).

Qo'shni burchaklar yig'indisi 180° ga tengligidan foydalansak, quyidagi natijaga ega bo'lamiz.

2-natija. Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir juft ichki bir tomonli burchak yig'indisi 180° ga teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi (2-rasm).

Bu natijalarda mos burchaklar ichkimi yoki tashqimi — ahamiyati yo'q. Buni ko'rsating.



Masala. 3-rasmdagi to'g'ri chiziqlarning qaysilari parallel?

Yechilishi: Vertikal burchaklar tengligidan, $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. a va b to'g'ri chiziqlar parallel emas, chunki $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$.

$a || d$ bo'ladi, chunki, $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (2-natijaga qarang).

Xuddi shunday $b || e$ bo'ladi, chunki $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$.

a , c va e to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel emas, chunki ularning mos burchaklari teng emas (1-natijaga qarang).

Xuddi shunday b va d to'g'ri chiziqlar ham parallel emas, chunki mos burchaklar teng emas: $65^\circ \neq 75^\circ$.

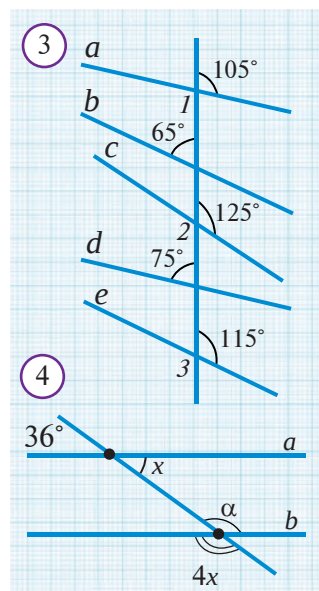
Javob: $a || d$, $b || e$.



Masala. 4-rasmda $a || b$ bo'ladimi?

Yechilishi: Vertikal burchaklarning xossasiga ko'ra $x = 36^\circ$. Unda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ bo'ladi. Bir tomonli burchaklar yig'indisi $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$. Demak, 2-natijaga ko'ra $a || b$ bo'ladi.

Javob: Ha.





77-betdagi IV-bobning tituliga qarang.

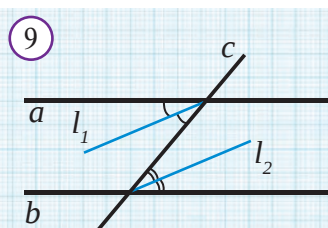
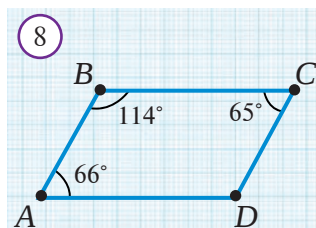
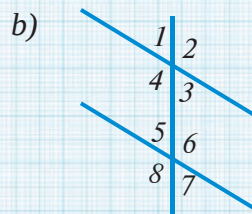
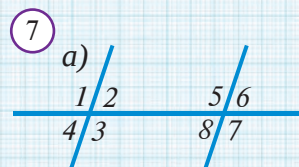
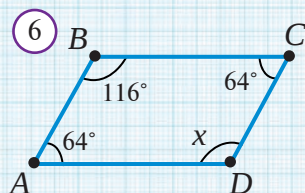
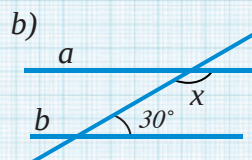
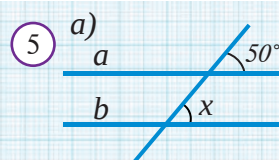
1. Avtomobil yo'llari va temir yo'llarda parallellikdan foydalanishning afzalliklari haqida fikr bildiring.
2. Rasmlardagi inshootlardan parallel elementlarni ajratib ko'rsating.
3. 4-rasmdagi xonadon chizmasidagi parallel elementlarni ajratib ko'rsating. Chizmadagi kesmalar o'lchamlaridan kelib chiqib, xonadonning o'lchamlari haqida nima deyish mumkin?
4. 8-rasmdagi chiziqlar parallelmi? Buni qanday aniqlash mumkin?

Ko'zning aldanishi: Shakllar rostdan ham aylanyaptimi?



Savol, masala va topshiriqlar

1. Teoremaning natijasi nima?
2. Keltirilgan parallellik alomatlarini ayting.
3. 5a-rasmda a va b to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi uchun x necha gradus bo'lishi kerak?
4. 5b-rasmda-chi?
5. 6-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
6. Agar 7a-rasmda $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
7. Agar 7b-rasmda $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 8 = 120^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
8. 8-rasmdagi shaklning qaysi tomonlari parallel?
9. Ikki to'g'ri chiziqning kesuvchi bilan kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri 32° , unga mos bo'lgan burchak esa 33° ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladimi?
10. a va b parallel to'g'ri chiziqlarni c to'g'ri chiziq bilan kesishdan hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklarning bissektrisalari parallel ekanligini ko'rsating (9-rasm).



36 TESTKARI TEOREMA

Agar teoremaning sharti va xulosalarining o'zni almashtirilsa, yangi tasdiq hosil bo'ladi. Agar bu tasdiq ham to'g'ri bo'lsa (ya'ni uni isbotlab bo'lsa), u berilgan teoreмага **teskari teorema** deb ataladi.

To'g'ri teorema: Agar



Qisqacha: $A \Rightarrow B$

Teskari teorema: Agar



Qisqacha: $B \Rightarrow A$

Misol. Agar " $\triangle ABC$ uchburchak teng yonli" bo'lsa, " $\triangle ABC$ uchburchakning ikkita burchagi teng" bo'ladi. Bu teoremaning sharti va xulosasi o'rnini almashtiramiz:

Agar " $\triangle ABC$ uchburchakning ikkita burchagi teng" bo'lsa, " $\triangle ABC$ uchburchak teng yonli" bo'ladi.

— bu tasdiq ham to'g'ri, demak, u yuqoridagi teoreмага nisbatan teskari teoremadir.

Albatta, to'g'ri teoremani ham, unga teskari tasdiqni ham doim xuddi shu tarzda yozish shart emas, ular ko'pincha biroz erkin ifodalanadi. Xususan, ko'rilgan misolda teskari teorema qisqacha shunday aytilishi mumkin:

"Ikki burchagi teng uchburchak teng yonlidir."

1-mashq. Yuqorida keltirilgan teskari teorema "Uchburchakning teng yonli bo'lish alomati", deb yuritiladi. Uning to'g'riligini mustaqil isbotlang.

Shuni aytib o'tish lozimki, har doim ham berilgan to'g'ri teoreмага teskari bo'lgan tasdiq o'rinli bo'lavermaydi.

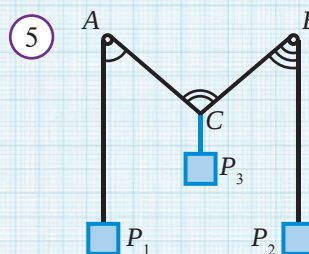
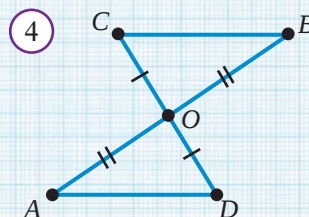
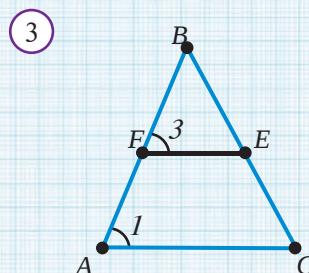
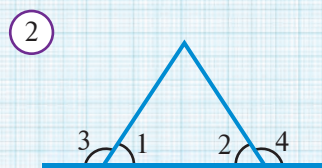
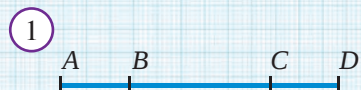
Masalan, "Agar burchaklar vertikal bo'lsa, ular teng bo'ladi", degan teoreмага teskari "Agar burchaklar teng bo'lsa, ular vertikal bo'ladi" degan tasdiq to'g'ri emas.

2-mashq.

1. "Agar yomg'ir yog'sa, osmonda bulut bo'ladi", degan tasdiqqa teskari tasdiqni tuzing. Hosil bolgan teskari tasdiqning har doim ham to'g'ri bo'lish-bo'lmasligini izohlang.
2. Quydagi to'g'ri teoremalarga teskari tasdiqlarni yozib chiqing. Bu tasdiqlar to'g'ri yoki noto'g'riligini tekshiring:
 - 1) Bir to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishmaydi.
 - 2) Agar ikki uchburchak teng bo'lsa, ularning mos tomonlari teng bo'ladi.
 - 3) Agar qo'shni burchaklar o'zaro teng bo'lsa, ular to'g'ri burchak bo'ladi.
 - 4) Bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq paralleldir.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Teskari teorema bilan to'g'ri teorema o'rtasida qanday farq bor?
2. Teskari teorema bilan to'g'ri teorema o'rtasida qanday aloqa bor?
3. To'g'ri teoreмага teskari bo'lgan teorema har doim ham o'rinli bo'ladimi?
4. To'g'ri teoremani isbotlab, unga teskari teoremani isbotsiz qabul qilsa bo'ladimi?
5. Teskari teoreмага teskari bo'lgan teorema qanday nomlanadi?
6. Quyidagi teoremlarning sharti va xulosasini yozing. Bu teoremlarga teskari teoremlarni yozing va ularning to'g'riligini tekshiring:
 - 1) Agar 1-rasmda $AC = BD$ bo'lsa, $AB = CD$ bo'ladi.
 - 2) Agar 2-rasmda $\angle 1 = \angle 2$ bo'lsa, $\angle 3 = \angle 4$ bo'ladi.
 - 3) Agar 3-rasmda $EF \parallel AC$ bo'lsa, $\angle 1 = \angle 3$ bo'ladi.
 - 4) Agar 4-rasmda $AO = OB$ va $CO = OD$ bo'lsa, $\triangle AOD = \triangle BOC$ bo'ladi.
7. A va B nuqtalarda mahkamlangan bloklar orqali o'tgan ipda P_1 va P_2 jismlar osilgan (5-rasm). P_3 jism esa shu ipning C nuqtasida osilgan bo'lib, P_1 va P_2 jismlarni muvozanatda saqlab turibdi. $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$ ekanligi ma'lum bo'lsa, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bo'lishini isbotlang.
8. Quyidagi teoremlarga teskari teoremlarni ifodalang va ularning to'g'riligini tekshiring:
 - 1) Ikki to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesishidan hosil bo'lgan mos burchaklar teng bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.
 - 2) Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'zaro parallel bo'ladi.
 - 3) Teng tomonli uchburchakning barcha burchaklari o'zaro teng bo'ladi.
9. Uchburchaklarning tenglik alomatlariga teskari teoremlarni ayting. Bu teskari teoremlar to'g'rimi?
10. Quyidagi tasdiqni isbotlang: Agar uchburchakning bir uchidan tushirilgan bissektrisa uchburchakning balandligi ham bo'lsa, bu uchburchak teng yonli bo'ladi. Bu tasdiqqa teskari teoremani ayting.



37

IKKI PARALLEL TO'G'RI CHIZIQ VA KESUVCHI HOSIL QILGAN BURCHAKLAR

Quyida ikki to'g'ri chiziqlarning parallellik alomatlariga teskari bo'lgan teoremlar qaraladi.

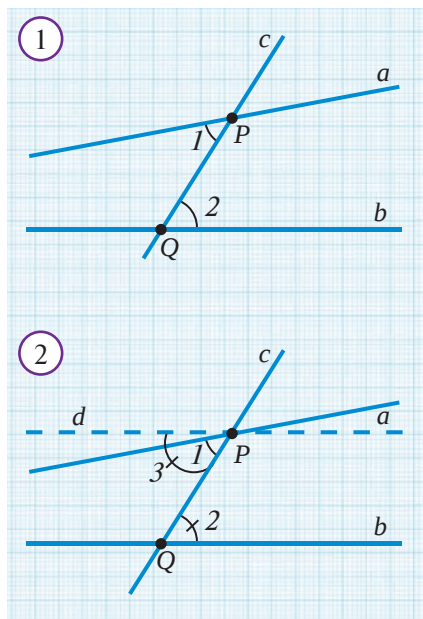


1-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan ichki almashinuvchi burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

$a \parallel b, c$ – kesuvchi (1-rasm)



$$\angle 1 = \angle 2$$



Isbot. Teskarisini faraz qilish usulini qo'llaymiz: 1-rasmda a, b parallel to'g'ri chiziqlar va c kesuvchi tasvirlangan. $\angle 1$ va $\angle 2$ ichki almashinuvchi burchaklar teng bo'lmasin.

a va c kesishgan P nuqtadan PQ nur bilan $\angle 2$ burchakka teng $\angle 3$ burchak yasaymiz (2-rasm).

Uning tomoni d to'g'ri chiziqda yotsin. To'g'ri chiziqlarning parallellik alomatiga ko'ra, $\angle 2 = \angle 3$ bo'lgani uchun $d \parallel b$. Natijada P nuqtadan b ga parallel ikkita to'g'ri chiziq o'tib qoldi. Bu esa parallellik aksiomasiga zid.

Teorema isbotlandi.

Natija. Agar to'g'ri chiziq parallel to'g'ri chiziqlardan biriga perpendikulyar bo'lsa, ikkinchisiga ham perpendikulyar bo'ladi.



2-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan mos burchaklar o'zaro teng bo'ladi.

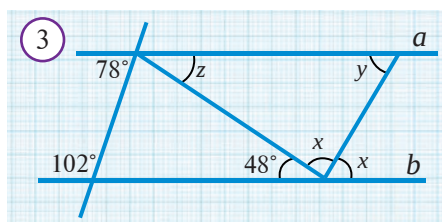


3-teorema. Ikki parallel to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'ladi.

Teoremlarni mustaqil isbotlashga urinib ko'ring.



Masala. 3-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.



Yechilishi: Ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$ bo'lgani uchun $a \parallel b$ bo'ladi. Demak, 1-teoremaga ko'ra $z = 48^\circ$ va $x = y$ bo'ladi. $x + x + 48^\circ = 180^\circ$ bo'lgani uchun (yoyiq burchak kattaligi), $x = 66^\circ$. Demak, $y = 66^\circ$.

Javob: $x = 66^\circ; y = 66^\circ; z = 48^\circ$.

Savol, masala va topshiriqlar

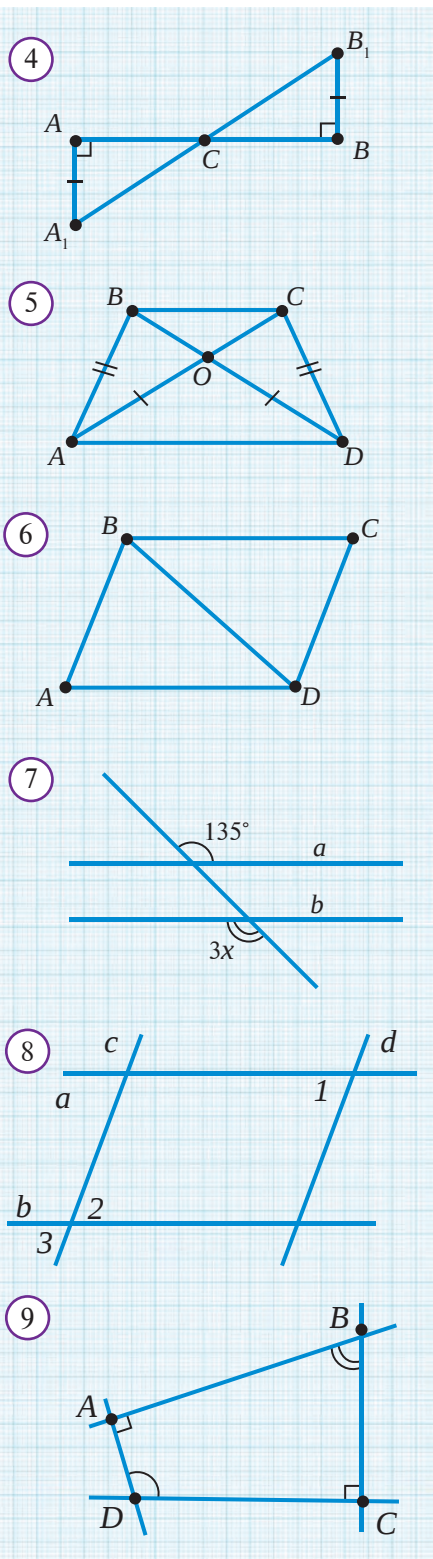
- 4-rasmda $AC = CB$ ekanligini ko'rsating.
- Berilgan kesmaning o'rtasini topishda 1-masaladan qanday foydalanish mumkin?
- 5-rasmda $BC \parallel AD$, $AO = OD$ ekanligi ma'lum.
a) $BO = OC$; b) $AC = BD$; c) $\triangle AOB = \triangle DOC$;
d) $\triangle ABD = \triangle DCA$ tengliklarni isbotlang.
- 6-rasmda $BC \parallel AD$ va $AB \parallel CD$ bo'lsa, $\triangle ABD = \triangle CDB$ ekanligini isbotlang.
- 7-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
- * ABC va $A_1B_1C_1$ o'tkir burchaklar berilgan. Agar $AB \parallel A_1B_1$ va $BC \parallel B_1C_1$ bo'lsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.
- * Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklardan biri o'tkir, ikkinchisi esa o'tmas. Bu burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lishini isbotlang.

Eslatma. 6-7-masalalarda keltirilgan teoremlar — mos tomonlari parallel bo'lgan burchaklarning xossalari deb yuritiladi.

- Agar 8-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 55^\circ$ bo'lsa, $\angle 2$ va $\angle 3$ ni toping.
- Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklar ayirmasi 40° ga teng. Bu burchaklarni toping.
- * ABC va $A_1B_1C_1$ o'tkir burchaklar berilgan. Agar $AB \perp A_1B_1$ va $BC \perp B_1C_1$ bo'lsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.
- * Mos tomonlari perpendikulyar to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklardan biri o'tkir, ikkinchisi esa o'tmas. Bu burchaklar yig'indisi 180° ga teng bo'lishini isbotlang.

Eslatma. 10-11-masalalarda keltirilgan teoremlar — mos tomonlari o'zaro perpendikulyar bo'lgan burchaklarning xossalari deb yuritiladi.

- 9-rasmdagi A va C burchaklar to'g'ri. D burchak B burchakdan ikki marta katta. Bu ikki burchakni toping.



38

MASALALAR YECHISH

1. **Masala.** 1-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$. Quyidagi tengliklardan qaysilari to'g'ri?

- | | | | |
|--|-----------------------------|--|-----------------------------|
| 1) $\angle 1 = \angle 15$; | 2) $\angle 3 = \angle 13$; | 3) $\angle 4 = \angle 16$; | 4) $\angle 4 = \angle 8$; |
| 5) $\angle 1 = \angle 12$; | 6) $\angle 7 = \angle 10$; | 7) $\angle 8 = \angle 16$; | 8) $\angle 8 = \angle 11$; |
| 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$; | | 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$; | |
| 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$; | | 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$ | |

Yechilishi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (vertikal burchaklar xossasiga ko'ra), $\angle 2$ va $\angle 16$ – mos burchaklar bo'lgani uchun $\angle 2 = \angle 16$. Demak, $\angle 4 = \angle 16$ tenglik to'g'ri.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (mos burchaklar xossasiga ko'ra) va $\angle 7 = \angle 5$ (vertikal burchaklar). $\angle 5$ va $\angle 1$ mos burchaklar. $a \parallel b$, shuning uchun $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, ya'ni $\angle 1 = \angle 12$ tenglik noto'g'ri.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (vertikal burchaklar), $c \parallel d$, $\angle 2$ va $\angle 15$ – bir tomonli burchaklar bo'lgani uchun, $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$. Demak, $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ tenglik to'g'ri.

11) $c \parallel d$ bo'lgani uchun $\angle 7 = \angle 10$ (almashinuvchi burchaklar xossasiga ko'ra) va $\angle 10 = \angle 12$ (vertikal burchaklar). Demak, $\angle 7 = \angle 12$.

Shuning uchun $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ tenglik faqat $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$ bo'lganda o'rinli. Qolgan tengliklarni shu tariqa o'zingiz mustaqil ravishda tekshirib chiqing.

2. AB to'g'ri chiziq va unda yotmaydigam C nuqta berilgan. C nuqta orqali AB to'g'ri chiziqqa nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

3. 2-rasmda $EF \parallel AC$, $\angle BEF = 62^\circ$, $\angle EFC = 130^\circ$ bo'lsa, ABC uchburchak burchaklarini toping.

4. 3-rasmda $a \parallel b \parallel c$ va $d \parallel l$ bo'lsa, x va y burchaklarni toping.

5. AB to'g'ri chiziq va unda yotmaydigan C nuqta berilgan. C nuqta orqali AB to'g'ri chiziqqa nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

6. a nurning bir tomoniga $\angle(ab) = 25^\circ$ va $\angle(ac) = 155^\circ$ bo'ladigan qilib b va c nurlar qo'yilgan. b nur c nurga parallel deb aytish mumkinmi?

7. AC va BD to'g'ri chiziqlar parallel, shu bilan birga A va D nuqtalar BC kesuvchidan turli tomonda yotadi. Quyidagilarni isbotlang:

a) DBC va ACB burchaklar BC kesuvchiga nisbatan ichki almashinuvchi;

b) BC nur ABD burchak tomonlari orasidan o'tadi;

c) CAB va DBA burchaklar AB kesuvchiga nisbatan ichki bir tomonli burchaklar.

8. AB va CD kesmalar E nuqtada kesishadi va shu nuqtada teng ikkiga bo'linadi. AC va BD to'g'ri chiziqlar parallel ekanini isbotlang.

9. ABC burchak 80° ga, BCD burchak esa 120° ga teng. AB va CD to'g'ri chiziqlar parallel bo'la oladimi? Javobingizni asoslang.

10. Ikkita parallel to'g'ri chiziq bilan kesuvchi hosil qilgan burchaklardan biri 40° ga teng. Qolgan yettita burchakdan birortasi 120° ga teng bo'la oladimi?

11. Ikkita parallel to'g'ri chiziq bilan kesuvchi hosil qilgan ikkita ichki bir tomonli burchakning ayirmasi 20° ga teng. Shu burchaklarni toping.

12. Ikkita parallel to'g'ri chiziq bilan kesuvchi hosil qilgan ikkita ichki almashinuvchi

burchakning yig'indisi 150° ga teng. Shu burchaklarni toping.

13. Ikkita parallel to'g'ri chiziq bilan kesuvchi hosil qilgan burchaklardan biri 72° ga teng. Qolgan yettita burchakni toping.

14. ABC va BAD uchburchaklar teng. C va D nuqtalar AB to'g'ri chiziqdan turli tomonda yotadi. AC va BD to'g'ri chiziqlarning parallel ekanini isbotlang.

15. Parallel to'g'ri chiziqlar bilan kesuvchi hosil qilgan ichki almashinuvchi burchaklarning bissektrisalari parallel ekanligini isbotlang.

16. ABC teng yonli uchburchakda $AB=BC$. B uch orqali AC ga parallel DE to'g'ri chiziq o'tkazilgan. B nuqta D va E nuqtalar orasida yotadi. DC kesma AB kesmani kesadi, $\angle ABD=\angle CBE$ ekanligini isbotlang.

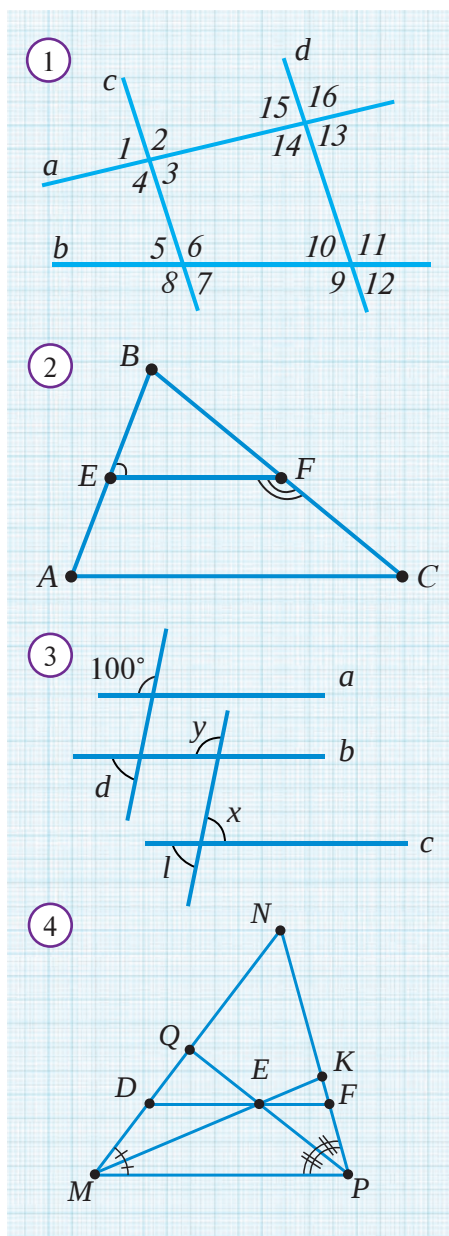
17. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlarga parallel ikkita to'g'ri chiziqning o'zlari ham perpendikulyar ekanini isbotlang.

18. ABC uchburchakning BD medianasi davomida D nuqtadan keyin medianaga teng DE kesma qo'yilgan. C uch orqali AB to'g'ri chiziqqa parallel p to'g'ri chiziq o'tkazilgan. p to'g'ri chiziqning E nuqta orqali o'tishini isbotlang.

19. ABC uchburchakda CD mediana davomida bu medianaga teng DE kesma qo'yilgan. AF mediananing davomida AF medianaga teng FH kesma qo'yilgan. B, H, E nuqtalar bitta to'g'ri chiziqda yotishini isbotlang.

20. Ixtiyoriy ABC uchburchak chizing va uning ichida ixtiyoriy A_1 nuqtani belgilang. Berilgan uchburchakka teng bo'lgan va tomonlari uning tomonlariga mos ravishda parallel bo'lgan $A_1B_1C_1$ uchburchak yasang (mumkin bo'lgan holatlardan birini qarang).

21*. MNP uchburchakning MK va PQ bissektrisalari E nuqtada kesishadi (4-rasm). E nuqta orqali MP tomonga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziq MN va PN tomonlarni, mos ravishda, D va F nuqtalarda kesib o'tadi. $DF=MD+FP$ ekanini isbotlang (Ko'rsatma: $MD=DE$, $FP=EF$ ekanligini ko'rsating).



39 БОБ БО‘YICHA TAKRORLASH

1. Bo‘sh qoldirilgan joylarni mantiqan to‘g‘ri so‘zlar bilan to‘ldiring.

1. To‘g‘ri chiziqda yotuvchi nuqta orqali unga perpendikulyar bo‘lgan o‘tkazish mumkin.
2. Agar ikki to‘g‘ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo‘lgan teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘ladi.
3. Tekislikdagi ikki to‘g‘ri chiziq , ular parallel to‘g‘ri chiziqlar deyiladi.
4. Ikki parallel to‘g‘ri chiziqdan birini kesib o‘tgan to‘g‘ri chiziq
5. To‘g‘ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali unga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin.
6. To‘g‘ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi orqali faqat bitta to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin.
7. To‘g‘ri burchak ostida kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar deb ataladi.
8. Bitta to‘g‘ri chiziqqa ikki to‘g‘ri chiziq o‘zaro paralleldir.
9. Agar ikki to‘g‘ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo‘lgan bir tomonli burchaklar bu to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘ladi.

2. Quyida keltirilgan jumalardagi xatoni toping va uni tuzating.

1. To‘g‘ri chiziqning faqat bitta nuqtasidan unga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq o‘tkazish mumkin.
2. Berilgan to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan faqat bitta nuqtadan shu to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar tushirish mumkin.
3. AB va AK – parallel to‘g‘ri chiziqlarning biriga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq ikkinchisiga ham perpendikulyar bo‘ladi.
4. Ikki to‘g‘ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo‘lgan almashinuvchi burchaklari teng bo‘ladi.
5. Agar ikki kesma kesishmasa ular parallel kesmalar deb ataladi.
6. Mos tomonlari parallel bo‘lgan burchaklar teng bo‘ladi.
7. Agar $a \perp b$, $b \perp c$ bo‘lsa, $a \perp c$ bo‘ladi.
8. Mos tomonlari perpendikulyar bo‘lgan burchaklarning yig‘indisi 180° ga teng.
9. Agar ikki to‘g‘ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo‘lgan bir tomonli burchaklar teng bo‘lsa, bu to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘ladi.
10. Perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlarga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar o‘zaro parallel bo‘ladi.

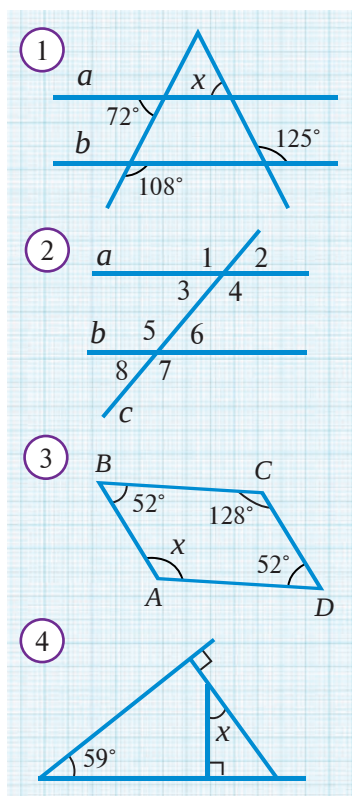
3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni daftaringizni yozing.

1.	Umumiy nuqtaga ega bo‘lmagan to‘g‘ri chiziqlar	
2.	To‘g‘ri burchak ostida kesishadi	
3.	Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqa faqat bitta tushirish mumkin	

4.	Nuqtadan to'g'ri chiziqqa istagancha tushirish mumkin	
5.	Shart va xulosa qismi almashgan	
6.	Ikkita to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'ladigan burchaklar	

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinni mos qo'ying.

<i>Geometrik tushuncha</i>	<i>Xossalar, talqinlar</i>
1. Parallel to'g'ri chiziqlar	A. Har doim ham to'g'ri emas.
2. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlar	B. Kesishmaydi.
3. Kesuvchi ikki to'g'ri chiziqni kesganda	C. Kesishganda to'g'ri burchaklar hosil bo'ladi.
4. Almashinuvchi burchaklar	D. Almashinuvchi, mos va bir tomonli burchaklar hosil bo'ladi.
5. Teskari teorema	E. Bitta yarimtekislikda yotadi.
6. Bir tomonli burchaklar	F. Teng bo'lsa, to'g'ri chiziqlar parallel bo'ladi.



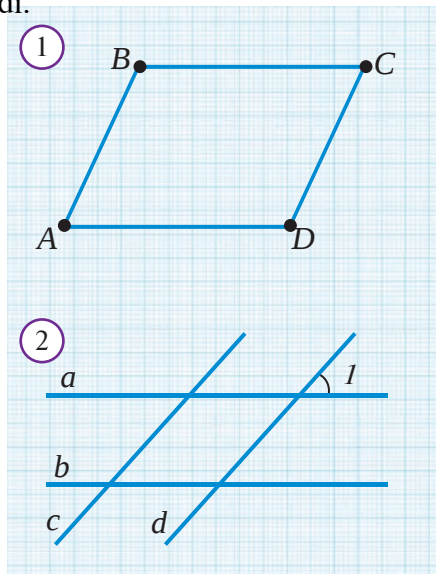
5. Masalalar.

- 1-rasmdagi x burchakni toping.
- 2-rasmda $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 2-rasmda $\angle 2 = \angle 6$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 2-rasmda $\angle 1 = \angle 5 = 118^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
- 2-rasmda $\angle 2 = 71^\circ$ va $\angle 7 = 119^\circ$ bo'lsa, $a \parallel b$ bo'ladimi?
- 3-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.
- Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 47° ga teng. Unga mos burchak necha gradus bo'lganda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi?
- Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklar yig'indisi 84° . Qolgan burchaklarni toping.
- Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri ikkinchisidan 8 marta katta. Hosil bo'lgan barcha burchaklarni toping.
- Ikki parallel to'g'ri chiziqni kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan bir tomonli burchaklar ayirmasi 30° . Bu burchaklarni toping.
- 4-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
- Mos tomonlari parallel to'g'ri chiziqlarda yotgan burchaklar ayirmasi 36° ga teng. Bu burchaklarni toping.

40 4-NAZORAT ISHI

Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismda quyida keltirilgan masalalar (yoki shularga o'xshash masalalar)dan 3 tasi beriladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan testlardan beshtasi beriladi.

1. Ikki parallel to'g'ri chiziq kesuvchi bilan kesilganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 34° ga teng. Qolgan burchaklarni toping.
2. Agar 1-rasmda $BC \parallel AD$ va $AB \parallel CD$ bo'lsa, $AB=CD$ ekanligini isbotlang.
3. Agar 2-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 48^\circ$ bo'lsa, qolgan burchaklarni toping.
4. ABC uchburchakning A uchidan o'tkazilgan bissektrisa BC tomonni D nuqtada kesib o'tadi. D nuqtadan o'tkazilgan to'g'ri chiziq AC tomonni E nuqtada kesib o'tadi. Agar $AE=DE$ bo'lsa, $DE \parallel AB$ ekanligini isbotlang.



Testlar.

1. Berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa nechta parallel to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
A) 1; B) 2; D) 4; E) istalgancha.
2. Agar $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bo'lsa, quyidagi javoblarning qaysi biri to'g'ri?
A) $a \perp d$, $b \perp d$; B) $a \perp c$, $b \parallel d$;
D) $a \parallel c$, $a \perp d$; E) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.
3. Tekislikda berilgan to'g'ri chiziqda yotmaydigan nuqta orqali shu to'g'ri chiziqqa nechta perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
A) 1; B) 2; D) 4; E) istalgancha.
4. 3-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
A) 100° ; B) 110° ; D) 130° ; E) 140° .
5. 4-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
A) 30° ; B) 45° ; D) 60° ; E) 36° .

6. x ni toping (5-rasm).

A) 96° ; B) 108° ; D) 112° ; E) 78° .

7. 6-rasmda $a \parallel b$ va $\alpha - \beta = 70^\circ$ bo'lsa, α ni toping.

A) 30° ; B) 125° ; D) 75° ; E) 36° .

8. Ikki to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda nechta teng o'tmas burchak hosil bo'lishi mumkin?

A) 3 ta; B) 8 ta; D) 6 ta; E) 4 ta.

9. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 97° ga teng. Hosil bo'lgan burchaklardan eng kichigini toping.

A) 97° ; B) 83° ; D) 77° ; E) 7° .

10. Ikki parallel to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda ko'pi bilan nechta teng o'tkir burchak hosil bo'ladi?

A) 3 ta; B) 4 ta; D) 6 ta; E) 5 ta.

11. Ikki parallel to'g'ri chiziq uchinchi to'g'ri chiziq bilan kesilganda ko'pi bilan nechta to'g'ri burchak hosil bo'ladi?

A) 2 ta; B) 6 ta; D) 8 ta; E) 5 ta.

12. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'lgan uchta ichki burchak yig'indisi 290° ga teng. To'rtinchi burchakni toping.

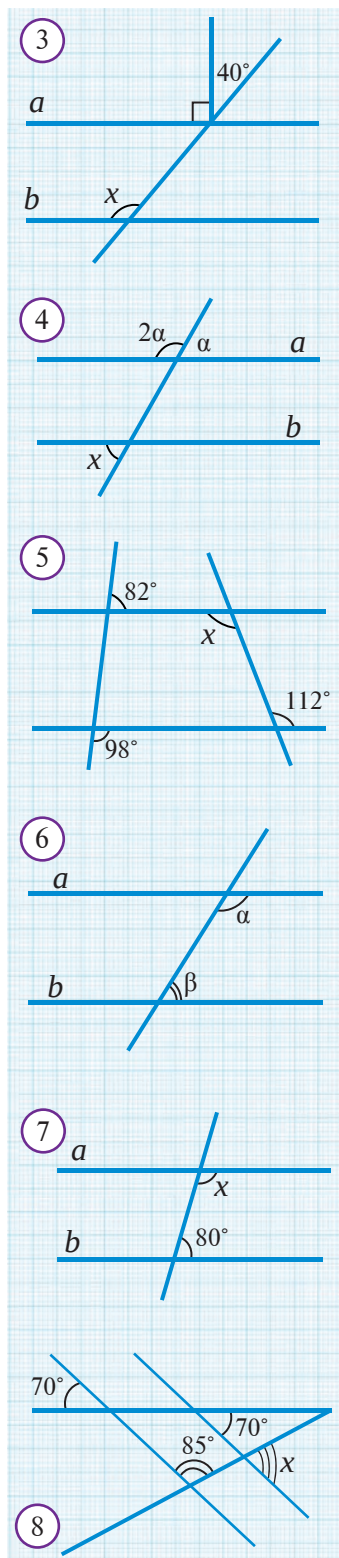
A) 145° ; B) 110° ; D) 36° ; E) 70° .

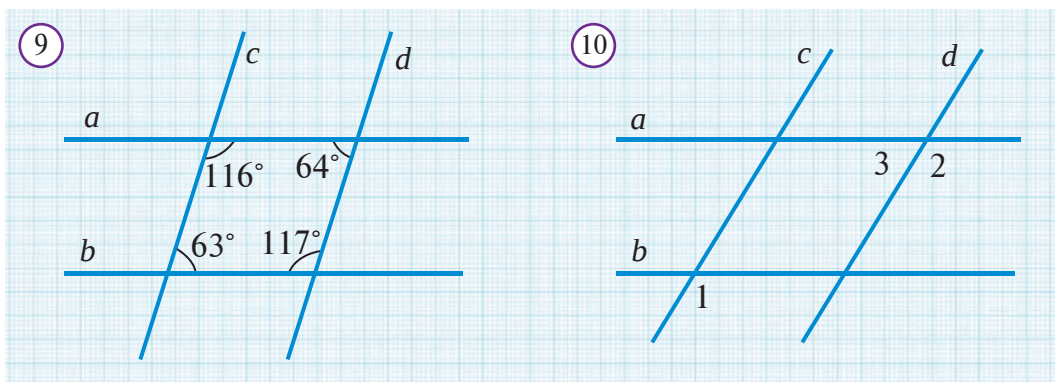
13. 7-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.

A) 100° ; B) 80° ; D) 110° ; E) 90° .

14. 8-rasmdagi x burchakni toping.

A) 105° ; B) 95° ; D) 85° ; E) 75° .





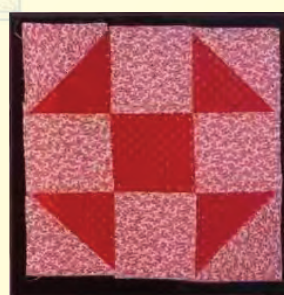
15. 9-rasmda qaysi to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi?
 A) $a \parallel b$; B) $a \parallel c$; D) $c \parallel b$; E) $c \parallel d$.
16. 10-rasmda $a \parallel b$, $c \parallel d$ va $\angle 1 = 122^\circ$ bo'lsa, $\angle 2$ va $\angle 3$ ni toping.
 A) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$; B) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$;
 D) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 68^\circ$; E) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$.
17. Sharq mamlakatlarida "Geometriya" yana qanday nom bilan atalgan?
 A) Riyozat; B) Al-jabr;
 D) Planimetriya; E) Handasa.
18. Berilgan ikkita nuqta orqali ikkalasidan ham o'tuvchi nechta to'g'ri chiziq mavjud?
 A) bitta; B) ikkita; D) to'rtta; E) juda ko'p.
19. Hech bir o'lchamga ega bo'lmagan geometrik shakl qaysi javobda keltirilgan?
 A) kesma; B) nur; D) nuqta; E) to'g'ri chiziq.
20. M , N , K nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi va $MN = 10 \text{ sm}$, $NK = 8 \text{ sm}$ bo'lsa, MK kesma uzunligini toping.
 A) 2 sm ; B) 18 sm ; D) 10 sm ; E) A va B javoblar.
21. Uchta har xil nuqtalarning har ikkitasidan o'tuvchi kamida nechta to'g'ri chiziq mavjud?
 A) uchta; B) ikkita; D) bitta; E) to'rtta.
22. To'rtta to'g'ri chiziq tekislikni ko'pi bilan nechta qismga ajratadi?
 A) 8 ta; B) 9 ta; D) 10 ta; E) 12 ta.
23. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 4 marta kichik bo'lsa, katta burchak kichigidan necha gradus ortiq?
 A) 108° ; B) 144° ; D) 104° ; E) 90° .

V BOB

UCHBURCHAK TOMONLARI VA BURCHAKLARI ORASIDAGI MUNOSABATLAR



6

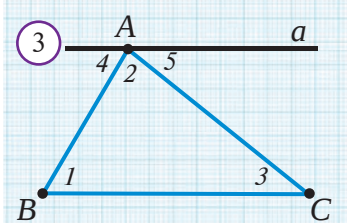
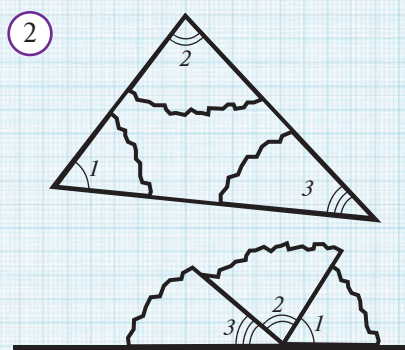
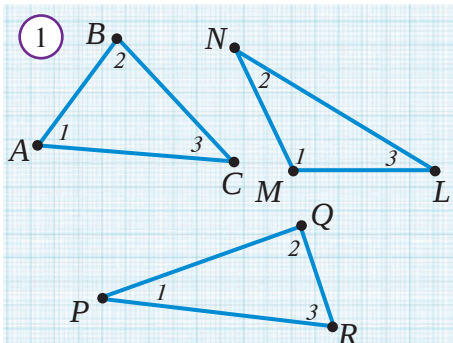


41

UCHBURCHAK ICHKI BURCHAKLARINING YIG'INDISI HAQIDAGI TEOREMA



Faollashtiruvchi mashq



1. 1-rasmda tasvirlangan uchburchaklarning uchala burchagini transportir yordamida o'lchang va ularning yig'indisini hisoblang. Natijalar asosida jadvalni to'ldiring. Qanday xossani aniqladingiz? Uni bitta jumla bilan ifodalang.

Uchburchaklar	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
$\triangle ABC$				
$\triangle MNL$				
$\triangle PQR$				

2. Bir varaq qog'ozga ixtiyoriy ABC uchburchakni chizing va burchaklarini 1, 2 va 3 raqamlar bilan belgilang. Uning burchaklarini 2-rasmda ko'rsatilgandek qilib yirtib oling va yonma-yon qo'ying. Bundan qanday xulosa chiqarish mumkin?

Endi geometriyaning eng muhim tasdiqlaridan biri — uchburchak ichki burchaklari yig'indisi haqidagi teoremani isbot qilamiz.



Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi 180° ga teng.

$\triangle ABC$ — uchburchak



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Isbot. A uchdan BC tomonga parallel a to'g'ri chiziq o'tkazamiz (3-rasm).

$\angle 1 = \angle 4$ — a va BC parallel to'g'ri chiziqlarni AB kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklar sifatida.

$\angle 3 = \angle 5$ — a va BC parallel to'g'ri chiziqlarni AC kesuvchi bilan kesganda hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklar sifatida.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ — bu burchaklar umumiy uchga ega va yoyiq burchak tashkil qiladi. Hosil bo'lgan bu uchta tenglikdan

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \text{ ya'ni } \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

ekanligi kelib chiqadi. **Teorema isbotlandi.**



1-masala. 4-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib D burchakni toping.

Yechilishi: $\triangle ABC$ – teng yonli uchburchak bo'lgani uchun, $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$. Vertikal burchaklar xossasiga ko'ra, $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$. Shartga ko'ra $\triangle CED$ ham teng yonli. Shu bois, $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$.

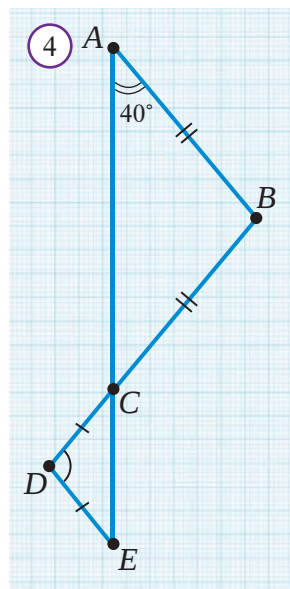
Demak, uchburchak burchaklarining yig'indisi haqidagi teorema ko'ra, $\triangle CDE$ da: $40^\circ + 40^\circ + \angle CDE = 180^\circ$ yoki $\angle CDE = 100^\circ$. **Javob:** 100° .



2-masala. Uchburchak ichki burchaklari 2:3:7 kabi nisbatda bo'lsa, ularning gradus o'lchovini toping.

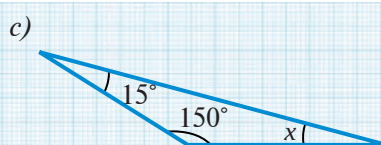
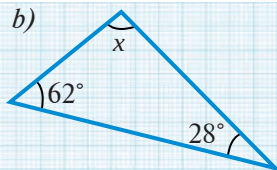
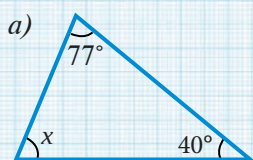
Yechilishi: Shartga ko'ra, uchburchak ichki burchaklarini $2x$, $3x$ va $7x$ deb olish mumkin. U holda uchburchak ichki burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra $2x + 3x + 7x = 180^\circ$ tenglikka ega bo'lamiz. Undan $x = 15^\circ$ ekanligini topamiz.

Demak, uchburchak burchaklarining gradus o'lchovi 30° , 45° va 105° ga teng ekan.

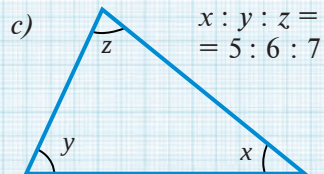
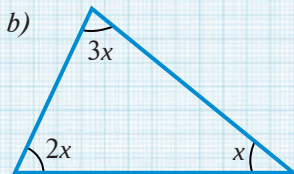
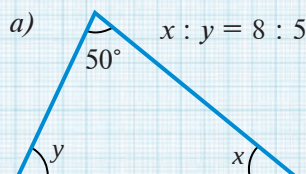


Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremani keltiring.
2. Ushbu teoremani rasmda izohlang.
3. Uchburchakning nechta burchagi to'g'ri bo'lishi mumkin?
4. Uchburchakning nechta burchagi o'tmas bo'lishi mumkin?
5. Burchaklari 5° , 55° bo'lgan uchburchak mavjudmi?
6. Burchaklari 100° , 20° , 50° bo'lgan uchburchak-chi?
7. Agar uchburchakning ikkita burchagi: a) 60° va 40° ; b) 70° va 85° ; c) 90° va 45° ; d) 105° va 30° bo'lsa, uning uchinchi burchagini toping.
8. Noma'lum burchakni toping.



9. Noma'lum burchaklarni toping.



10. Teoremaning amaliy to'g'riligini misolda tekshirib ko'ring.

42

UCHBURCHAK TASHQI BURCHAGINING XOSSASI



Uchburchakning ichki burchagiga qo'shni bo'lgan burchak uchburchakning **tashqi burchagi** deb ataladi.

1-rasmda ABC uchburchakning B burchagiga tashqi bo'lgan CBD va ABE burchaklar tasvirlangan. Shunday qilib, uchburchak har bir uchida ikkita tashqi burchakka ega ekan. Bu burchaklar vertikal bo'lgani uchun o'zaro teng bo'ladi.

A va C uchlaridagi tashqi burchaklarni chizib ko'rsating.

Uchburchak burchaklari, tashqi burchaklardan farqlash lozim bo'lganda, **ichki burchaklar** deyiladi.



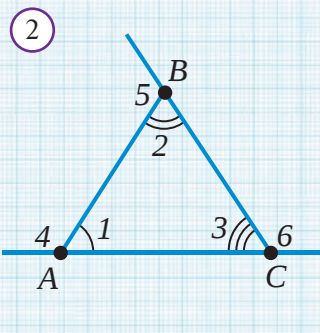
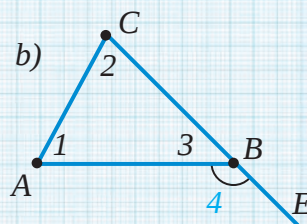
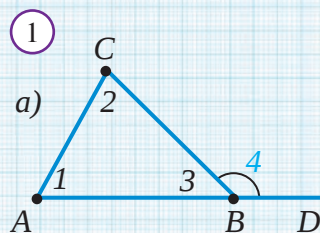
Geometrik tadqiqot

2-rasmdagi ABC uchburchakning hamma ichki va tashqi burchaklarini transportirda o'lchang va quyidagi burchaklar (har bir tashqi burchak va unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklar yig'indisining) kattaliklarini o'zaro solishtiring:

- $\angle 4$ va $\angle 2 + \angle 3$
- $\angle 5$ va $\angle 1 + \angle 3$
- $\angle 6$ va $\angle 1 + \angle 2$

Solishtirish natijasida qanday xulosaga keldingiz?

Uni faraziy tasdiq ko'rinishida ifodalang.



Uchburchak tashqi burchagi uchburchakning unga qo'shni bo'lmagan ikki ichki burchagi yig'indisiga teng.

$\triangle ABC$ da $\angle 4$ – tashqi burchak (1-rasm)



$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$$

Isbot. 1-rasmga murojaat qilamiz. Unda, qo'shni burchaklar xossasiga ko'ra $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.

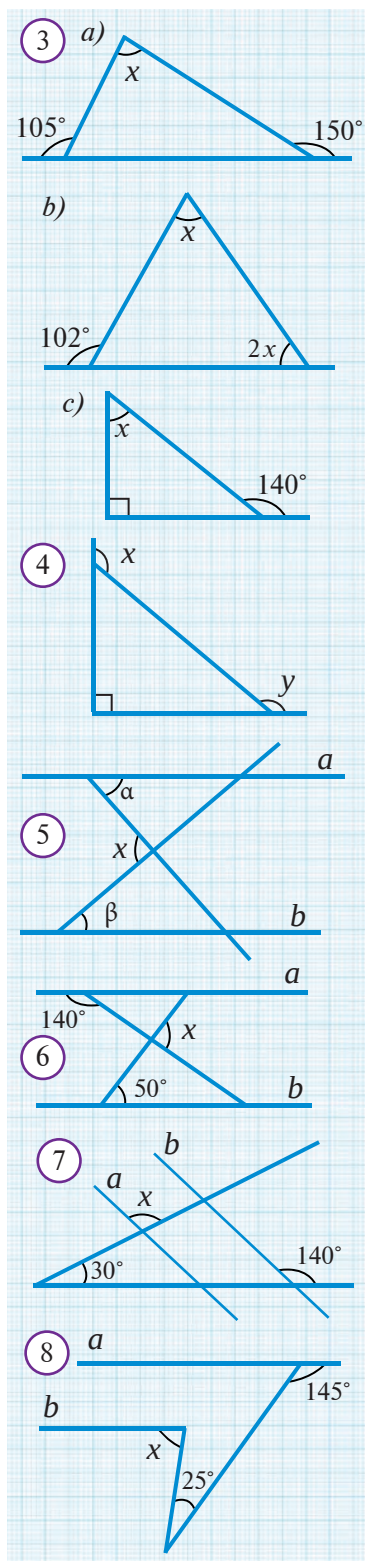
Uchburchak burchaklari yig'indisi haqidagi teorema ko'ra $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Bu ikki tenglikdan,

$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, ya'ni $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ tenglikni hosil qilamiz.

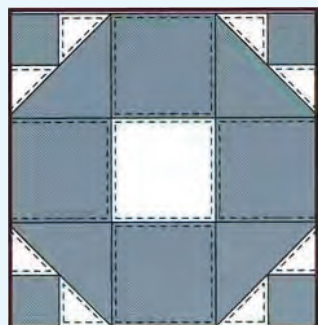
Teorema isbotlandi.

Natija. Uchburchakning tashqi burchagi, unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarning har biridan katta.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning tashqi burchagi nima?
2. Uchburchakning tashqi burchagi haqidagi teoremani izohlang.
3. Uchburchakning ikki tashqi burchagi 120° va 135° bo'lsa, ichki burchaklarini toping.
4. Uchburchakning ichki burchaklaridan biri 30° ga, tashqi burchaklaridan biri 60° ga teng. Uchburchakning qolgan ichki burchaklarini toping.
5. 3-rasmdagi noma'lum burchakni toping.
6. 4-rasmdagi $x + y$ ni toping.
7. Agar 5-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
8. Agar 6-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
9. Agar 7-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
- 10.* Agar 8-rasmda $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
11. Uchburchakning tashqi burchagi o'tkir bo'lishi mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, nechtasi?
- 12.* Uchburchak tashqi burchaklarining yig'indisini hisoblang.
13. PQR uchburchakning P uchidagi tashqi burchagi 120° , Q uchidagi esa 100° .
 - a) Uchburchakning ichki burchaklarini toping.
 - b) Uchburchakning P va R burchaklari bissektrisalari orasidagi o'tkir burchakni toping.



Yuqoridagi namunadan foydalanib 97-bet, V bob tituli 6-rasmdagi pannolarning geometrik andozalarini chizing.

43 MASALALAR YECHISH



Masala. To'rtburchakning burchaklari yig'indisi 360° ga teng ekanligini isbotlang.

Yechilishi: Ixtiyoriy $ABCD$ to'rtburchak chizamiz. Uni ikki uchini tutashtirib, ikkita uchburchakka ajratamiz. Hosil bo'lgan ABC va ADC uchburchaklar ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng (*1-rasm*):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

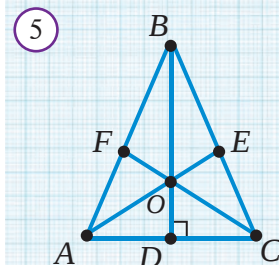
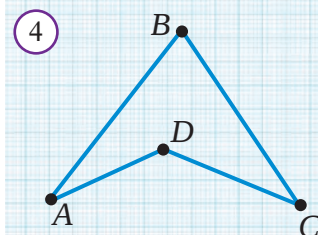
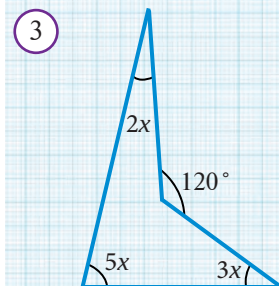
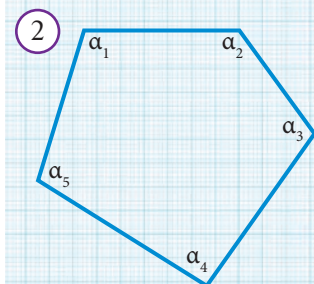
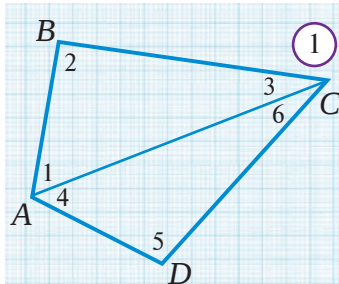
$$\angle A = \angle 1 + \angle 4 \quad \text{va} \quad \angle C = \angle 3 + \angle 6 \quad \text{bo'lgani uchun}$$

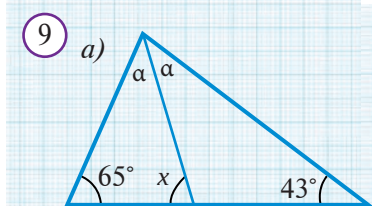
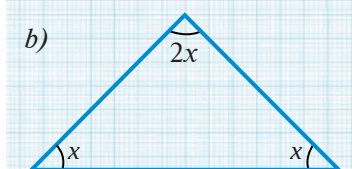
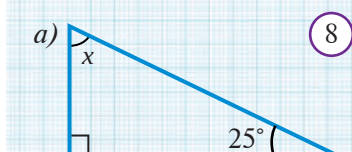
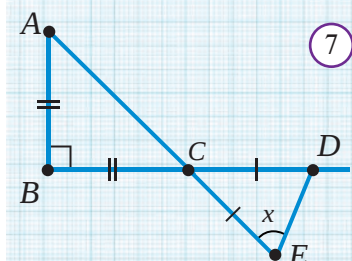
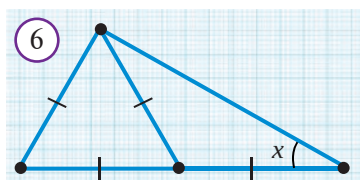
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak ikkita ichki burchagining o'lchovlari nisbati 5:9 kabi, uchinchi ichki burchagi shu burchaklarning kichigidan 10° ga kichik. Uchburchakning ichki burchaklarini toping.
2. Uchburchakning 108° li tashqi burchagiga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining nisbati 5:4 kabi. Shu ichki burchaklarini toping.
3. Uchburchakning ikkita tomoni uchinchi tomonga perpendikulyar bo'lishi mumkinmi?
4. Uchburchakning o'tmas tashqi burchaklari: a) 1 ta; b) 2 ta; c) 3 ta bo'lishi mumkinmi?
5. Uchburchakning bir uchidagi ichki va tashqi burchaklari teng bo'lishi mumkinmi?
- 6* 2-rasmda tasvirlangan beshburchak burchaklari yig'indisini toping.
7. 3-rasmdagi noma'lum burchaklarni toping.
8. To'rtburchak qavariq bo'lmasa (*4-rasm*), isbotda qanday fikr yuritish kerak?
9. Teng yonli uchburchakning bir burchagi: a) 120° ; b) 70° bo'lsa, uning qolgan burchaklarini toping.
10. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchaklaridan biri a) 15° ; b) 75° bo'lsa, qolgan burchaklari nimaga teng?
11. Ikki uchburchakning barcha mos tomonlari o'zaro parallel bo'lsa, ularning mos burchaklari teng bo'lishini isbotlang.
12. Agar 5-rasmda $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE va FC – bissektrisalar bo'lsa, AOB va EOC burchaklarini toping.





13. 6-rasmdagi noma'lum x burchakni toping.

14. 7-rasmdagi noma'lum x burchakni toping.

15. Ikkita uchburchakning barcha mos tomonlari o'zaro perpendikulyar bo'lsa, ularning mos burchaklari teng bo'ladimi? Javobingizni asoslang.

16. Biror uchburchakni faqat bitta to'g'ri chiziq bo'ylab qirqib ikkita o'tkir burchakli uchburchak hosil qilish mumkinmi? Javobingizni asoslang.

17. 8-rasmda noma'lum burchaklarni toping.

18. 9-rasmda a) $x = ?$; b) AD va BE – bissektrisalar, $\angle BAC = 64^\circ$, $\angle ABC = 96^\circ$, $x = ?$

19. 10-rasmda $a \parallel b$, $x = ?$, $y = ?$

20*. Uchburchak burchaklari α , β , γ uchun

a) $\alpha = \beta + \gamma$;

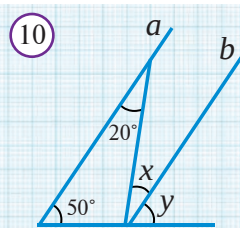
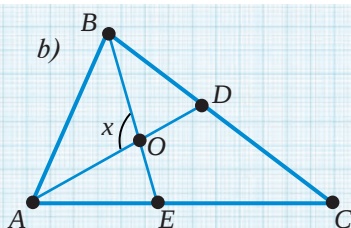
b) $\alpha = (\beta + \gamma)/2$.

bo'lsa, α ni toping.

21. Teng tomonli uchburchak burchaklarini toping.

22. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak burchaklarini toping.

23. Agar teng yonli uchburchak burchaklaridan biri a) 50° ; b) 60° ; c) 105° bo'lsa, uning burchaklarini toping.



Geometriyada aniqlik va qisqalik

Matematik jumla aniq bo'lishi, kamchiliklarsiz va shu bilan birga imkon qadar qisqa bo'lishi lozim. Matematik jumlada zarur so'zlar tushib qolmasligi shart, ortiqcha so'zlar ham bo'lmagani ma'qul.

1. Quyidagi jumlada ortiqcha so'zlarni aniqlab ko'ringchi:

Agar ikki to'g'ri chiziq va kesuvchi hosil qilgan ikki almashinuvchi ikkita burchak bir-biriga teng bo'lsa, u holda bu ikki to'g'ri chiziq parallel bo'ladi.

2. Tegishli atamalardan foydalanib, quyidagi jummalarni ixchamlang:

a) eng kam tomonli ko'pburchak;

b) aylana markazidan o'tuvchi vatar;

c) asosi yon tomoniga teng bo'lgan teng yonli uchburchak.

44

TO'G'RI BURCHAKLI UCHBURCHAKNING XOSSALARI

Bitta burchagi to'g'ri, ya'ni 90° bo'lgan uchburchakni to'g'ri burchakli uchburchak deb atagan edik. Bunday uchburchakda to'g'ri burchak qarshisidagi tomon **gipotenuza**, qolgan ikki tomon esa **katetlar** deb ataladi. To'g'ri burchakli uchburchak boshqa uchburchaklardan farqli alohida xossalarga ega.



1-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning qolgan ikkita burchagi o'tkir bo'lib, ularning yig'indisi 90° ga teng.

Haqiqatan, uchburchak ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng, to'g'ri burchagi esa 90° ga teng. Shuning uchun, uning qolgan ikki burchagi yig'indisi $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ga teng bo'ladi.

Bunda ularning o'tkir burchak bo'lishi kelib chiqadi.

Xossa isbotlandi.



1-masala. To'g'ri burchakli uchburchakning 30° li burchagi qarshisidagi kateti gipotenuzasining yarmiga teng.

ABC to'g'ri burchakli uchburchakda $\angle ACB = 90^\circ$ va $\angle ABC = 30^\circ$ bo'lsin. U holda 1-xossaga ko'ra $\angle BAC = 60^\circ$ bo'ladi.

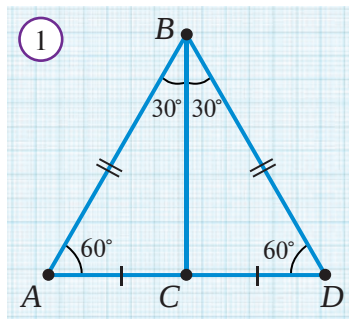
1-rasmda ko'rsatilgandek qilib berilgan uchburchakka teng BCD uchburchakni yasaymiz. Natijada, hamma burchaklari 60° ga teng bo'lgan ABD uchburchakka ega bo'lamiz.

Demak, ABD uchburchak teng tomonli. Xususan, $AB = AD$ bo'ladi. Lekin,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

Shunday qilib, $AB = 2AC$, ya'ni $AC = \frac{AB}{2}$.

Teskari xossa ham o'rinni:



2-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlaridan biri gipotenuzaning yarmiga teng bo'lsa, u katet qarshisidagi burchak 30° li bo'ladi.

Mashq. 2-xossani isbotlang.



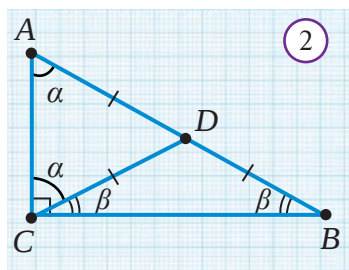
2-masala. ABC to'g'ri burchakli uchburchakda C — to'g'ri burchak, $AB = 12$ va $CD = DB$ bo'lsa, CD ni toping (2-rasm).

Yechilishi. Berilganiga ko'ra CDB — teng yonli uchburchak (2-rasm).

$\angle ACD = \alpha$, $\angle DCB = \beta$ desak, $\angle \alpha + \beta = 90^\circ$. Boshqa burchaklar, $\alpha + \beta = 90^\circ$ (1-xossaga ko'ra). $\angle A = \alpha$.

Demak, $\triangle ADC$ — teng yonli uchburchak. Shuning uchun $AD = CD = DB$, ya'ni D nuqta AB kesmaning

o'rtasi. Shuning uchun $CD = \frac{AB}{2} = 6$.



Bu masalani yechish davomida $AD=DB$ va $AD=CD$ tengliklarni ham hosil qildik. Bu aslida ixtiyoriy to'g'ri burchakli uchburchak uchun ham o'rinlidir, chunki bu tengliklarni keltirib chiqarishda AB ning uzunligi nechaga tengligidan foydalanmadik. Bu quyidagi xossasini anglatadi.



3-xossa. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan medianasi gipotenuzaning yarmiga teng.

Bu muhim xossaga 8-sinfda yana qaytamiz.

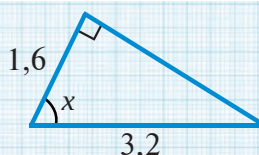
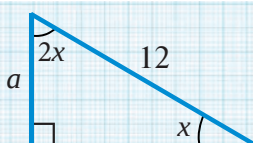
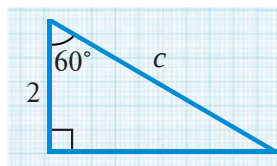


“Shirin geometriya”: Geometrik shakllardagi qandolat mahsulotlari

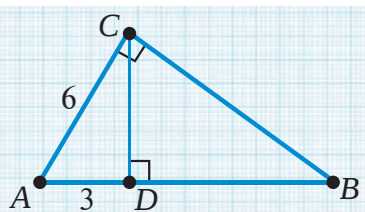
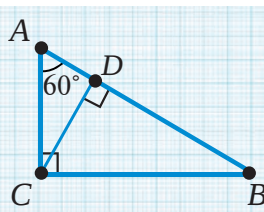
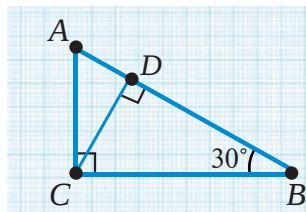


Savol, masala va topshiriqlar

- To'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari qanday nomlanadi?
- To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchaklari yig'indisi nimaga teng?
- To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklaridan birortasi o'tmas bo'lishi mumkinmi?
- To'g'ri burchakli uchburchakning nechta balandligi bor?
- 30° li burchak qarshisidagi katet bilan gipotenuza orasida qanday bog'lanish bor?
- * Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga tushirilgan balandlik gipotenuzaning yarmiga tengligini ko'rsating.
- a) $c=?$ b) $a=?$ c) $x=?$



- a) $AB=20$, $AD=?$ b) $AB=18$, $BD=?$ c) $BD=?$



- To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzaga tushirilgan medianasi 8 sm . Agar uchburchakning bir burchagi 60° ga teng bo'lsa, bu burchakka yopishgan tomonlarni toping.
- To'g'ri burchakli uchburchakning bitta o'tkir burchagi ikkinchisidan 2 marta katta. Uning kichik tomoni 6 sm bo'lsa, katta tomonini toping.

45

TO'G'RI BURCHAKLI UCHBURCHAKLARNING TENGLIK ALOMATLARI

Mashq. ABC va $A_1B_1C_1$ to'g'ri burchakli uchburchaklar berilgan bo'lsin. Bu uchburchaklarning bittadan burchagi to'g'ri bo'lgani uchun, bu burchaklar doim o'zaro teng. Shu bois, to'g'ri burchakli uchburchaklar uchun uchburchaklarning tenglik alomatlari ancha soddalashadi.

To'g'ri burchakli uchburchaklar uchun ikki katet bo'yicha (KK alomat), katet va o'tkir burchak bo'yicha (KB alomat), gipotenuza va o'tkir burchak bo'yicha (GB alomat) hamda gipotenuza va katet bo'yicha (GK alomat) kabi tenglik alomatlari bor.



Teorema (KK alomat). Bir to'g'ri burchakli uchburchakning katetlari ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning katetlariga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (1-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining TBT-alomatidan bevosita kelib chiqadi.



Teorema (KB alomat). Bir to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning kateti va unga yopishgan o'tkir burchagiga mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (2-rasm).

Bu alomat uchburchaklar tengligining BTB-alomatidan bevosita kelib chiqadi.



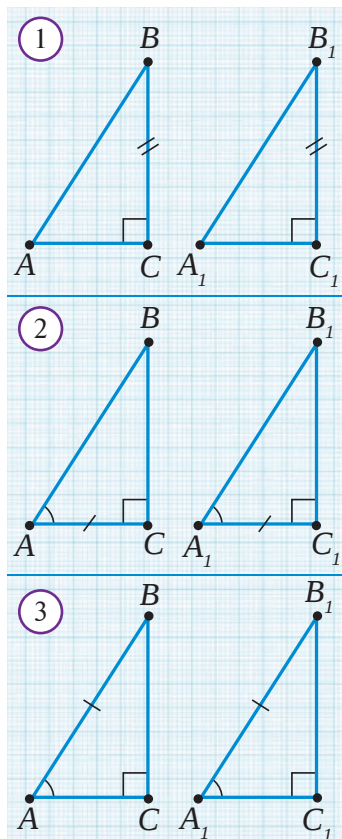
Teorema (GB alomat). Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagi, ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta o'tkir burchagiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (3-rasm).

To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchaklar yig'indisi 90° . Demak, bu uchburchaklarning ikkinchi o'tkir burchaklari ham o'zaro teng. Shuning uchun yana uchburchaklar tengligining BTB alomatini qo'llash mumkin.



Teorema (GK alomat). Bir to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta kateti ikkinchi to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va bitta katetiga teng bo'lsa, bu uchburchaklar o'zaro teng bo'ladi (4-rasm).

Isbot. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklar berilgan va ularda $\angle C = 90^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bo'lsin.

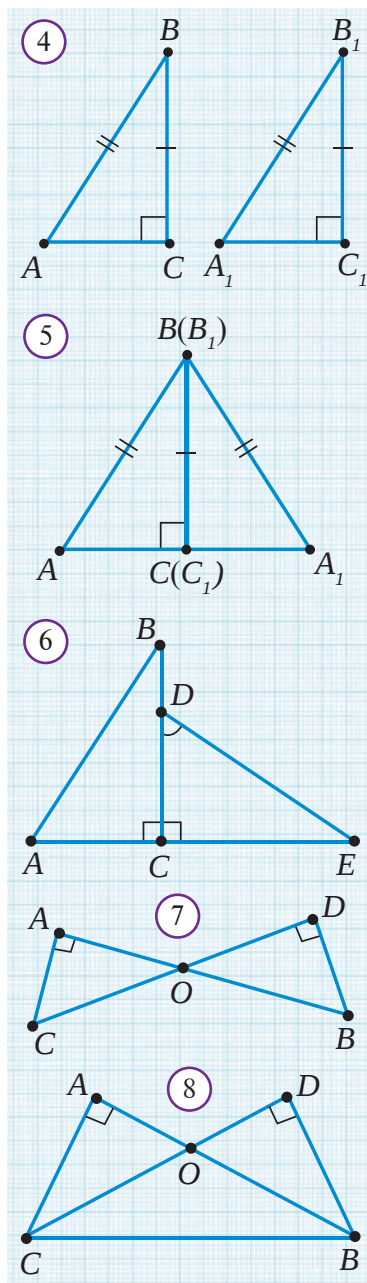


Агар $\angle ABC$ va $\angle A_1B_1C_1$ burchaklarining tengligini ko'rsatsak, TBT alomatga ko'ra $\triangle ABC$ va $\triangle A_1B_1C_1$ uchburchaklar o'zaro tengligi kelib chiqadi.

Buning uchun, $A_1B_1C_1$ uchburchakni ABC uchburchak bilan, BC va B_1C_1 katetlar ustma-ust tushadigan qilib yonma-yon qo'yamiz (5-rasm). U holda, $\angle C$ va $\angle C_1$ to'g'ri burchak bo'lgani uchun CA va C_1A_1 nurlar yoyiq burchakni tashkil qiladi, ya'ni AC va C_1A_1 kesmalar AA_1 kesma hosil qiladi. Natijada, ABA_1 teng yonli uchburchak bo'ladi. Lekin, teng yonli uchburchakda asosiga tushirilgan balandlik bissektrisa ham bo'ladi (61-betdagi teorema xulosasiga ko'ra). Demak, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **GK alomat isbotlandi.**

Savol, masala va topshiriqlar

1. Nima sababdan to'g'ri burchakli uchburchaklarning tenglik alomatlari oddiy uchburchaklarnikiga qaraganda soddaroq hisoblanadi?
2. To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining alomatlarini ayting va izohlang.
3. To'g'ri burchakli uchburchaklarning bir kateti va bir burchagi mos ravishda teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladimi?
4. Agar 6-rasmda:
a) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$; b) $BC = DE$, $AB = CE$;
c) $AC = CD$, $BC = CE$; d) $AB = DE$ bo'lsa, ACB va DCE uchburchaklar teng bo'ladimi?
5. Agar 7-rasmda: a) $OC = OB$; b) $AC = BD$;
c) $AO = OD$; d) $AC = OD$; e) $\angle OCA = \angle OBD$ bo'lsa, OAC va ODB uchburchaklar teng bo'ladimi?
6. To'g'ri burchakli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda A va A_1 to'g'ri burchaklar, BD va B_1D_1 lar bissektrisalar va $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.
7. Agar 8-rasmda: a) $AC = BD$; b) $OA = OD$; c) $\angle OCB = \angle OBC$; d) $BC = OD$;
e) $\angle ACB = \angle DBC$ bo'lsa, BAC va CDB uchburchaklar teng bo'ladimi?
8. ABC uchburchakda BD balandlik o'tkazilgan. Agar $AD = DC$ bo'lsa, ABC uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.
9. O'tkir burchakli ABC uchburchakda AA_1 va CC_1 balandliklar teng. $\angle BAC = \angle BCA$ tenglikni isbotlang.
10. Atrofingizdan mavzuga oid misollar toping.



46 MASALALAR YECHISH



Masala. Teng yonli ABC uchburchakning yon tomonlariga AD va CF medianalar tushirilgan. $\triangle ADC = \triangle CFA$ va $\triangle ADB = \triangle CFB$ ekanligini isbotlang (*1-rasm*).

$\triangle ABC$, $AB = BC$, AD va CF — medianalar



$\triangle ADC = \triangle CFA$; $\triangle ADB = \triangle CFB$

Isbot. $AB = BC$ bo'lgani uchun, bu tomonlardan AD va CF medianalar ajratgan kesmalar o'zaro teng bo'ladi:

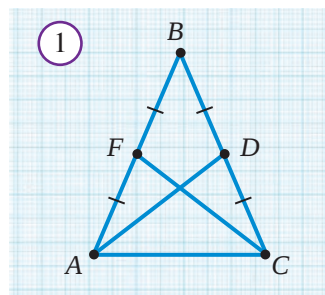
$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$

a) ADC va CFA uchburchaklarda:

1. $\angle ACD = \angle FAC$, chunki $\triangle ABC$ — teng yonli;
2. AC tomon umumiy;
3. $AF = CD$ — (1) tenglikka ko'ra.

Demak, uchburchaklar tengligining TBT alomatiga ko'ra $\triangle ADC = \triangle CFA$.

b) $\triangle ADB = \triangle CFB$ ekanligini mustaqil isbotlang.



1. Teng tomonli ABC uchburchak medianalari O nuqtada kesishadi. $\angle AOB$ burchakni toping.
2. Agar uchburchakning burchaklari ushbu sonlarga proporsional bo'lsa, ularni toping: a) 1, 2, 3; b) 2, 3, 4; c) 3, 4, 5; d) 4, 5, 6; e) 5, 6, 7.
3. Uchburchakda: a) ikkita o'tmas burchak; b) o'tmas va to'g'ri burchak; c) ikkita to'g'ri burchak bo'lishi mumkinmi?
4. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchagi o'tmas bo'la oladimi?
5. Teng yonli uchburchakning burchaklaridan biri 100° ga teng. Qolgan burchaklarni toping.
6. Teng tomonli uchburchakning burchaklari nimaga teng?
7. Agar teng yonli uchburchakning burchaklaridan biri 60° ga teng bo'lsa, u holda bu uchburchak teng tomonli uchburchak bo'ladimi?
8. Asosi AC bo'lgan ABC teng yonli uchburchakda CD bissektrisa o'tkazilgan. ADC burchak: a) 60° ; b) 75° ga teng bo'lsa, uchburchak burchaklarini toping.
9. ABC uchburchakning A va B uchlaridan bissektisalar o'tkazilgan. Bissektrisalarining kesishish nuqtasi D bilan belgilangan. Agar $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ bo'lsa, ADB burchakni toping.
10. Teskarisini faraz qilish bilan quyidagilarni isbotlang:

a) agar ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqli uchinchisi to'g'ri chiziqli bilan kesilgan bo'lsa, u holda hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi 180° ga teng emas; b) agar to'g'ri chiziqli kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziqliqdan biriga perpendikulyar bo'lsa, u holda u ikkinchi to'g'ri chiziqliqqa perpendikulyar emas; c) agar uchburchakning ikkita burchagi teng bo'lmasa, u teng yonli uchburchak emas.

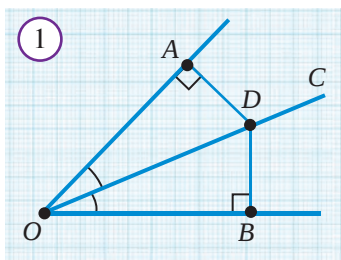
11. Bir uchburchak 60° va 38° li burchaklarga, ikkinchi uchburchak 38° va 82° li burchaklarga ega. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
12. Bir uchburchak 32° va 50° li burchaklarga, ikkinchi uchburchak esa 38° va 50° li burchaklarga ega. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
13. ABC teng tomonli uchburchakning uchlari orqali qarshisidagi tomonlarga parallel qilib to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan. O'tkazilgan to'g'ri chiziqlar kesishishini va ularning kesishish nuqtalari teng tomonli uchburchakning uchlari ekanini isbotlang.
14. ABC uchburchak berilgan. AC tomonga tegishli bo'lib, $\angle ABX = \angle CXB$ shartni qanoatlantiradigan X nuqtaning mavjud emasligini isbotlang.
15. Parallel to'g'ri chiziqlarni uchinchisi to'g'ri chiziqli bilan kesganda hosil bo'lgan ikkita ichki bir tomonli burchaklarning bissektrisalari qanday burchak ostida kesishadi?
16. Teng yonli uchburchakning tashqi burchaklaridan biri 70° ga teng. Uchburchakning burchaklarini toping.
17. To'g'ri burchakli uchburchakda 30° li burchak qarshisida yotgan katet gipotenuzaning yarmiga tengligini isbotlang.
18. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchakning burchaklarini toping.
19. Teng tomonli ABC uchburchakning AD medianasi o'tkazilgan. ABD uchburchakning burchaklarini toping.
20. ABC uchburchakning BD medianasi AC tomonning yarmiga teng. Uchburchakning B burchagini toping.
21. a to'g'ri chiziqli BC kesmaning o'rtasidan o'tadi. B , C nuqtalar a to'g'ri chiziqliqdan bir xil uzoqlikda yotishini isbotlang.
22. BC kesma a to'g'ri chiziqlini O nuqtada kesib o'tadi. B va C nuqtalardan a to'g'ri chiziqliqacha masofalar bir-biriga teng. O nuqta BC kesmaning o'rtasi ekanini isbotlang.
23. To'g'ri chiziqlining istalgan ikkita nuqtasidan unga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqliqacha masofalar tengligini isbotlang.
24. Teng tomonli uchburchakning uchlaridan shu uchlar qarshisidagi tomonlar yotuvchi to'g'ri chiziqliqargacha bo'lgan masofalar teng ekanini isbotlang.

47 BURCHAK BISSEKTRISASINING XOSSASI

Ta'rifga ko'ra, nuqtadan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi nuqtadan to'g'ri chiziqqacha masofa deb atalgan edi.



Burchak bissektisasining ixtiyoriy nuqtasidan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng.

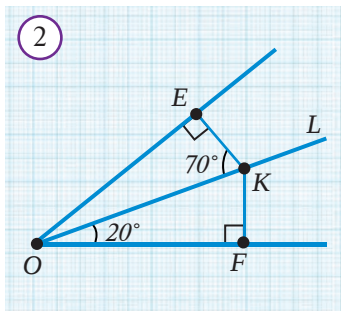


Isbot. O burchak va uning OC bissektisasi berilgan bo'lsin (1-rasm). OC bissektisada ixtiyoriy D nuqta olamiz va berilgan burchak tomonlariga DA va DB perpendikulyarlar tushiramiz.

OAD va OBD to'g'ri burchakli uchburchaklarda:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ — shartga ko'ra;
2. OD — umumiy gipotenuza.

To'g'ri burchakli uchburchaklar tengligining GB — alomatiga ko'ra, $\triangle OAD = \triangle OBD$. Xususan, $DA = DB$. **Teorema isbotlandi.**



Masala. $\angle EOF$ burchakning OL bissektisasida K nuqta olingan (2-rasm). Agar $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ va $\angle KOF = 20^\circ$ bo'lsa,

- a) $\angle EOK$ va $\angle OKF$ burchaklarni;
- b) $\angle EOF$ va $\angle EKF$ burchaklarni toping.

Yechilishi: a) Yuqorida ko'rilganidek, $\triangle EOK = \triangle FOK$. Shuning uchun $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$ va $\angle OKF = \angle OKE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

b) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$, $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

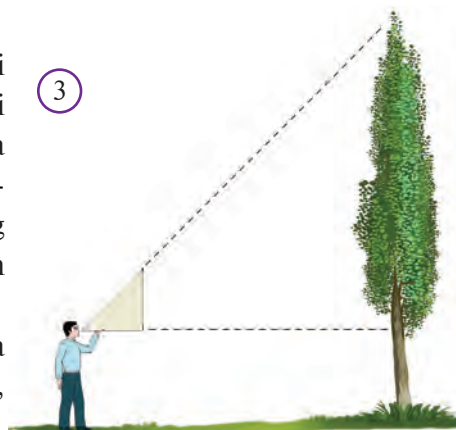
Javob: a) 20° va 70° ; b) 40° va 140° .



Amaliy topshiriq

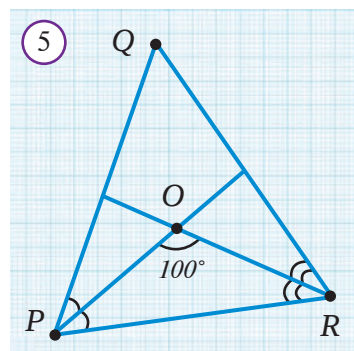
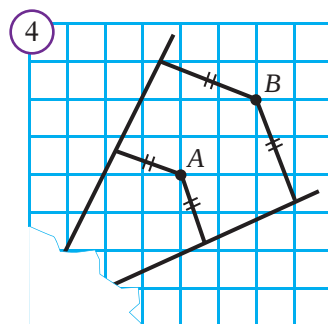
Terakning bo'yini o'lchash. Gazeta varag'ini bukib, bir burchagi 45° bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchak yasaymiz. So'ng shunday nuqtada turamizki, 1) uchburchakning bir kateti vertikal, bir kateti gorizontaal bo'lsin; 2) terakning uchi gipotenuza bo'ylab o'tgan nurda yotsin (3-rasm).

Agar turgan nuqtamizdan terakkacha masofani o'lchab, unga bo'yimizni qo'shsak, terakning bo'yi chiqadi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Burchak bissektrisasining ixtiyoriy nuqtasi uning tomonlaridan teng uzoqlikda joylashganini isbotlang.
2. Burchak AOB bissektrisasida olingan nuqtadan OA nurgacha bo'lgan masofa 7 sm bo'lsa, shu nuqtadan OB nurgacha bo'lgan masofani toping.
3. O burchak va uning bissektrisasida C nuqta berilgan. Agar $\angle O = 60^\circ$ va $OC = 14\text{ sm}$ bo'lsa, C nuqtadan burchak tomonlarigacha bo'lgan masofani toping.
4. AOB burchak ichida N nuqta olingan. Agar $AN=BN$, $OA \perp AN$ va $OB \perp BN$ bo'lsa, N nuqta AOB burchak bissektrisasida yotishini isbotlang.
- 5* Qog'ozning burchak uchi joylashgan qismi yirtilib ketgan (4-rasm). Agar bu burchak bissektrisasida yotgan bir nuqta ma'lum bo'lsa bissektrisaning o'zini tiklay olasizmi? A va B nuqtalar burchak tomonlaridan teng uzoqlashgani ma'lum. Burchak bissektrisasini qanday yasash mumkin?
- 6* Uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishgan nuqta uchburchak uchala tomonidan teng uzoqlikda bo'lishini isbotlang.
- 7* Teng yonli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarning AC va A_1C_1 asoslari va asoslarga tushirilgan BD va B_1D_1 balandliklari teng. $ABC = A_1B_1C_1$ tenglikni isbotlang.
- 8* ABC uchburchak A va B burchaklarining bissektrisalari O nuqtada kesishdi. $\angle AOB = 90^\circ + \frac{\angle C}{2}$ tenglikni isbotlang.
- 9* PQR uchburchak P va R burchaklarining bissektrisalari O nuqtada kesishdi (5-rasm). Agar $\angle POR = 100^\circ$ bo'lsa, $\angle PQR$ ni toping.
- 10* Uchburchakning uchta bissektrisasi bitta nuqtada kesishishini isbotlang.
- 11* MNK uchburchakning bissektrisalari O nuqtada kesishadi. Agar $\angle M = 70^\circ$, $\angle N = 68^\circ$ bo'lsa, $\angle MON$ ni toping.



Tarixiy lavha

Evklidning 5-postulati

Evklidning 5-postulatini boshqa aksiomalardan foydalanib isbotlashga, jumladan teskarisini faraz qilish usulini qo'llab isbotlashga bag'ishlangan ko'plab urinishlar bo'lgan. Shunday olimlardan biri Sakkeri (1733) o'z ishini juda qiziq nomlagan: «Tug'ma dog'lardan tozalangan Evklid yoki universal geometriyaning ilk prinsiplarini o'rnatgan tajriba». Afsuski, Sakkerining ham, boshqa olimlarning ham urinishlari zoye ketgan. XIX asrda Evklidning 5-postulatini isbotlash mumkin emasligi isbotlangan!

48

UCHBURCHAKNING TOMONLARI VA BURCHAKLARI ORASIDAGI MUNOSABATLAR



Teorema. Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchagi yotadi (1a-rasm).

$\triangle ABC, AB > AC$



$\angle C > \angle B$

Isbot. AB nurda AC tomonga teng AD kesma qo'yamiz. $AD = AC$ bo'lgani uchun $AD < AB$. Bundan D nuqta AB kesma ichida yotishi, ya'ni CD kesma $\triangle ABC$ uchburchakni ikkiga bo'lishi kelib chiqadi. Endi shunday mulohaza yuritamiz:

$\angle ACB > \angle ACD$ — CD kesma $\triangle ACB$ ichidan o'tgani uchun;

$\angle ADC = \angle ACD$ — teng yonli $\triangle ADC$ asosidagi burchaklar;

$\angle ADC > \angle ABC$ — $\angle ADC$ burchak $\triangle CDB$ ning tashqi burchagi bo'lgani uchun.

Shunday qilib, $\angle ACB > \angle ABC$. **Teorema isbotlandi.**

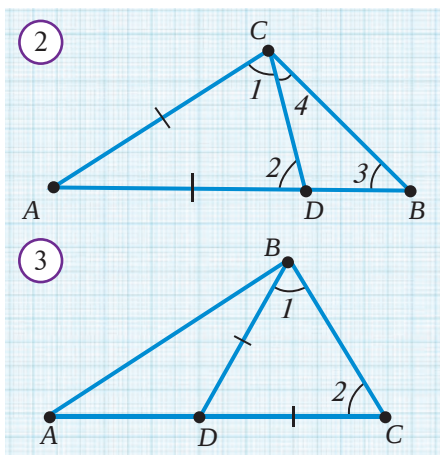
Shuningdek, bu teoremaga teskari teorema ham o'rinni.



Teskari teorema. Uchburchakning katta burchagi qarshisida katta tomon yotadi.

Bu teoremaning isbotini mustaqil bajaring. Uni yuqoridagi, ya'ni to'g'ri teoremadan keltirib chiqarish ham mumkin.

Natija. Teng yonli uchburchakda teng tomonlar qarshisida teng burchaklar yotadi.



Bu tasdiq avval ham isbotlangan edi.



1-masala. 2-rasmda berilgan ma'lumotlardan foydalanib, $\angle 1 > \angle 3$ ekanligini isbotlang.

Yechilishi: $\angle 2 > \angle 3$ ekanligi ravshan, chunki $\angle 2$ — BDC uchburchakning tashqi burchagi bo'lib, tashqi burchak xossasiga ko'ra, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ va $\angle 4 > 0$. ACD — teng yonli uchburchak bo'lgani uchun $\angle 1 = \angle 2$. Demak, $\angle 1 > \angle 3$ bo'ladi.

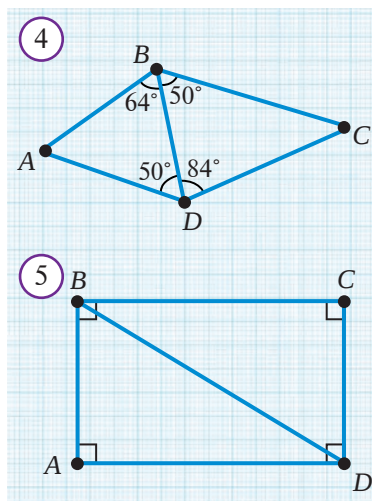


2-masala. 3-rasmda berilganlardan foydalanib, $AB < AC$ ekanligini ko'rsating.

Yechilishi: BDC — teng yonli uchburchak (chunki $BD = DC$), demak, $\angle 1 = \angle 2$ bo'ladi. $\angle 1 < \angle ABC$ bo'lgani uchun $\angle 2 < \angle ABC$. Katta burchak qarshisida katta tomon yotgani uchun $AB < AC$ bo'ladi.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning katta tomoni qarshisida katta burchak va, aksincha, katta burchak qarshisida katta tomon yotishini isbotlang.
2. ABC uchburchakda $AB = 12 \text{ sm}$, $BC = 10 \text{ sm}$, $CA = 7 \text{ sm}$ bo'lsa, uchburchakning eng katta va eng kichik burchaklarini toping.
3. ABC uchburchakda a) $AB < BC < AC$; b) $AB = AC < BC$ bo'lsa, uchburchak burchaklarini taqqoslang. A burchak o'tmas bo'lishi mumkinmi?
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 62° bo'lsa, uning qaysi tomoni katta bo'ladi? 58° bo'lsa-chi?
5. Uchburchakning o'tmas burchagi qarshisida kichik tomon yotishi mumkinmi?
6. ABC uchburchakda a) $\angle A > \angle B > \angle C$; b) $\angle A = \angle B < \angle C$ bo'lsa, uchburchak tomonlarini taqqoslang.
7. Uchburchakning katta burchagi 60° dan kichik bo'lishi mumkinmi? Uchburchakning kichik burchagi 60° dan katta bo'lishi mumkinmi?
8. Teng tomonli uchburchakning ikkita bissektrisasi kesishganda hosil bo'ladigan burchaklarni toping.
- 9* ABC uchburchakda $AB > BC$ va $\angle A = 60^\circ$ bo'lsa, B burchak qanday qiymatlar qabul qilishi mumkin?
- 10* Uchburchakning α , β va γ burchaklari uchun $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ munosabatlar o'rinli bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
- 11* 4-rasmdan eng katta va eng kichik kesmalarni ko'rsating. Javobingizni izohlang.
12. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi uzunmi yoki kateti?
13. ABC va PQR uchburchaklar teng. $\angle A = \angle B < \angle C$ va $PQ < QR$ bo'lsa, a) ABC uchburchak tomonlarini; b) PQR uchburchak tomonlari va burchaklarini taqqoslang.
- 14* To'g'ri to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari teng ekanligini isbotlang (5-rasm).



Amaliy topshiriq

Biz oldingi boblarda go'niya deb ataluvchi asbobdan to'g'ri burchaklarni chizish uchun foydalanib keldik. Go'niya nima o'zi?

Burchaklari 30° , 60° , 90° bo'lgan uchburchak go'niya deb ataladi. Xuddi shunday shakldagi asbob ham go'niya deyilib, duradgorlarga juda qo'l keladi. Go'niya bilan eshik, romlarning burchagi to'g'riligini tekshirish qulay. O'zingiz go'niya yasang. Uning yordamida kvadrat, teng tomonli uchburchak qanday yasashini ko'rsating.



49 UCHBURCHAK TENGSIZLIGI

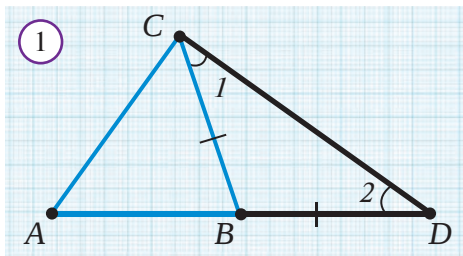


Uchburchakning istalgan tomoni qolgan ikki tomoni yig'indisidan kichik.

$\triangle ABC$ — uchburchak (1-rasm)



$AC < AB + BC$



Isbot. AB kesma davomida BC tomonga teng BD kesmani qo'yamiz va C va D nuqtalarni tutashtiramiz (1-rasm). Natijada BCD teng yonli uchburchak hosil bo'ladi. Unda, $\angle 1 = \angle 2$, chunki $BC = BD$. BC kesma $\angle ACD$ ichida yotgani uchun $\angle ACD > \angle 1$.

Bu holda, $\angle ACD > \angle 2$, chunki $\angle 1 = \angle 2$.

Bu burchaklar ACD uchburchakka tegishli. Endi katta burchak qarshisida katta tomon yotishini hisobga olsak, $AC < AD$ tengsizlikka ega bo'lamiz.

$AD = AB + BD$ bo'lgani uchun $AC < AB + BD$. Nihoyat, $BD = BC$ ekanligini hisobga olsak, $AC < AB + BC$ ni hosil qilamiz. **Teorema isbotlandi.**

1-natija. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan ixtiyoriy uchta A, B va C nuqta uchun $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ va $BC < AB + AC$ tengsizliklar o'rinli.

Bu tengsizliklarning har biri **uchburchak tengsizligi** deb ataladi.

Mashq. Tekislikdagi ixtiyoriy A, B, C nuqtalar uchun $AC \leq AB + BC$ bo'lishini isbotlang. Qachon $AC = AB + AC$ bo'ladi?



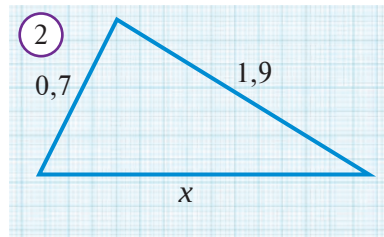
1-masala. Uchburchakning ikki tomoni 0,7 va 1,9. Agar uchinchi tomoni butun son ekanligi ma'lum bo'lsa, uni toping (2-rasm).

Yechilishi: Uchinchi noma'lum tomon:

$$1,9 + 0,7 = 2,6 \text{ dan kichik,}$$

$$1,9 - 0,7 = 1,2 \text{ dan katta.}$$

Butun son bo'lgani uchun javob: 2.



2-natija. Uchburchakning istalgan bir tomoni qolgan ikki tomoni uzunliklari ayirmasidan katta.

Haqiqatan ham, $AB < AC + BC$, ko'rinishidagi uchburchak tengsizliklaridan birini olib quyidagi almashtirishni bajaramiz: $AB - AC < BC$ yoki $BC > AB - AC$.



2-masala. ABCD to'rtburchakda AC va BD kesmalar o'zaro kesishadi (3-rasm). To'rtburchakning perimetri P bo'lsin. U holda $\frac{1}{2}P < AC + BD < P$ qo'shtengsizlik o'rinli bo'lishini isbotlang.

AC va BD kesmalar O nuqtada kesishsin.

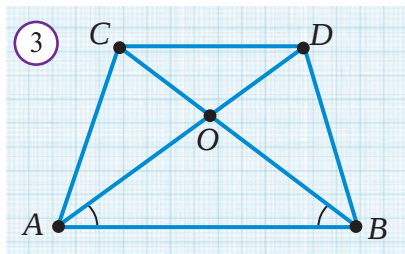
Yechilishi: Oldin chapdagi tengsizlikni isbotlaymiz. AOB, BOC, COD va AOD uchburchaklarga uchburchak tengsizligini qo'llab,

$$AB < OA + OB, \quad BC < OB + OC, \quad CD < OC + OD, \quad DA < OD + OA$$

tengsizliklarni hosil qilamiz. Bu tengsizliklarning mos qismlarini hadma-had qo'shsak, $AB + BC + CD + DA < 2OA + 2OB + 2OC + 2OD$

tengsizlikka ega bo'lamiz. Uni hadma-had 2 ga bo'lsak va $OA + OC = AC$, $OB + OD = BD$ ekanligini hisobga olsak,

$$\frac{1}{2}P < AC + BD \text{ kelib chiqadi.}$$



Endi talab qilingan 2-tengsizlikni isbotlaymiz. ABD va BDC uchburchaklarga uchburchak tengsizligini qo'llab,

$$BD < AB + DA, \quad BD < BC + CD$$

tengsizliklarga ega bo'lamiz, ularning mos qismlarini hadma-had qo'shamiz

$$2BD < P \text{ yoki } BD < \frac{1}{2}P.$$

Shu kabi $AC < \frac{1}{2}P$ ko'rsatiladi. Oxirgi ikkita tengsizlikdan

$$AC + BD < \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P = P$$

— bu isbotlanishi talab qilingan ikkinchi tengsizlikdir.



Masala. 4-rasmda tasvirlangan holatlar bo'lishi mumkinmi?

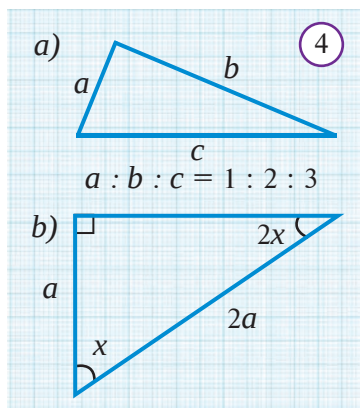
Kontrmisol. Biror tasdiqni rad etish uchun kifoya misol **kontrmisol** deyiladi.

Masalan, burchaklari 120° , 30° , 30° bo'lgan uchburchak yuqoridagi hol uchun kontrmisol bo'ladi.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchak tengsizligining mazmuni nimadan iborat?
2. Uchburchak tengsizligi qanday masalalarni yechishda qo'llaniladi?
3. Uzunliklari 1 m, 2 m va 3 m bo'lgan kesmalardan uchburchak yasash mumkinmi?
4. Tomonlari: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bo'lgan uchburchak mavjudmi?
5. Teng yonli uchburchak tomonlari: a) 7 va 3; b) 10 va 5; c) 8 va 5 bo'lsa, uchinchi tomonini toping.
6. Masalaning berilishi to'g'rimi (4-rasm)?
7. Uchburchakning istalgan tomoni uning qolgan ikkita tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
8. Teng yonli uchburchakning perimetri 25 sm, bir tomoni ikkinchi tomonidan 4 sm ortiq va tashqi burchaklaridan biri o'tkir bo'lsa, uchburchakning tomonlarini toping.
- 9.* Uzunliklari 2; 3; 4; 5 va 6 ga teng kesmalardan nechta turli uchburchak yasash mumkin?
10. Tekislikdagi uchta A, B, C nuqtalar uchun $AB + BC \geq AC$ tengsizlik bajarilsa, AB, BC va AC kesmalar qanday geometrik shaklni ifodalaydi?
- 11* Uchburchak medianasi uchburchak perimetrining yarmidan kichik ekanligini isbotlang.



1. Jumlada bo'sh qoldirilgan joylarni mantiqan to'g'ri so'zlar bilan to'ldiring.

1. Uchburchakning ichki burchagiga uchburchakning tashqi burchagi deb ataladi.
2. Uchburchak 180° ga teng.
3. Ikkita burchagining yig'indisi 90° ga teng bo'lgan uchburchak bo'ladi.
4. Uchburchakning tashqi burchagi unga qo'shni bo'lmagan ga teng.
5. Agar uchburchakning bir burchagi o'tmas bo'lsa, qolgan ikkita
6. To'g'ri burchakli uchburchakning burchaklari bo'la olmaydi.
7. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlar yig'indisidan
8. Ikkita to'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi va teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, u bo'ladi.
10. To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasiga tushirilgan shu gipotenuzaning yarmiga teng.
11. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti bo'lsa, u 30° li burchak qarshisida yotadi.
12. Burchak tomonlaridan teng masofada uzoqlashgan nuqta shu burchakning yotadi.

2. Quyida keltirilgan jumalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating.

1. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzasi va bittadan burchagi teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
2. Uchburchakning ichki va tashqi burchaklari yig'indisi 180° ga teng.
3. Uchburchakning tashqi burchagi, ikkita ichki burchaklari yig'indisiga teng.
4. Uchburchakning katta tomoni qarshisida kichik burchak, katta burchagi qarshisida kichik tomon yotadi.
5. Uchburchakning har bir tomoni qolgan tomonlari ayirmasidan kichik.
6. To'g'ri burchakli uchburchakning faqat bitta balandligi bor.
7. To'g'ri burchakli uchburchakning kateti gipotenuzaning yarmiga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning balandligi gipotenuzaning yarmiga teng.

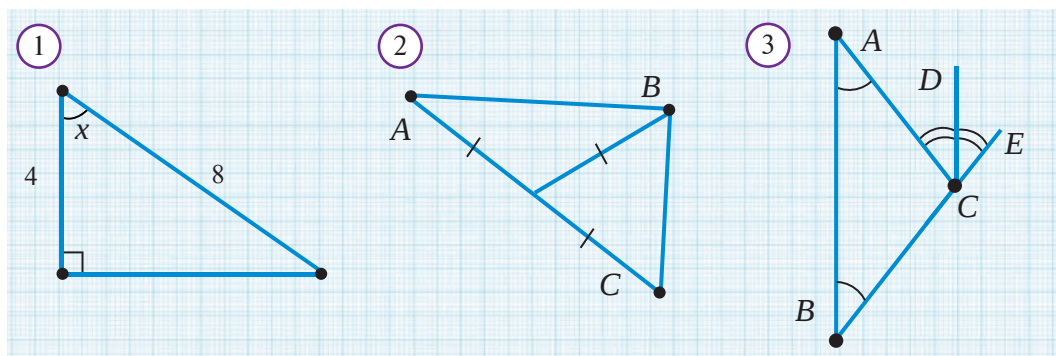
9. To'g'ri burchakli uchburchaklarning gipotenuzalari teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'ladi.
10. Uchburchakning ichki burchagi uning qolgan ikkita ichki burchagining yig'indisidan har doim kichik bo'ladi.
11. Uchburchakning tashqi burchaklari har doim o'tmas bo'ladi.

3. Jadvalda keltirilgan xossalar va talqinlarga mos keluvchi geometrik tushunchalarni daftaringizga yozing.

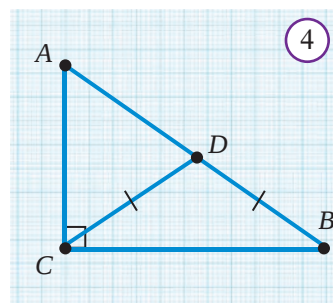
1.	Ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng	
2.	O'tkir burchaklari yig'indisi 90° ga teng	
3.	Tomonlari kesmalardan iborat	
4.	Uchburchak tomonlari orasidagi munosabat	
5.	Gipotenuzaning yarmiga teng	
6.	Uchta balandligi ham bir uchda kesishadi	
7.	Katetdan har doim katta	
8.	Nuqtalari burchak tomonlaridan teng uzoqlashgan	

4. Masalalar

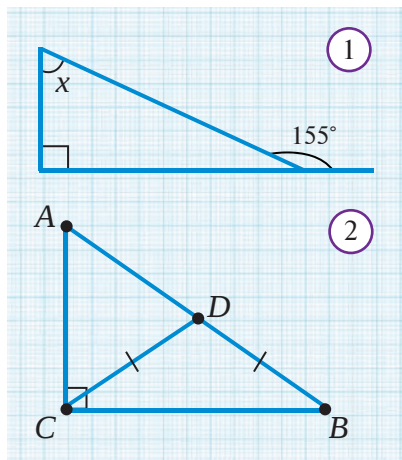
1. Bo'g'inlarining uzunligi 1 m , 2 m , 4 m , 8 m va 16 m bo'lgan yopiq siniq chiziq yasash mumkinmi?
2. Agar uchburchakning tomonlari butun sonlar bo'lib, perimetri 15 ga teng bo'lsa, uning tomonlarini aniqlang.
3. Uchburchakning balandligi uning tomonlaridan har doim kichik bo'ladimi?
4. Katta tomoni 36 ga teng bo'lgan uchburchakning burchaklari $1:2:3$ kabi nisbatda bo'lsa, shu uchburchakning kichik tomonini toping.
5. Uchburchakning asosiga tushirilgan balandlik uning yon tomonlari bilan 27° va 36° li burchaklar tashkil qiladi. Uchburchakning burchaklarini toping.
6. To'g'ri burchakli ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda A va A_1 to'g'ri burchaklar, BD va B_1D_1 bissektrisalar va $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.
7. 1-rasmdagi x ni toping.
8. 2-rasmdagi $\angle ABC$ ni toping.



9. 3-rasmda $AB \parallel CD$ ekanligini isbotlang.
10. Teng yonli uchburchakning bir burchagi 100° ga teng. Uchburchakning qolgan burchaklarini toping.
11. Agar teng yonli uchburchakning burchaklaridan biri 60° ga teng bo'lsa, bu uchburchak teng tomonli bo'ladimi?
12. Asosi AC va B burchagi 36° ga teng bo'lgan teng yonli ABC uchburchakning AD bissektisasi o'tkazilgan. CDA va ADB uchburchaklarning teng yonli ekanligini isbotlang.
13. Bir uchburchak 50° va 48° li burchaklarga, ikkinchi uchburchak esa 56° va 63° li burchaklarga ega. Bu uchburchaklar teng bo'lishi mumkinmi?
14. Uchburchak perimetri tomonlaridan 14 sm , 16 sm va 24 sm katta bo'lsa, uchburchakning eng katta tomonini toping.
15. To'g'ri burchakli ABC uchburchakning to'g'ri burchagi uchidan CD balandlik tushirilgan. Agar 1) $\angle A = 24^\circ$; 2) $\angle A = 70^\circ$ bo'lsa, CDB burchakni toping.
16. Teng yonli uchburchakning bir tashqi burchagi 70° ga teng. Uning ichki burchaklarini toping.
17. ABC uchburchakning A va C uchlaridan tushirilgan balandliklar N nuqtada kesishadi. Agar $\angle A = 50^\circ$ va $\angle C = 84^\circ$ bo'lsa, ANC burchakni toping.
18. ABC uchburchakda BD mediana AC tomonning yarmiga teng. Uchburchakning B burchagini toping.
19. 4-rasmda $BD = CD = 10$ bo'lsa, AB ni toping.
20. «Uchburchakning bir burchagi qolgan ikki burchagidan kichik» — bu tasdiq to'g'rimi? «Uchburchakning bir burchagi qolgan ikki burchagi ayrimasidan kichik» — bu tasdiq-chi?



51 5-NAZORAT ISHI



Nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, birinchi qismda quyida keltirilgan masalalardan (yoki shularga o'xshash masalalar)dan uchitasi beriladi. Ikkinchi qismda esa quyida keltirilgan testlardan beshtasi beriladi.

Masalalar.

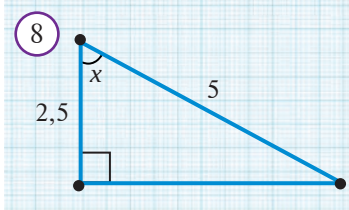
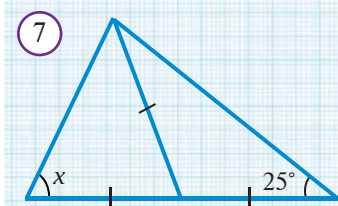
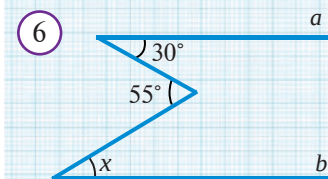
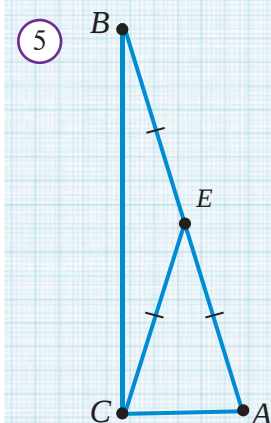
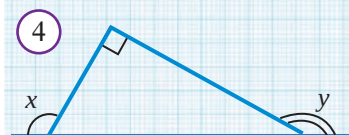
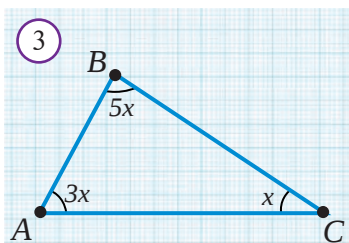
1. Noma'lum burchakni toping (*1-rasm*).
2. Uchburchakning tashqi burchagi 120° bo'lib, unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklari 1:2 nisbatda bo'lsa, uchburchakning burchaklarini toping.
3. Agar 2-rasmda $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = BD$ va $AB = 24$ sm bo'lsa, CD kesmani toping.

4. ABC uchburchak BD bissektrisasi AC tomonni 100° burchak ostida kesadi. Agar $BD = BC$ bo'lsa, uchburchak burchaklarini toping.

Testlar.

1. Agar uchburchak burchaklari 2:3:4 kabi nisbatda bo'lsa, uning burchaklarini toping.
A) 20° , 30° , 40° ; B) 40° , 60° , 80° ; C) 36° , 54° , 90° ; D) 18° , 27° , 36° .
2. Agar uchburchak burchaklari 3:2:1 kabi nisbatda bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli. B) O'tmas burchakli.
C) To'g'ri burchakli. D) Aniqlab bo'lmaydi.
3. Agar uchburchakning bitta tashqi burchagi o'tkir bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli. B) O'tmas burchakli.
C) To'g'ri burchakli. D) Aniqlab bo'lmaydi.
4. Agar uchburchakning bir burchagi uning qolgan ikki burchaklari yig'indisidan katta bo'lsa, uning turini aniqlang.
A) O'tkir burchakli. B) O'tmas burchakli.
C) To'g'ri burchakli. D) Aniqlab bo'lmaydi.
5. Qaysi uchburchakning balandliklari uning bir uchida kesishadi?
A) Teng yonli uchburchak.
B) Teng tomonli uchburchak.
D) To'g'ri burchakli uchburchak.
E) Bunday uchburchak mavjud emas.
6. ABC uchburchakda A uchdagi tashqi burchak 120° ga, C uchidagi ichki burchak esa 80° ga teng. B uchidagi tashqi burchakni toping.
A) 120° ; B) 140° ; D) 160° ; E) 40° .

7. Uchburchakning tashqi burchaklaridan biri 120° ga, shu burchakka qo'shni bo'lmagan ichki burchaklarining ayirmasi 30° ga teng. Uchburchakning ichki burchaklaridan kattasini toping.
A) 70° ; B) 75° ; D) 85° ; E) 90° .
8. Uchburchakning ikkita burchagi qiymatlarining nisbati 1:2 kabi. Uchinchi burchagi shu burchaklarning kichigidan 40° ga katta. Uchburchakning katta burchagini toping.
A) 105° ; B) 75° ; D) 80° ; E) 90° .
9. Teng yonli uchburchakning perimetri 48 ga teng. Uning tomonlaridan biri 12 ga teng bo'lsa, qolgan tomonlarini toping.
A) 18, 12; B) 16, 16; D) 18, 24; E) 18, 18.
10. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektisa va balandlik chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak 24° ga teng. Uchburchakning kichik burchagini toping.
A) 21° ; B) 24° ; D) 36° ; E) 16° .
11. 3-rasmdagi $\angle A$ ni toping.
A) 10° ; B) 20° ; D) 60° ; E) 100° .
12. Uzunliklari 3, 5, 7 va 11 ga teng kesmalardan nechta turli tomonli uchburchak yasash mumkin?
A) 2; B) 3; D) 5; E) 6.
13. 4-rasmdagi $x + y$ ni toping.
A) 90° ; B) 180° ; D) 270° ; E) aniqlab bo'lmaydi.
14. 5-rasmdagi $\angle BCA$ ni toping.
A) 90° ; B) 96° ; D) 144° ; E) 84° .
15. 6-rasmdagi $a \parallel b$ bo'lsa, x ni toping.
A) 35° ; B) 45° ; D) 25° ; E) 20° .
16. 7-rasmdagi x ni toping.
A) 60° ; B) 55° ; D) 65° ; E) 70° .
17. 8-rasmdagi x ni toping.
A) 30° ; B) 45° ; D) 15° ; E) 75° .
18. Uzunligi 2 sm, 3 sm, 4 sm va 5 sm bo'lgan kesmalardan nechta uchburchak yasash mumkin?
A) 1 ta; B) 2 ta; D) 3 ta; E) 4 ta.



Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar



97-bet V-bob tituli bo'yicha

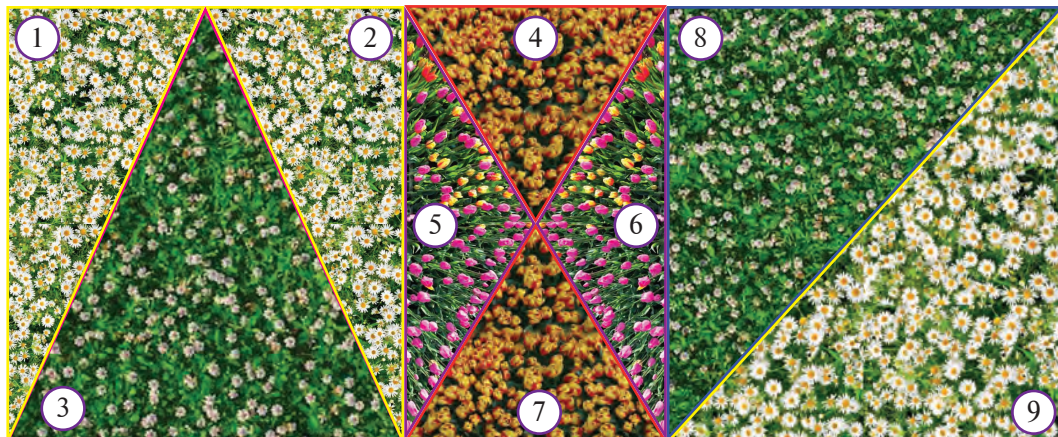
1. 3-rasm bo'yicha savollarga javob bering.
 - 1) Rasmdagi hovli qanday geometrik shaklda?
 - 2) Hovlidagi bino va inshootlarning tomlari qanday geometrik shakllarda?
 - 3) Hovli tomoqasida qanday geometrik shakllar bor?
 - 4) Har bir bino tomining shaklini boshqa binolar tomlari bilan taqqoslang.
 - 5) Rasmdagi geometrik shakllar ichida teng yonli, teng tomonli, to'g'ri burchakli, o'xshash, o'zaro teng uchburchaklarni ajratib ko'rsating.
 - 6) Chizmada yana qanday o'zaro taqqoslasa bo'ladigan shakllar bor?
2. 2-5-rasmlardagi mebel jihozlarida uchburchakning qanday turlari bor? Bu uchburchaklar o'rtasidagi munosabatlar haqida nima deya olasiz?
3. Ushbu rasmlarda yana qanday geometrik shakllar tasvirlangan?



Quroqchilik — har xil geometrik shakllardagi mato qiyqimlarini foydali, hatto nafis mahsulotlarga aylantirish.



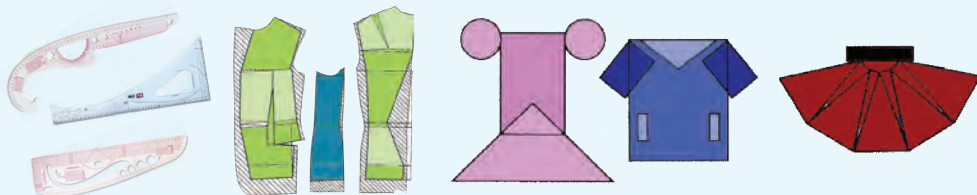
4. Rasmdagi gulzorlar shakllarining nomlarini ayting.



- 1) Ularni bir-biri bilan taqqoslang.
- 2) Har bir gulzorning burchaklarini o'lchang.
- 3) Rasmdagi uchburchaklar ichida teng yonli, teng tomonli, o'zaro o'xshash va o'zaro teng uchburchaklarni ajratib ko'rsating.
- 4) Uchburchaklarning bir-biriga nisbatan joylashishiga qarab, ularning burchaklari o'rtasidagi munosabatlar haqida fikr bildiring.



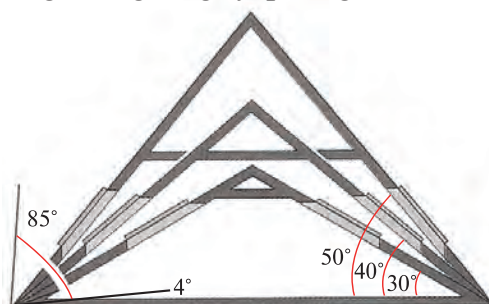
5. Kiyim bichishda lekalo degan asboblardan foydalaniladi. Lekaloni gazlama ustiga qo'yib, bo'r bilan atrofi chizib chiqiladi. So'ng maxsus asbob bilan shu chiziq bo'ylab qirqiladi.



6. Bino tomining tiklik darajasi odatda 4° dan 85° gacha oraliqda bo'ladi. Bino tomining tavsiya qilinadigan tikligi uning ustiga yopiladigan material turiga bog'liq.

Masalan:

temir yoki ruhlangan temir tunukali tom — 16° dan kam bo'lmagan tiklikda; ruberoidli tom — 4° dan kam bo'lmagan tiklikda; cherepitsali tom — 30° dan kam bo'lmagan tiklikda; shiferli tom — 27° dan kam bo'lmagan tiklikda quriladi.

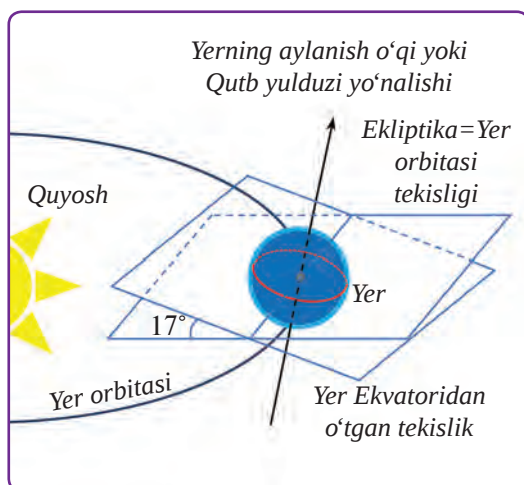


7. Transportir yordamida tomlarning tiklik darajasini aniqlang.



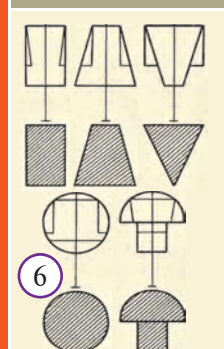
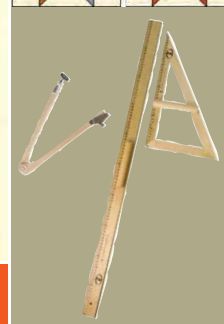
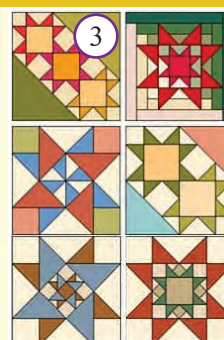
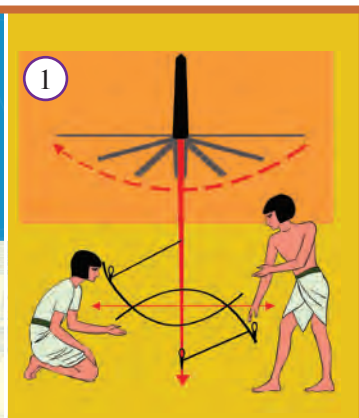
Tarixiy lavha

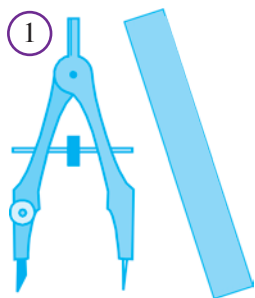
Astronomiya fanida osmon sferasining ekvator tekisligi bilan ekliptika (Yer orbitasini o'z ichiga olgan tekislik) orasidagi burchak muhim o'rin tutadi. U ekvatorning ekliptikaga og'ish burchagi deb ataladi. Uni hisoblash uchun osmon sferasining shimoliy qutbi (Qutb yulduziga juda yaqin) yo'nalishni hamda bahorgi tengkunlik kuni (21 mart) Quyosh eng yuqoriga ko'tarilgan paytdagi balandligini aniqlash kerak. Ulug'bek rasadxonasida ekvatorning ekliptikaga og'ish burchagi o'ta yuqori aniqlikdagi kuzatuvlar asosida $23^\circ 30' 17''$ ga teng ekanligi topilgan.



VI BOB

YASASHGA DOIR MASALALAR





Yasashga oid masalalarni faqat oddiy chizg'ich va sirkul vositasida yechish — mantiqiy mushohada qilish qobiliyatini o'stiradi. Shuning uchun Qadimgi Yunonistonda bu mavzudagi masalalarni yechish san'at darajasiga ko'tarilgan.

Shu paytgacha turli xil asboblar yordamida har xil geometrik shakllarni yasab keldik. Masalan, chizg'ich yordamida to'g'ri chiziq, nur, kesma, uchburchak va boshqa shakllarni chizdik. Chizg'ich va transportir yordamida turli xil burchaklar qurdik. Sirkul yordamida esa aylana va yo'ylar, goniya bilan parallel va perpendikulyar to'g'ri chiziqlar yasadik.

Ma'lum bo'lishicha, ko'plab geometrik shakllarni faqat masshtabli bo'linmalarga ega bo'lmagan, bir tomoni tekis chizg'ich hamda sirkul (*1-rasm*) vositasida yasash mumkin ekan. Shu sababdan geometriyada mana shu ikki asbob yordamida yasashga doir masalalar alohida ajratib o'rganiladi.

Bu ikki asbobdan foydalanishning maxsus qoidalari bor. Ular vositasida faqat quyidagi ishlarni bajarishga ruxsat etiladi:

Oddiy chizg'ich yordamida faqat:

- 1) Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chizish;
- 2) Tayin nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizish;
- 3) Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqni chizish.

Sirkul yordamida faqat:

- 1) Ixtiyoriy aylana chizish;
- 2) Markazi berilgan nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chizish;
- 3) Tayin radiusli, markazi esa ixtiyoriy nuqtada bo'lgan aylana chizish;
- 4) Markazi berilgan nuqtada, radiusi berilgan kesmadan iborat aylana chizish;
- 5) Berilgan kesmaga teng kesmani, nurga uning boshidan boshlab qo'yish.

Boshqa har qanday yasashni mana shu tariqa bajarishga harakat qilinadi. Hatto chizg'ichda millimetrli bo'linmalar bo'lsa-da, kesmalarning uzunliklarini o'lchash va ma'lum uzunlikdagi kesmani biror to'g'ri chiziqqa qo'yishga ruxsat berilmaydi (chunki oddiy chizg'ichda bo'linmalar yo'q). Shuningdek, chizg'ichning ikki qirrasidan foydalanib, parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazishga ham ruxsat berilmaydi (chunki oddiy chizg'ichning bir tomoni tekis, xolos).

Yasashga doir masalalarda nafaqat biror geometrik shaklni yasash yo'lini, usulini topish talab qilinadi, balki hosil bo'lgan geometrik shakl haqiqatan berilgan shartlarni qanoatlantirishini asoslash, ya'ni yasash to'g'riligi va to'liq bajarilganini isbotlash ham lozim bo'ladi.

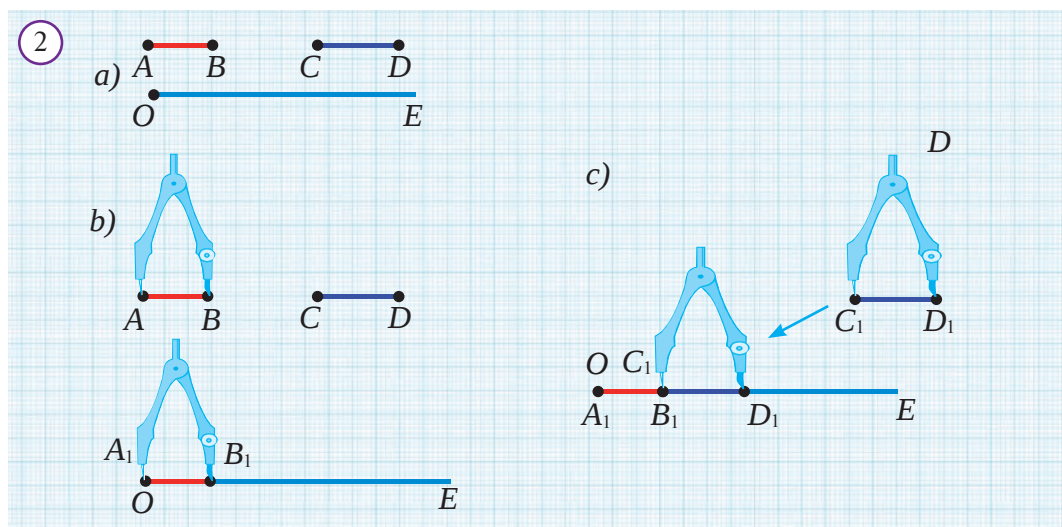


Masala. AB va CD kesmalar va OE nur berilgan ($2a$ -rasm). Sirkul yordamida OE nurga $AB + CD$ ga teng kesmani qo'ying.

Yasash: 1-qadam. Sirkul yordamida AB kesmaga teng A_1B_1 kesmani OE nurga qo'yamiz ($2b$ -rasm).

2-qadam. Sirkul yordamida CD kesmaga teng C_1D_1 kesmani B_1E nurga qo'yamiz ($2c$ -rasm).

Hosil bo'lgan A_1D_1 kesma – uzunligi $AB + CD$ ga teng bo'lgan kesmadan iborat bo'ladi.



Mashq. $AB > CD$ bo'lsin. $AB - CD$ kesmaga teng kesmani yasang

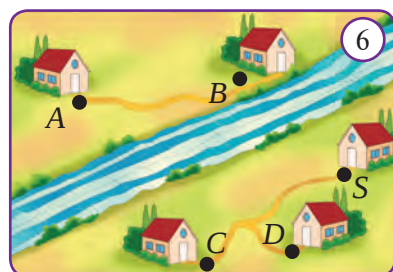
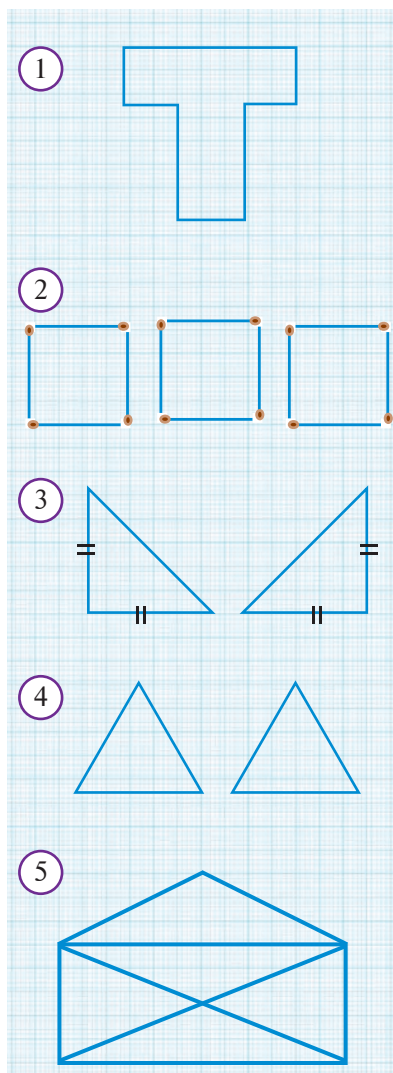


Savol, masala va topshiriqlar

1. Yasashga doir masalalar muhimligining sababi nimada?
2. Yasashga doir masalalarning qanday o'ziga hos tomonlari bor?
3. Oddiy chizg'ich yordamida qanday shakllarni chizish mumkin?
4. Sirkul yordamida yasashga doir qanday ishlarni amalga oshirish mumkin?
5. Yasashni bajarishda o'lchashga ruxsat beriladimi?
6. To'g'ri chiziqda A va B nuqtalar berilgan. BA nurda B nuqtadan boshlab BC kesmani shunday qo'yingki, $BC = 2AB$ bo'lsin.
7. Agar aylanadan tashqaridagi nuqtadan aylananing eng yaqin va uzoq nuqtalari-gacha bo'lgan masofalar mos ravishda 2 sm va 10 sm bo'lsa, aylana radiusini toping.
- 8*. A va B nuqtalar berilgan. Faqat sirkuldan foydalanib shunday C nuqta yasangki, $AC = 3AB$ bo'lsin.
9. a va b uzunlikdagi kesmalar berilgan ($a > b$). a) $a + b$; b) $a - b$; c) $2a + 3b$; d) $2a - b$ uzunlikdagi kesmalarni yasang.
10. Uzunligi 12 sm va 5 sm bo'lgan kesmalar berilgan. Uzunligi a) 17 sm ; b) 7 sm ; c) 24 sm ; d) 22 sm ; e) 29 sm bo'lgan kesmalarni yasang.

53

QIZIQARLI MASALA VA BOSHQOTIRMALAR

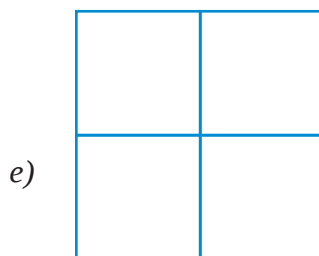
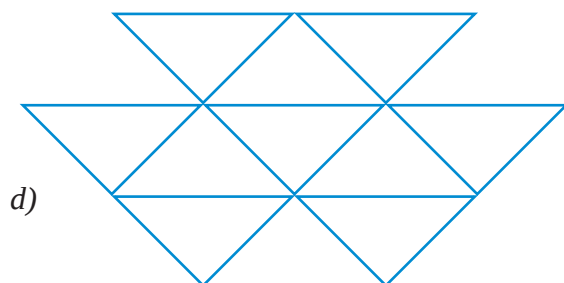
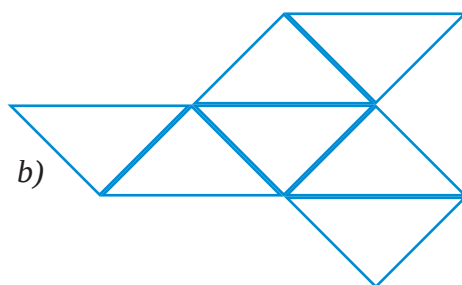
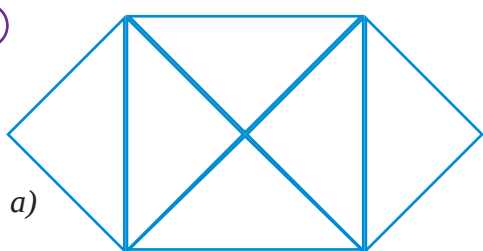


1. Sardor aylana chizib bo'lgach, uning markazini qalam bilan belgilashni unutganini payqab qoldi. O'chakishganday, izi ham qolmabdi. Lekin aylananing radiusi 12 *sm* ekanligi uning esida edi. Bu ma'lumotdan foydalanib, faqat sirkul yordamida chizilgan aylananing markazini topib bo'ladimi?
2. 1-rasmda ko'rsatilgan shaklni beshta teng bo'lakka bo'ling.
3. 2-rasmda 12 ta gugurt cho'pidan yasalgan uchta kvadrat berilgan. Bu 12 ta gugurt cho'pini sindirmasdan, hammasidan foydalanib a) ikkita b) to'rtta c) 6 ta kvadrat yasang.
4. Ikkita bir xil teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakni (3-rasm) shunday joylashtiringki, natijada, to'rtta bir xil teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak va bitta kvadrat hosil bo'lsin.
5. Ikkita bir xil teng tomonli uchburchakni (4-rasm) shunday joylashtiringki, natijada, oltita bir xil teng tomonli uchburchak va bitta barcha tomoni teng bo'lgan oltiburchak hosil bo'lsin.
6. a) 10 ta; b) 11 ta bir xil cho'pdan 3 ta teng kvadrat yasang.
7. 12 ta bir xil cho'pdan, ularni sindirmasdan, a) 4 ta; b) 6 ta teng kvadrat yasay olasizmi?
8. 5-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qog'ozdan uzmasdan va bir kesma ustidan ikki marta yurgizmasdan chizib ko'ring.
9. Soy bo'yida beshta uy bo'lib, ulardan uchitasi daryoning bir tomonida, qolgan ikkitasi esa

daryoning ikkinchi tomonida joylashgan (*6-rasm*). Agar har bir uy qolgan uylar bilan alohida yo'l bilan bog'lansa, nechta ko'prik qurishga to'g'ri keladi?

10. Odamni kesma deb tasavvur qilamiz. Qachon uning soyasi eng qisqa bo'ladi?
11. Ko'pburchak uchlarining soni bilan tomonlarining soni o'rtasida qanday bog'lanish bor?
12. O'zini-o'zi kesmaydigan ochiq siniq chiziqning tomonlari soni uchlari sonidan bitta kam bo'lishini izohlang.
13. 12 ta tomonli shunday siniq chiziq yasangki, uning uchlarining soni ham 12 ta bo'lsin.
14. **Qiziqarli masala.** Rasmdagi shakllardan qaysilarini qalamni qog'ozdan uzmay, hech bir kesmaning ustidan ikki marta yurgizmay chizish mumkin?

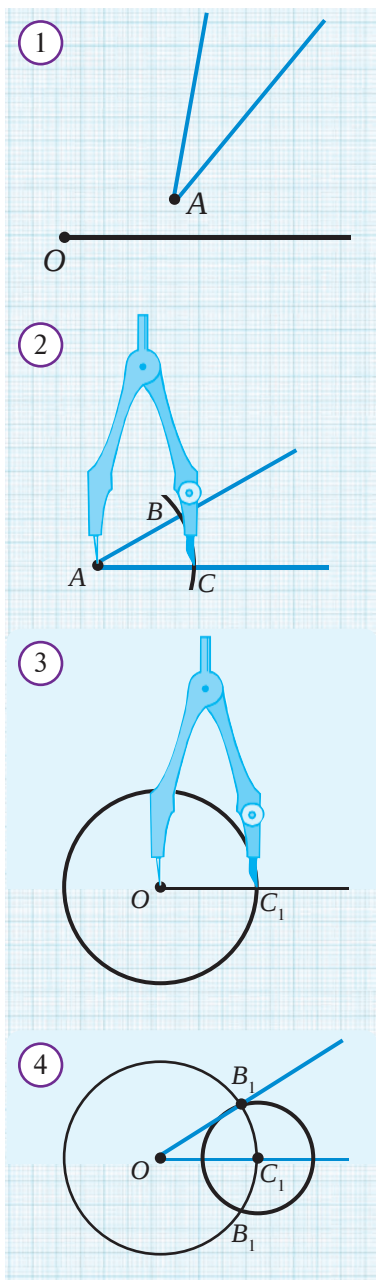
7



15. Baxs uchun mavzu: 7e-rasmdagi shakl siniq chiziq bo'ladimi? Uning nechta tomoni va nechta uchi bor deb hisoblaysiz?
16. Baxs uchun mavzu: teng tomonli uchburchakni ayni paytda teng yonli deyish mumkinmi?
17. To'g'ri burchakli uchburchak teng yonli bo'lishi mumkinmi? Teng tomonli-chi? Nega shunday deb o'ylaysiz?
18. Odam teng tomonli uchburchak shaklidagi maydon bo'ylab harakatlanib, dastlab turgan joyiga qaytib kelsa, u jami necha gradusga burilgan bo'ladi? Agar kvadrat shaklidagi maydon bo'ylab harakatlansa-chi?

54

BERILGAN BURCHAKKA TENG BURCHAKNI YASASH



1-masala. A burchak berilgan. O nurga A burchakka teng burchak qo'ying. (1-rasm)

Yasash:

1-qadam. Markazi A nuqtada bo'lgan ixtiyoriy aylana chizamiz (2-rasm). Bu aylana berilgan A burchak tomonlarini B va C nuqtalarda kesib o'tsin.

2-qadam. Radiusi chizilgan aylana radiusiga teng va markazi O nuqtada bo'lgan aylana chizamiz (3-rasm). Bu aylananing O nur bilan kesishish nuqtasini C_1 bilan belgilaymiz.

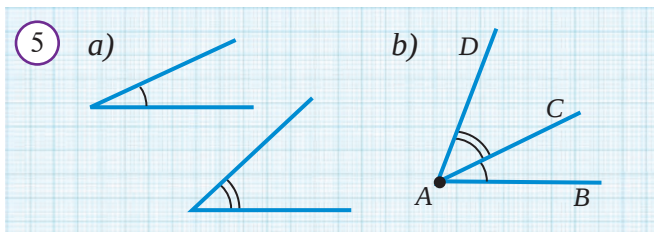
3-qadam. Markazi C_1 nuqtada, radiusi esa BC ga teng bo'lgan aylana chizamiz (4-rasm). Uning avvalgi aylana bilan kesishgan nuqtalaridan birini B_1 bilan belgilaymiz.

4-qadam. OB_1 nurni o'tkazamiz (4-rasm). Hosil bo'lgan B_1OC_1 burchak O nurga qo'yilgan va berilgan A burchakka teng bo'ladi.

Asoslash: 2- va 4-rasmda tasvirlangan $\triangle ABC$ va $\triangle OB_1C_1$ uchburchaklarda yasashga ko'ra: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ va $BC = B_1C_1$.

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra $\triangle ABC = \triangle OB_1C_1$. Xususan, $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Eslatma: Bu masala ikkita yechimga ega bo'lib, ular 3-qadamda B_1 nuqta OC_1 nurning qaysi tomonida olinishiga bog'liq (4-rasm).



2-masala. Berilgan ikkita burchak yig'indisiga teng bo'lgan burchak yasang (5a-rasm).

Yasash: 1-qadam. Avval birinchi burchakka teng bo'lgan BAC burchakni yasaymiz (5b-rasm).

2-qadam. AC nurga ikkinchi burchakka teng bo'lgan CAD burchakni B va D nuqtalar AC nurga nisbatan turli yarimtekislikda yotadigan qilib qo'yamiz. Hosil bo'lgan BAD burchak berilgan burchaklar yig'indisiga teng burchak bo'ladi.



3-masala. Berilgan ikkita burchak ayirmasiga teng burchakni yasang.

Yasash: Berilgan burchaklar E va F bo'lib $\angle F > \angle E$ bo'lsin (6a-rasm). AB nur yasaymiz. AB nurga nisbatan bitta yarim tekislikda joylashadigan qilib $\angle BAC = \angle E$ va $\angle BAD = \angle F$ burchaklarni qo'yamiz (6b-rasm). $\angle CAD$ – berilgan ikki burchak ayirmasi bo'ladi.



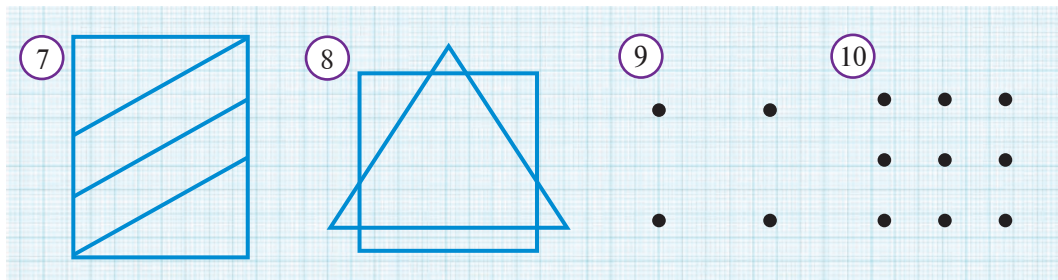
Savol, masala va topshiriqlar

1. a) 30° ; b) 60° ; c) 15° ; d) 120° ; e) 45° li burchaklar berilgan. Ularga teng burchaklarni yasang.
2. $\angle A = \alpha$ va $\angle B = \beta$ burchaklar berilgan ($\alpha > \beta$). O'lchovi: a) 2α ; b) $\alpha - \beta$; c) $2\alpha + \beta$ bo'lgan burchaklarni yasang.
3. 45° va 30° li burchaklar berilgan. O'lchovi: a) 15° ; b) 75° ; c) 105° ; d) 120° ga teng burchaklarni yasang.
4. 30° li burchak berilgan. Unga teng burchak va biror nur yasang. Shu nurga yasalgan burchakni qo'ying.
5. Biror burchak va biror nur yasang. Shu nurga yasalgan burchakni qo'ying.
6. 1-masala bo'yicha yasashlarning to'g'riligini asoslang.



Geometrik boshqotirmalar

7. 7-rasmda nechta to'rtburchak bor?
8. 8-rasmda ko'rsatilgan shaklni qalamni qog'ozdan uzmasdan va bir chiziq ustidan qayta yuritmasdan chizing.
9. Tomonlari 9-rasmda berilgan to'rtta nuqtadan o'tuvchi uchburchak chizing.
10. 10-rasmda tasvirlangan 9 ta nuqtaning hammasidan o'tuvchi, bo'g'inlari soni 4 ta bo'lgan siniq chiziq chiza olasizmi?



55 BURCHAK BISSEKTRISASINI YASASH

A burchak berilgan bo'lsin (*1-rasm*). Bu burchakni teng ikkiga bo'lish uchun quyidagicha yo'l tutiladi:

Yasash:

1-qadam. Markazi A nuqtada bo'lgan ixtiyoriy radiusli aylana chiziladi va uning burchak tomonlari bilan kesishish nuqtalari B va C belgilanadi.

2-qadam. Radiusni o'zgartirmasdan, markazlari B va C nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi (*2-rasm*). Bu ikki aylana kesishuvidan hosil bo'lgan D nuqta belgilanadi (*3-rasm*).

3-qadam. A va D nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq o'tkaziladi (*4-rasm*).

AD to'g'ri chiziq – berilgan burchak bissektrisasi bo'ladi.

Asoslash. ABD va ACD uchburchaklarda

- 1) yasashga ko'ra $AB = AC$;
- 2) yasashga ko'ra $BD = CD$;
- 3) AD – umumiy tomon.

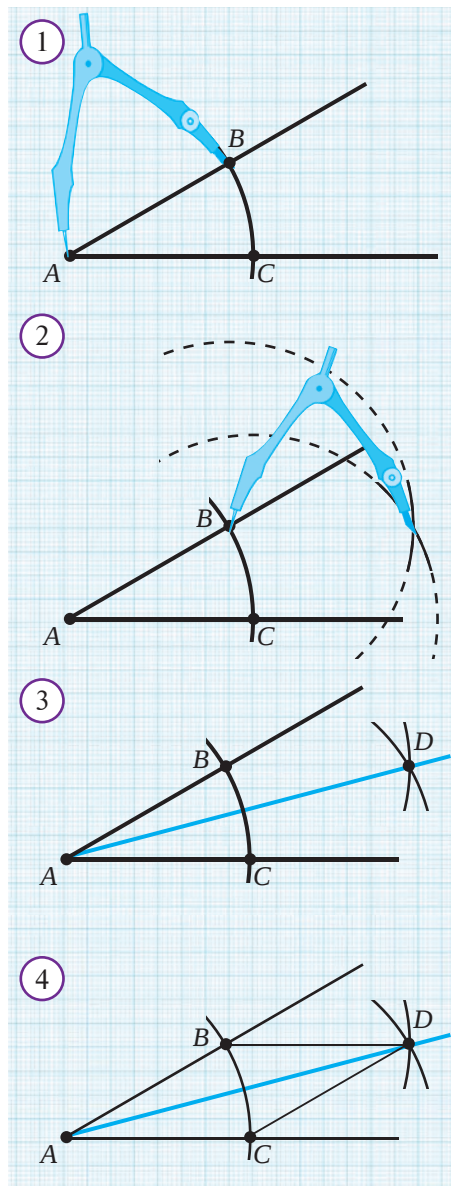
Uchburchaklar tengligining TTT aloomatiga ko'ra, $\triangle ABD = \triangle ACD$. Xususan, $\angle BAD = \angle CAD$.

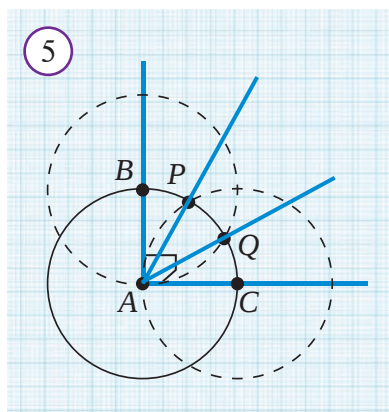


Masala. Berilgan to'g'ri burchakni teng uchga bo'ling.

Yechilishi: $\angle A$ to'g'ri burchak berilgan bo'lsin. Uning uchini markaz qilib, ixtiyoriy radiusli aylana chizamiz. Aylana to'g'ri burchak tomonlarini B va C nuqtalarda kesib o'tsin. Radiusni o'zgartirmasdan markazi B va C nuqtalarda bo'lgan yana ikkita aylana chizamiz.

Bu aylanalar birinchi aylana bilan kesishgan nuqtalardan to'g'ri burchak ichida yotganlarini P va Q bilan belgilaymiz. AP va AQ nurlarni chizamiz. Bu nurlar berilgan to'g'ri burchakni uchta teng burchakka ajratadi. Bu tasdiqning to'g'riligini mustaqil asoslang.

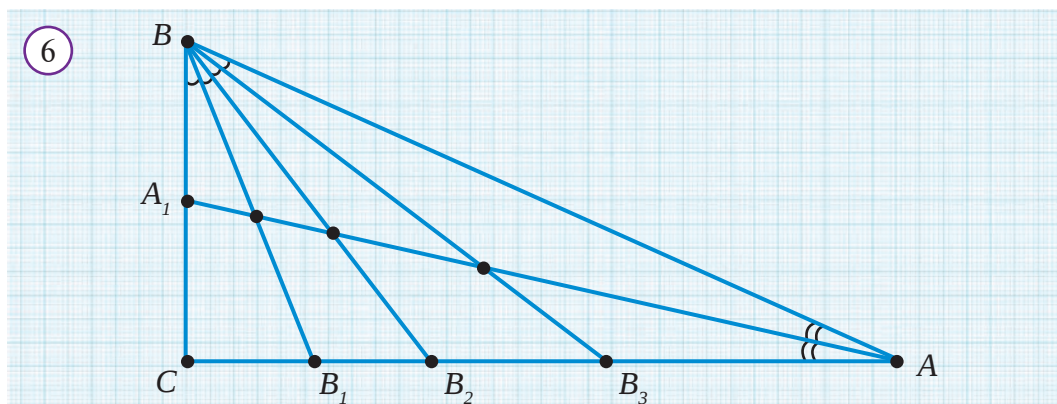




Eslatma. Berilgan ixtiyoriy burchakni teng uchga bo'lish masalasi juda qadimgi va mashhur masala bo'lib, bu haqda ko'p olimlar bosh qotirishgan. Faqat XVIII asrga kelib, ayrim burchaklar istisno bo'lib, burchakni teng uchga bo'lib bo'lmashligi isbotlangan. Masalan, 60° li burchakni teng uchga bo'lib bo'lmaydi. Gap, albatta, geometrik chizg'ich va sirkul bilan aniq yasash haqida bormoqda. Bu asboblardan juda katta aniqlikda taqribiy yoki boshqa asboblardan foydalanib aniq yasash mumkin.

Savol, masala va topshiriqlar

1. Yasash yordamida: a) 90° ; b) 60° ; c) 30° li burchaklarni teng ikkiga bo'ling.
2. Burchak chizing va uni teng ikkiga ajrating.
3. Burchak chizing va uni to'rtta teng burchakka ajrating.
4. 45° li burchakni uchta teng burchakka bo'ling.
5. Berilgan katta tomoni va o'tkir burchagi bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. 36° li burchak berilgan. Sirkul va chizg'ich yordamida 99° li burchak yasash mumkinmi? Qanday qilib?
- 7*. 54° li burchakni yasash yo'li bilan teng uchga bo'ling.
8. Uchburchak chizing. Uning bissektrisalarini yasang. Qanday xossa kuzatiladi?
9. Qo'shni burchaklar yasang. Ularning bissektrisalarini yasang. Yasalgan bissektrisalar orasidagi burchakni transportir yordamida o'lchang.
- 10*. To'g'ri burchakli ABC uchburchakda $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$. A burchakni teng ikkiga bo'luvchi AA_1 kesmani va B burchakni teng to'rtga bo'luvchi BB_1 , BB_2 , BB_3 kesmalarni yasang. Natijada 6-rasm hosil bo'ladi. Bu rasmda nechta teng yonli uchburchakni, nechta to'g'ri burchakli uchburchakni ko'rish mumkin?



56

BERILGAN TO'G'RI CHIZIQQA PERPENDIKULYAR TO'G'RI CHIZIQ YASASH. KESMANI TENG IKKIGA BO'LISH



1-masala. Berilgan a to'g'ri chiziqqa uning O nuqtasidan o'tuvchi perpendikulyar to'g'ri chiziqni yasang.

Yasash:

1-qadam. O nuqtani markaz qilib ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni A va B nuqtalarda kesib o'tsin (*1-rasm*).

2-qadam. A va B nuqtalarni markaz qilib, radiusi AB ga teng aylanalar chizamiz (*2-rasm*). Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan birini C deb belgilaymiz.

3-qadam. C va O nuqtalardan o'tuvchi OC to'g'ri chiziqni yasaymiz (*3-rasm*).

OC to'g'ri chiziq berilgan a to'g'ri chiziqqa uning O nuqtasidan o'tuvchi perpendikulyar bo'ladi.

Asoslash. AOC va BOC uchburchaklarni qaraymiz. Yasashga ko'ra:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO esa umumiy tomon.

Demak, uchburchaklar tengligining TTT alomatiga ko'ra, $\triangle AOC = \triangle BOC$. U holda, $\angle AOC = \angle BOC$. Lekin qo'shni burchaklar teng bo'lsa, ular 90° ga tengdir.

Demak, haqiqatdan ham $OC \perp a$.

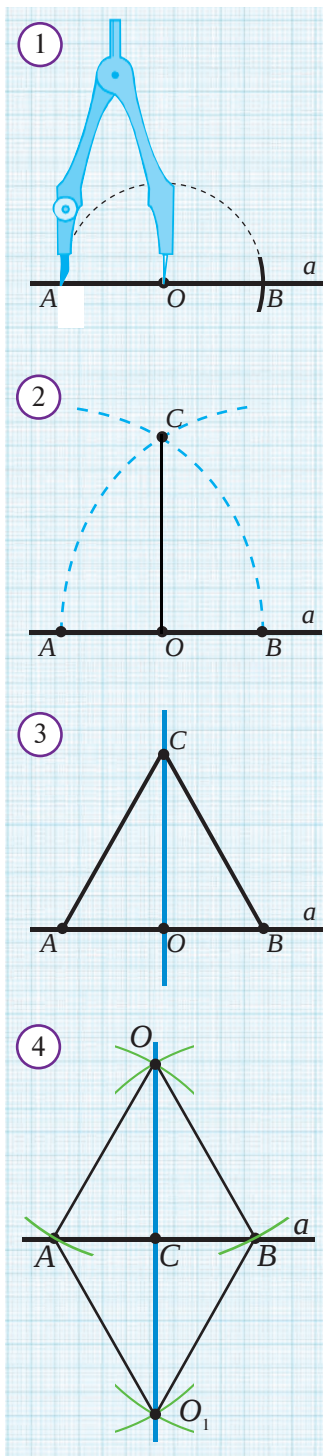


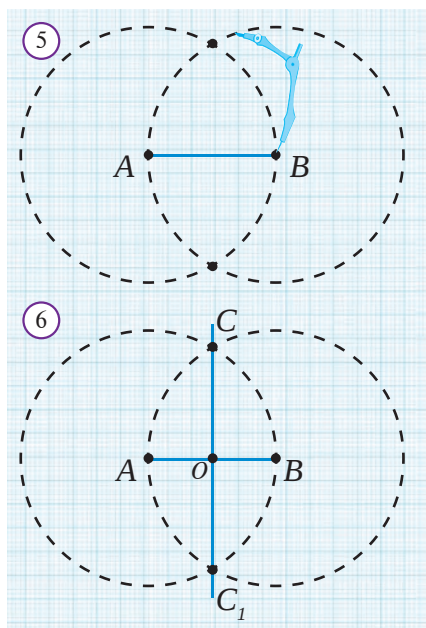
2-masala. Berilgan a to'g'ri chiziqqa unda yotmaydigan O nuqtadan o'tuvchi perpendikulyar to'g'ri chiziqni yasang.

Yasash:

1-qadam. Markazi O nuqtada bo'lgan, a to'g'ri chiziqni kesib o'tuvchi ixtiyoriy aylana chizamiz. U berilgan to'g'ri chiziqni A va B nuqtalarda kesib o'tsin (*4-rasm*).

2-qadam. Markazlari A va B nuqtada bo'lgan, radiusi birinchi chizilgan aylana radiusiga teng aylanalar chizamiz. Bu aylanalarning kesishish nuqtalaridan biri O nuqta bo'ladi. Ikkinchisini O_1 bilan belgilaymiz (*4-rasm*).





3-qadam. O va O_1 nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq chizamiz. OO_1 — berilgan O nuqtadan o'tuvchi a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar va unda yotmagan O nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'ladi.

Asoslashni mustaqil bajaring.

Bu masalani yechib, a to'g'ri chiziqdan tashqaridagi nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin degan xulosaga kelamiz. Bundan va 16-darsda keltirilgan teorema natijasidan quyidagi teoremaning o'rinli ekanligi kelib chiqadi.



Teorema. To'g'ri chiziqda yotmagan nuqta orqali bu to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'lgan yagona to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.



3-masala. Berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.

Yasash:

AB kesma berilgan bo'lsin.

1-qadam. Radiusi berilgan AB kesmaga teng bo'lgan, markazlari esa A va B nuqtalarda bo'lgan ikkita aylana chiziladi (5-rasm);

2-qadam. Aylanalarni kesishgan C va C_1 nuqtalari tutashtiriladi (6-rasm). CC_1 to'g'ri chiziq va AB kesmaning kesishish nuqtasi berilgan kesmaning o'rtasi bo'ladi.

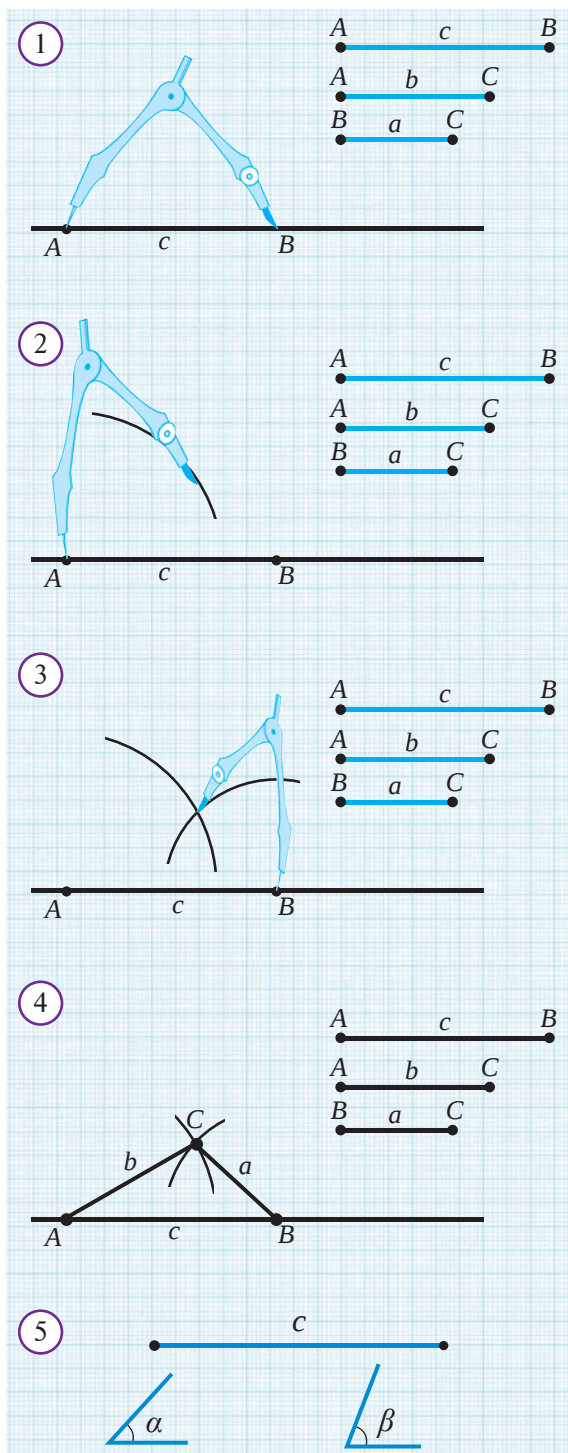


Savol, masala va topshiriqlar

1. Kesmani teng ikkiga bo'lishning qanday usulini bilasiz? Kesma chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
2. To'g'ri burchakni qanday yasash mumkin?
- 3* Faqat bir yarimtekislikda, berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.
4. Faqat go'niyadan foydalanib berilgan kesmani teng ikkiga bo'ling.
5. Berilgan gipotenuza bo'yicha teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. Asosi va unga tushirilgan balandligi bo'yicha teng yonli uchburchak yasang.
7. AB kesmaning o'rtasini to'g'ridan to'g'ri aniqlashning iloji bo'lmasa, uning o'rtasidan o'tuvchi perpendikulyarni yasash mumkinmi?
8. Berilgan kesmani to'rtta teng bo'lakka bo'ling.
9. Uchburchak chizing. Uning balandliklarini yasang.
10. Berilgan uchburchakning medianalarini yasang.
- 11* Berilgan A va B nuqtalardan bir xil uzoqlashgan hamda berilgan a to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtani toping.
12. Faqat chizg'ich yordamida a to'g'ri chiziqda yotmaydigan M nuqta orqali a to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan b to'g'ri chiziqni o'tkazing.

57

UCHBURCHAKNI BERILGAN UCH TOMONIGA KO'RA YASASH



Uzunliklari mos ravishda a , b va c ga teng kesmalar berilgan bo'lib, c ulardan eng kattasi bo'lsin. Tomonlari mos ravishda $AB = c$, $BC = a$ va $AC = b$ bo'lgan ABC uchburchak yasash uchun quyidagicha yo'l tutiladi.

1-qadam. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chiziladi. To'g'ri chiziqda uzunligi c ga teng bo'lgan AB kesma sirkul yordamida ajratiladi (2-rasm).

2-qadam. $AC = b$ bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi A nuqtada radiusi b ga teng aylana chiziladi (3-rasm).

3-qadam. $BC = a$ bo'lishi kerak. Shuning uchun, markazi B nuqtada radiusi a ga teng aylana chiziladi (4-rasm).

4-qadam. Aylanalarni kesishish nuqtasi bo'lgan C nuqta A va B nuqtalar bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan ABC uchburchakning tomonlari a , b va c ga teng bo'ladi.

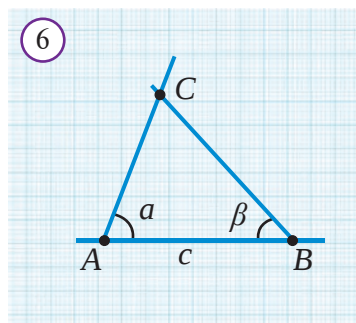
Tahlil. Yasashdan ko'rinib turibdiki, agar 2- va 3-qadamda yasalgan aylanalar kesishsagina yechim mavjud. Buning uchun $a + b > c$ bo'lishi lozim.

Hosil bo'lgan ABC uchburchakning haqiqatan ham tomonlari a , b va c ga teng bo'lishini mustaqil asoslang.



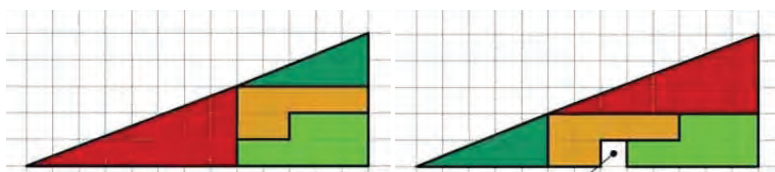
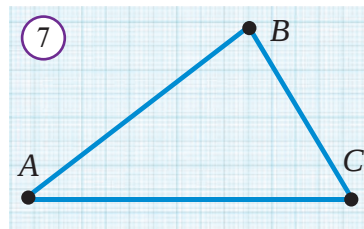
1-masala. Bir tomoni va shu tomonga yopishgan burchaklari bo'yicha uchburchak yasang.

Yechilishi: c kesma va α , β burchaklar berilgan bo'lsin (5-rasm). Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chizamiz. Unda $AB = c$ kesmani belgilaymiz. Berilgan burchakka teng burchakni yasash yo'l-yo'rig'ini qo'llab, AB nurga α burchakni, BA nurga β burchakni bitta yarimtekislikka qo'yamiz (6-rasm). Burchaklarning ikkinchi tomonlari kesishgan C nuqtani belgilaymiz. ABC uchburchak yasaliishi talab qilingan uchburchak bo'ladi. Bu tasdiqni mustaqil asoslang.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Ixtiyoriy uzunlikdagi kesmalardan uchburchak yasab bo'ladimi?
2. Tomonlari $a = 3 \text{ sm}$, $b = 8 \text{ sm}$ va $c = 9 \text{ sm}$ bo'lgan uchburchak yasang.
3. a) Tomonlari $a = 3 \text{ sm}$, $b = 4 \text{ sm}$ va $c = 7 \text{ sm}$ bo'lgan uchburchak yasash mumkinmi?
b) Uchburchak yasash uchun, uning a , b va c tomonlari qanday shartni qanoatlantirishi lozim?
4. Ikkita kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
5. Gipotenuza va kateti bo'yicha to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
6. Ixtiyoriy to'g'ri chiziq chizing. Bir tomoni unda yotadigan, 7-rasmda ko'rsatilgan ABC uchburchakka teng bo'lgan uchburchak yasang.
- 7*. Uzunligi $a + b$, $b + c$ va $a + c$ kesmalar berilgan. Tomonlari a , b , c bo'lgan uchburchak yasang.
8. Ikki tomoni va ular orasidagi burchak bo'yicha uchburchak yasang.
9. Bir tomoni va unga yopishgan burchaklar bo'yicha uchburchak yasang.



10. Ikkala uchburchak bir xil bo'laklardan tashkil topgan. Lekin o'ng tomondagi uchburchakning kamtik joyi qayerdan paydo bo'lgan?



Qiziquvchi o'quvchilar uchun.

1. "Geometriya-7" elektron darsligining tegishli bobi sahifalari bilan tanishib chiqing. Mazkur bobga kiritilgan mavzularga oid interaktiv animatsiya ilovalarida berilgan topshiriqlarni bajarish va test topshiriqlarini yechich yo'li bilan o'z bilimingizni sinab ko'ring.

2. Shuningdek, 141-betda keltirilgan Internet resurslaridan mazkur bobga tegishli materiallarni toping va o'rganib chiqing.

58 MASALALAR YECHISH

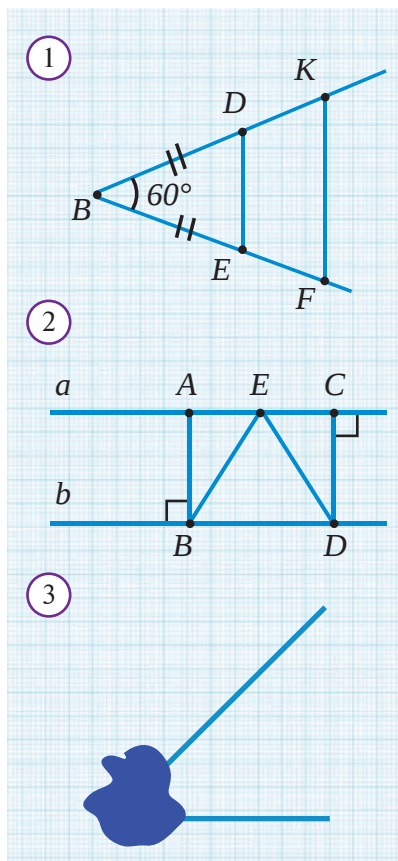
1. Berilgan a, b, c tomonlari bo'yicha uchburchak yasang, bunda: a) $a=2\text{ sm}$, $b=3\text{ sm}$, $c=4\text{ sm}$; b) $a=3\text{ sm}$, $b=4\text{ sm}$, $c=5\text{ sm}$.
2. A, B, C , nuqtalar bir to'g'ri chiziqli yotadi, O nuqta esa bu to'g'ri chiziqli yotmaydi. AOB va BOC uchburchaklar asoslari AB, BC kesmalardan iborat teng yonli uchburchaklar bo'la oladimi? Javobingizni asoslang.
3. ABC uchburchak berilgan. Unga teng boshqa bir ABD uchburchak yasang.
4. Quyidagi ma'lumotlarga ko'ra ABC uchburchakni yasang:
 - a) $AB=5\text{ sm}$, $AC=6\text{ sm}$, $\angle A=40^\circ$;
 - b) $AB=4\text{ sm}$, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=60^\circ$.
5. Ikki tomoni va bu tomonlardan kattasi qarshisida yotuvchi burchagi bo'yicha uchburchak yasang:
 - a) $a=6\text{ sm}$, $b=4\text{ sm}$, $\alpha=70^\circ$;
 - b) $a=4\text{ sm}$, $b=6\text{ sm}$, $\beta=100^\circ$.
6. Yon tomoni va asosidagi burchagiga ko'ra teng yonli uchburchak yasang.
7. Burchakni to'rtta teng qismga bo'ling.
8. 60° va 30° li burchaklar yasang.
9. Uchburchak berilgan. Uning medianalarini yasang.
10. Ikki tomoni va bu tomonlardan biriga o'tkazilgan medianasi bo'yicha uchburchak yasang.
11. Uchburchak berilgan. Uning balandliklarini yasang.
12. Gipotenuzasi va bir katetiga ko'ra to'g'ri burchakli uchburchak yasang.
13. Yon tomoni va asosiga tushirilgan balandliklarga ko'ra teng yonli uchburchak yasang.
14. Ikki tomoni va shu tomonlardan biriga tushirilgan balandligi bo'yicha uchburchak yasang.
15. Berilgan to'g'ri chiziqli shunday nuqta topingki, u berilgan ikkinchi to'g'ri chiziqli berilgan masofa qadar uzoqlikda bo'lsin.
16. Uchta A, B, C nuqta berilgan. A va B nuqtalardan teng uzoqlashgan va C nuqtadan berilgan masofa qadar uzoqlikda yotuvchi X nuqtani toping.
17. Berilgan uchburchakning har bir uchi orqali shu uchlardan chiquvchi uchburchak bissektrisalariga perpendikulyar to'g'ri chiziqli o'tkazilgan. Bu to'g'ri chiziqli berilgan uchburchak tomonlari bilan birgalikda uchta uchburchak hosil qiladi. Bu uchburchaklar burchaklari mos ravishda tengligini isbotlang.
18. Uchburchak bir burchagi uchidan o'tkazilgan mediana va balandlik bilan teng uch qismga ajratilsa, bu uchburchak to'g'ri burchakli ekanligini isbotlang.
19. Teng yonli ABC uchburchakda ($AB=BC$) asosdagi burchak 75° , AK — uchburchakning bissektrisasi, $BK=10\text{ sm}$. K nuqtadan uchburchakning AC asosigacha bo'lgan masofani toping.

20. Teng yonli ABC uchburchakning ($AB=BC$) uchidagi burchagi 120° ga teng, CK – bissektisa, $AK=14$ sm. K nuqtadan BC to‘g‘ri chiziqqacha masofani toping.
21. Uzunligi $a+b$, $b+c$ va $a+c$ kesmalar berilgan. a , b , c kesmalarni yasang.
22. Ikkita kateti bo‘yicha to‘g‘ri burchakli uchburchak yasang.
23. To‘g‘ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o‘tuvchi va shu to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar to‘g‘ri chiziq yasang.
24. To‘g‘ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o‘tuvchi va shu to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziq yasang.
25. 1-rasmda $\angle B=60^\circ$, $BD=BE$, $FK\parallel DE$. BDE va BKF uchburchaklar teng tomonli ekanini isbotlang.
26. 2-rasmda a va b to‘g‘ri chiziqlar parallel. $AB\perp b$, $DC\perp a$, $AE=EC$. BED uchburchak teng yonli ekanligini isbotlang.



Geometrik boshqotirma

Shohjahon dadasining yozuvlari ichidan 3-rasmda tasvirlangan chizmani topib oldi. Afsuski, bu burchakning bir qismiga siyoh to‘kilib, o‘chib ketgan ekan. Shohjahon bu burchakning bissektisasini yasay oladimi?



123-betdagi VI-bob tituli bo‘yicha

1. 1-rasmda Qadimgi Misrda geometrik shakl chizish jarayoni tasvirlangan. Chizmachilar qanday asboblardan foydalanmoqdalar va qanday geometrik shaklni chizmoqdalar?
2. 2-rasmda xalqimizning milliy amaliy san’ati buyumlari tasvirlangan. Ularni yasashda qanday geometrik shakllar asos qilib olingan.
3. 3-rasmdagi geometrik shakllarni mustaqil yasang.
4. 4-rasmdagi eshik chizmasini chizishda qanday asboblardan foydalanilgan? Eshik chizmasini mustaqil ravishda qayta chizing.
5. 5-rasmdagi yer o‘lchovchilar o‘z faoliyatida qanday asboblardan foydalani-shadi?
6. Kiyimlar bichimi shakliga qarab har xil geometrik shakllar bilan bog‘lab nomlanadi. Masalan, "kvadrat shaklidagi palto" kabi. 6-rasmdagi kiyimlar bichimlarini o‘zingiz nomlang va bu shakllarni mustaqil yasang.

1. Ixtiyoriy tekislikda biror burchak yasang. Shu burchakka teng boshqa burchak chizing.
2. Ixtiyoriy tekislikda biror burchak yasang. Uning bissektrisasini chizing.
3. To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq yasang.
4. To'g'ri chiziq chizing va unda yotmagan nuqta belgilang. Shu nuqtadan o'tuvchi va shu to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq yasang.
5. Biror kesma chizing va uni teng ikkiga bo'ling.
6. Uchta kesma chizing. Tomonlari shu kesmalarga teng bo'lgan uchburchak yasang.
7. Biror uchburchak yasang. Uning bitta a) medianasini; b) bissektrisasini; c) balandligini chiqaring.
8. A, B, C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Agar $AB=2,7\text{ m}$ va $AC=3,2\text{ m}$ bo'lsa, BC kesma uzunligini toping. Masala nechta yechimga ega?
9. MK kesmada ixtiyoriy P nuqta olingan. MP va PK kesmalarning o'rtalari mos ravishda N va L nuqtalar. NL kesma uzunligi MK kesma uzunligining yarmiga tengligini isbotlang.
10. b to'g'ri chiziqda A, E va F nuqtalar belgilangan. Agar $AF=8$ va $AE+AF=14$ bo'lsa, AE va EF kesmalarning uzunligini toping. Uchta nuqtadan qaysi biri qolgan ikkitasining orasida yotadi?
11. AB nurdan turli yarim tekisliklarga BAC va BAD burchaklar qo'yilgan. Agar: a) $\angle BAC=80^\circ$, $\angle BAD=170^\circ$; b) $\angle BAC=87^\circ$, $\angle BAD=98^\circ$; c) $\angle BAC=140^\circ$, $\angle BAD=30^\circ$; d) $\angle BAC=60^\circ$, $\angle BAD=70^\circ$ bo'lsa, CAD burchakni toping.
12. AOB va COB qo'shni burchaklarning umumiy tomoni OB yotadigan yarim tekislikda OD nur o'tkazilgan. OD nur yoki AB kesma bilan, yoki BC kesma bilan kesishishini isbotlang. Agar AOD burchak AOB burchakdan kichik (katta) bo'lsa, OD nur kesmalardan qaysisini kesadi? Javobingizni tushuntiring.
13. MNP va SKT uchburchaklar teng, jumladan $MP=ST$, $\angle M=\angle S$, $MN=17\text{ dm}$, $\angle K=70^\circ$.
a) N burchakni va SK kesmani toping.
b) SKT uchburchakning perimetri MNP uchburchak perimetridan katta bo'lishi mumkinmi?
14. Asosi AB bo'lgan ABC teng yonli uchburchakning CM medianasida O nuqta olingan. AOB uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.
15. C va D nuqtalar AB to'g'ri chiziqdan turli tomonda joylashgan va $AD=AC$, $BD=BC$ bo'lsa, AB nur DAC burchakning bissektrisasi ekanligini isbotlang.
16. Aylananing o'zaro perpendikulyar ixtiyoriy ikkita diametrini yasang.

17. a) Aylananing o'zaro perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy ikkita vatarini yasang.
b) Diametri berilgan kesmaga teng bo'lgan aylana yasang.
18. Uchburchaklarning bir burchagi, shu burchak bissektrisasi va shu burchakka yopishgan tomoniga, mos ravishda, teng bo'lsa, bu uchburchaklar teng bo'lishini isbotlang.
19. ABC va $A_1B_1C_1$ teng uchburchaklarda: a) A va A_1 uchlardan o'tkazilgan medianalar tengligini; b) B va B_1 uchlardan o'tkazilgan bissektrisalar tengligini isbotlang.
20. ABC va ABC_1 uchburchaklar umumiy asoslari AB kesmadan iborat teng yonli uchburchaklardir. ACC_1 va BCC_1 uchburchaklarning tengligini isbotlang.
21. $A_1B_1C_1$ uchburchak ABC uchburchakka teng, jumladan, $B_1C_1=AC$, $A_1C_1=AB$.
a) Agar $\angle B_1=60^\circ$, $BC=8\text{ m}$ bo'lsa, C burchakni va B_1A_1 kesmani toping.
b) Agar ABC uchburchakning barcha tomonlari teng bo'lsa, $A_1B_1C_1$ uchburchak perimetri $2AC+3B_1C_1$ yig'indiga teng bo'lishi mumkinmi?
22. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklardan biri qolgan burchaklar yig'indisidan 8 marta kichik. Bu burchaklar har birining kattaligini toping.
23. a to'g'ri chiziqda A va B nuqtalar olingan. a to'g'ri chiziqqa nisbatan bitta yarim tekislikda CAB va DBA burchaklar qo'yilgan. Agar qo'yilgan burchaklarning:
a) ikkalasi o'tkir burchak;
b) ikkalasi o'tmas burchak;
c) ikkalasi to'g'ri burchak;
d) biri o'tmas burchak, boshqasi o'tkir burchak bo'lsa, qaysi hollarda CA va DB to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishi mumkin?
24. AB kesmaning oxirlari a va b parallel to'g'ri chiziqlarda yotadi, O nuqta — AB kesmaning o'rtasi. O nuqta orqali o'tadigan va oxirlari a va b to'g'ri chiziqlarda yotadigan har qanday kesma O nuqtada teng ikkiga bo'linishini isbotlang.
25. ABC uchburchakning AK va BM bissektrisalari O nuqtada kesishadi. Agar $\angle KOB=70^\circ$ bo'lsa, uchburchakning C burchagini toping.
26. ABC uchburchakda AK va BM balandliklar O nuqtada kesishadi. Agar uchburchakning A va B burchaklari mos ravishda 72° va 60° ga teng bo'lsa, AOB burchakni toping.
27. D va E nuqtalar, mos ravishda, ABC uchburchakning AB va BC tomonlarida yotadi, jumladan, $AD=CE$ va $AE=CD$. ABC uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.
28. ABC uchburchakda F va M nuqtalar mos ravishda AB va BC tomonlarda yotadi, jumladan, $CF=AM$, $\angle MAC=\angle FCA$. ABC uchburchakning teng yonli ekanligini isbotlang.

I. Nazariy 5 ta test.

1. 120° li burchak berilgan sirkul va chizg'ich yordamida unga teng burchak yasang.

2. Tomonlari $a = 5$ sm, $b = 6$ sm va $c = 7$ sm bo'lgan uchburchak yasang.

3. 2-masalada qurilgan uchburchakning a tomoniga mediana o'tkazing.

4. Uchburchakni uning asosi, bir tomoni va asosga tushirilgan balandligiga ko'ra yasang.

1. Kesmalarning uzunliklari a , b va c larning qaysi qiymatlarida bu kesmalardan uchburchak yasash mumkin emas?

A) $a = 1, b = 2, c = 3$;

B) $a = 2, b = 3, c = 4$;

D) $a = 3, b = 4, c = 5$;

E) $a = 6, b = 4, c = 3$.

2. Geometrik yasashlarni bajarish uchun qaysi o'quv qurollaridan foydalanishga ruxsat beriladi?

A) Transportir;

B) Transportir, chizg'ich:

D) Sirkul, chizg'ich;

E) Sirkul, transportir.

3. Geometrik yasashlarni bajarishda chizg'ichdan qanday vazifalarni bajarishga ruxsat beriladi.

A) Kesmani o'lchashga; B) Kesma, to'g'ri chiziq chizishga;

D) Nuqtadan o'tuvchi va berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziqni chamalab chizishga;

E) Kesmani o'lchab, uni o'rtasini topishga.

4. Ixtiyoriy ikkita tomonining yig'indisi 10 sm ga teng bo'lgan uchburchak turini toping.

A) teng tomonli;

B) o'tmas burchak;

D) to'g'ri to'rtburchak;

E) aniqlab bo'lmaydi.

5. Uchburchakning perimetri tomonlaridan mos ravishda 14 *sm*, 16 *sm* va 24 *sm* uzun bo'lsa, uchburchakning eng katta tomonini toping.

A) 12 *sm*;

B) 13 *sm*;

D) 15 *sm*;

E) 16 *sm.*

6. Teng yonli ABC uchburchakda ($AB=BC$) BH – balandlik. Agar ABC va BHC uchburchaklarning perimetrlari mos ravishda 48 sm va 32 sm bo'lsa, BH balandlikning uzunligini toping.

A) 4 *sm*;

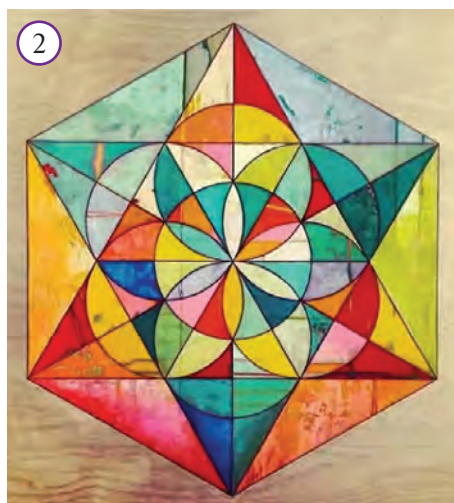
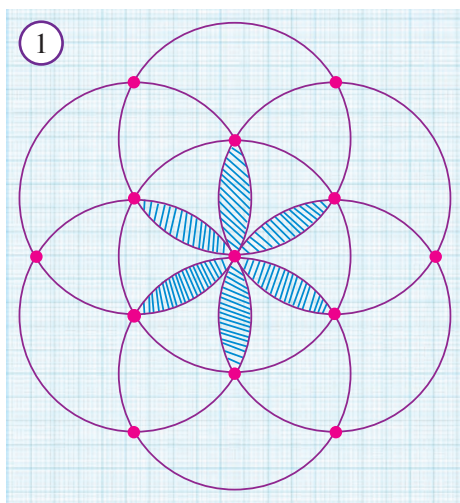
B) 6 *sm*;

D) 5 *sm*;

E) 7 *sm.*

Amaliy kompetensiyalarni rivojlantiruvchi qo'shimcha materiallar

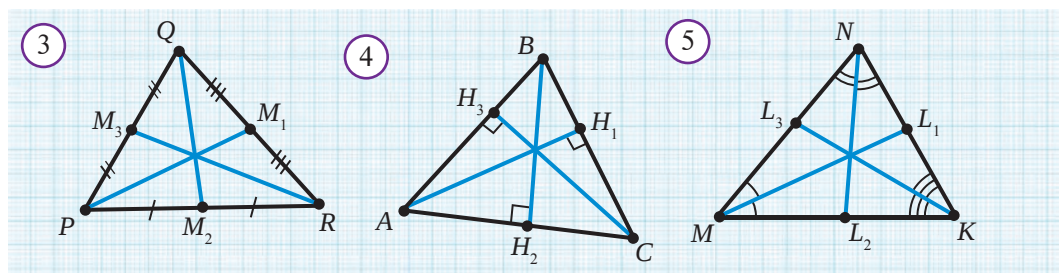
- 1-rasmda tasvirlangan shaklni chizing. U yerda aylanalarning radiuslari teng va belgilangan nuqtalar chizmadagi biror aylananing markazi.
- 2-rasmda tasvirlangan shaklni mustaqil chizing.



Geometrik tadqiqotlar

1. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Uning medianalarini o'tkazing (3-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
2. Ixtiyoriy o'tkir burchakli uchburchak chizing. Go'niyadan foydalanib, uning balandliklarini o'tkazing (4-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.
3. Ixtiyoriy uchburchak chizing. Transportirdan foydalanib, uning bissektisalarini o'tkazing (5-rasm). Nimani payqadingiz? Tajribani yana ikkita uchburchak uchun bajarib ko'ring va aniqlangan xossani faraz ko'rinishida ifodalang.

O'tkazilgan tajribalar asosida aniqlangan xossalarni teorema deb hisoblasak bo'ladimi? Nega?

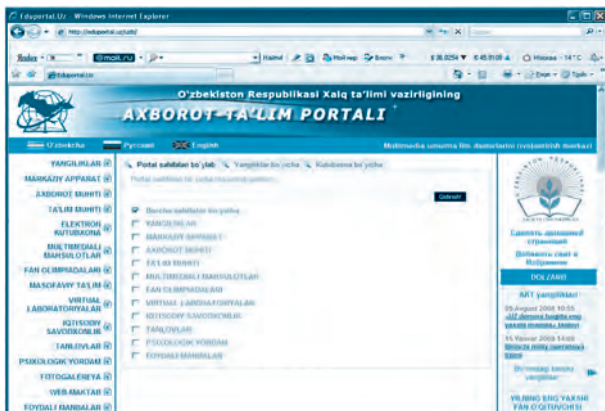




Matematik masalalar xazinasi

Internetning web-sahifalaridan siz o'zbek, rus, ingliz va boshqa tillarda matematika olamidagi eng oxirgi yangiliklar, elektron kutubxonalar «ombori»da saqlanayotgan ko'plab elektron darsliklarni topishingiz mumkin. Shuningdek, ular orqali turli-tuman nazariy materiallar, metodik tavsiyalar, son-sanoqsiz masalalar, misollar va ularning yechimlari, turli davlatlarda o'tkazilayotgan matematik musobaqalar to'g'risidagi ma'lumotlar, ularda taqdim etilgan masalalar va ularning yechimlari bilan tanishishingiz mumkin.

Xususan, www.uzedu.uz, www.eduportal.uz — Xalq ta'limi vazirligining axborot ta'lim portallaridan geometriyaga oid o'zingizni qiziqtirgan turli ma'lumotlarni olib ko'rishni tavsiya etamiz.



Quyida yana bir qator axborot resurs manbalarining manzillari berilmoqda:

- www.edu.uz — axborot ta'lim portali (o'zbek, rus, ingliz tilida);
- www.pedagog.uz — malaka oshirish muassasalari sayti (o'zbek va rus tilida);
- www.ixl.com/math/geometry — AQSh matematika ta'limi portali (ingliz tilida);
- www.school.edu.ru — umumta'lim portali (rus tilida);
- www.allbest.ru — Internet resurslari elektron kutubxonasi (rus tilida);
- www.schulen-ans-netz.de — Germaniyadagi "Internet-Maktab" sayti (nemis tilida);
- www.studienkreis.de — Germaniya o'quv to'garaklari sayti (nemis tilida);
- www.educasource.education.fr — Fransiya ta'lim sayti (fransuz tilida);
- www.educmath.inrp.fr — Fransiya matematika ta'limi raqamli resurslari (fransuz tilida);
- <http://mat-game.narod.ru/> — matematik gimnastika. Matematik masalalar va boshqotirmalar (rus tilida);
- <http://mathproblem.narod.ru/> — matematik to'garaklar, maktablar va olimpiadalar (rus tilida);
- <http://mathtest.narod.ru/> — matematik testlar (rus tilida);
- <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> — matematika tarixiga oid materiallar (rus tilida);
- <http://www.exponenta.ru> — matematik ta'lim sayti (rus tilida);
- <http://zadachi.mccme.ru> — geometrik masalalar sayti (rus tilida);
- <http://www.math-on-line.com> — qiziqarli matematika masalalari (rus tilida).

VII BOB

TAKRORLASH



4



6



Geometrik masalalarni yechishda quyidagilarga e'tibor berish kerak:

1. Geometriyaning asosiy tushunchalari, ularning xossalarni yaxshi bilish va yodda tutish.
2. Turli geometrik xossalar haqidagi teoremlarni isbotlash usullarini egallash.
3. Berilgan geometrik masalaning mohiyatini tushunib yetish.

Odatda geometrik masalalarni yechishni to'rtta bosqichda bajarish mumkin:

1-bosqich. Masalani tushunish. Bu bosqichda masalaning sharti va xulosasi alohida ajratib olinadi. Nimalar berilgan, nimani topish, isbotlash yoki yasash lozimligi aniqlanadi. Masalaga oid chizma chiziladi. Chizmaning katta va aniq bo'lishi maqsadga muvofiq. Berilgan barcha ma'lumotlar chizmada belgilanadi.

2-bosqich. Rejalashtirish. Bu bosqichda masalani yechish usuli tanlanadi. Uni qo'llash uchun qanday qo'shimcha ma'lumotlar zarurligi aniqlanadi. Yordamchi shakllar chiziladi.

3-bosqich. Yechish. Bu bosqichda masala berilgan reja asosida yechiladi.

4-bosqich. Tekshirish. Bu bosqichda masalaning topilgan yechimi bevosita tekshiriladi. Yechish jarayoniga tanqidiy nazar tashlanadi. Agar xato aniqlansa, u tuzatiladi. Tuzatishning imkoni bo'lmasa, masalani yechishning boshlang'ich bosqichiga qaytiladi va hamma ish qaytadan boshlanadi.

Masala yechishni o'rganish uchun ko'proq masala yechish kerak!

Masalaga oid chizmani to'g'ri chiza olish va qo'shimcha chiziqlarni topa olish — masalaning yarmini yechish demakdir.

Geometrik masalalar qo'yilishi va mohiyatiga qarab uch xil turda bo'ladi:

1. hisoblashga doir masalalar;
2. isbotlashga doir masalalar;
3. yasashga doir masalalar.

Albatta masalani yechish — bu faqat to'g'ri javobni topish degani emas. Masalalar yechish davomida ma'lum xossalarni, teoremlarni va ularning natijalarini qo'llay olish, turli usullardan foydalana olishni bilish zarur bo'ladi.

Quyidagi masalaning yechilish jarayonini kuzataylik.



Masala. Teng tomonli uchburchak berilgan. Tomonlarining o'rtalari kesmalar bilan tutashtirilsa, ular yana teng tomonli uchburchak hosil qilishini isbotlang.

1. Masalani tushunish bosqichi.

$\triangle ABC$ — teng tomonli, K — AB tomon o'rtasi, N — BC tomon o'rtasi, L — AC tomon o'rtasi



$\triangle KNL$ — teng tomonli

Masala shartlari asosida chizma chizib olamiz (1-rasm).

2. Rejalashtirish bosqichi. Chizmada belgilangan teng kesmalar va 60° li burchaklar uchburchaklar tengligining TBT alomatidan foydalanishga ishora qilmoqda.

3. Yechish bosqichi. Shartga ko'ra,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ va $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$. Unda $\triangle LAK$ uchburchakning AL , AK tomonlari va A burchagi mos ravishda $\triangle KBN$ uchburchakning BK , BN tomonlari va B burchagiga hamda $\triangle NCL$ ning CN , CL tomonlari va C burchagiga teng.

Demak, $\triangle LAK = \triangle KBN = \triangle NCL$. U holda bu uchburchaklarning uchinchi tomonlari ham o'zaro teng bo'ladi: $KL = KN = NL$.

Shunday qilib, $\triangle KNL$ — teng tomonli.

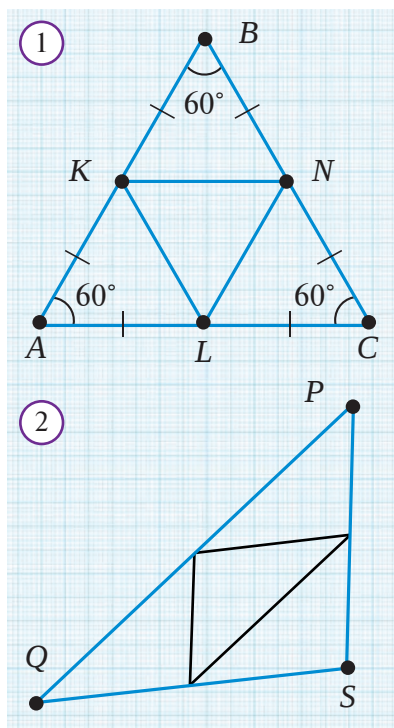
4. Tahlil bosqichi.

Teorema teng yonli uchburchaklar uchun ham o'rinli emasmikan?

Mashq. Bu farazni isbotlang.

Tabiiy savol tug'iladi: agar uchburchak turli tomonli bo'lsa-chi?

Mashq. Ixtiyoriy uchburchak tomonlarining o'rtalari kesmalar bilan tutashtirilsa, to'rtta o'zaro teng uchburchak hosil bo'lishini ko'rsating (2-rasm).



Savol, masala va topshiriqlar

1. Masalani yechish bosqichlarini sanab bering.

2. Geometrik masalalarning turlarini aytib bering.

Darslikning quyidagi betlaridagi masalalarni bosqichlarga ajratib yeching:

3. 23-bet, 7-masala.

4. 45-bet, 5-masala.

5. 72-bet, 7-masala.

6. 85-bet, 6-masala.

7. 93-bet, 8-masala.

8. 93-bet, 9-masala.

9. 117-bet, 5-masala.

10. 118-bet, 10-masala.

11. 138-bet, 8-masala.

62

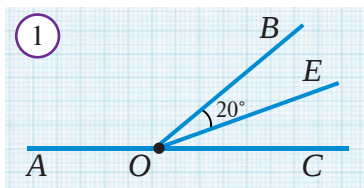
HISOBLASHGA DOIR MASALALAR

Hisoblashga doir masalalar arifmetik va algebraik masalalarga o'xshab ketadi. Turli geometrik formulalar yordamida, berilgan sonli kattaliklar asosida ketma-ket hisob-kitob ishlari bajariladi va izlanayotgan kattalik topiladi.

Bu masalalarda ko'pincha chizmani to'g'ri chizib olish va kerakli belgilashlarni kiritish ishni ancha osonlashtiradi.



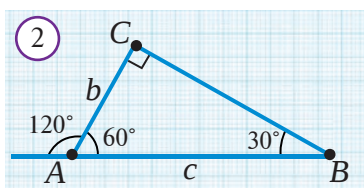
1-masala. Qo'shni burchaklardan birining bissektrisasi ikkinchi burchakning tomonlaridan biri bilan 20° li burchak hosil qiladi. Shu burchaklarni toping.



Yechilishi. Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (1-rasm). Bundan OE bissektrisa o'tkir burchakning bissektrisasi ekanligi ma'lum bo'ladi. Demak, $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ bo'ladi.



2-masala. ABC to'g'ri burchakli uchburchakda $\angle C$ – to'g'ri burchak, A uchidagi tashqi burchak 120° ga teng. Agar $AC + AB = 18$ sm bo'lsa, uchburchakning gipotenuzasini toping.



Yechilishi. Masala shartiga binoan chizmani tasvirlaymiz (2-rasm). Uchburchak tashqi burchagining ta'rifidan, $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$ ekanligini aniqlaymiz. $AC = b$, $AB = c$ bo'lsin. U holda $b + c = 18$. O'tkir burchagi 30° ga

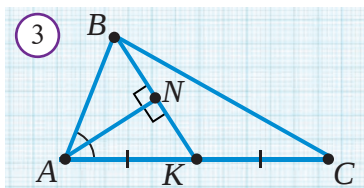
teng bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakning xossasiga ko'ra, $c = 2b$ bo'ladi. Bundan $b + c = b + 2b = 18$, ya'ni $b = 6$. Unda $c = 12$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

Javob: 12 sm.



3-masala. ABC uchburchakda $AB = 1$, A burchakning bissektrisasi B uchdan tushirilgan medianaga perpendikulyar. Agar BC tomonning uzunligi butun son bilan ifodalansa, uchburchakning perimetrini toping.

Yechilishi. Masala shartini chizmada tasvirlaymiz (3-rasm): $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\triangle ANB = \triangle ANK$ ekanligini aniqlaymiz, chunki AN katet umumiy



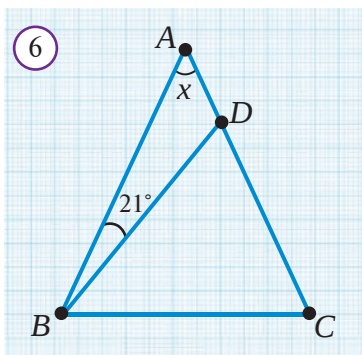
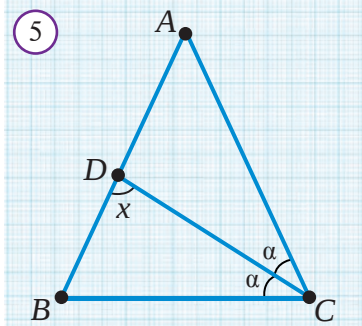
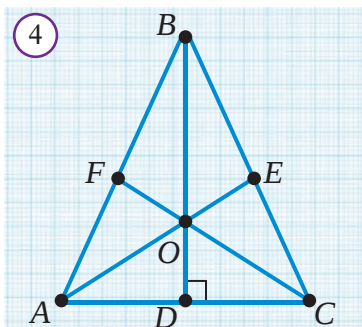
va bittadan burchaklari teng (katet va unga yopishgan o'tkir burchak bo'yicha). Bundan esa $AB = AK = KC = 1$, ya'ni $AC = 1 + 1 = 2$ ekanligi ma'lum bo'ladi.

$BC = x$ – butun son, uchburchak tengsizligiga ko'ra $2 + 1 > x$ va $x + 1 > 2$, yoki $x < 3$ va $x > 1$, ya'ni $1 < x < 3$ bo'lishi kerak. 1 bilan 3 ning orasida bitta butun son bor: 2. Demak. $BC = 2$ va $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Javob: 5

Savol, masala va topshiriqlar

1. AB kesma uzunliklari $1:2:3:4$ kabi nisbatdagi kesmalarga (shu ketma-ketlikda) ajratilgan. Agar chetki kesmalarning o'rtalari orasidagi masofa 15 sm ga teng bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.
2. $\angle ABC = 160^\circ$ bo'lgan burchakning uchidan shu burchak tomonlari orasida yotuvchi BO va BE nurlar chiqarilgan. Agar BO nur berilgan burchakni teng ikkiga, BE nur esa $3:5$ kabi nisbatda bo'lsa, OBE burchakni toping.
3. AOB burchak OC nur orqali biri ikkinchisidan 30° ga katta bo'lgan ikkita burchakka ajratilgan. Berilgan burchak bissektrisasi bilan OC nur orasidagi burchakni toping.
4. Teng yonli uchburchakning asosidagi burchagi 30° ga teng. Shu uchburchakning yon tomoni va ikkinchi yon tomoniga tushirilgan balandligi orasidagi burchakni toping.
5. Uchburchakning bir tashqi burchagi 100° , unga qo'shni bo'lmagan burchaklar nisbati $2:3$ kabi. Uchburchakning burchaklarini toping.
6. A, B, C, D nuqtalar ko'rsatilgan tartibda bir to'g'ri chiziqda yotadi va $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K nuqta BC kesmada shunday joylashganki, u BC va AD kesmalarni bir xil nisbatdagi bo'laklarga bo'ladi: $BK:KC = AK:KD$. Bu nisbatlarni toping.
7. Uchburchak ikkita burchagining bissektrisalari kesishgandan hosil bo'lgan burchak 128° ga teng. Uchburchakning uchinchi burchagini toping.
8. Teng yonli uchburchakning uchidagi burchagi 96° ga teng. Asosidagi burchaklarning bissektrisalari kesishishidan hosil bo'lgan o'tkir burchakni toping.
9. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan bissektrisa va balandlik chiqarilgan bo'lib, ular orasidagi burchak 24° ga teng. Uchburchakning qolgan burchaklarini toping.
10. Agar 4-rasmda $AB = BC$, $\angle ABC = 50^\circ$, AE va CF – bissektrisalar bo'lsa, u holda AOB , EOC burchaklarni toping.
11. Agar 5-rasmda $AB = AC$, $AD = DC$ bo'lsa, x ni toping.
12. Agar 6-rasmda $AB = AC$, $BD = BC$ bo'lsa, x ni toping.



63 ISBOTLASHGA DOIR MASALALAR

Isbotlashga doir masalalar o'ziga xos kichkina teoremlardir. Ularni yechish masalada keltirilgan tasdiqni isbotlashdan iborat bo'ladi. Misol tariqasida quyidagi masalalarni olaylik.

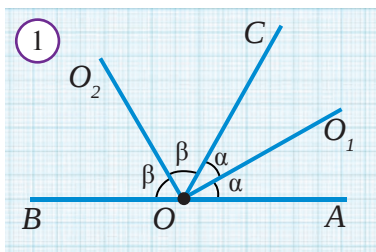


1-masala. Qo'shni burchaklarning bissektisarlari o'zaro perpendikulyar ekanligini isbotlang.

$\angle AOC$ va $\angle BOC$ — qo'shni burchaklar,
 OO_1 va OO_2 — bissektisalar (1-rasm).



$OO_1 \perp OO_2$.



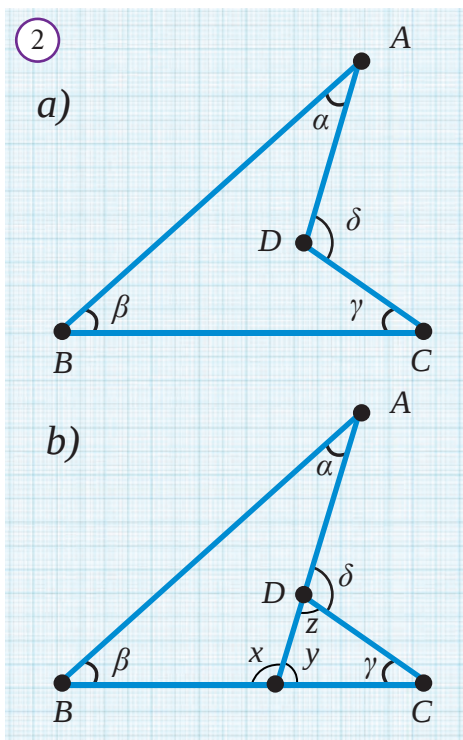
Isboti. OO_1 va OO_2 bissektisalar ajratgan burchaklarni mos ravishda (1-rasm) tasvirlangandek) α va β deb belgilaymiz. U holda, $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, yoki $\alpha + \beta = 90^\circ$, ya'ni

$$\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ.$$

Demak, $OO_1 \perp OO_2$. Shuni isbotlash talab qilingan edi.



2-masala. 2a-rasm) tasvirlangan $ABCD$ to'rtburchakda $\angle \delta = \angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma$ ekanligini isbotlang.



Isboti. AD tomonni davom ettirib BC tomon bilan kesishgan nuqtasini E bilan belgilaymiz va burchaklar uchun zarur belgilashlarni kiritamiz (2b-rasm). Ma'lumki $\alpha + \beta + x = 180^\circ$ va $y + z + \gamma = 180^\circ$. Bu tengliklarni qo'shib,

$$\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$$

tenglikka ega bo'lamiz. Qo'shni burchakning xossasiga ko'ra, $x + y = 180^\circ$ bo'lgani uchun

$$\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ,$$

yoki

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D,$$

ya'ni

$$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C \text{ bo'ladi.}$$

Tenglik isbotlandi.

Geometriyada jummlar aniqligi va ixchamligining ahamiyati to'g'risida aytib o'tilgan edi. Matematika masalalarini yechishda ham bu ikki talab muhim. Buning uchun masalani yechib bo'lgach, yechim

ustida yana mulohaza qilish, «Yechimni soddalashtirib bo'lmasmikan?» kabi savollar ustida fikrlash foydali.

Xususan, 2-masalada δ burchagi $\triangle CDE$ uchun tashqi burchak. Bu kuzatuv «Uchburchakning tashqi burchagi unga qo'shni bo'lgan ikki burchak yig'indisiga teng» degan xossani tadbiq etishga undaydi:

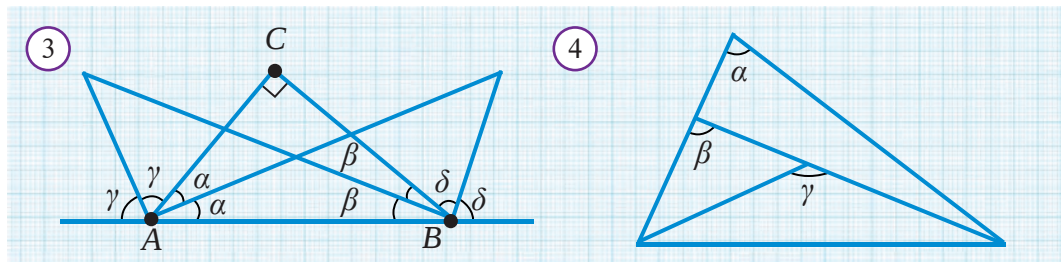
$$\delta = \alpha + \beta$$

Ammo u $\triangle ABC$ ning tashqi burchagi, demak $\gamma = \alpha + \beta$. Shuning uchun $\delta = \alpha + \beta + \gamma$.



Savol, masala va topshiriqlar

1. Uchburchakning bir burchagi o'ziga qo'shni bo'lmagan tashqi burchaklarning ayirmasiga teng. Bu uchburchakning to'g'ri burchakli uchburchak ekanligini isbotlang.
2. Bir burchagi 150° bo'lgan teng yonli uchburchakning asosidagi uchlaridan tushirilgan balandliklari teng bo'lishini isbotlang.
3. Teng tomonli uchburchakning medianalari kesishish nuqtasida $2 : 1$ nisbatda bo'linishini isbotlang.
4. Teng yonli uchburchakning uchidagi tashqi burchagi bissektrisasi uchburchak asosiga parallel bo'lishini isbotlang.
5. 4-masalaga teskari teoremani ifodalang va uni isbotlang.
6. Teng tomonli uchburchakning ixtiyoriy ikkita medianasi 60° li burchak ostida kesishishini isbotlang.
- 7*. Uchburchaklarning tengligini ularning ikki tomoni va uchinchi tomonga tushirilgan medianasi bo'yicha isbotlang.
8. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda BM va B_1M_1 medianalar o'tkazilgan. Agar $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ va $BM = B_1M_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini isbotlang.
- 9*. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda AD , A_1D_1 — bissektrisalar. Agar $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ va $AD = A_1D_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ekanligini ko'rsating.
- 10*. ABC va $A_1B_1C_1$ uchburchaklarda BH va B_1H_1 balandliklar o'tkazilgan. Agar $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ va $BH = B_1H_1$ bo'lsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bo'lishini isbotlang.
11. Uchburchakning ikkita balandligi teng bo'lsa, uning teng yonli uchburchak ekanligini isbotlang.
- 12*. 3-rasmda $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$ ekanligini isbotlang.
- 13*. 4-rasmda $\alpha < \beta < \gamma$ ekanligini isbotlang.



64-65

TAKRORLASHGA DOIR TOPSHIRIQ VA MASALALAR

1. Geometrik diktant. Jummalarni mohiyatidan kelib chiqib to'ldiring:

1. Tekislikda orqali bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. Burchakning burchakni ikkita o'zaro teng burchakka ajratadi.
3. Kesmani o'rtasi uni ikkita ajratadi.
4. Tekislikda to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lgan ham, tegishli bo'lmagan ham mavjud.
5. Agar uchburchak teng yonli bo'lsa, burchaklari teng bo'ladi.
6. Ikkita teng uchburchaklarning mos va mos teng bo'ladi.
7. Teng tomonli uchburchakning har bir gradusga teng.
8. To'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir 90° ga teng.
9. Yoyiq burchak bissektrisasi uni ikkita burchakka ajratadi.
10. Uchinchi to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq bo'ladi.
11. Bir to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq bo'ladi.
12. Parallel to'g'ri chiziqlarni kesuvchi bilan kesganda, hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklar bo'ladi.
13. Kesma uchlaridan teng kesmaning o'rta perpendikulyarida yotadi.
14. Aylanadagi nuqtalar aylana markazidan teng

2. Quyida keltirilgan jummalarda xato bo'lsa, uni toping va tuzating:

1. Tekislikda ikkita nuqta orqali ikkita to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin.
2. To'g'ri burchak 180° ga teng bo'ladi.
3. Qo'shni burchaklar teng bo'ladi.
4. Vertikal burchaklar yig'indisi 180° ga teng.
5. Uchburchakning uchi bilan shu uchi qarshisidagi tomonining o'rtasini tutashtiruvchi kesma, uchburchakning bissektrisasi deyiladi.
6. Uchburchakning perimetri deb, uning burchaklari yig'indisiga aytiladi.
7. Uchburchak tomonlarining yig'indisi 180° ga teng.
8. 90° ga teng burchak ostida kesishgan to'g'ri chiziqlar parallel deyiladi.
9. Parallel to'g'ri chiziqlar bitta nuqtada kesishadi.
10. To'g'ri burchakli uchburchakning katetlari teng bo'lsa, uning kichik burchagi 30° ga teng bo'ladi.
11. Teng yonli uchburchakning har bir burchagi 60° ga teng.
12. Burchak bissektrisasida yotgan nuqtalar burchak uchlaridan teng uzoqlikda yotadi.

3. Berilgan xossaga ega bo'lgan geometrik shaklni daftaringizga yozing:

1. Uzunligi 5 sm.
2. Kesishmaydigan to'g'ri chiziqlar.
3. Nuqta va uchlari shu nuqtalarda bo'lgan ikkita nurdan iborat.
4. Uchidan chiqqan balandligi ham medianasi ham bissektrisasi bo'ladi.
5. Ikkita tomoni teng uchburchak.
6. Ikkita kateti bor.
7. Burchakni ikkita teng burchakka ajratadi.
8. Hamma tomonlari teng uchburchak.
9. Ikki burchagining yig'indisi 90° dan katta bo'lgan uchburchak.

4. Birinchi ustunda berilgan geometrik tushunchaga ikkinchi ustundan tegishli xossa yoki talqinlarni mos qo'ying:

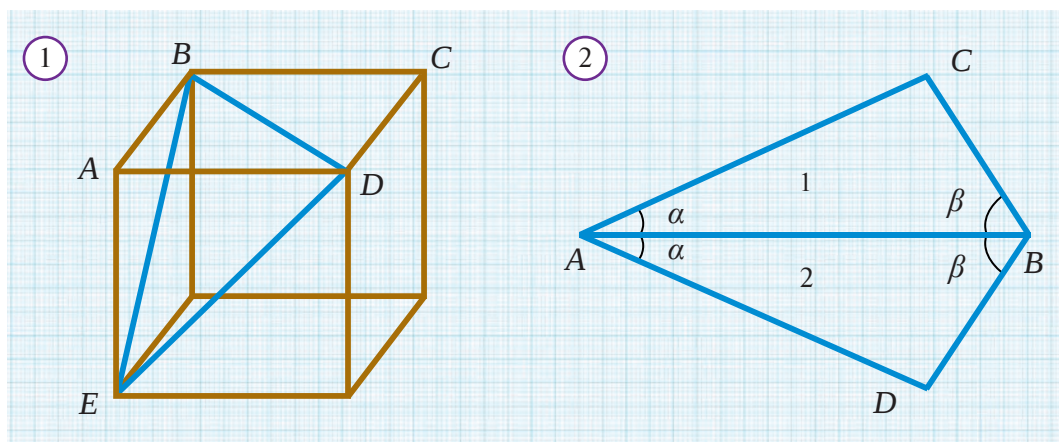
<i>Geometrik tushuncha</i>	<i>Talqin, xossa</i>
1. Perpendikulyar to'g'ri chiziqlar	A. Tayin uzunlikka ega
2. Teng tomonli uchburchak	B. Ikkita burchagi teng
3. Aylana	C. Gipotenuzaning yarmiga teng
4. Burchak bissektrisasidagi nuqta	D. Uchi bilan qarshisidagi tomon o'rtasini tutashtiradi
5. Uchburchak balandligi	E. Bitta ichki burchagiga qo'shni va qolgan ikkita burchagi yig'indisiga teng
6. 30° li burchak qarshisidagi katet	F. Kesishmaydi
7. Mediana	G. 90° li burchak ostida kesishadi
8. Uchburchak tashqi burchagi	H. Tomonlari teng
9. Teng yonli uchburchak	I. Nuqtalari markazidan teng uzoqlashgan
10. Kesma	J. Uning tomonlaridan teng uzoqlikda yotadi
11. Parallel to'g'ri chiziqlar	K. Bir uchidan o'tadi va bir tomoniga perpendikulyar



143-betdagi VII bob tituli bo'yicha

1. 1-rasmni geometriyaga bog'lagan holda tavsiflab bering.
2. 2- va 3-rasmlardan foydalanib geometrik shakllarning qoraqalpoq xalq amaliy san'atidagi o'rni haqida gapirib bering.
3. 4-rasmdagi tabiat in'omlarining shakllaridagi o'ziga hoslik haqida gapirib bering. Ularning shakllarining noodatiyligida qandaydir afzalliklar bormi?
4. 5-rasmdagi shaklni mustaqil yasang.
5. 6-rasmdagi derazalarni yasashda qanday geometrik shakllardan foydalanilgan.
6. 7-rasmdagi panjaralarning chizmalarini mustaqil chizing.

5. Masalalar

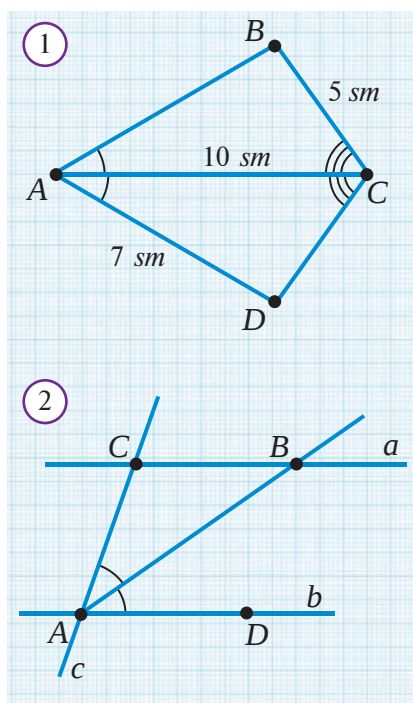


1. Ikki parallel to'g'ri chiziqli kesuvchi hosil qilgan almashinuvchi burchaklarning bissektoralari parallel bo'lishini isbotlang.
2. Uchburchakning istalgan bir tomoni uning qolgan ikki tomoni ayirmasidan katta bo'lishini isbotlang.
3. Uchburchakning burchaklari uchun $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ munosabatlar o'rinli bo'lsa, bu qanday uchburchak bo'ladi?
4. Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi aylana yasang. Masala nechta yechimga ega?
5. ABC uchburchakning AA_1 va BB_1 bissektoralari O nuqtada kesishadi. Agar a) $AOB = 136^\circ$; b) $AOB = 111^\circ$ bo'lsa, ACB burchakni toping.
6. 1-rasmda tasvirlangan kubda $BD=6$ bo'lsa, $BE=?$, $DE=?$, $AC=?$, $BE=?$?
7. Perimetri 42 sm bo'lgan ABC uchburchakning medianasi uni perimetri 33 sm va 35 sm bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Mediananing uzunligini toping.
8. To'g'ri burchakli uchburchak o'tkir burchaklarining bissektoralari qanday burchak ostida kesishadi?
9. 2-rasmda $1 = 2$ ekanligini isbotlang.
10. MN va NM nurlarining umumiy qismi qanday shakl bo'ladi?
11. A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqli yotadi. Agar $AB = 2\text{ sm}$, $BC = 3\text{ sm}$ va $AC = 5\text{ sm}$ bo'lsa, B nuqta AC kesmaga tegishli bo'ladimi? Javobingizni asoslang.
12. A nuqta BC to'g'ri chiziqli B va C nuqtalari orasida yotadi. Agar $BC = 15\text{ sm}$, AC kesma esa AB kesmadan 3 sm ga qisqa bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.
13. 60° va 30° li burchaklar yasang.
14. Aylananing o'zaro perpendikulyar diametrlarini yasang.

15. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 4 marta kichik bo'lsa, shu burchaklardan kattasini toping.
16. Ikki to'g'ri chiziqning kesishishidan hosil bo'lgan burchaklarning nisbati 7:3 ga teng. Shu burchaklardan kichigini toping.
17. A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. BC kesmaning uzunligi AC kesmaning uzunligidan 3 marta katta, AB kesmaning uzunligi esa BC uzunligidan 3,6 sm ga qisqa. AC kesmaning uzunligini toping.
18. Ikki to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda tashqi bir tomonli burchaklarning yig'indisi 180° ga teng bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro parallel ekanligini isbotlang.
19. Ikki parallel to'g'ri chiziqni uchinchi to'g'ri chiziq kesganda hosil bo'lgan burchaklardan biri 55° ga teng. Qolgan burchaklarini toping.
20. Teng yonli ABC uchburchakning uchidan AB asosiga o'tkazilgan bissektrisasi uni ikkita uchburchakka ajratadi. Bu uchburchaklarning tengligini isbotlang.
21. Perimetri 30 sm bo'lgan uchburchakning bir tomoni ikkinchi tomonidan 2 sm katta, uchinchi tomonidan esa 2 sm kichik. Uchburchakning katta tomonini toping.
22. Uchburchakning asosiga tushirilgan medianasi uni perimetri 18 sm va 24 sm ga teng ikki uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning kichik yon tomoni 6 sm ga teng. Uchburchakning katta yon tomonini toping.
23. Uchburchakning 5 sm ga teng bo'lgan balandligi uni perimetri 18 sm va 26 sm bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi. Berilgan uchburchakning perimetrini toping.
24. Teng yonli uchburchakning perimetri 7,6 sm ga, asosi esa 2 sm ga teng. Yon tomonini toping.
25. AB va CD to'g'ri chiziqlar O nuqtada kesishadi. BOC va AOD burchaklarning yig'indisi 194° ga teng. AOC burchakni toping.
26. ABC uchburchakda A burchak C burchakka teng, AD balandlik esa BC tomonni teng ikkiga bo'ladi. Agar $BD = 7,8$ sm bo'lsa, AC ni toping.
27. Teng yonli uchburchakning yon tomoniga tushirilgan balandligi bilan ikkinchi yon tomoni orasidagi burchak 20° ga teng. Uchburchakning asosidagi burchagini toping.
28. B burchakning bissektrisasida yotgan D nuqtadan burchakning tomonlariga DA va DC perpendikulyarlar o'tkazilgan. $DA = DC$ ekanini isbotlang.
29. Agar A , B va C nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotib, $AC = 7$ m va $BC = 9$ m bo'lsa, AB kesmaning uzunligini toping.

66-68

YAKUNIY NAZORAT ISHI VA XATOLAR USTIDA ISHLASH



Yakuniy nazorat ishi ikki qismdan iborat bo'lib, ikki dars soati (66-67-darslar) davomida o'tkaziladi. Birinchi qismda 64-65-darslarda ko'rilgan geometrik diktant va test savollariga o'xshash 5 ta diktant savollari va 10 ta testni yechish taklif qilinadi. Nazorat ishining ikkinchi qismida quyidagi variantda berilgan masalalarga o'xshash 5 ta masala berilishi mumkin.

Uchinchi dars soatida (68-dars) natijalar muhokama qilinadi va xatolar ustida ishlanadi.

Yakuniy yozma nazorat ishi namunasi.

Masala.

1. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan 18° kichik. Shu burchaklarni toping.
2. 1-rasmda berilgan ma'lumotlar asosida:
 - a) $\triangle ABC = \triangle ADC$ ekanligini isbotlang;
 - b) ACD uchburchak perimetrini toping.
3. 2-rasmda $a \parallel b$ va AB — CAD burchak bissektrisasi, $AC = 7$ sm. BC kesma uzunligini toping.
4. To'g'ri burchakli uchburchakning to'g'ri burchagidan tushirilgan balandligi uning bissektrisasi ham bo'ladi. Bu uchburchak burchaklarini toping.
5. Berilgan burchakka teng burchak va uning bissektrisasini yasang.

Testlar

1. Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa parallel qilib nechta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?
A) 1; B) 2; D) 3; E) 4.
2. Yoyiq burchak necha gradusga teng?
A) 90° ; B) 90° dan katta; D) 90° dan kichik; E) 180° .
3. Agar ABC uchburchakda $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ va $AC = 10$ sm bo'lsa, AB gipotenuzasini toping.
A) 10 sm; B) 12 sm; D) 15 sm; E) 20 sm.
4. ABC uchburchakda $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (sm). Agar ABC uchburchak perimetri 23 sm bo'lsa, uchburchakning kichik tomonini toping.
A) 3 sm; B) 5 sm; D) 7 sm; E) 9 sm.

5. Qo'shni burchaklardan biri ikkinchisidan uch marta katta. Bu burchaklar ayirmasini toping.
A) 45° ; B) 60° ; D) 75° ; E) 90° .

6. Aylananing radiusi 3,2 sm. Uning diametrini toping.
A) 3,2; B) 5,2; D) 6,4; E) 1,6.

7. ABC – to'g'ri burchakli uchburchak (3-rasm), $\angle C = 90^\circ$, CD – mediana. $\angle BDC = 130^\circ$ bo'lsa, $\angle A$ ni toping.
A) 45° ; B) 65° ; D) 75° ; E) 85° .

8. ABC – teng yonli uchburchakning uchidagi B burchagi 80° ga teng. Uning A uchidagi tashqi burchagini toping.
A) 130° ; B) 120° ; D) 110° ; E) 100° .

9. Agar $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bo'lsa, quyidagi javoblardan qaysi biri to'g'ri?
A) $a \parallel c$; B) $b \perp d$;
D) $a \parallel d$; E) $b \parallel c$.

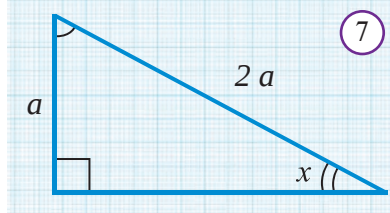
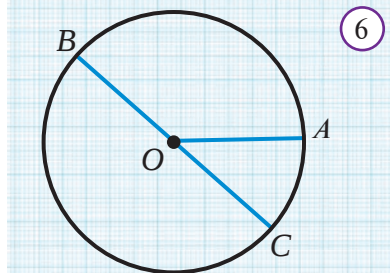
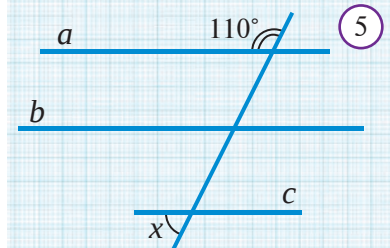
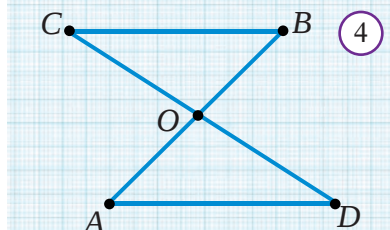
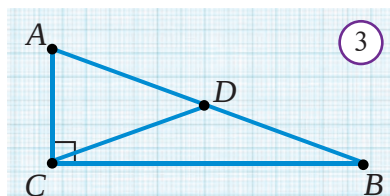
10. Agar 4-rasmda $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ sm va $AO + OC = 7$ sm bo'lsa, AOD uchburchak perimetrini toping.
A) 5 sm; B) 7 sm;
D) 12 sm; E) 17 sm.

11. Agar 5-rasmda $a \parallel b$ va $b \parallel c$ bo'lsa, $x = ?$
A) 60° ; B) 70° ; D) 80° ; E) 90° .

12. ABC uchburchakda $\angle A = 50^\circ$ va $\angle B = 70^\circ$ bo'lsa, uning katta tomonini aniqlang.
A) AB ; B) BC ; D) AC ;
E) aniqlab bo'lmaydi.

13. Agar 6-rasmda O – aylana markazi, $AO = 4$ sm bo'lsa, BC kesma uzunligini toping.
A) 4 sm; B) 5 sm; D) 2 sm; E) 8 sm.

- 14* 7-rasmda tasvirlangan uchburchakning kichik burchagini toping.
A) 30° ; B) 45° ; D) 60° ; E) 90° .



Жавоблар ва ko'rsatmalar

- 2.** 5. 1 ta. 7. a) istalgancha; b) 1 ta; c) 1 ta yoki umuman o'tkazib bo'lmaydi. 9. 5 ta; 8 ta.
- 3.** 1. A va C; A va B. 3. Ha; yo'q. 5. a) 2 ta; b) 3 ta; c) 4 ta; d) 11 ta; e) $(n+1)$ ta. 6. 6 ta. 7. 8 ta. 8. 4 ta, 6 ta. 9. 4 ta. 10. Ha.
- 4.** 8. 6 ta: AB, BC, CD; AC; AD; BD.
- 5.** 9. B nuqta A va C orasida. 10. 15 sm.
- 6.** 4. 4 sm; 5 sm; 6,5 sm; 1 sm; 2,5 sm; 1,5 sm. 5. a) 6,6; b) 1; c) 9. 6. 12,8 sm. 7. 0,8. 9. 2 ta hol bo'lishi mumkin; B nuqta AC kesmada bo'lsa, $AC=800$ m. C nuqta AB kesmada bo'lsa, $AC=400$ m.
- 7.** 9. a) 36 mm; b) 90 sm; c) 4 m 22 sm. 10. a) 5 sm; b) 3,5 sm; c) 57 sm. 13. 130 sm. 14. 16 m.
- 10. 1-nazorat ishi:** 1. $BC=3$ sm. 2. $BC=12$ sm. 3. $\angle BOC=35^\circ$. 4. 150° .
- 11.** 8. $\angle AOD$, $\angle COB$, $\angle DOB$, $\angle AOC$. 9. 10 ta, bular: $\angle AOE$, $\angle EOD$, $\angle DOC$, $\angle COB$, $\angle BOA$, $\angle EOB$, $\angle EOC$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle BOD$.
- 12.** 4. Ha. 7. a) 72° ; b) 60° ; c) 50° . 10. a) Ha; b) Yo'q; c) Yo'q. 12. a) 90° ; b) 180° .
- 13.** 5. 45° . 6. a) 8 ta; b) 8 ta; c) 8 ta; d) 8 ta. 7. 5 ta o'tkir; 1 ta o'tmas. 10. a) 30° ; b) 180° ; c) 1° . 11. a) $0,5^\circ$; b) $2,5^\circ$; c) 15° . 14. OC nur $\angle AOD$ ning; OD nur $\angle COE$ ning; OE nur $\angle DOB$ ning; OD nur $\angle AOB$ ning bissektrisasi bo'ladi.
- 14.** 2. 180° . 6. a) 160° ; b) 150° ; c) 135° ; d) 90° . 7. 45° ; 135° . 8. a) Yo'q; b) Ha; c) Yo'q. 9. Ha. 10. a) 140° ; b) 45° ; c) 45° . 11. a) 40° ; 140° ; b) 55° ; 125° ; c) 18° ; 162° .
- 15.** 8. 1), 2), 3), 6). 9. Yo'q, kesmalar o'rtasi usta-ust tushmay qolishi mumkin.
- 16.** 2. 1 ta. 3. 90° . 6. Istalgancha.
- 17.** 3. 90° . 5. OC. 6. 60° ; 60° .
- 19.** 2. 90° . 3. 60° . 4. Yo'q. 5. Masala 2 ta yechimga ega: z) 15° ; 2) 65° . 6. 15° . 9. 6 ta. 10. 4.30 yoki 7.30. 11. $\angle AOB=110^\circ$, $\angle BOC=70^\circ$; b) $\angle AOB=36^\circ$, $\angle BOC=144^\circ$; c) $\angle AOB=112^\circ$, $\angle BOC=68^\circ$; d) $\angle AOB=150^\circ$, $\angle BOC=30^\circ$. 12. 50° , 130° , 50° , 130° .
- 20. 2-nazorat ishi:** 1. 106° . 2. 60° . 3. 48° .

- 21.** 9. a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f.
- 22.** 4. a) QR ; b) $\angle RPQ$ va $\angle RQP$; c) $\angle Q$ yoki $\angle PQR$; d) $\angle PQR$. 6. a) to'g'ri burchakli; b) o'tkir burchakli; c) teng yonli; d) teng tomonli; e) o'tmas burchakli.
- 23.** 6. To'g'ri burchakli uchburchakda. 7. Ha. 8. 3. 9. 9 10. 16.
- 24.** 10. e) $\angle D = 35^\circ$, $\angle C = 62^\circ$. 11. 85° . 12. Yo'q.
- 25.** 2. Asosidagi. 3. 10. 4. $a = 12$, $b = 8$. 10. 8 sm, 8 sm va 11 sm.
- 26.** 4. 4. 11. $AC = BD = 7$.
- 27.** 6. $\triangle BAC = \triangle KAN$, $\triangle BAN = \triangle KAC$. 9. 3 ta.
- 28.** 4. Teng tomonli uchburchakda. 5. 10,4 sm. 7. 8 sm.
- 29.** 6. $\angle C_1 = 90^\circ$, $\angle A_1 = 30^\circ$, $\angle B_1 = 60^\circ$. 7. 10 sm, 10 sm.
- 30.** 6-masalalar: 7. Ha. 11. 85° . 12. 48° . 13. 120° .
- 31.** 3-nazorat ishi: 1. 10. 3. $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$. 5-testlar: 1. B; 2. D; 3. B; 4. E; 5. D; 6. A; 7. D; 8. A; 9. B; 10. D; 11. B; 12. B; 13. A; 14. B; 15. D; 16. A.
- 32.** 7. Yo'q, yo'q.
- 33.** 4. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 117^\circ$, $\angle 4 = \angle 8 = 63^\circ$.
- 34.** 7. a) Ha; b) Ha; c) Ha; d) Yo'q. 9. 1 tasi kesmasligi mumkin yoki hammasi kesib o'tadi.
- 35.** 6. a) $\angle 3 = \angle 7 = 105^\circ$, $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75^\circ$. 9. Yo'q.
- 36.** 8. 1) to'g'ri; 2) to'g'ri; 3) to'g'ri.
- 37.** 5. 45° . 8. $\angle 2 = \angle 3 = 55^\circ$. 9. 70° , 110° . 12. 60° , 120° .
- 39.** 5-masalalar: 1. 55° . 2. Ha. 3. Ha. 4. $\angle 3 = \angle 7 = 118^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 62^\circ$. 6. 128° . 11. 59° .
- 40.** 4-nazorat ishi: 1. 34° , 146° , 146° . 3. 48° , 132° . Testlar: 1. A; 2. B; 3. A; 4. E; 5. D; 6. D; 7. D; 8. E; 9. B; 10. B; 11. D; 12. E; 13. A; 14. B; 15. E; 16. A.
- 41.** 3. 1 ta. 4. 1 ta. 5. a) mavjud; b) mavjud emas; c) mavjud emas. 7. a) 80° ; b) 25° ; c) 45° ; d) 45° . 8. a) 63° ; b) 90° ; c) 15° . 9. a) 80° , 50° ; b) 30° , 60° , 90° ; c) 50° , 60° , 70° .

- 42.** 3. 60° , 45° , 75° . 4. 30° , 120° . 5. 75° . 6. 270° . 7. 90° . 8. 90° . 9. 110° . 10. 60° . 11. mumkin bittasi. 12. 360° .
- 43.** 1. 50° ; 90° ; 40° . 2. 60° ; 48° . 5. mumkin. 6. 540° . 7. 24° , 36° , 60° . 9. a) 30° , 30° ; b) 70° , 40° yoki 55° , 55° . 10. a) 15° , 150° ; b) 75° , 30° . 12. 15° ; 65° . 13. 30° . 14. $67,5^\circ$. 17. a) 65° ; b) 45° ; 90° ; 45° . 18. a) 79° ; b) 100° . 19. $x=20^\circ$, $y=50^\circ$. 21. 60° . 22. 60° , 60° , 60° . 23. 45° , 90° , 45° .
- 44.** 5. Gipotenuza 30° qarshisidagi katetdan 2 marta katta bo'ladi. 7. a) 4; b) 6; c) 60° . 8. a) 5; b) 13,5; c) 9. 9. 8 sm va 16 sm.
- 45.** 4. a) Yo'q; b) yo'q; c) bo'ladi; d) yo'q. 5. a) bo'ladi; b) bo'ladi; c) bo'ladi; d) yo'q; e) yo'q. 7. a) bo'ladi; b) bo'ladi; c) bo'ladi; d) yo'q; e) bo'ladi.
- 47.** 2. 7 sm. 3. 7 sm, 7 sm.
- 48.** 2. Eng kattasi $\angle ACB$, eng kichigi $\angle ABC$. 3. a) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ mumkin emas; b) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ mumkin. 4. Asosi, yon tomoni. 5. Yo'q. 6. a) $BC > AC > AB$; b) $BC < AC < AB$. 7. Yo'q, yo'q. 8. 60° ; 60° ; 120° ; 120° . 9. $0 < \angle B < 60^\circ$. 10. O'tkir burchakli. 12. Gipotenuzasi.
- 49.** 3. Yo'q. 4. a) mavjud; b) yo'q; c) mavjud; d) mavjud. 5. a) 7; b) 10; c) 8 yoki 5. 7. 7; 7; 11. 8. 6 ta. 9. Uchburchak yoki kesma.
- 51. 5-nazorat ishi:** 1. 65° . 2. 40° , 60° , 80° . 3. 12 sm. 4. 40° , 60° , 80° . 4-testlar: 1. B; 2. D; 3. B; 4. B; 5. D; 6. B; 7. B; 8. B; 9. E; 10. A; 11. D; 12. A; 13. D; 14. A; 15. D; 16. D; 17. D; 18. D.
- 62.** 1. 20 sm. 2. 20° . 3. 15° . 4. 30° . 5. 40° ; 60° ; 80° . 6. 1:2. 7. 76° . 8. 42° . 9. 21° , 69° . 10. $\angle AOB = 122,5^\circ$. 11. 72° . 12. 46° .
- 64.** 3. O'tkir burchakli. 5. a) 92° ; b) 42° . 6. 6; 6; 6; 60° . 8. 45° . 10. Kesma. 11. Ha. 12. 9 sm. 15. 144° . 16. 54° . 17. 3,6 sm. 19. 4 ta 55° li va 4 ta 125° .
- 65. 5-Testlar:** 1. A; 2. E; 3. D; 4. B; 5. E; 6. A; 7. E; 8. D. 9. B. 10. A. 11. A; 12. D; 13. B; 14. D; 15. E; 16. A; 17. B; 18. E; 19. A; 20. D. 6-Masalalar: 2. 12 sm. 3. 12 sm. 4. 34. 5. 2,8 sm. 6. 83° . 7. 15,6 sm. 8. 55° . 10. 2 m yoki 16 m.
- 66. Yakuni nazorat ishi:** 1. 81° , 99° . 2. b) 22 sm. 3. 7 sm.

ABDULLA A'ZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV

O'quv nashri

GEOMETRIYA

*Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi o'quvchilari uchun darslik
(o'zbek tilida)*

Tuzatilgan va to'ldirilgan uchinchi nashr

Toshkent — “Yangiyo'l poligraf servis” — 2017

Nashriyot litsenziyasi AI №185, 10.05.2011 y.

Muharrir — A. Ahmadjonov

Texnik muharrir — M. Riksiyev

Musahhih — S. Quchqarova

Sahifalovchi — «H&J» ijodiy guruhi

Original-maketdan bosishga ruxsat etildi 10.08.2017.

Bichimi 70x100 $\frac{1}{16}$. “Arial” garniturası. Ofset bosma usulda bosildi.

Bosma tabog'i 10,0. Shartli b. t. 13,0.

Adadi 441433.

Buyurtma 17-329.

S 16

A'zamov, A.

Geometriya 7-sinf: umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik/
A. A'zamov, B. Haydarov, E. Sariqov. – Tuzatilgan va to'ldirilgan uchin-
chi nashr. – Toshkent.: «Yangiyo'l poligraf servis», 2017. - 160 b.

ISBN 978-9943-382-96-1

UO'K: 94(100)=512.133(075.2)

KBK: 63.3(50')

«O'zbekiston» NMIU bosmaxonasida bosildi.

100129, Toshkent sh., Navoiy k., 30.

Ijaraga berilgan darslik holatini ko'rsatuvchi jadval

T/r	O'quvchining ismi va familiyasi	O'quv yili	Darslikning olingandagi holati	Sinf rahbari-ning imzosi	Darslikning topshiril-gandagi holati	Sinf rahbari-ning imzosi
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Darslik ijaraga berilib, o'quv yili yakunida qaytarib olinganda yuqoridagi jadval sinf rahbari tomonidan quyidagi baholash mezonlariga asosan to'ldiriladi:

Yangi	Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati.
Yaxshi	Muqova butun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilmagan, ko'chmagan, betlarida yozuv va chiziqlar yo'q.
Qoniqarli	Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi tomonidan qoniqarli ta'mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta ta'mirlangan, ayrim betlariga chizilgan.
Qoniqarsiz	Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismdan ajralgan yoki butunlay yo'q, qoniqarsiz ta'mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo'yab tashlangan. Darslikni tiklab bo'lmaydi.