

ГЕОМЕТРИЯ

7

Жалпы орто билим берүүчү мектептердин
7-классы үчүн окуу китеби

Өзбекстан Республикасынын Элге билим
берүү министрлиги басууга сунуштаган

Жаңы басылышы

Ташкент – 2022

УЎК 514(075.3)
КВК 22.147я72
Г 31

Тўзүүчүлөр:

*Бахадыр Хайдаров
Наргиза Таштемирова
Исак Асраров*

Рецензенттер:

- З.Р.Бабаева – Сырдарыя облусунун Гүлистан шаарындагы 11-жалпы орто билим берүүчү мектептин математика мугалими.
- М.Х.Усманов – Наманган облусу элге билим берүү башкармасынын алдындагы 3-АМЖБМИ математика мугалими.
- А.К.Алибекова – Ташкент шаарынын Шайхантахур районундагы 180-АМЖБМИ математика мугалими.

Геометрия 7-класс [Текст]: Окуу китеби / Б. Хайдаров, Н. Таштемирова, И. Асраров – Ташкент: Республикалык билим берүү борбору, 2022. – 192 б

ЮНИСЕФтин Ўзбекстандагы өкүлчүлүгү менен кызматташтыкта даярдалды. Ўзбекстан Республикасы Илимдер академиясы В. И. Романовский атындагы математика институтунун корутундусунун негизинде өркүндөтүлдү.

Оригинал макет жана дизайн концепциясы
Республикалык билим берүү борбору тарабынан иштелди.

Республикалык максаттуу китеп фонду каражаттары эсебинен басылды.

Шарттуу белгилер:



– геометриялык түшүнүктүн эрежеси



– теореманын аныктамасы



– аксиоманын аныктамасы



– тема боюнча суроолор



– активдештирүүчү сабак



– маселе чыгаруунун үлгүсү



– иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу



– геометриялык изилдөө



– тарыхый үзүндүлөр



– геометриялык баш катырмалар



– мультимедиа тиркемелери



– электрондук ресурстар

ISBN 978-9943-8371-7-1

© Республикалык билим берүү борбору, 2022



СӨЗ БАШЫ

Ардактуу окуучу! Сен математиканын эң кызыктуу бөлүмү – геометрияны үйрөнүүнү баштадың. Кенже класстарда айрым геометриялык фигуралар жана алардын касиеттери менен таанышкан элең. 7-класста геометриялык фигуралардын укмуштуу ааламына саякаттап, аны кеңири жана системалуу түрдө үйрөнүүгө киришесиң.

Бизди геометриялык фигуралар ааламы курчап турат. Геометриялык фигураларга күндөлүк турмушта ар кадамда туш келебиз. Чындыгында, төрт бурчтук түрүндөгү терезе рамкасы, кар бүртүгүнүн таң калыштуу формасы, түрдүү формадагы имараттар, күкүрт кутусу, велосипеддин дөңгөлөгү, самындын көбүкчөлөрү, гүлдөр, дарактын жалбырактары жана ушул сыяктуу нерселер белгилүү бир фигурага ээ.

Демек, алар геометрияга байланыштуу. Ошондуктан геометрияны билүү, анын сырларынан кабардар болуу ар бир адам үчүн маанилүү болуп саналат.

Геометрия менен таанышуу эң жөнөкөй геометриялык фигуралар жана алардын касиеттерин үйрөнүүдөн башталат. Алардын негизинде өзүң үчүн жаңы-жаңы геометриялык фигураларды жана алардын касиеттерин ачасың.

Ошону менен бирге, **геометрия сени туура пикирлөөгө үйрөтөт, логикалык ой жүгүртүү жана алардын негизинде акыл менен чечим кабыл алуу, туура жыйынтык чыгаруу көндүмдөрүн ээлөөңө жардам берет.**

Бул болсо жеткилеңдикке умтулуучу ар бир кыз-жигит үчүн өтө маанилүү сапат.

Геометрияны жөн эле окуу эмес, о.э, аны угууга умтулушуң керек. Ар бир сүйлөмдүн “маңызын чагууга” аракеттен. Түшүнбөсөң, кайра оку, чиймелерге кайрыл. Мүмкүн болушунча көбүрөк маселе чеч. Анткени ар бир чечилген маселе геометрияны үйрөнүүнүн кийинки баскычына негиз түзөт. Ошондо гана геометрия өз сырларын сага ачат.

Сен геометрия менен тез арада дос болосуң жана ал сен үчүн сүйүктүү жана кызыктуу болгон предметтерден бири болуп калаарына ишенебиз.

Авторлор

МАЗМУНУ



I БӨЛҮМ. ГЕОМЕТРИЯНЫН БАШТАЛГЫЧ ТҮШҮНҮКТӨРҮ

1. Жөнөкөй геометриялык фигуралар	8
2. Кесинди. Кесиндилерди салыштыруу жана ченөө	17
3. Бурч. Бурчтарды салыштыруу жана ченөө	29
4. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билиминди сынап көр.....	38
5. Бурчтун түрлөрү	45
6. Перпендикулярдуу түз сызыктар	53
7. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билиминди сынап көр.....	61



II БӨЛҮМ. ҮЧ БУРЧТУКТАР

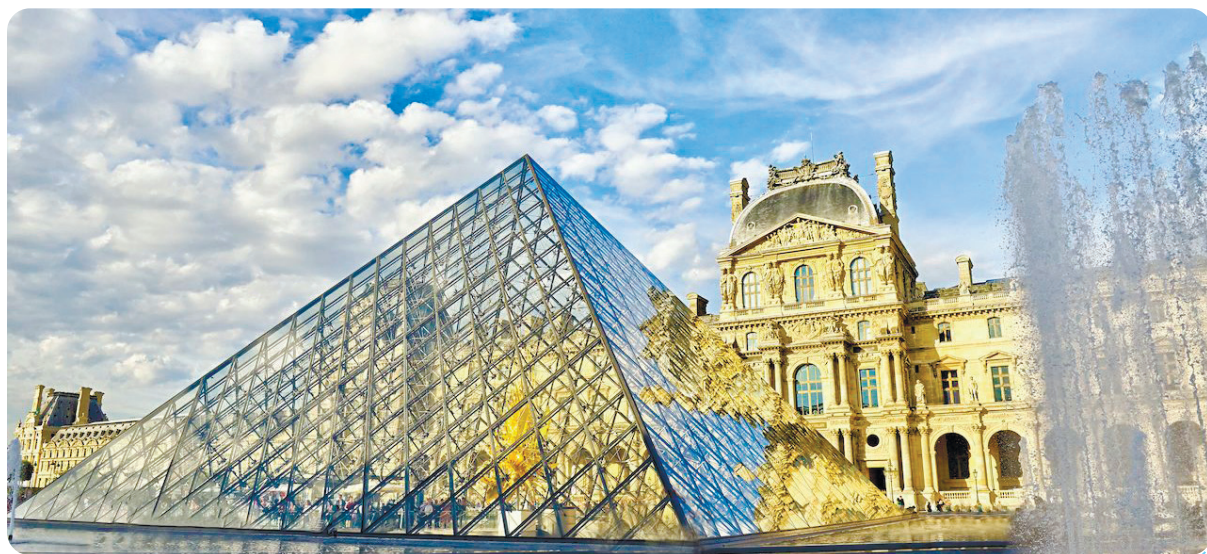
8. Үч бурчтуктар, алардын түрлөрү жана элементтери	72
9. Үч бурчтуктардын барабардыгынын биринчи белгиси	79
10. Тең капталдуу үч бурчтуктун касиеттери	82

11. Үч бурчтуктардын барабардыгынын экинчи белгиси	85
12. Үч бурчтуктардын барабардыгынын үчүнчү белгиси	87
13. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билимиңди сынап көр	91



III БӨЛҮМ. ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

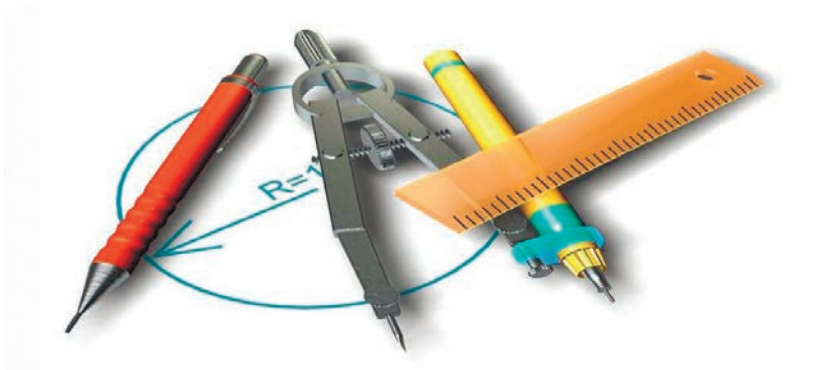
14. Параллель түз сызыктар	100
15. Эки түз сызыктын параллелдик белгилери	105
16. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бурчтар	109
17. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билимиңди сынап көр.....	114



IV БӨЛҮМ. ҮЧ БУРЧТУКТУН ЖАКТАРЫ МЕНЕН БУРЧТАРЫНЫН АРАСЫНДАГЫ БАЙЛАНЫШТАР

18. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы	124
19. Тик бурчтуу үч бурчтуктар	131

20. Бурчтун биссектрисасынын касиети	135
21. Үч бурчтуктун жактары менен бурчтарынын арасындагы байланыштар...	138
22. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билиминди сынап көр	142



V БӨЛҮМ. ТҮЗҮҮГӨ БАЙЛАНЫШТУУ МАСЕЛЕЛЕР

23. Циркуль жана сызгыч менен геометриялык түзүүгө байланыштуу маселелер.....	152
24. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билиминди сынап көр.....	162



VI БӨЛҮМ. КАЙТАЛОО

25. Кайталоо боюнча маселелер	168
26. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу. Билиминди сынап көр.....	174
7-класс үчүн геометрияга тиешелүү негизги маалыматтар	180
Жооптор жана көрсөтмөлөр	186



**7-SINF “GEOMETRIYA”
DARSLIGI UCHUN
TA’LIMIY O‘YINLAR**



**7-SINF “GEOMETRIYA”
DARSLIGI UCHUN
VIDEODARSLAR**



I БӨЛҮМ

БАШТАЛГЫЧ ГЕОМЕТРИЯЛЫК МААЛЫМАТТАР

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан соң, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

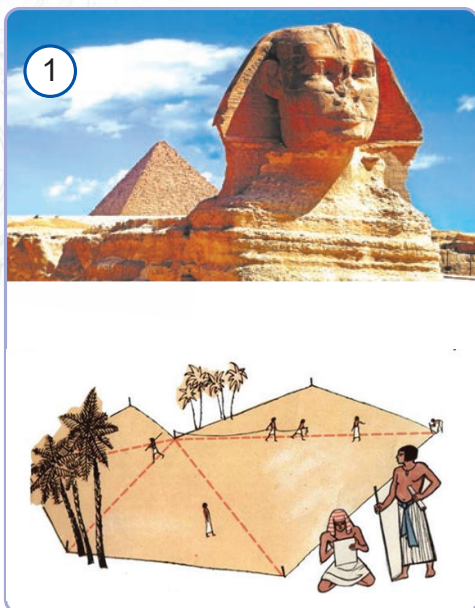
- геометриянын тарыхына тиешелүү негизги маалыматтар;
- чекит, түз сызык, тегиздик, кесинди, шоола, бурч сыяктуу башталгыч геометриялык түшүнүктөр;
- жөнөкөй геометриялык фигуралардын касиеттери;
- геометрия жана планиметриянын мүнөздөмөсү;
- айлана, тегерек жана алардын элементтеринин аныктамалары;
- тик, тар жана кең бурчтар;
- жандаш жана вертикалдуу бурчтар, алардын касиеттери;
- аныктама, аксиома, теорема жана далилдөө түшүнүктөрүнүн мазмуну;
- карама-каршысынан далилдөө усулу.

Практикалык көндүмдөр:

- жөнөкөй геометриялык фигураларды тегиздикте сүрөттөө, белгилөө, таануу жана белгилерине карай окуу;
- кесиндилерди шоолага коюу, өз ара салыштыруу жана алардын узундуктарын ченөө;
- бурчтарды жарым тегиздикке коюу, салыштыруу жана алардын градус ченемдерин табуу;
- геометриялык фигураларды түзүү жана ченөө иштеринде сызгыч, циркуль, транспортер сыяктуу окуу куралдарынан пайдалана алуу.

1

ЖӨНӨКӨЙ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ФИГУРАЛАР



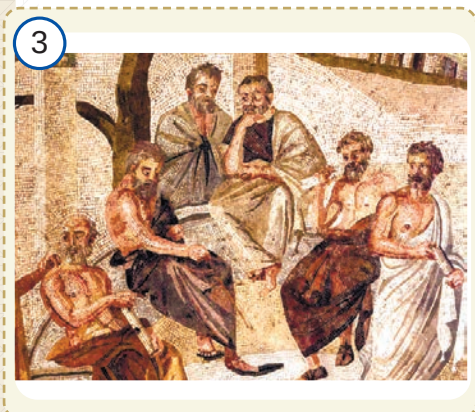
1.1. Геометриянын пайда болушу

Геометрияга тиешелүү алгачкы түшүнүктөр мындан 4-5 миң жыл илгери байыркы Египетте пайда болгон. Ошол кездерде Нил дарыясынын суусу ар жылы ташып, эгин аянттарын жууп турган. Ошондуктан эгинзарларды кайра бөлүштүрүү жана салык өлчөмүн аныктоо үчүн бул аянттарда белгилөө жана ченөө иштерин аткарууга туура келген (1-сүрөт). Байыркы грек аалымдары жер ченөө усулдарын египеттиктерден үйрөнүп, аны **геометрия** деп аташкан. “**Геометрия**” грекче сөз болуп, geo – “жер”, metrio – “ченөө” деген маанини билдирет.

Геометрияга тиешелүү алгачкы түшүнүктөр Байыркы Вавилондо да пайда болгон. Алсак, тарыхчылар Пифагор теоремасы Вавилондо табылган деп эсептешет. Б.з.ч. VII–VI кылымдарда Байыркы Харезмде да Египеттеги сыяктуу Амударыянын төмөнкү бөлүгүндө жер ченөө иштери аткарылган.

Байыркы Египетте геометрия салабаттуу пирамидалар, сарайлар жана турак-жайларды курууда да зарыл болгон. Гректер геометриядан деңизде сүзүүдө да пайдаланган (2-сүрөт). Мына ушундай практикалык керектөөлөр адамды түрдүү фигураларды жана алардын касиеттерин үйрөнүүгө үндөгөн. Байыркы Грециянын жети даанышманынан бири Милеттик Фалес геометриянын алгачкы теоремаларын далилдеген.

Б.з.ч. IV кылымга келип, геометрияга тиешелүү үйрөнүлгөн көптөгөн түшүнүктөр жана алардын касиеттери чогулуп калган. Грек аалымы Платон геометрияда укмуш бир мыйзамченемдүүлүктү байкаган: мурда үйрөнүлгөн, туура экендиги тастыкталган касиеттерден логикалык пикирлөө, ой жүгүртүү аркылуу жаңы касиеттерди келтирип чыгарса болот экен. Мындай сабак окуучулардын пикирлөө жөндөмүн өстүргөндүктөн геометрия мектептерде негизги предметке айланган. Жадагалса Платон академиясынын маңдайына “Геометрияны билбегендер үчүн бул мектепке жол жок!” деген ураан илип коюлган экен (3-сүрөт).



Байыркы грек аалымы Евклид ошол маалга чейин маалым болгон бардык геометриялык түшүнүк жана касиеттерди тартипке келтирип, “Негиздер” деп аталган китебинде баяндаган. Бул китеп эки миң жыл бою мектептер үчүн эң маанилүү окуу китеби милдетин өтөгөн жана илимдин өнүгүүсүндө чоң мааниге ээ болгон.

Өтмүштө жашап өткөн дээрлик бардык аалымдар геометрия менен алектенген. Улуу мекендештерибиз – Мухаммад ибн Муса ал-Харезмий, Ахмад ал-Ферганий, Абу Райхан Беруний, Абу Али ибн Сина да Евклиддин “Негиздерин” мыкты үйрөнүп, бул предметтин өнүгүүсүнө өз салымдарын кошушкан. Чыгыш элдеринде геометрия “handasa” деп аталган жана ага чоң маани берилген. Бул ойду muhandis (инженер) сөзүнүн өзөгү “handasa” экендиги да ырастап турат.

1.2. Геометрияга киришүү

Бизди курчап турган ар бир предмет кандайдыр фигурага ээ. Мисалы, кышты алаалы. Ал 5-класстан сага тааныш болгон тик бурчтуу параллелепипед формасында (4-сүрөт). Анын 8 чокусу бар – булар чекиттер, 12 кыры бар – булар кесиндилер, 6 жагы бар – булар тик бурчтуктар.

Чекит, түз сызык, кесинди, бурч, үч бурчтук, квадрат, айлана, куб, шар сыяктуу бир топ геометриялык фигуралар менен төмөнкү класстарда таанышкансың (5–6-сүрөттөр).

6-сүрөттө берилген фигуралар табияттагы түрдүү телолордун геометриялык түспөлүнөн турат. Телолорду геометриялык көз караштан үйрөнгөнүбүздө алардын фигурасын гана эске алабыз.

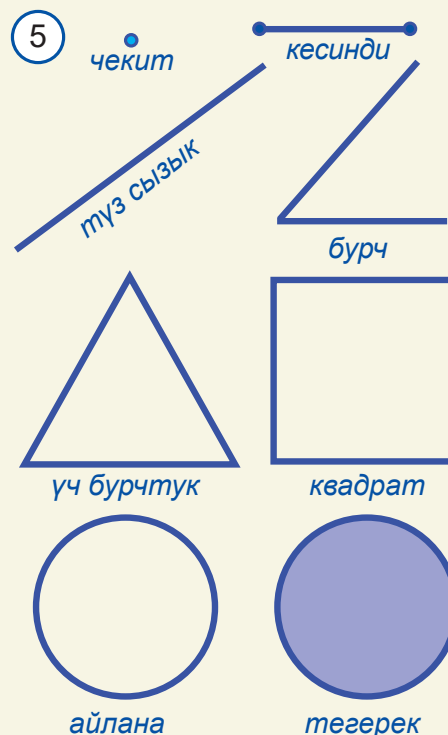
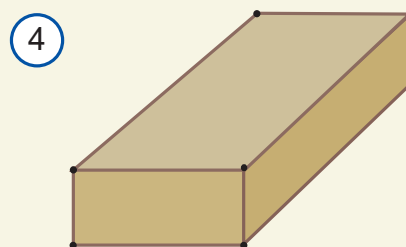
Биз чекит, кесинди, бурч, үч бурчтук сыяктуу жалпак фигураларды дептердин барагына сыза алабыз. Куб, пирамида, шар сыяктуу көлөмдүк геометриялык фигураларды болсо өзүндөй кылып сыза албайбыз. Бирок алардын көрүнүшүн дептерде сүрөттөшүбүз мүмкүн

Геометрия – геометриялык фигуралар жана алардын касиеттери жөнүндөгү предмет.

Планиметрия геометриянын бөлүмү болуп, тегиздиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөтөт. Бул фигураларды **жалпак** (б.а. эки өлчөмдүү) **фигуралар** деп да атайбыз.



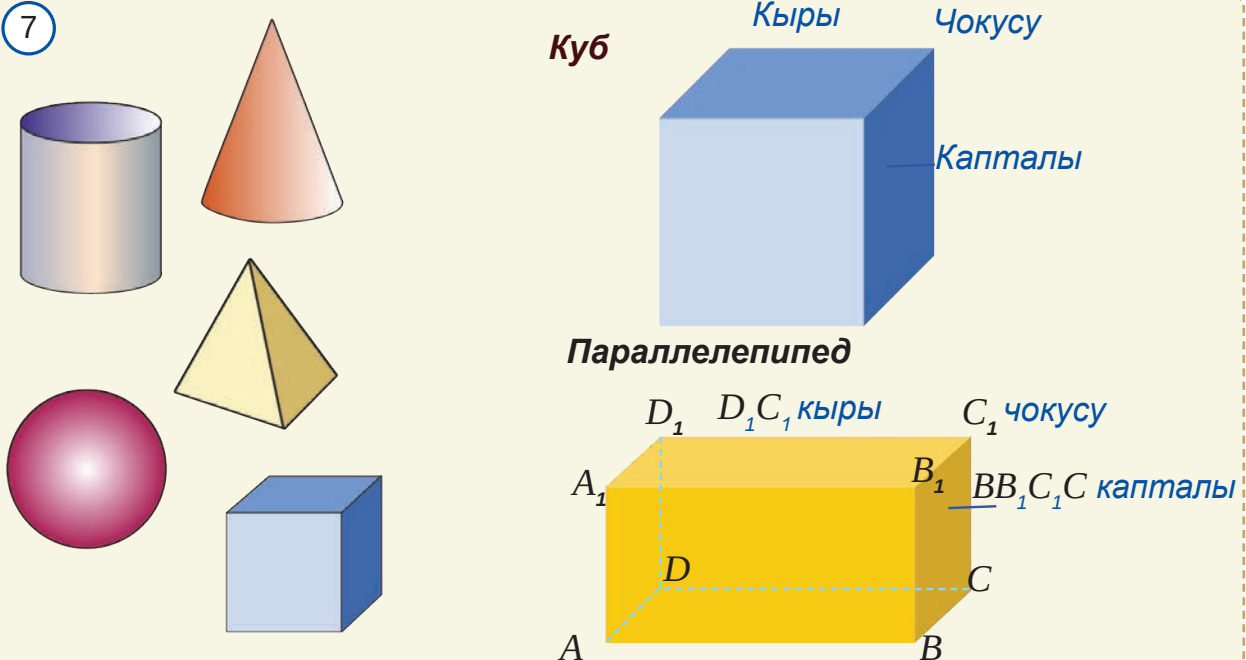
*Евклид (б.з.ч. III кылым)
– байыркы грек аалымы,
геометрия предметинин
калыптануусунда чоң
орун туткан “Негиздер”
чыгармасы менен белгилүү.*



6



7



Көлөмдүк фигуралардын касиеттерин болсо геометриянын **стереометрия** деп аталуучу бөлүмү үйрөтөт. Айланадагы бардык предметтер үч өлчөмдүү болуп, алардын фигурасы кайсыдыр көлөмдүү геометриялык телого окшоп кетет (6-сүрөт).

Төмөнкү класстарда сен мындай көлөмдүк (үч өлчөмдүү) телолор менен таанышкансың. Стереометрия курсу лицей жана коллеждерде үйрөнүлөт. Ошентсе да, бул геометриялык фигуралардын планиметрияга тиешелүү кээ бир өзгөчөлүктөрүн кези келгенде үйрөнүп барабыз.

Ошондуктан кээ бир көлөмдүк телолордун элементтери жөнүндөгү маалыматтарды кыскача эскертип өтүүнү зарыл деп таптык (7-сүрөт).

1.3. Геометриянын башталгыч түшүнүктөрү

Чекит, түз сызык жана тегиздик – геометриянын башталгыч түшүнүктөрү. Аларды аныктамасыз кабыл алабыз.

Калемдин учун кагазга, борду доскага тийгизгендеги калган из же асмандагы жылдыздарды (8-сүрөт) алып карай турган болсок, алар көзүбүзгө ушунчалык кичине

көрүнгөндүктөн, алардын өлчөмдөрүн эсепке албаса да болот. **Чекит** – мына ушундай өлчөмдөрүн эсепке албаса да боло турган нерселердин геометриялык символу. Евклид “Негиздер” чыгармасында чекитти эч бир бөлүккө ээ болбогон фигура катары келтирген. Ар кандай чекиттердин тобу геометриялык фигура катары каралат.

Тегиз төшөлгөн темир жол рельстери (9-сүрөт), зымкарагайга чыңалта тартылган электр зымдары, чыңалта тартылган тросс өңдүү телолордун геометриялык символу **түз сызык** болот. Жарык нуру түз сызык бойлой таралат. Чындыгында түз сызык чексиз фигура болуп саналат. Биз аны кагаз, класс доскинда сүрөттөгөндө анын чакан бөлүгүн гана сызабыз. Бирок түз сызыкты дайыма ар эки жакка чексиз созулган деп элестетүү керек (10-сүрөт).

Пол, столдун үстүңкү бөлүгү, дубал, дептердин ба-рагынын сырты, тынч көлдөгү суунун бети (10-сүрөт) сыяктуулардын геометриялык символу **тегиздик** болот.

Чекиттер чоң латын тамгалары $A, B, C, D, \dots$, түз сызыктар кичине латын тамгалары $A, B, C, d, \dots$ менен белгиленет жана “ A чекит”, “ A түз сызык” түрүндө окулат (11-сүрөт).



Тегиздикте кандай гана түз сызык алынбасын, ал түз сызыкка тиешелүү да, ага тиешелүү эмес да чекиттер болот.

Мисалы, 10-сүрөттө A чекит A түз сызыкка тиешелүү, B жана C чекиттер A түз сызыкка тиешелүү эмес. Муну кыскача $A \in A$ жана $B \notin A$, $C \notin A$ түрүндө белгилейбиз жана “ A тиешелүү A ” жана “ B тиешелүү эмес A ” деп окуйбуз.

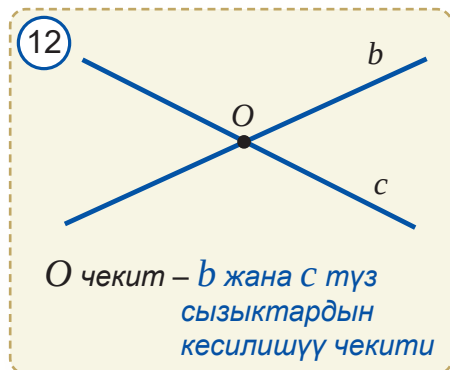
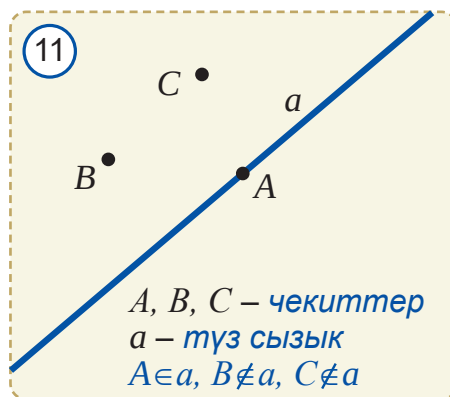
Эгерде O чекит B түз сызыкка да, андан айырмалуу болгон C түз сызыкка да тиешелүү болсо, B жана C түз сызыктар O чекитте кесилишет дейбиз (12-сүрөт). O чекит B жана C **түз сызыктардын кесилишүү чекити** деп аталат.

13-сүрөттө берилген түз сызык A жана B чекиттерден өтөт.

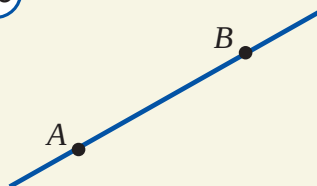


Каалаган эки чекит аркылуу бир гана түз сызык жүргүзүүгө болот.

Бул касиетке көрө, түз сызыктын эки чекити көрсөтүлсө, бул түз сызык чектелген болот. Ошондуктан түз сызыкты анда жаткан эки чекиттин жардамында да белгилөө мүмкүн. 13-сүрөттө AB **түз сызык** берилген. Кудум ушул түз сызык кээде BA түз сызык түрүндө да белгиленет.



13



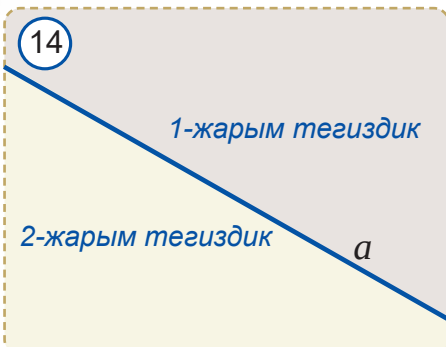
AB – түз сызык



Ар бир түз сызык тегиздикти эки бөлүккө – эки жарым тегиздикке бөлөт.

Каралып жаткан түз сызык жарым тегиздиктердин ар экөөнө да тиешелүү деп каралат жана алардын жалпы чек арасы болот (14-сүрөт).

14



Маселе. Эки a жана b түз сызык A чекитте кесилишет. a түз сызык B чекиттен өтөт. b түз сызык да B чекиттен өтөбү?

Чыгаруу. Жок, b түз сызык B чекиттен өтө албайт. Анткени, эгерде b түз сызык да B чекиттен өтө турган болсо, бул учурда a жана b түз сызыктардын экөө тең A жана B чекиттерден өтүп калат. Бул болсо эки чекиттин арасынан бир гана түз сызык

жүргүзүү мүмкүн деген касиетке каршы келет. Ошондуктан b түз сызык B чекиттен өтүшү мүмкүн эмес.

Демек, түз сызыктардын төмөнкү дагы бир маанилүү касиетин билип алдык.

Касиет. Эгерде эки түз сызык кесилишсе, алар бир чекитте гана кесилишет.



Тема боюнча суроолор

1. Геометрияга тиешелүү алгачкы маалыматтар каерде жана кандай пайда болгон?
2. “Геометрия” деген сөздүн мааниси кандай?
3. Геометрия илимине негиз салган жана анын өнүгүшүнө салым кошкон кайсы аалымдарды билесиң?

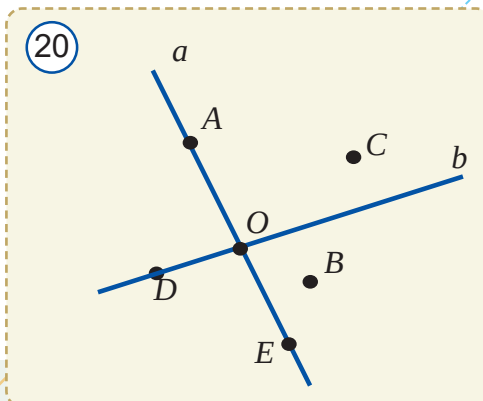
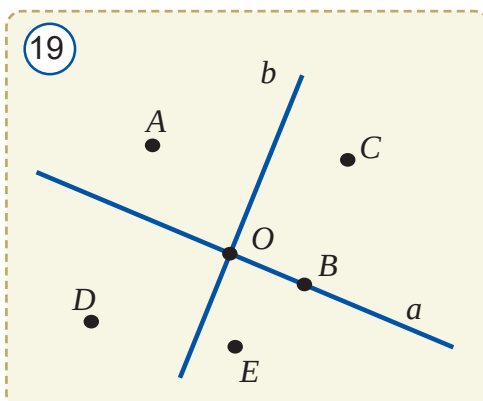
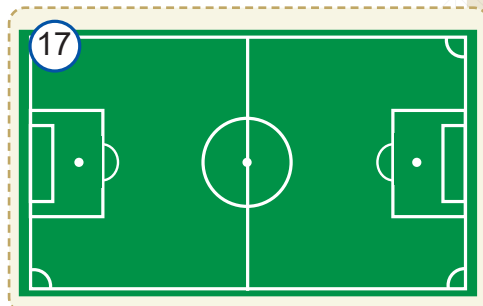


4. Геометрия илими эмнени үйрөтөт?
5. Планиметрия геометриянын кандай бөлүмү? Стереометриячы?
6. Тегиздиктин кандай касиеттерин билесиң?
7. 15–16-сүрөттөрдө берилген заманбап имараттардын сүрөтүндө кандай геометриялык фигураларды көрүп жатасың?
8. 17-сүрөттө футбол аянты берилген. Анда кандай геометриялык фигураларды көрүп жатасың?
9. 18-сүрөттө мамлекеттик гербибиздеги символ берилген. Ал кандай геометриялык фигуралардан түзүлгөн?

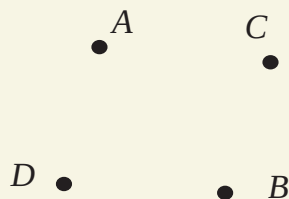


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Төмөнкү туюнтмаларды оку жана түшүндүр: а) $A \in B$; б) $C \notin B$; в) $C \in AB$. Бул туюнтмаларга ылайыктуу чиймелерди сыз.
2. Эки кесилишүүчү түз сызык сыз: а) алардын ар экөөнө тиешелүү; б) бирине гана тиешелүү; в) бирине да тиешелүү болбогон чекиттерди белгиле. Киргизилген белгилердин жардамында бул туюнтмаларды жаз.
3. 19-сүрөттөн мүмкүн болушунча көбүрөөк чекит, түз сызык, тегиздик жана жарым тегиздиктердин арасындагы байланыштарды аныкта жана аларды киргизилген белгилердин жардамында жаз.
4. 20-сүрөттөн:
 - а) a түз сызыкка тиешелүү;
 - б) b түз сызыкка тиешелүү;
 - в) ар эки түз сызыкка тиешелүү;
 - г) a түз сызыкка тиешелүү, бирок b түз сызыкка тиешелүү болбогон;
 - д) b түз сызыкка тиешелүү, бирок a түз сызыкка тиешелүү болбогон;
 - е) a түз сызыкка да, b түз сызыкка да тиешелүү болбогон чекиттерди аныкта.
5. A жана B чекиттер c түз сызыкка тиешелүү, C чекит болсо c түз сызыкка тиешелүү эмес. AB жана AC түз сызыктар жөнүндө эмне деш мүмкүн?
6. AB жана AK түз сызыктар канча жалпы чекитке ээ болушу мүмкүн?
7. Тегиздикте b түз сызык сыз жана анда A чекитти белгиле. b түз сызыктан айырмалуу AB түз сызыкты жүргүз. B чекит b түз сызыкта жатабы?
8. Тегиздикте жаткан каалагандай: а) бир; б) эки; в) үч чекиттен өтүүчү канча түз сызык жүргүзүү мүмкүн? Жообунду негизде.
9. Тегиздикти: а) бир түз сызык канча жарым тегиздикке; б) эки түз сызык канча бөлүккө бөлөт?
10. AB , BC , AC түз сызыктарды сыз. Алар тегиздикти канча бөлүккө бөлөт?



21



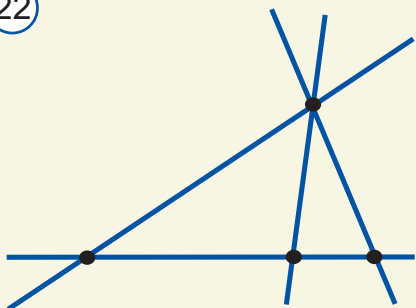
11. Дегириге A, B, C жана q чекиттерди белгиле (21-сурет). Алардын ар экөөнөн өтүүчү бардык түз сызыктарды сыз. Жалпы канча түз сызык пайда болду? Бул түз сызыктар тегиздикти канча бөлүккө бөлөт?

12*. Каалагандай үчөөсү бир түз сызыкта жатпоочу: а) үч; б) төрт чекит аркылуу ошол чекиттерди түгөйү менен туташтыруучу канча түз сызык жүргүзүү мүмкүн?

13*. Төрт түз сызыктын ар экөө кесилишкен чекиттер белгиленди. Чекиттердин саны көбү менен канча болот? Түз сызыктар бешөө болсочу?

14*. 22-суретте төрт түз сызык төрт чекитте кесилишип жатат. Алар, а) 5; б) 6 чекитте кесилише тургандай чийме сыз. Төрт түз сызык үч чекиттен өтүшү мүмкүнбү?

22

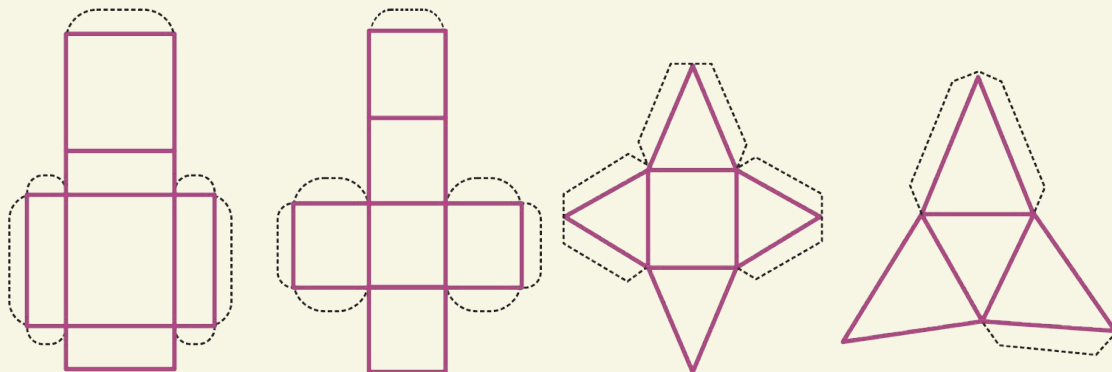


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

Тегиздикте беш чекитти алардын экөө тең аркылуу түз сызык жүргүзгөндө түз сызыктардын саны бешөө боло тургандай кылып жайгаштыр.

Көлөмдүк телолорду жакшыраак элестетүү үчүн алардын моделинен пайдаланган оң. Көлөмдүк телолордун моделин алардын жайылмасынан пайдаланып жасоо мүмкүн (23*-сурет). Көрүп турганыңдай, көлөмдүк телолордун жайылмасы жалпак геометриялык фигуралардан турат. Төмөнкү жайылмалардан пайдаланып тик бурчтуу параллелепипед, куб жана пирамидалардын моделин жаса.

23*



Геометриялык кооздук

Өтмүштө байыркы архитектуралык эстеликтерди курган бабаларыбыз чоң геометриялык билим жана жөндөмгө ээ болушкан. Муну бир гана Самарканд шаарындагы Регистан аянтында курулган тарыхый эстеликтерден да билип алуу мүмкүн (23-сурет). Бул укмуштарды курууда алар кандай геометриялык билим жана көндүмдөрдөн пайдаланган деп ойлойсуң?



Хивадагы Ичанкалаанын сүрөтүндө (24-сүрөт) кандай геометриялык фигураларды көрүп жатасың?

Тажмахал – Индиянын Агра шаарында бабурий өкүмдар Шах Жахан курдурган байыркы эстелик (25-сүрөт). Аны курган усталар геометриядан толук билимге ээ болгондуктары айдан ачык.

Сидней шаарынын опера театры (26-сүрөт) – Австралияда курулган заманбап архитектуранын үлгүсү. Өзүнүн өзгөчө геометриялык көрүнүшү менен көңүл бураарлык.

Кооз геометриялык элестетүүлөрдүн ээси, ирактык белгилүү архитектор аял Заха Хадиддин долбоорунун негизинде Кытайдын борбору Пекин шаарында бой көтөргөн “Galaxy Soho” эс алуу комплексинин ажайып көрүнүшүнөн эргүү албастыктын аргасы жок (27-сүрөт).



Ахмад ал-Ферганий

Болжол менен 797–875-жылдарда жашап чыгармачылык кылган улуу астроном, географ жана математик аалым.

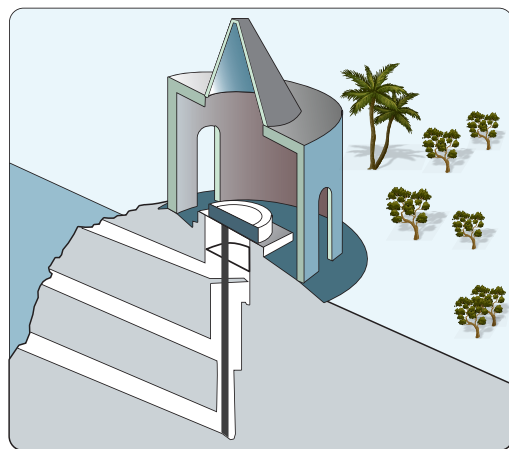
Тарыхый үзүндүлөр

Нилди жылоологон ферганалык ойчул

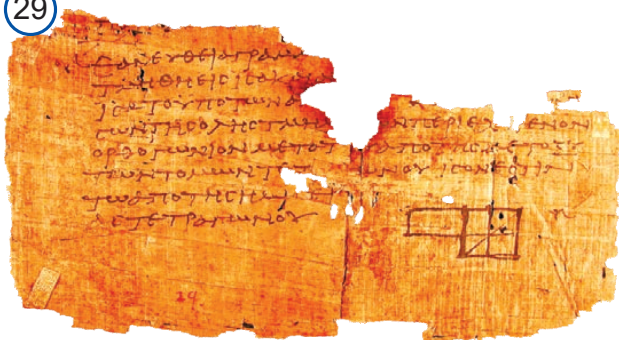
Тарыхый маалыматтарга көрө, журтубуздан жетишип чыккан Ахмад ал-Ферганий 861-жылы Каир шаарынын жакынында Нил дарыясындагы суунун деңгээлин ченөөчү “Нилометр” (б.а. “Нил ченегич”) деп аталган имаратты курган (28-сүрөт). Илимий-техникалык жана архитектуралык жактан абдан түгөл эсептелген жана өзүндө баалуу геометриялык чечимдерди камтыган бул курулмада алып барылган ченөө иштери узак убакыттар бою дыйканчылык үчүн өтө зарыл болгон жана ал азырга чейин сакталып калган.

Ахмад ал-Ферганий өзүнүн “Астролябия жасоо жөнүндө колдонмо” аттуу чыгармасында астрономия үчүн маанилүү касиет – Птолемей теоремасынын назик далилин берген. Орто кылымдагы Европа илимий адабиятында аны Альфраганус деп аташкан. Айда табылган кратер Ахмад ал-Ферганийдин аты менен аталган жана Каир шаарында айкел орнотулган.

28



29



Эң байыркы илимий колдонмо

29-сүрөттө б.з.ч. III кылымда жашап өткөн грек каллиграфы Ахмес тарабынан папирус жалбырагына жазылган жана бизге чейин жетип келген алгачкы геометриялык колдонмо келтирилген.

2

КЕСИНДИ. КЕСИНДИЛЕРДИ САЛЫШТЫРУУ ЖАНА ЧЕНӨӨ

2.1. Кесинди жана шоола

Эгерде a түз сызыкта үч – A , B , C чекиттер алынса (1-сүрөт), алардын бирөөсү гана – B чекит калган экөөсү, б.а. A жана C чекиттердин арасында жатат. A жана B чекиттер C чекиттен бир жакта, B жана C чекиттер болсо A чекиттен бир жакта жатат.



Бир түз сызыкта алынган каалагандай үч чекиттин бирөөсү гана калган экөөнүн арасында жатат.

Кесинди деп түз сызыктын эки чекити жана алардын арасында жаткан чекиттерден турган бөлүгүнө айтылат. 2-сүрөттө кесинди берилген. A жана B чекиттер **кесиндинин чокулары** же **четки чекиттери** дейилет. Алардын арасындагы чекиттер болсо кесиндинин **ички чекиттери** деп айтылат.

Кесинди өзүнүн четки чекиттеринин жардамында AB кесинди түрүндө белгиленет. Кудум ушул кесиндини BA кесинди түрүндө жазуу да мүмкүн.

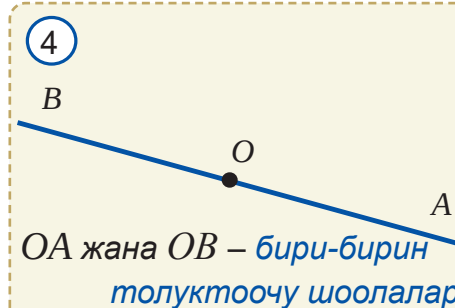
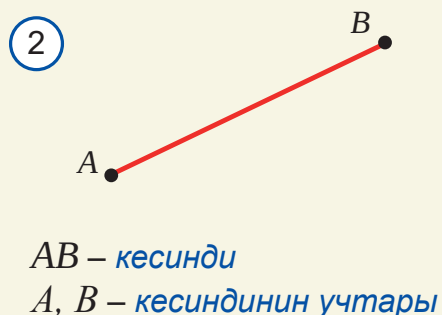
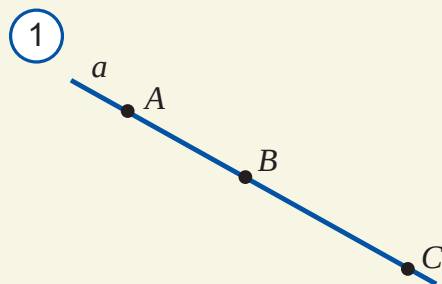
Шоола деп түз сызыктын кандайдыр бир O чекити жана андан бир жакта жаткан бардык чекиттеринен турган бөлүгүнө айтылат. O чекит болсо бул **шооланын учу** же баштапкы чекити деп аталат. 3-сүрөттө шоола берилген.

Шоола O учу жана кандайдыр бир A чекити аркылуу “ OA шоола” түрүндө белгиленет (3-сүрөт). Мындай жазууда шооланын учу биринчи орунда жазылат.

Айрым учурларда OA шоола O чекиттен чыгуучу шоола деп да айтылат.

a түз сызыкта жаткан O чекит бул түз сызыкты эки **бири-бирин толуктоочу шоолаларга** бөлөт. 4-сүрөттө бири-бирин толуктоочу OA жана OB шоолалар берилген.

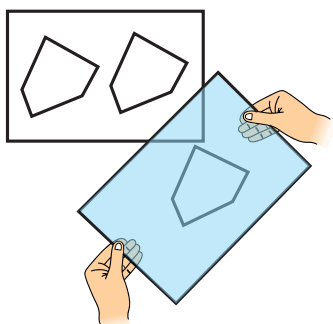
Шоолага жарык шооласынын геометриялык символу катары кароо мүмкүн. Түндө асманга каратылган лазер же күчтүү прожектордун шооласы буга мисал боло алат (5-сүрөт). “Шоола” термини ушундан келип чыккан.



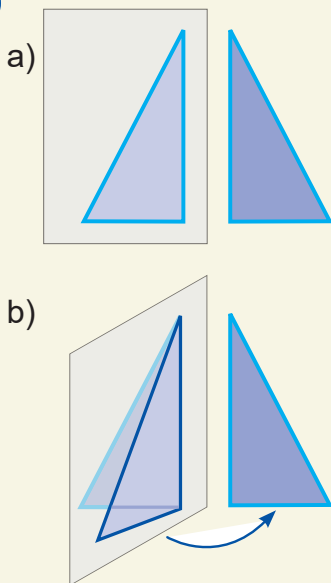
6



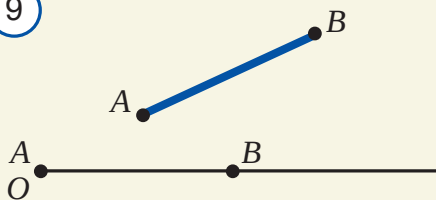
7



8



9



2.2. Кесиндилерди салыштыруу



Активдештирүүчү сабак

1. Айланандан фигурасы да, өлчөмдөрү да бирдей болгон нерселерге мисал келтир.

2. Эки дептер барагынын өлчөмдөрү бирдей экенин кандай практикалык усул менен аныктоо мүмкүн?

3. 6-сүрөттө сол жана оң колдун сүрөтү берилген. Бул фигуралардын бирин экинчисине беттештирүүгө болобу? Кантип? Муну өз колдоруң менен аткарып көр.

Тең фигуралар деп бирин экинчисине беттештиргенде дал келе турган фигураларга айтылат.

Бир геометриялык фигураны экинчисине беттештирүү түшүнүгү менен активдештирүүчү сабактарда тааныштык. Бул түшүнүктү иш жүзүндө төмөнкүчө элестетүү мүмкүн. Бир фигураны экинчисине беттештирүү үчүн баштап тунук плёнкага биринчи фигуранын нускасын көчүрүп үлгү алабыз. Соң тунук плёнканы тегиздик бойлой сүрүп, биринчи фигуранын үлгүсүн экинчи фигура менен так дал келгендей кылып коюуга аракет кылабыз (7-сүрөт). Эгерде фигуралар дал келсе, бул фигуралар тең болот.

Кээде бир фигура экинчисине дал келиши үчүн баштап фигуранын нускасы берилген тунук плёнканы оодарып алууга туура келет. 8-сүрөттө ушундай абал берилген.

Чокусу O чекитте болгон шоола жана каалагандай AB кесинди берилген болсун. Маалым болгондой, бир учу ошол шооланын учу менен дал келүүчү, экинчи учу болсо шоолада жата турган жана AB кесиндиге барабар болгон кесиндини шоолага беттештирүү мүмкүн (9-сүрөт). Мындай кесинди бирөө гана болот жана бул амал **AB кесиндини O шоолага беттештирүү** дейилет. Муну келечекте кыскача **кесиндини шоолага беттештирүү** деп да атайбыз.

Бирдей узундуктагы тактайларды араалап, кесип алынып жатканда да ушундай кылынат (10-сүрөт).



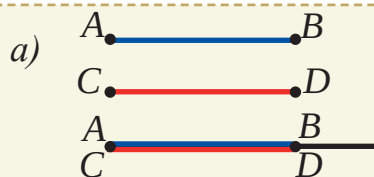
Каалагандай шоолага анын чокусунан баштап берилген кесиндиге тең жалгыз кесиндини коюу мүмкүн.

Эки кесиндини өз ара салыштыруу үчүн алар бир шоолага коюлат. Кийин болсо төмөнкү учурлардан кайсы бири болушуна карап, кесиндилердин өз ара теңдиги же узун-кыскалыгы (б.а. чоң-кичинелиги) жөнүндө жыйынтык чыгарылат (11-сүрөт):

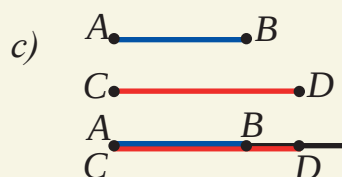
10



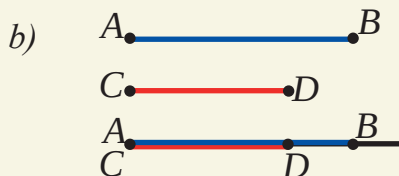
11



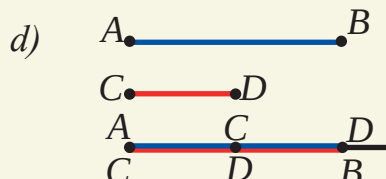
AB кесинди CD кесиндиге тең;



AB кесинди CD кесиндиден кыска;



AB кесинди CD кесиндиден узун;



CD кесинди AB кесиндинин жарымы;

Кесиндинин ортосу деп аны өз ара тең эки кесиндиге бөлүүчү чекитке айтылат.

12-сүрөттө AB кесиндинин ортосу болгон C чекит берилген. Фигурада тең кесиндилер бирдей сандагы сызыкчалар менен белгиленет.

12



2.3. Кесиндинин узундугу жана анын касиеттери. Кесиндилерди ченөө

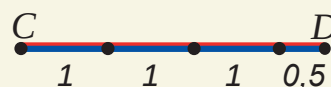
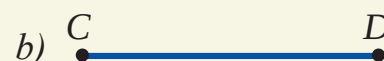
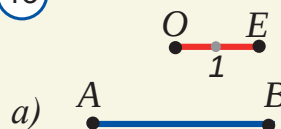
Кесиндилерди шоолага коюу аркылуу салыштыруу анчалык ыңгайлуу эмес. Кесиндилердин кайсы бири узун же кыскалыгын (б.а. чоң же кичинелигин) алардын узундуктарын салыштыруунун негизинде аныктоо да мүмкүн.

Кандайдыр бир кесиндини бирдик кесинди деп алып, анын узундугун 1 ге тең деп кабыл алабыз. Калган кесиндилердин узундуктарын ушул бирдик кесиндинин узундугуна салыштырмалуу аныктайбыз.

Кесиндинин узундугу оң сан болуп, ал кесиндиге бирдик кесинди жана анын бөлүктөрүн канча жолу жайгаштыруу мүмкүндүгүн көрсөтөт.

Маалым болгондой, 13-сүрөттөгү OE кесиндини бирдик кесинди деп алсак, б.а. узундугун 1 ге

13



тең десек, анда AB кесиндинин узундугу 2 ге тең болот. Анткени AB кесиндиге OE кесинди эки жолу жайгашып жатат. CD кесиндинин узундугу 3,5 га тең болот. Анткени бул кесиндиге OE кесинди бүтүн бойдон үч жолу жана анын жарымы жайгашып жатат.



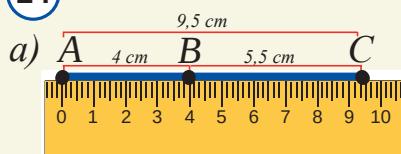
Ар кандай кесинди нөлдөн айырмалуу так узундукка ээ болуп, ал оң сан менен туюнтулат.



Активдештирүүчү сабак

14а-сүрөттө берилген кесиндилердин узундугу сызгыч менен ченелген Бул чоңдуктар өз ара ылдыйдагы формуланын жардамында байланышканын текшер.

14



$$AC = AB + BC;$$



$$AC = AB + BC;$$



$$AC < AB + BC.$$



Эгерде түз сызыкта B чекити A жана C чекиттердин арасында жайгашкан болсо, AC кесиндинин узундугу AB жана BC кесиндилердин узундуктарынын суммасына тең болот (14б-сүрөт):

$$AC = AB + BC.$$

Эгерде B чекити AC кесиндиде жатпаса, AC кесиндинин узундугу AB жана BC кесиндилердин узундуктарынын суммасынан кичине болот (14с-сүрөт): $AC < AB + BC$.

Бул барабарсыздыкка кийинки бөлүмдөрдө дагы токтолобуз.

Жогоруда келтирилген касиет кесиндилер менен кошуу жана кемитүү амалдарын аткаруу мүмкүнчүлүгүн берет. OE шоола, AB жана CD кесиндилер берилген болсун. Баштап OE шоолага AB кесиндини коёбуз. Соң BE шоолага CD кесиндини коёбуз (15-сүрөт).

Натыйжада пайда болгон AD кесинди AB жана CD кесиндилердин суммасы деп аталат жана $AD = AB + CD$ барабардык орундуу болот.

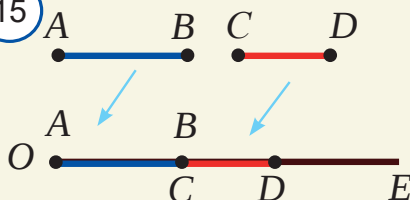
Ушул сыяктуу, кесиндилерди бири-биринен кемитүү амалын да киритүү мүмкүн.

Айталы, OE шоола, AB жана CD кесиндилер берилген жана $CD > AB$ болсун (16-сүрөт). OE шоолага баштап узун CD кесиндини коёбуз. Соң дагы OE шоолага AB кесиндини коёбуз. Пайда болгон BD кесинди CD жана AB кесиндилеринин айырмасы деп аталат жана $BD = CD - AB$ барабардык орундуу болот.

AB кесиндинин узундугу A жана B чекиттердин арасындагы аралык деп да айтылат.

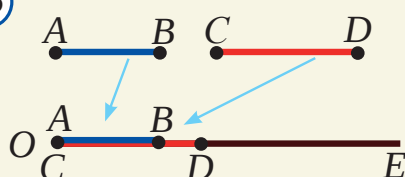
Бирдей узундуктагы кесиндилер өз ара тең болушу анык көрүнүп турат.

15



$$AD = AB + CD$$

16



$$BD = CD - AB$$

2.4. Айлана жана тегерек

Бир же бир канча берилген касиеттерди канааттандыруучу бардык чекиттерден турган фигура **чекиттердин геометриялык орду** деп аталат.

Чекиттердин геометриялык ордуна айлана жана тегерек мисал боло алат.

Берилген чекиттен тең алыстыкта жаткан чекиттердин геометриялык орду **айлана** деп аталат. Бул чекит айлананын **борбору** дейилет.

17-сүрөттө айлана түрүндөгү “Чаркпалек” көңүл ачуучу курулмасы келтирилген.

Айлананын каалагандай чекитинен анын борборуна чейинки аралык болсо айлананын **радиусу** деп аталат (18-сүрөт). О.э, айлананын борборун анын каалагандай чекити менен туташтыруучу кесиндини да радиус деп айтабыз.

Айлананын каалагандай эки чекитин туташтыруучу кесинди айлананын **хордасы** деп аталат. Борбордон өтүүчү хорда болсо **диаметр** деп аталат.

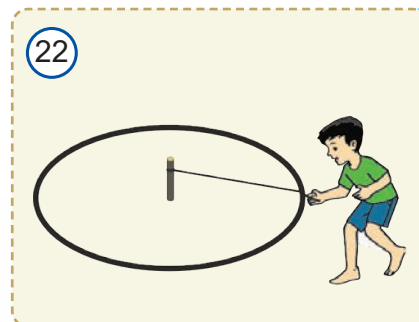
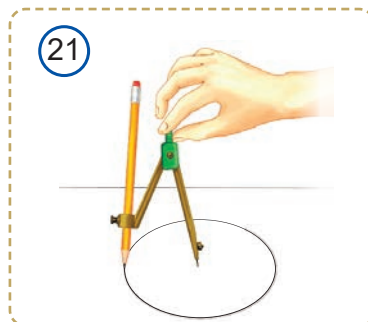
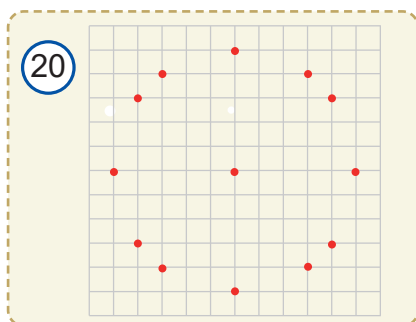
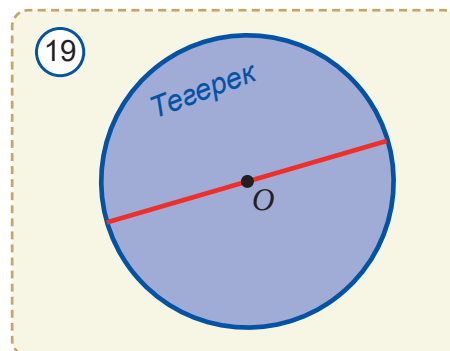
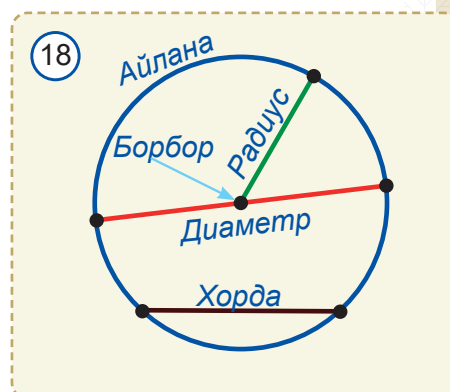
Тегерек деп тегиздикте берилген чекиттен берилген сандан чоң болбогон аралыкта жаткан чекиттердин геометриялык ордуна айтылат (19-сүрөт). Берилген чекит тегеректин **борбору**, берилген сан болсо анын **радиусу** деп аталат.

Айлананын (тегерек) диаметри борбордон өткөндүктөн ал эки радиустан турат (19-сүрөт). Демек, диаметрдин узундугу эки радиустун узундугуна тең.

Айлананы чакмак дептерде циркулсуз сызуунун жолу

- Чакмак дептерге 20-сүрөттөгүдөй кылып чекиттерди белгиле.
- Пайда болгон 12 чекитти удаалаш жаа сымал сызык менен туташтырып чык. Натыйжада борбору O чекитте болгон айлананын болжолдуу сүрөтү пайда болот (текшерип көр).

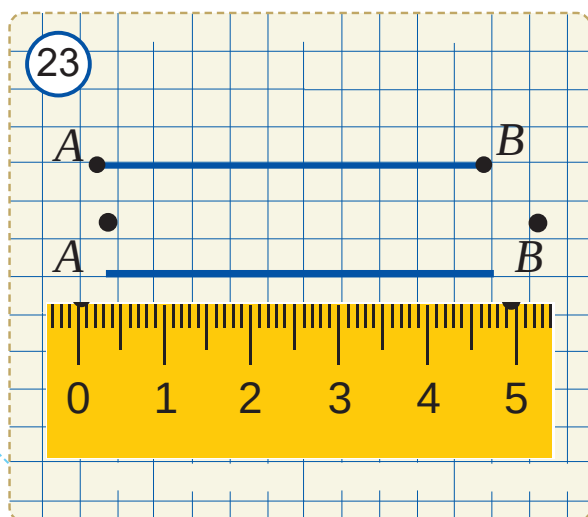
Айлана циркуль менен сызылат. Борбору O чекитте берилген, радиусу AB кесиндиден турган айлананы циркуль жана жип менен сызуу 21- жана 22-сүрөттөрдө көрсөтүлгөн.



2.5. Узундуктун чен бирдиктери

Байыртадан адамдар узундукту ченөөдө түрдүү узундук бирдиктеринен пайдаланып келген. Мисалы, Орто Азияда чыканак, карыш, кулач, чакырым сыяктуу узундуктун бирдиктери колдонулган. Түрдүү ченөө бирдиктеринен пайдалануу ыңгайсыздыктар туудурган. Ошондуктан XVIII кылымдан баштап дүйнө боюнча эл аралык узундук чен бирдиги катары **метр** кабыл алынган.

Сен узундуктун үлгүсү болгон метрдин эталону менен 7-класс “Физика” китебинде таанышкансың. Ал жерде метрге караганда кыйла чоң же кичине узундуктарды ченөө үчүн пайдаланылуучу бирдиктер да келтирилген эле. Алсак: $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$; $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$. Кесиндилердин узундугу түрдүү аспаптардын жардамында ченелет. Алардын жөнөкөйү шкалалуу, б.а. бөлүнүү чекиттерине ээ болгон сызгыч болуп саналат. Кесиндинин узундугунун мааниси тандалган узундук ченөө бирдигине байланыштуу болот. Эгерде узундук бирдиги катары 1 cm лүү кесиндини ала турган болсок, 23-сүрөттө берилген кесиндинин узундугу 5 cm ге тең болот жана $AB = 5 \text{ cm}$ деп жазылат. Эгерде узундук чен бирдиги катары узундугу 1 миллиметрлүү кесиндини алсак, $AB = 50 \text{ mm}$ болот.



Айрым учурларда кесиндинин узундугу чен бирдиги көрсөтүлбөй жазылат. Мисалы, $AB = 5$. Мында AB кесинди узундугу 5 чен бирдигине тең деп түшүнүлөт.

Дептерде түрдүү кесиндинин узундуктарын ченөө үчүн миллиметрлүү бөлүмдөргө ээ болгон окуу сызгычынан (24-сүрөт) пайдаланып келдиң. Доскада кесиндилерди сызуу үчүн сантиметрлүү бөлүмдөргө ээ мектеп сызгычынан пайдаланылат. Жердин үстүндө түрдүү ченөө иштерин ишке ашыруу үчүн ленталуу ченөө аспабы – рулеткадан, талаада – талаа циркулунан пайдаланылат.



Учурда инженер-усталар узундукту өтө ыңгайлуу жана так ченөөчү электрондук рулеткалардан пайдаланышууда (25 а-сүрөт).

25 б-сүрөттө дубалга чейин, 26 с-сүрөттө болсо зымкарагайдын негизи жана чокусуна чейинки болгон аралыкты ченөө жараяны берилген. Бул сүрөттөрдөн пайдаланып лазерлүү электрондук рулетканын кандай иштешин чечмелеп көр.



Маселе. Бир түз сызыкта жатуучу A , B жана C чекиттер үчүн $AB = 8$ жана $BC = 11$ болсо, AC кесиндинин узундугун тап.

Чыгаруу. Төмөнкү учурларды көрүп чыгабыз:

1. A , B , C чекиттер A түз сызыкта 26а-сүрөттө берилген тартипте жайгашкан болсун.

Кесиндилердин узундуктарынын касиетине көрө, $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19$ болот.

2. A , B жана C чекиттер A түз сызыкта 26б-сүрөттө берилген тартипте жайгашкан болсун.

Анда кесиндилердин узундуктарынын касиетине көрө, $BA + AC = BC$ же $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3$ болот.

3. C чекит 26с-сүрөттөгүдөй B жана A чекиттердин арасында жайгаша албайт. Анткени $AB < BC$. Демек, AC кесиндинин узундугу чекиттердин өз ара жайгашуусуна карап 19 же 3 көтөң болот.

Жооп: 19 же 3.

26



25

a)



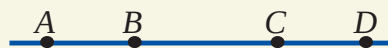
b)



c)



27



28

a)



b)



c)



d)





Тема боюнча суроолор

1. 27-сүрөттө B чекит кайсы чекиттердин арасында жатат? Кайсы чекиттер C чекиттен бир жакта жатат?
2. Кесинди жана шоолага аныктама бер. Алар кандай белгиленет?
3. Түз сызыкта C жана D чекиттер берилген. CD жана DC кесиндилер дал келеби? CD жана DC шоолаларчы?
4. Кесинди, шоола жана түз сызык бири-биринен эмнеси менен айырмаланат?
5. Кандай фигураларды өз ара тең дейбиз?
6. 28-сүрөттө кайсы фигуралар өз ара тең?
7. Кесиндини шоолага коюу дегенде эмнени түшүнөсүң?
8. Каалагандай шоолага анын чокусунан баштап берилген кесиндиге тең канча кесиндини коюу мүмкүн?
9. Кесиндилер кандай салыштырылат жана ченелет?
10. Кесиндинин ортосу деген эмне?
11. Кесиндинин узундугунун негизги касиеттерин айт.
12. Кесиндилердин суммасын жана айырмасын аныкта.
13. Чекиттердин геометриялык орду деген эмне?
14. Айлана жана тегерекке аныктама бер жана алардын элементтерин айт.



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. 29-сүрөттө канча кесинди бар?
2. Учтары түз сызыктагы A , B , C , D чекиттерде болгон жалпы канча кесинди бар? Аларды жаз.
3. 30-сүрөттөгү бардык шоолаларды жаз. Алардын кайсылары бири-бирин толуктоочу?
4. 30-сүрөттө AB түз сызык MN жана PQ түз сызыктарды тиешелүү түрдө C жана D чекиттерде кесип өтөт. а) C чекиттен чыгуучу; б) D чекиттен чыгуучу жана бири-бирин толуктоочу шоолаларды жаз.
5. Бир түз сызыкта жаткан 2 чекит ошол түз сызыкта жаткан канча шооланы аныктайт? 3 чекитчи?
6. 31а-сүрөттөгү фигураны кагазга ченемдерин өзгөртпөгөн түрдө сыз жана кыркып ал. Аны 31б-сүрөттөгү фигуранын үстүнө коюу аркылуу аларды салыштыр.
7. Төмөнкү а) тамга; б) цифра белгилеринин кайсылары геометриялык фигура катары өз ара тең? а) a , b , g , d , i , y , n , o , p , u , q ;

b) 1234567890

8. 33-сүрөттөгү тең фигураларды тап.

9*. Түз сызыкта жаткан: а) 1; б) 2; с) 3; d) 10; е) n чекити аны канча бөлүккө болот?

10*. Тегиздикте жаткан; а) бир; б) эки; с) үч; d) төрт түз сызык аны көбү менен канча бөлүккө бөлөт?

11*. Түз сызык жана анда жатпоочу A, B, C чекиттери берилген. AB кесинди берилген түз сызыкты кесип өтөт, AC кесинди болсо кесип өтпөйт. BC кесинди бул түз сызыкты кесип өтөбү?

12. 34-сүрөттөгү AB кесиндини бирдик кесинди деп алып, калган кесиндилердин узундуктарын тап.

13. 35-сүрөттөн AB, AC, AD, BC, BD, CD кесиндилеринин узундугун аныкта.

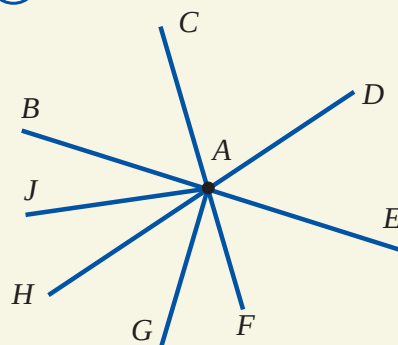
14. 36-сүрөттөгү маалыматтардан пайдаланып белгисиздерди тап.

15. Эгерде $B \in AC$, $AB = 7,2 \text{ cm}$, $AC = 2 \text{ dm}$ болсо, BC ны тап.

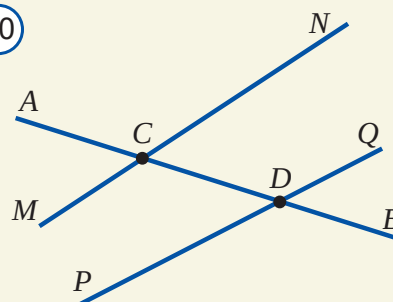
16. Эгерде $C \in AB$, $D \in AB$, $AB = 5$, $AC = 2,2$ жана $BD = 3,6$ болсо, CD ны тап.

17. Түз сызыкта көз менен чамалап: а) 3 cm ; б) 7 cm ; с) 10 cm болгон кесинди бөл.

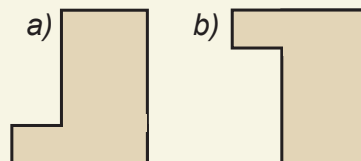
29



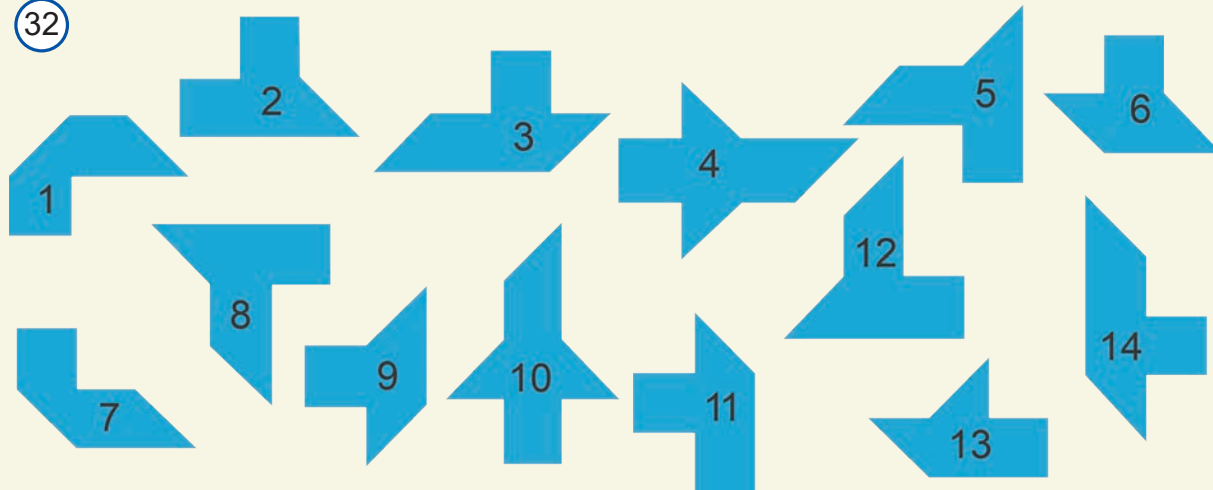
30



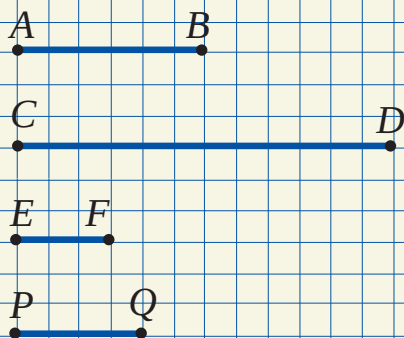
31



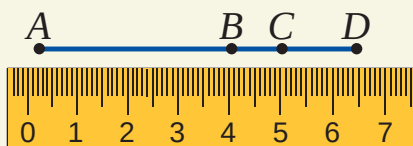
32



33

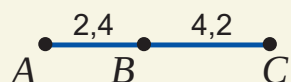


34



35

a) $AC = ?$



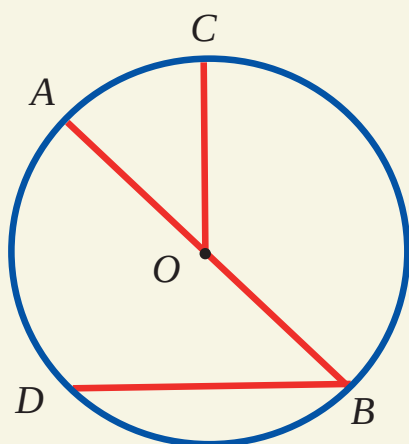
b) $AB = 3, AC = 2BC, BC = ?$



c) $AB = 24, BC = AC + 6, AC = ?$



36



Анан ишти канчалык так аткарганыңды сызгыч менен текшер.

18. Түз сызыктагы A, B, C чекиттери үчүн $AB = 600m, BC = 200m$ болсо, AC ны тап.

19. 36-сүрөттө берилген айлананын борбору, бардык радиустары, диаметри жана хордаларын аныкта жана жаз.

20. Айлананын радиусу 23 cm болсо, анын эң узун хордасын тап.

21. Айлананын: а) радиусу 12 cm болсо, диаметрин; б) диаметри 28 dm болсо, радиусун тап.

22. Түз сызыктагы A, B, C жана D чекиттери үчүн $AB = 2, AC = CB, 2AD = 3BD$ болсо, CD ны тап.

23. Борбору O чекитте болгон айлана а) OA түз сызык; б) OA шоола менен канча чекитте кесилиши мүмкүн?

24*. Шоола жана узундуктары $AB = 1,2sm, CD = 2,8sm$ болгон кесиндилер берилген. Бул кесиндилерден пайдаланып ушул шоолага узундугу: а) 4 cm ; б) $1,6\text{ cm}$; с) $0,4\text{ cm}$; д) $2,6\text{ cm}$ болгон кесиндилерди кой.

25. C чекити AB кесиндинин ортосу жана $CB = 13$ болсо, AB кесиндинин узундугун тап.

26. Өзүнүн жарымынан 46 cm узун болгон кесиндинин узундугун тап.

27. Китебиңдин узуну жана туурасын сызгычтын жардамында чене жана аларды: а) mm ; б) dm ; с) m ; д) km лерде туюнт.

28. C чекити AB кесиндини $1:3$ катышта бөлөт. Эгерде AC кесиндинин узундугу: а) $2,5\text{ cm}$; б) $3,9\text{ m}$; с) $1,4\text{ km}$ болсо, CB кесиндинин узундугун тап;

29. D чекит EF кесиндини $1:2$ катышта болот. Эгерде DE кесиндинин узундугу: а) 35 cm ; б) 93 dm ; с) 41 m болсо, EF кесиндинин узундугун тап.

- 30*.** Узундугу 9 *cm* болгон *AB* кесинди сыз. *AB* шоолада *C* чекитти төмөнкүдөй белгиле, мында: а) $AC - BC = 1 \text{ cm}$; б) $AC + BC = 11 \text{ cm}$; в) $AC + BC = 10 \text{ cm}$ болсун.
- 31*.** *AB* кесинди берилген. Узундугу: а) $2AB$; б) $AB:2$; в) $AB:4$; д) $0,75AB$ болгон кесиндилерди жаса.
- 32*.** Түз сызыктагы *A*, *B*, *C* чекиттери үчүн $AB = 5,6 \text{ cm}$, $AC = 8,9 \text{ cm}$ жана $BC = 3,3 \text{ cm}$ экени белгилүү. *A*, *B*, *C* чекиттердин кайсы бири калган экөөсүнүн ортосунда жатат?
- 33.** *C* чекити *A* жана *B* чекиттеринин арасында жатат. Эгерде: а) $AC = 2,5 \text{ cm}$, $CB = 3,4 \text{ cm}$; б) $AC = 5,3 \text{ dm}$, $CB = 4,2 \text{ dm}$ болсо, *AB* кесиндинин узундугун тап.
- 34*.** 36-сүрөттө *AB*, *BC*, *CD* жана *DE* кесиндилер өз ара тең. Эгерде бирдик кесинди катары: а) *AB*; б) *AC*; в) *AE* кесинди алынган болсо, *AD* кесиндинин узундугун тап.
- 35.** 38-сүрөттө Чоң Аюу жылдыз түркүмү берилген. Эгерде бул жылдыздарды кесиндилер менен туташтырсак, чөмүчкө окшош фигура пайда болот. “Чөмүчтүн” акыркы эки жылдызы пайда кылган *AB* кесиндини *B* чекиттен баштап *AB* шоола боюнча 5 жолу коюп чыгылса, Уюл жылдыздын жакынына барылат. Сүрөттөн Уюл жылдызы каерде жайгашканын аныкта.
- 36.** 39-сүрөттө талаа шартында түз сызык тартуу жараяны берилген. Андан бакта же короодо көчөттөрдү бир тегиз эгүүдө пайдаланылат. Бул практикалык иш түз сызыктын кайсы геометриялык касиетине негизделгенин түшүндүр.
- 37.** 40-сүрөттө боёкчунун шыпка түз сызык сызуу жараяны берилген. Ал үчүн жип бор менен ак түскө боёлот. Жиптин бир учу мыкка байланат, экинчи учу болсо тиешелүү чекитке коюлат. Кийин анын ортосунан кармап, бекем тартылат жана коюп жиберилет. Ошондо жипке сүртүлгөн бордун бөлүкчөлөрү шыпка жабышып, түз сызыкты пайда кылат. Кудум ушундай усулда дубалга да түз сызык сызуу мүмкүн. Бул практикалык иш түз сызыктын кайсы геометриялык касиетине негизделгенин түшүндүр.

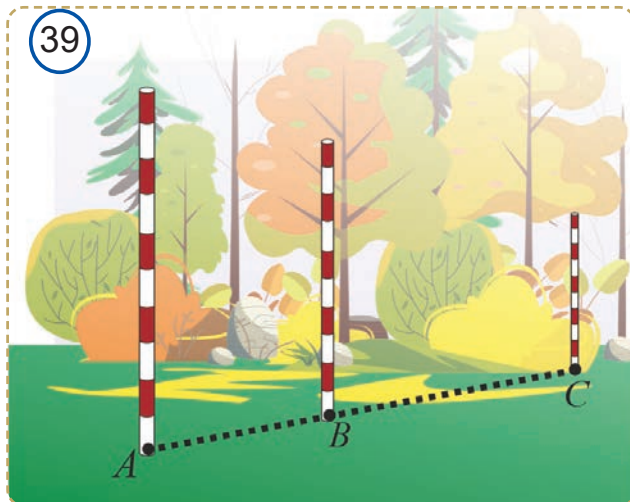
37



38

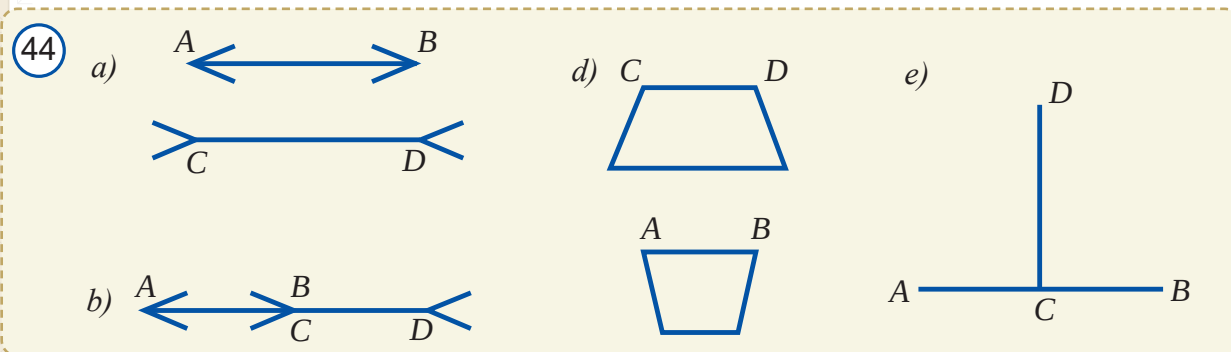
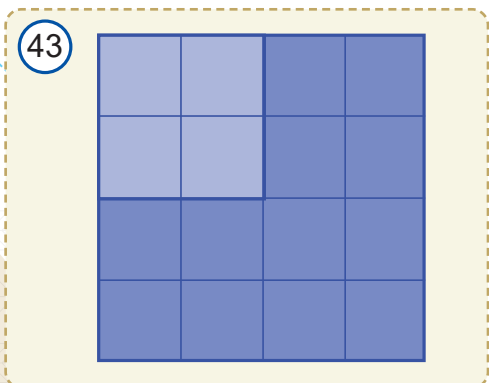
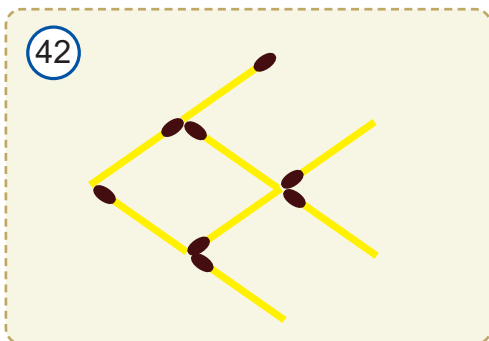
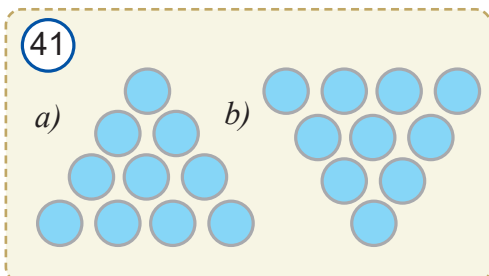
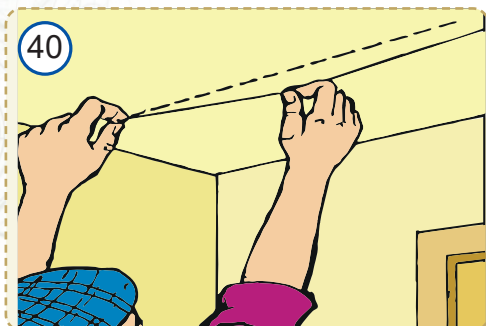


39





Геометриялык баш катырмалар



1. 10 даана бирдей тыйын 41a-сүрөттөгүдөй кылып терилген. 3 даана тыйындын гана ордун өзгөртүп, аларды 41b-сүрөттөгү көрүнүшкө келтир.
2. 42-сүрөттөгү 3 даана таякчанын ордун өзгөртүп, “балыкты” артка кайтар.
3. Дыйкандын квадрат түрүндөгү короосу бар эле. Ал короонун чейрек бөлүгүн 44-сүрөттөгүдөй кылып өзү үчүн калтырды. Калган бөлүгүн бирдей өлчөмдөгү тең бөлүктөргө бөлүп, төрт уулуна бөлүп берди. Абышка бул ишти кандай ишке ашырган?
4. 45-сүрөттө берилген AB жана CD кесиндилерди көз менен чамалап өз ара салыштыр. Кийин бул ишти сызгыч же тунук плёнканын жардамында аткар.

Жыйынтык. Геометрияда ченөө жана салыштыруу иштерин так аткаруу керек. Көз алдашы мүмкүн!

3

БУРЧ. БУРЧТАРДЫ САЛЫШТЫРУУ ЖАНА ЧЕНӨӨ

3.1. Бурч. Бурчтарды салыштыруу

Бир чекиттен чыгуучу эки шооладан турган фигура **бурч** деп аталат.

Бурчту түзгөн шоолалар **бурчтун жактары**, алардын жалпы учу болсо **бурчтун чокусу** деп аталат (**1-сүрөт**). Бул бурч $\angle AOB$ же $\angle BOA$ түрүндө белгиленет жана AOB бурч же BOA бурч деп окулат. Мындай жазууда бурчтун чокусу ар дайым ортодо жазылат. О.э, бул бурч кыскача $\angle O$ түрүндө да жазылып, O бурч деп окулушу мүмкүн. Чиймеде бурчту бөлүп көрсөтүү үчүн кээде анын эки жагы 1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып жаа сымал сызык менен туташтырып коюлат.

Жайылган бурч деп жактары бири-бирин толуктоочу шоолалардан турган бурчка айтылат.

2-сүрөттө жайылган бурчтар берилген.

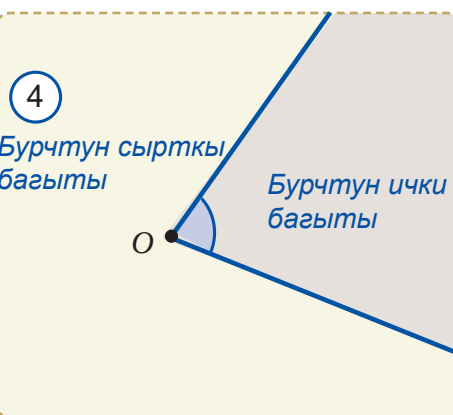
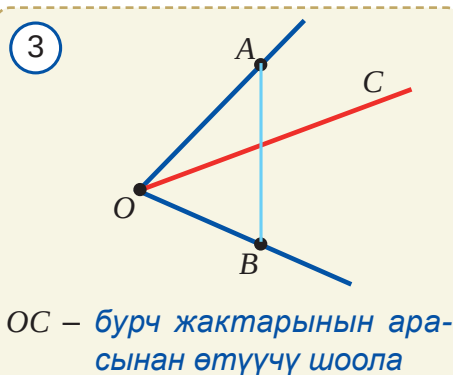
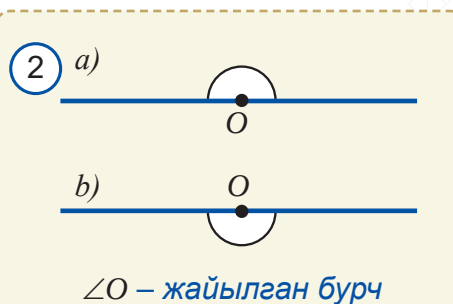
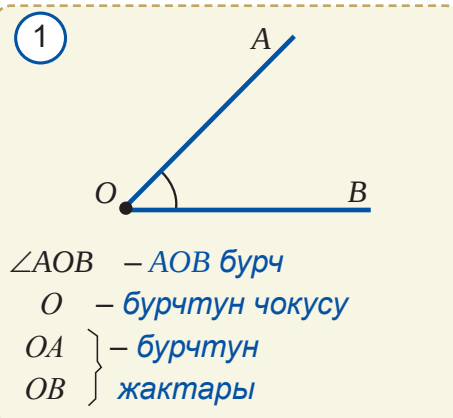
Жайылган эмес O бурч берилген болсун. Чокулары ушул бурчтун жактарында болгон кандайдыр бир AB кесиндини карайбыз (**3-сүрөт**).

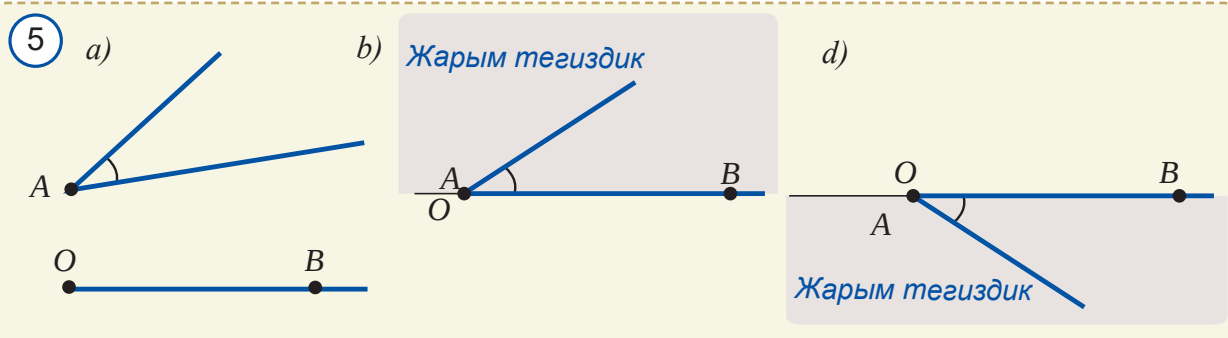
Эгерде бурчтун чокусунан чыгуучу OC шоола (**3-сүрөт**) AB кесиндини кесип өтсө, бул шоола **бурчтун жактарынын арасынан өтөт**. Маалым болгондой, бурчтун жактарынын арасынан өтүүчү шоола бурчту эки бурчка бөлөт.

Ар кандай бурч тегиздикти эки бөлүккө бөлөт (**4-сүрөт**). Тегиздиктин бурч жактарынын арасынан өтүүчү кандайдыр бир шоола жаткан бөлүгү **бурчтун ички багыты**, экинчи бөлүгү болсо **сырткы багыты** деп аталат.

Каалагандай OB шоола жана жайылган эмес A бурч берилген болсун (**5 а-сүрөт**). Белгилүү болгондой, OB түз сызык тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлөт. A бурчту бир жагы OB шоола менен дал келгендей коюу мүмкүн. Бул амал бурч кайсы жарым тегиздикке жатышына карап эки усулда аткарылат (**5 б, 5 d-сүрөттөр**) жана **бурчту шооладан жарым тегиздикке коюу** деп айтылат.

Каалагандай шоола жана андан өтүүчү түз сызык пайда кылган жарым тегиздиктерден бири берилген болсун.

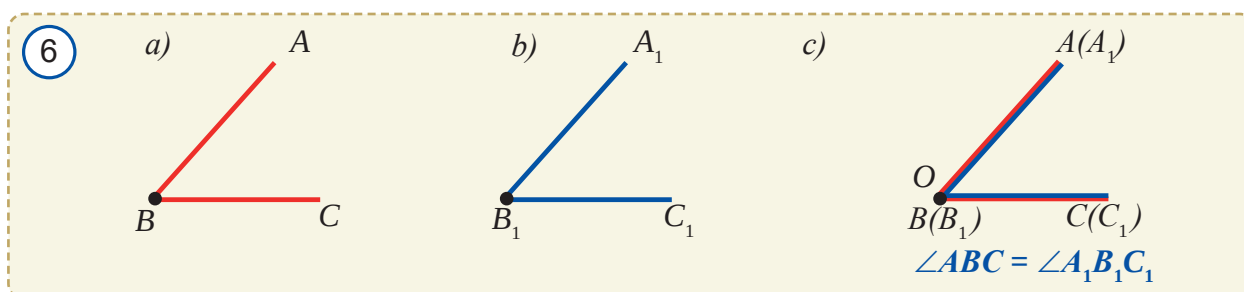




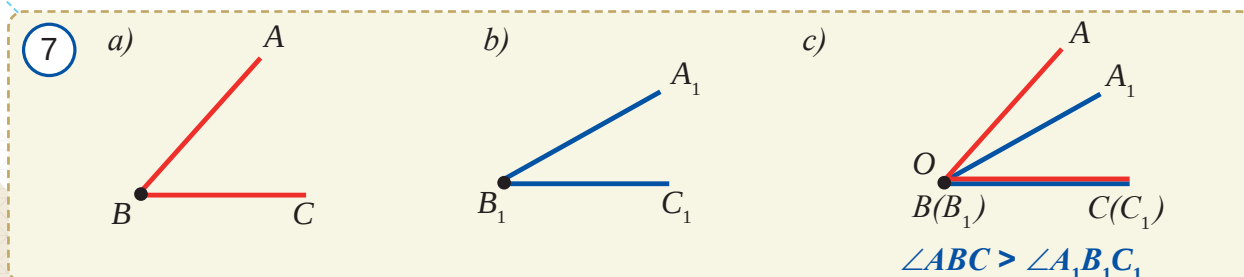
Каалагандай шооладан анык жарым тегиздикке берилген жайылган эмес бурчка тең бир гана бурчту коюу мүмкүн.

Эки бурчту кандайдыр бир шооладан анык жарым тегиздикке коюу аркылуу өз ара салыштыруу мүмкүн. Берилген ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтарды O шооладан анык жарым тегиздикке койгонубузда:

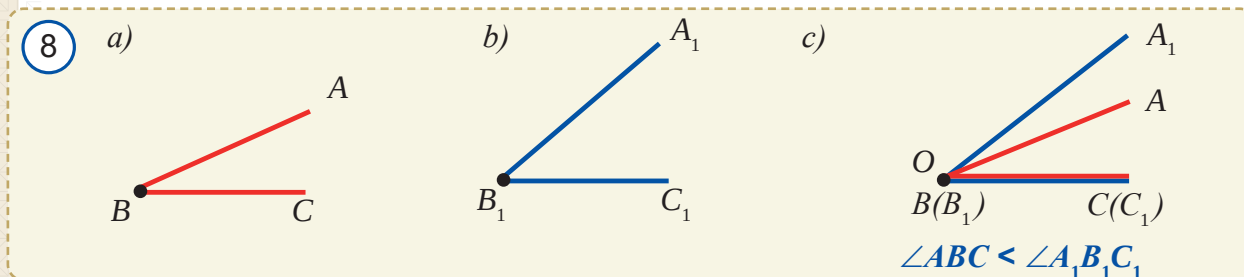
1-учур (6-сүрөт). BA жак B_1A_1 жак менен, BC жак болсо B_1C_1 жак менен дал келсе, ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтар **тең** деп аталат жана ал $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ түрүндө жазылат (фигурада бурчтардын теңдиги бирдей сандагы жаалар менен белгиленет).



2-учур (7-сүрөт). A_1B_1 жак ABC бурч ички багытында жатса, ABC бурч $A_1B_1C_1$ бурчтан чоң дейилет жана ал $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$ түрүндө туюнтулат.



3-учур (8-сүрөт). AB жак $A_1B_1C_1$ бурч ички багытында жатса, ABC бурч $A_1B_1C_1$ бурчтан кичине дейилет жана бул $\angle ABC < \angle A_1B_1C_1$



Бурчтун чокусунан чыгып, аны тең эки бурчка бөлүүчү шоола **бурчтун биссектрисасы** деп аталат.

9-сүрөттө AOB бурчтун OC биссектрисасы берилген.

3.2. Бурчтарды ченөө

Жайылган бурч өзүнүн жактарынын арасынан өтүүчү жана чокусунан чыгуучу шоолалар менен 180 даана тең бурчка бөлүнгөн болсун (10-сүрөт). Бул бурчтардан бирин ченөө бирдиги – **бирдик бурч** түрүндө алуу кабыл алынган. Анын бурч чоңдугу **бир градус** деп аталат жана 1° деп белгиленет. Каалаган бурчтун градус ченемин ушул бирдиктин негизинде аныктоо мүмкүн. **Бурчтун градус ченеми** бурчтун ички багытына канча бирдик бурч жана анын бөлүктөрү жайгашуусун көрсөтөт.

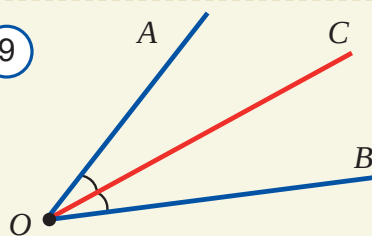
11-сүрөттө берилген ABC бурч 15° ка тең. Анткени анын ички багытына 15 даана бирдик бурч жайгашып жатат.



Ар кандай бурч анык градус ченемине ээ болуп, анын мааниси оң сан менен туюнтулат. Жайылган бурчтун градус ченеми 180° ка тең.

Бурчтардын градус ченеми **транспортир** деп аталуучу аспаптын жардамында ченелет. Транспортир менен төмөнкү класстарда таанышкансың. Анын шкалалуу жаа сымал бөлүгү сызыкчалар менен 180 тең бөлүккө бөлүнгөн болуп, ар бир бөлүк бир градусту билдирет. 12-сүрөттө транспортир менен бурчту ченөө жараяны берилген. Сүрөттө көргөнүндөй, AOB бурчтун чоңдугу 60 градуска тең жана бул $\angle AOB = 60^\circ$ түрүндө жазылат. Маалым болгондой, бирдей градус ченемине ээ бурчтар өз ара тең болушат жана тескерисинче, өз ара тең бурчтардын градус ченемдери да тең болот. Чоң бурчтун градус ченеми да чоң болот жана тескерисинче.

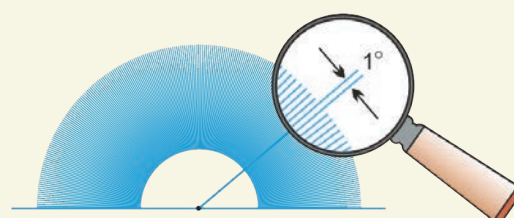
9



$$\angle AOC = \angle COB$$

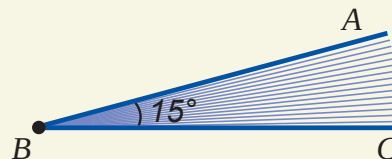
OC – AOB бурч
биссектрисасы

10

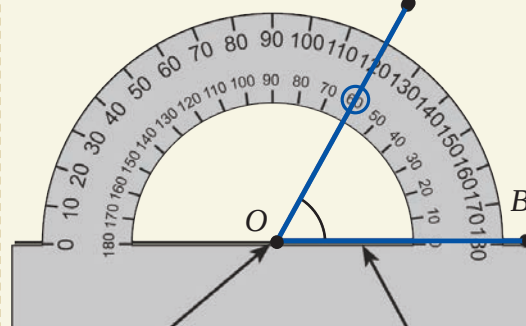


1 градустуу бурч

11

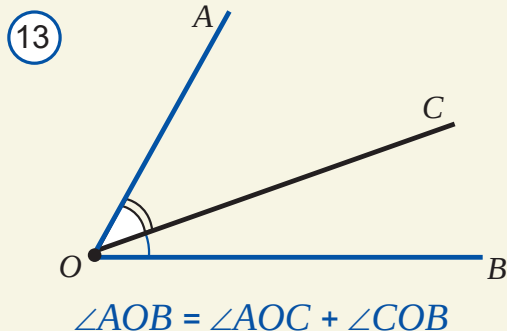


12



Транспортирдин борбору Транспортирдин негизи

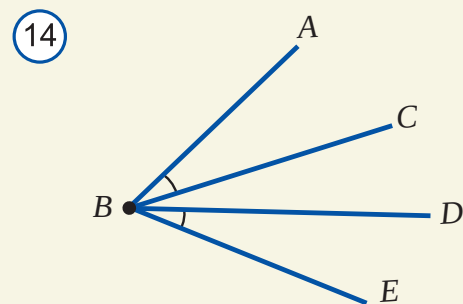
Бурчтарды ченөөдө градустун үлүштөрүнөн да пайдаланылат. 1° тун $\frac{1}{60}$ бөлүгү **минут**, $\frac{1}{3600}$ бөлүгү **секунд** деп аталат жана тиешелүү түрдө “'” жана “''” сыяктуу белгиленет. Мисалы, чоңдугу 45 градус 38 минут 59 секундга тең бурч градус ченеми $45^\circ 38' 59''$ сыяктуу жазылат. Маалым болгондой, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.



Айталы, $\angle AOB$ бурч берилген болуп, анын жактарынын арасынан өтүүчү каалагандай ОС шоола аны $\angle AOC$ жана $\angle COB$ бурчтарга бөлсүн (13-сүрөт). Анда:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Бул касиетти төмөнкүчө туюнтуу мүмкүн:



Бурчтун градус ченеми бурчтун жактарынын арасынан өтүүчү каалагандай шоола бөлгөн бурчтардын градус ченемдеринин суммасына тең.



1-маселе. Эгерде $\angle ABC = \angle DBE$ болсо, $\angle ABD = \angle CBE$ экенин көрсөт (14-сүрөт).

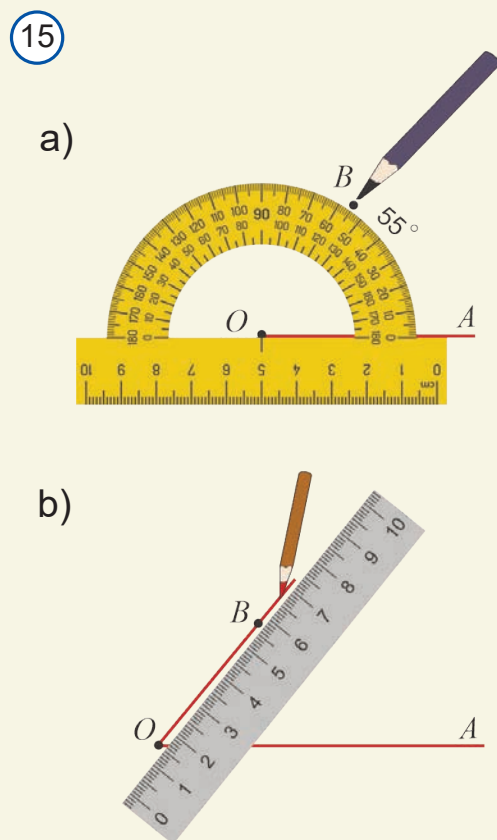
Чыгаруу. Берилген $\angle ABC = \angle DBE$ барабардыктын ар эки жагына $\angle CBD$ ны кошобуз:

$$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE.$$

$$\text{Бирок } \angle ABC + \angle CBD = \angle ABD \text{ жана } \angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$$

$$\text{Демек, } \angle ABD = \angle CBE.$$

Шоолага берилген градус ченемдүү бурчту коюунун практикалык жолу:



1. Каалагандай OA шоола сызып алынат.
2. Транспортирдин негизин берилген OA шооланын үстүнө, борборун болсо O чекитке 15a-сүрөттөгүдөй кылып коюлат.
3. Транспортир шкаласынан бурчтун берилген градус ченемин көрсөтүүчү шкаласы табылат жана анын тушуна B чекит коюлат.
4. O жана B чекиттер аркылуу шоола өткөрүлөт (15b-сүрөт). Натыйжада берилген градус ченемдүү $\angle AOB$ бурч пайда болот.

Бул ишти дагы кандай жол менен аткаруу мүмкүндүгү жөнүндө ойлоп көр.



2-маселе. Берилген OB шоолага 50° туу бурчту кой.

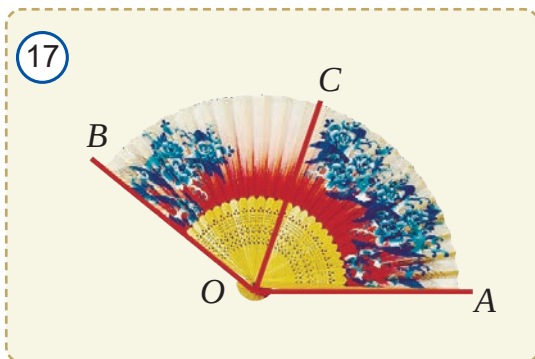
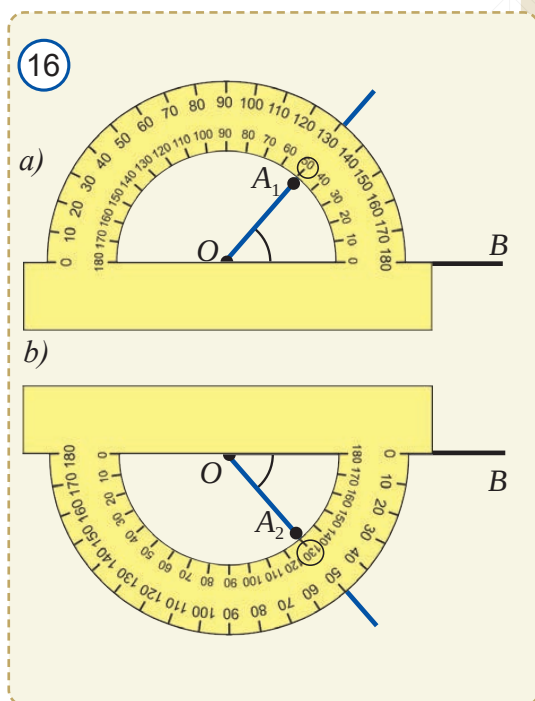
Чыгаруу. OB түз сызык тегиздикти эки жарым тегиздикке бөлүшү белгилүү. Транспортирдин негизин OB шооланын үстүнө, борборун болсо O чекитке 2 түрдүү усулда коюп, анын шкаласында 50° ка төп келүүчү шкала табылат жана бурчтар түзүлөт (16-сүрөт).

Демек, берилген шооладан ар бир жарым тегиздикке бирден 50° туу бурч коюу мүмкүн экен: $\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ$.



Тема боюнча суроолор

1. Бурч деген эмне жана ал кандай белгиленет?
2. Жайылган бурч деген эмне?
3. Бурч тегиздикти кандай бөлүктөргө бөлөт?
4. Бурчту шооладан анык жарым тегиздикке коюу дегенде эмнени түшүнөсүң?
5. Качан бурчтар өз ара тең болушат?
6. Качан бир бурч экинчисинен чоң же кичине болот?
7. Бурчтун биссектрисасына аныктама бер.
8. Бурчтун градус ченеми деп эмнеге айтылат?
9. Жайылган бурч канча градуска тең?
10. 1° ка тең бурч дегенде кандай бурчту түшүнөсүң?
11. Эки бурчтун градус ченемдери тең болсо, алар тең болобу?
12. 17-сүрөттө бурч градус ченеминин кайсы касиети келтирилген?

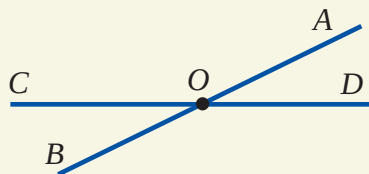




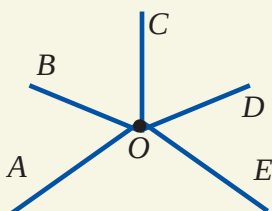
Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

18

a)

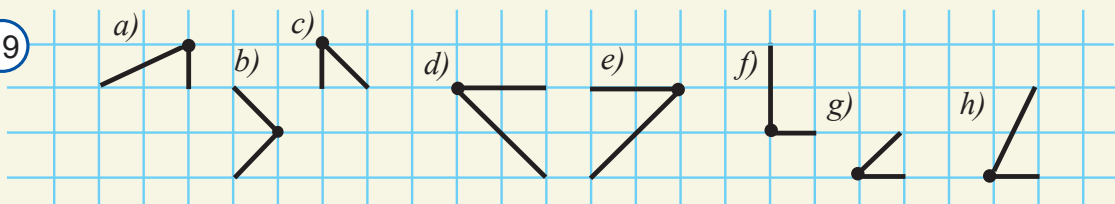


b)



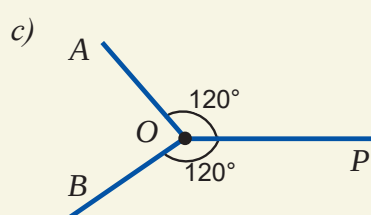
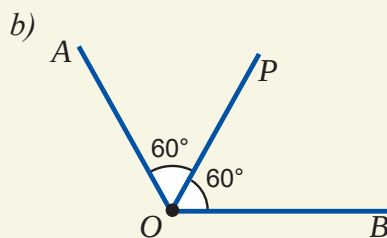
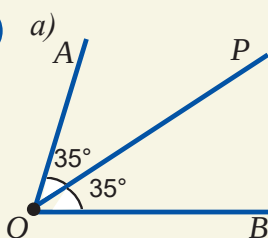
1. a) $\angle MNL$; b) $\angle ABO$ бурчту сыз. Анын чокусу жана жактарын жаз.
2. Каалагандай A, B, C жана D чекиттерди белгилеп, AB, AC жана DA түз сызыктарды сыз. Алынган бурчтарды, алардын чокуларын жана жактарын жаз.
3. 18-сүрөттө берилген бардык бурчтарды аныкта жана аларды жаз.
4. 19-сүрөттө берилген бурчтардын арасынан тең бурчтарды аныкта.

19



5. 20-сүрөттө берилген OP шоола AOB бурчтун биссектрисасы болобу?

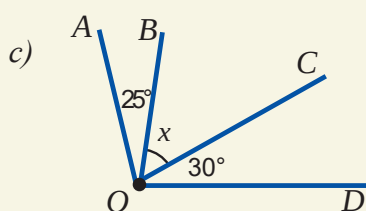
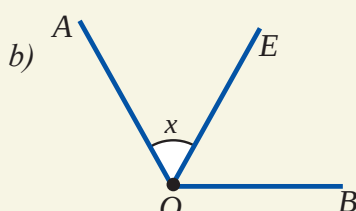
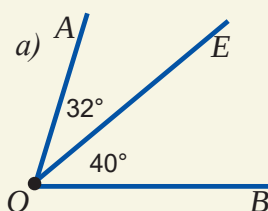
20



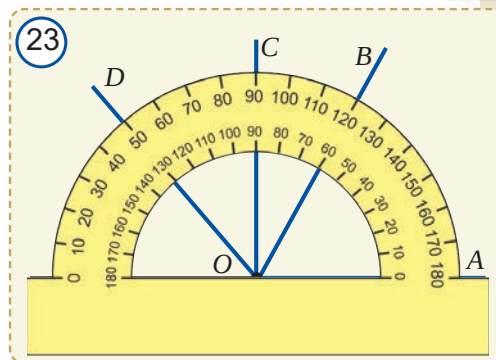
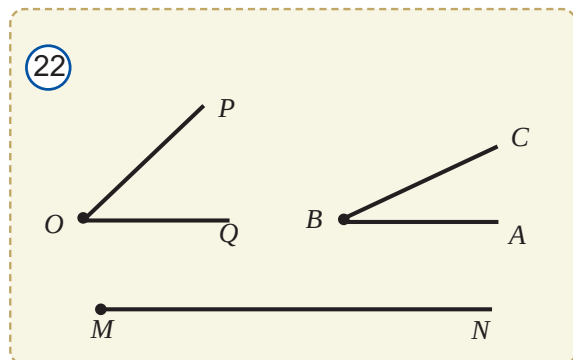
6. 21-сүрөттөн пайдаланып төмөнкүлөрдү аныкта:

a) $\angle AOB = ?$; b) $\angle AOB = 120^\circ 38'$, $x = ?$; c) $\angle AOD = 105^\circ 45'$, $x = ?$

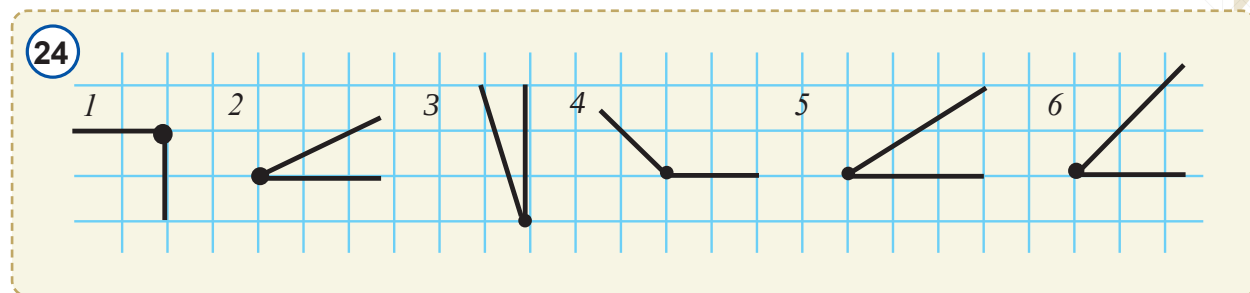
21



7. 22-сүрөттөгү POQ жана ABC бурчтарды MN шоолага коюу аркылуу салыштыр.



8. 23-сүрөттөн пайдаланып AOB , AOC , AOD , BOC , BOD жана COD бурчтардын градус ченемин аныкта жана транспортирде биссектрисаларын түз.
9. Төмөнкү барабардыктар мааниге ээби? а) $\angle AOB = \angle BOA$; б) $\angle AOB = \angle ABO$.
10. Транспортирде 60° жана 176° туу бурчтар, алардын биссектрисаларын түз.
11. Транспортирде 49° , 79° жана 142° туу бурчтарды, алардын биссектрисаларын түз.



12*. 24-сүрөттөгү бурчтардын маанилерин алардын градус ченемдеринин өсүү тартибинде жаз.

13. Эсепте:

а) $34^\circ 18' + 53^\circ 38'$; б) $15^\circ 8' 38'' + 113^\circ 21' 9''$; в) $115^\circ 8' 38'' - 113^\circ 21' 9''$.

14. Транспортирде 10° , 30° , $74^\circ 45'$, $113^\circ 30'$ жана 165° туу бурчтарды түз.

15. $\angle A$ жана $\angle B$ берилген $\angle A > \angle B$ болсо, $\angle A + \angle B$ жана $\angle A - \angle B$ бурчтарды түз.

16. Берилген AB шоолага 150° туу OAB бурчту кой.

17*. Эгерде: а) $\angle AOE = 20^\circ$, $\angle EOB = 40^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$; б) $\angle AOE = 80^\circ$, $\angle EOB = 120^\circ$; в) $\angle AOE > \angle AOB$ болсо, OE шоола $\angle AOB$ жактарынын арасынан өтөбү?

18*. OC шоола AOB бурч жактарынын арасынан өтөт. Эгерде $\angle AOB = 108^\circ$, $\angle BOC = 68^\circ$ болсо, $\angle AOC$ ны тап жана бул бурчтарды транспортирде түз.

19*. OT шоола ROS бурчтун жактарынын арасынан өтөт. Эгерде $\angle ROT = 37^\circ$, $\angle ROS = 98^\circ$ болсо, $\angle TOS$ ти тап жана бул бурчтарды транспортирде түз.

20*. Жебелүү саатта: а) 3:00; б) 6:00 болгондо, саат жана минут жебелери пайда кылган бурч канча градуска тең болушун аныкта.

21. Дептериңе шоола сыз жана ага көзүң менен чамалап жөнөкөй сызгычта 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 120° жана 150° туу бурчтарды кой. Кийин аларды транспортирде чене жана канчалык туура чийгениңди текшер. Көнүгүүнү кайтала.

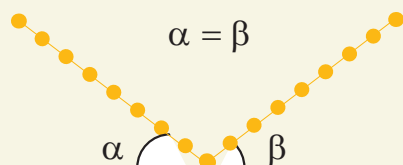


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

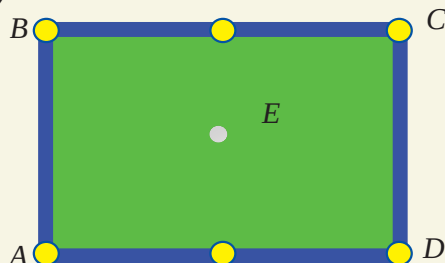
25

7

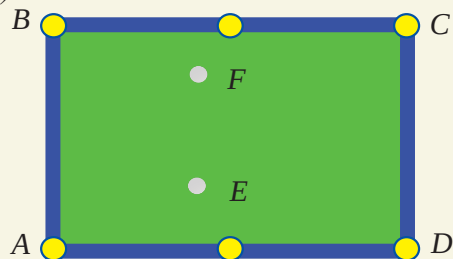
a)



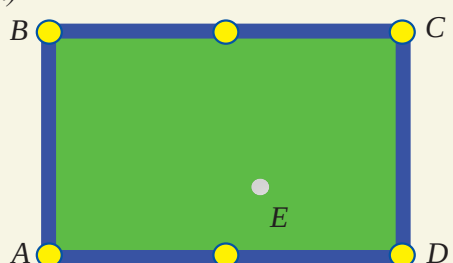
b)



c)



d)



1. Кагаз барагына бурч сыз. Баракты бүктөө аркылуу сызылган бурчтан: а) 2 эсе чоң; б) 2 эсе кичине; с) аны тик бурчка толуктоочу бурчту пайда кыл.

2. Класстык доскада эки бурч берилген. Колуңда бор жана жип бар. Алардын жардамында бурчтарды кандай салыштыруу мүмкүн?

3. Жерге тик бурч сызылган. Анын тик бурч экенин жип менен кандай текшерүү мүмкүн?

4. Жерде берилген бурчка тең бурчту жип менен гана кандай түзүү мүмкүн?

5. Тыйын менен айлана сыз. Бул айлананын борборун кандай аныктаса болот?

6. Бильярд столунун үстүндөгү шардын кыймылын күзөткөнсүңбү? Ал ар жолу столдун четине урулганда, кандай бурч астында келип урулган болсо, ушундай бурч менен капталдан кайтат (25 а-сүрөт):

а) Столдун борборунда турган шарды кандайдыр бир багытта кыймылдат жана анын кыймыл траекториясын сыз (25 б-сүрөт);

б) E чекитте турган шардын AD жана AB капталдарга урулуп, F чекитте турган шарга тийүү траекториясын сызып көрсөт (25 в-сүрөт);

д) E чекитте турган шардын AD , AB жана BC капталдарына урулуп, D тешикке түшүү траекториясын сызып көрсөт (25 д-сүрөт).



Тарыхый үзүндүлөр

26



Астролябия – бурч ченөөчү аспап болуп, аны байыркы грек астроному Гиппарх б.з.ч. II кылымда ойлоп тапкан (26-сүрөт). Көрүнүшү өтө жөнөкөй болгон бул аспапта ондогон ченөө иштерин аткаруу мүмкүн болгон.

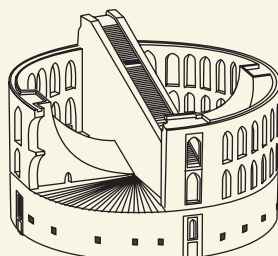
Самарканддагы Улукбек астрономиялык обсерваториясында да бурч ченөө иштери жүргүзүлгөн. Радиусу 42 м болгон чоң цилиндр түрүндөгү үч кабаттуу обсерваторияда (27 а-сүрөт) көптөгөн курулма жана аспаптар болгон (27 б-сүрөт). 27 д-сүрөттө анын жер астында сакталып, ушул күнгө чейин жетип келген бөлүгү көрсөтүлгөн. Улукбек бул курулма менен 1018 жылдыздын космостогу ордун таң калыштуу тактыкта ченеп, өзүнүн “Зижи жадиди Көраганий” чыгармасында келтирген.

27

а)



б)



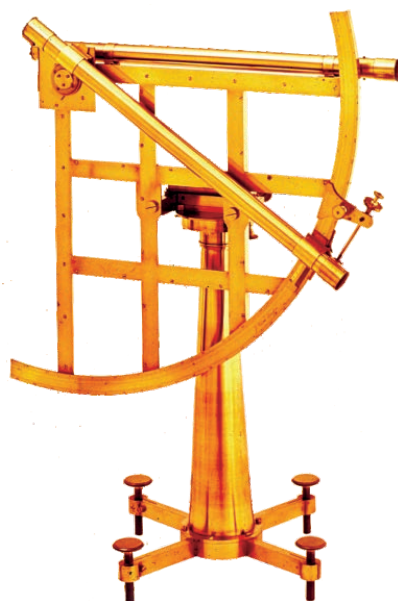
в)



28-сүрөттө европалык аалымдар телескоп ойлоп табылышынан мурда пайдаланган квадрант сүрөттөлгөн. Албетте, ал Улукбектин квадрантынан кыйла кичине.

Азыр жер ченөө иштеринде жогорку тактыкка ээ **электрондук теодолит** (29 а-сүрөт) деген аспап колдонулат. Аны менен Жердин каалаган чекитинде жасалма жандоочу аркылуу байланышып, ченөө, натыйжаларды салыштыруу жана узатуу мүмкүн (29 б-сүрөт).

28



29

а)



б)



4

ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУ ЖАНА КОЛДОНУУ

1. Колундагы китептин узуну, туурасы жана калыңдыгын сызгычта чене.
2. Колундагы китептин бир барагынын калыңдыгын кандай ченөө мүмкүн? Кыштын диагоналын сызгычта ченей аласыңбы?
3. Классташтарыңдын боюн чамалап чене жана салыштыр. Бою эң узун классташтарыңды аныкта.
4. Карышыңды сызгыч менен сантиметрде чене. Кийин бир канча предметтин ченемдерин (партанын узунун, туурасын жана бийиктигин, терезе жана досканын узунун жана туурасын) карыштап чене жана натыйжаларды сантиметрде туюнт.
5. 30 сантиметрлүү сызгыч менен 1 метрлүү кесиндини кандай түзүү мүмкүн?
6. Кадамыңдын узундугун чене. Мектеп имаратынын узунун

Карышың жана кадамыңдын узундугун ченеп, эстеп кал. Аларды билүү күндөлүк турмушта көп аскалат!

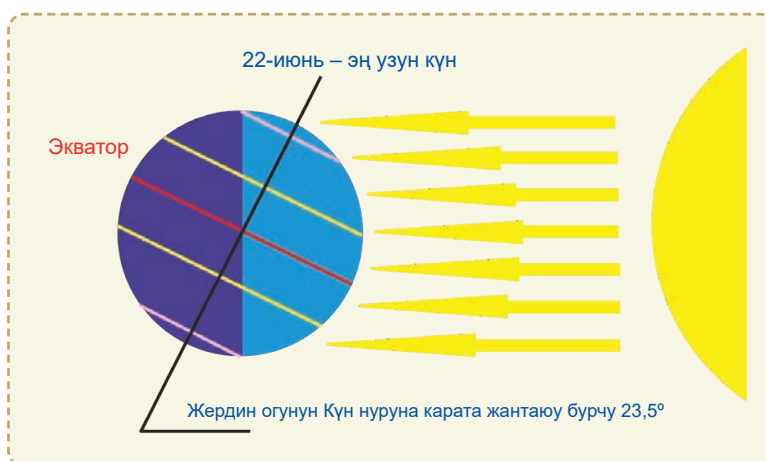
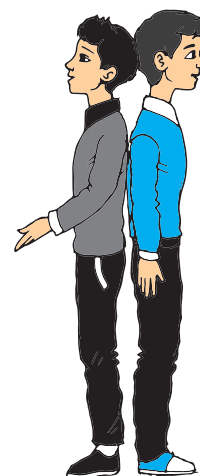
жана туурасын, спорт аянтынын узунун жана туурасын кадамдам чене жана метрлерде туюнт.

7. Ўзбекстандын картасынан берилген масштабга ылайык түрдүү шаарлардын арасындагы аралыктарды тап (30-сүрөт).
8. Эгерде бир чакырым 900 м экени белгилүү болсо, Бухара жана Самарканд шаарларынын арасындагы аралыкты чакырымдарда туюнт.
9. Жер шарынын огу Күндөн түшүп жаткан шоолага салыштырмалуу $23,5^\circ$ ка жантайган абалда айланат (31-сүрөт). Жер 8 саатта өз огу тегерегинде канча градуска айланат? Жер канча саатта өз огу тегерегинде 90° ка бурулат?

30

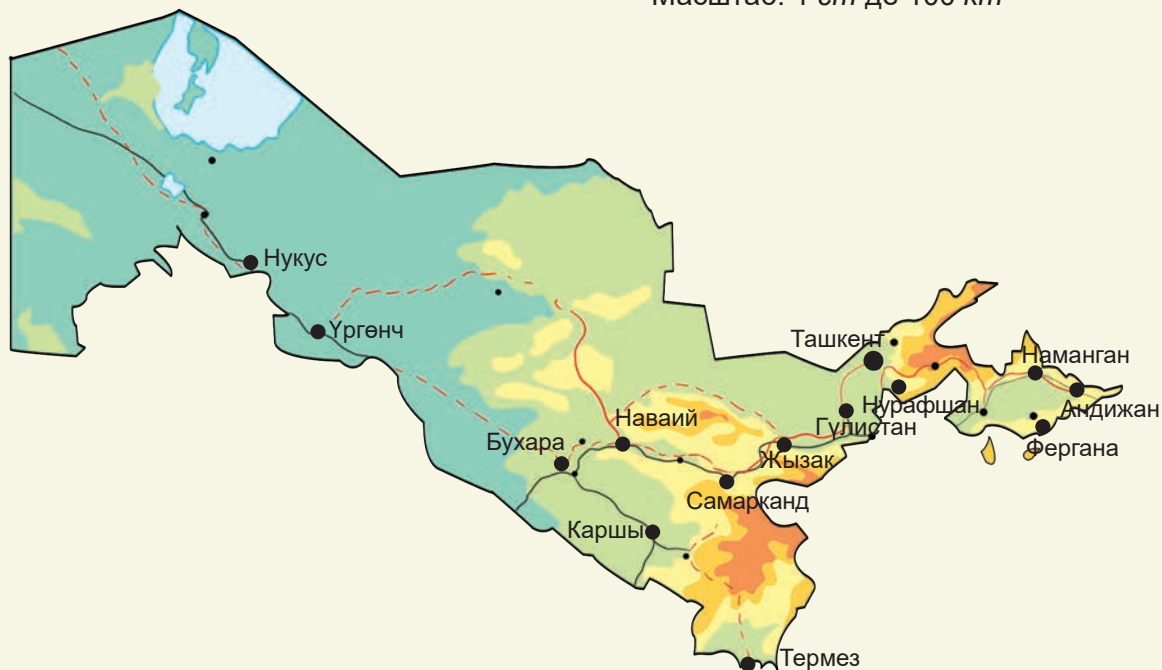


31



33

Масштаб: 1 см де 100 км



Ўлғу: Ташкент жана Бухара шаарларынын ортосундагы аралыкты табуу. Картада шаарлардын арасындагы аралыкты сызгычта ченеп, 4,07 см ге тең экенин табабыз. Масштабга ылайык, $4,07 \cdot 100 \text{ км} = 407 \text{ км}$ экенин аныктайбыз.

Жооп: 438 км.

Көптөгөн мамлекеттерде эл аралык чен бирдиктеринен сырткары, узундуктун төмөнкү чен бирдиктери да иштетилет: 1 дюйм = 2,54 см, 1 миль = 1,609 км.

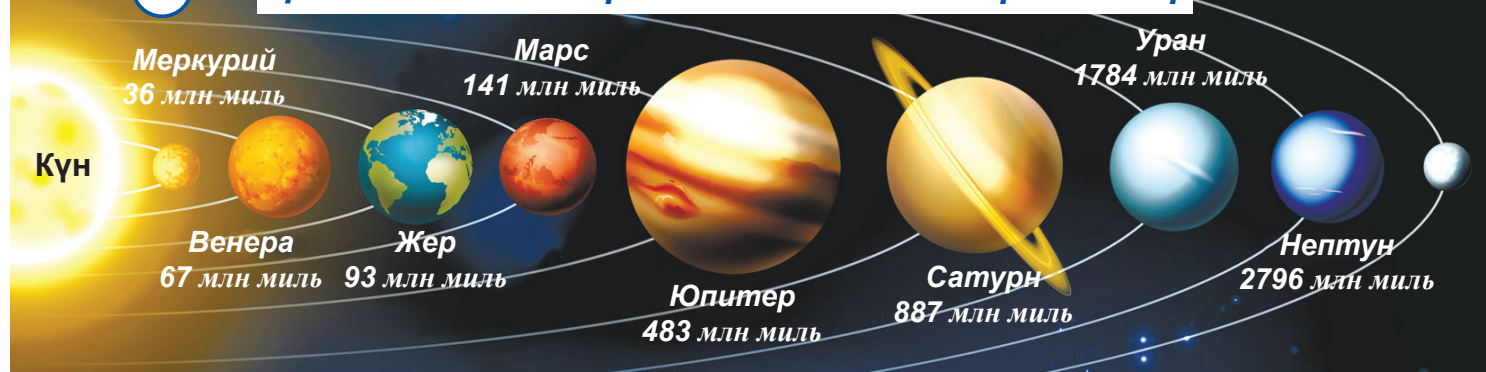
11. Телевизор жана компьютердин монитурунун диагонали (32-сүрөт) дюймдарда ченелет. 15, 17 жана 19 дюймдуу монитордун диагонын сантиметрлерде туюнт.
12. 35-сүрөттө берилген маалыматтардан пайдаланып, Жерден Күнгө чейин жана башка планеталарга чейинки болгон аралыкты тап жана км лерде туюнт.

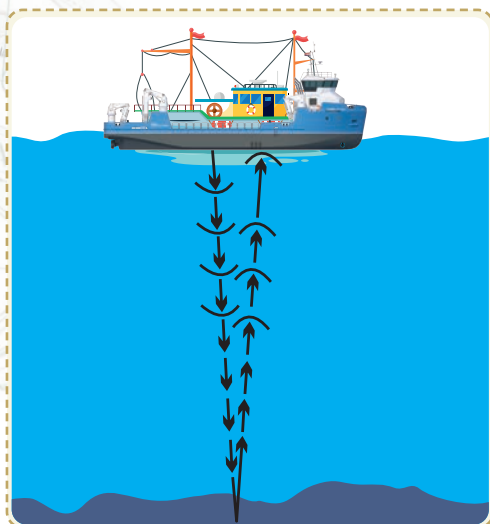
34



35

Күндөн планеталарга чейинки болгон аралыктар





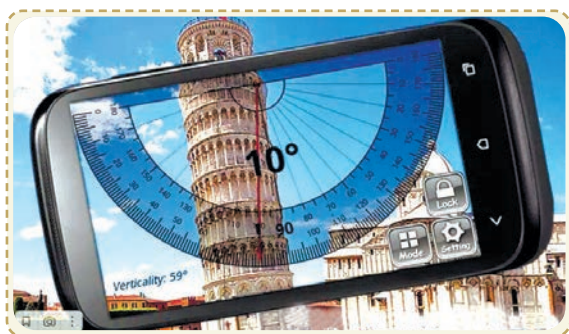
13. Аралыкты үн менен ченөө. Деңизде сүзүп жаткан кемени башкаруу үчүн деңиздин тереңдигин билүү өтө маанилүү. Ал үчүн деңиздин түбүнө ультра үн сигналы жиберилет жана анын деңиз түбүнө чагылып, канча убакытта кайтып келгени ченелет.

Бул убакыттын жарымын үндүн суудагы ылдамдыгы – 1490 m/s га көбөйтүп деңиз түбүнүн тереңдиги аныкталат.

Эгерде бул убакыт: а) 3; б) 10,5; с) 14,6 секундду түзгөнү белгилүү болсо, деңиздин тереңдигин тап.



Геометрияда MKT



Мобилдик телефондор үчүн жантайманы ченөөчү программалык тиркемелер иштеп чыгылган болуп, алардын жардамында жантаюу бурчун автоматтык түрдө ченөө мүмкүн. Сүрөттө Италиядагы белгилүү Пиза мунарасынын жантаюусун телефондогу ушундай программанын жардамында ченөө берилген.

1-текшерүү иши үлгүсү

1



Үлгүдөгү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

I. Теориялык бөлүк. Ушул убакытка чейин үйрөнүлгөн геометриялык фигураларды сана. Аларга мүнөздөмө бер жана касиеттерин жаз.

II. Практикалык бөлүк. Төмөнкү маселелерди чыгар (4-маселе “эң жакшы” баа алмакчы болгон окуучуларга арналган):

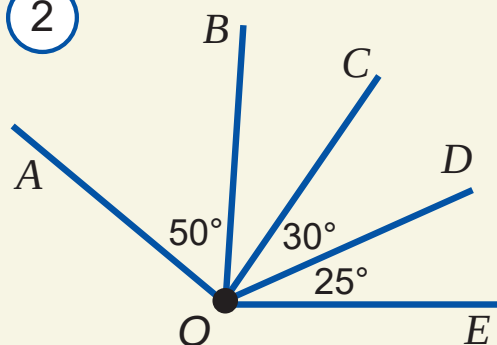
1. Бир түз сызыкта жатуучу A , B жана C чекиттери үчүн $AB = 9 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$ болсо, BC кесиндинин узундугу канчага тең?

2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, $BC = ?$ (1-сүрөт)

3. Эгерде 2-сүрөттө $\angle AOE = 140^\circ$ болсо, $\angle BOC$ бурчтун градус ченемин тап.

4*. Саат 5:00 болгондо саат жана минут жебелери пайда кылган бурч канча градус болот?

2



Математикалык маселелердин казынасы

Белгилүү болгондой, соңку маалдарда маалыматтык коммуникация технологиялары өтө тез өнүгүүдө жана тез темптер менен билим берүү системасына да кирип барууда. Азыркы күндө интернет тармагына ушунчалык көп маалымат булактары жайгаштырылгандыктан, бул казынадан пайдалануу ар бир жаш муун үчүн өтө зарыл жана пайдалуу. Бул веб баракчалардан сен өзбек, кыргыз, орус, англис жана башка тилдерде математика ааламындагы эң соңку жаңылыктарды, электрондук китепканалар базасында сакталып жаткан көптөгөн электрондук китептерди, санариптик (цифралык) ресурстарды табуунун мүмкүн. О.э, алар аркылуу ар түрдүү теориялык материалдар, усулдук сунуштар, сан жеткис маселелер, мисалдар жана алардын чыгарылыштары, түрдүү мамлекеттерде өткөрүлүп жаткан математикалык кароо-сынак жана олимпиадалар жөнүндөгү маалыматтар жана аларда берилген кызыктуу математикалык маселелер жана алардын чыгарылышы менен таанышышың мүмкүн.

Төмөндө бир топ маалымат-ресурс булактарынын интернет даректери берилүүдө. Алардан геометрияга тиешелүү өзүңдү кызыктырган түрдүү маалыматтарды алып көрүү, математиканы өз алдынча үйрөнүү мүмкүнчүлүктөрүнөн пайдаланууну сунуш кылабыз:

uzedu.uz – Элге билим берүү министрлигинин расмий сайты, маалымат-билим берүү порталы;

ziyonet.uz – “Ziyonet” социалдык билим берүү порталы;

dr.rtm.uz – жаңы китептер, мугалимдер үчүн усулдук колдонмолордун электрондук түрлөрү, презентациялар, мультимедиа тиркемелери, видео сабактар жана санариптик ресурстар платформасы;

maktab.uz – 1–11-класстар үчүн онлайн мектеп жана мектеп окуу программасы боюнча видео сабактар жана башка материалдардын платформасы;

stesting.uz – окуучулар үчүн “Эл аралык баалоо изилдөөлөрүнө даярдануу” электрондук платформасы (өзбек тилинде);

masofa.uz – А. Авланий атындагы педагогдорду кесиптик өнүктүрүү жана жаңы усулдарга үйрөтүү улуттук-изилдөө институтунун аралыктан окутуу порталы;

onlinedu.uz – А. Авланий атындагы педагогдорду кесиптик өнүктүрүү жана жаңы усулдарга үйрөтүү улуттук-изилдөө институтунун “Үзгүлтүксүз кесиптик билим берүү” электрондук платформасы;

skillsgrover.uz – Финляндиянын математиканы үйрөнүү жана окуучулардын билимдерин баалоо платформасы (өзбек тилинде);

khanakademy.org – “Хан академиясы” аралыктан билим берүү сайты (англис тилинде);

xanakademiya.uz – математика, информатика, химия, физика, экономика, биология жана астрономия өңдүү предметтерден видео сабактардын платформасы (өзбек тилинде);

school.edu.ru – жалпы билим берүү порталы (орус тилинде);

problems.ru – математикадан маселелер издөө системасы (орус тилинде);

geometry.net – алгебра жана геометриядан окуу материалдары (англис тилинде);

mathproblem.narod.ru – математикалык ийримдер жана олимпиадалар (орус тилинде);

ixl.com – математикадан аралыктан окутуу боюнча билим берүү порталы (англис тилинде);

mathkang.ru – “Кенгуру” эл аралык математикалык сынак сайты (орус тилинде);

olimpia.uz – “Кенгуру” эл аралык математикалык сынак сайты (өзбек тилинде);
brilliant.org – математикадан аралыктан билим берүү сайты (англис тилинде);
geogebra.com – геометрия жана алгебра предметтеринен динамикалык (“жандуу”) чиймелер жаратуунун мүмкүнчүлүгүн берүүчү акысыз программа;



yaklass.ru – мектеп окуучулары жана мугалимдер үчүн онлайн билим берүү платформасы;

schulen-ans-netz.de – Германия “Интернет-мектеп” сайты (немис тилинде);

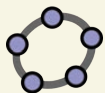
studienkreis.de – Германия окуу ийримдери сайты (немис тилинде);

educasource.education.fr – Франция билим берүү сайты (француз тилинде);

educmath.inrp.fr – Франция математика билим берүү санариптик ресурстары (француз тилинде);

mat-game.narod.ru – математикалык гимнастика. Математикалык маселелер жана баш катырмалар (орус тилинде);

mathproblem.narod.ru – математикалык ийримдер, мектептер жана олимпиадалар (орус тилинде);



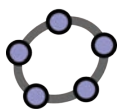
“GeoGebra” – математикадан “жандуу” чиймелер программасы

GeoGebra бул геометрия, алгебра жана башка багыттар боюнча билим берүүнүн түрдүү даражаларында пайдалануу үчүн динамикалык (“жандуу”) чиймелер жаратуу мүмкүнчүлүгүн берүүчү акысыз программа. Ал геометриялык фигуралар, алгебралык туюнтмалар, жадыбалдар, графиктер жана статистика менен иштөө үчүн кең мүмкүнчүлүктөрдү сунуштайт жана ыңгайлуулук үчүн бардык функциялар бир пакетке киргизилген. Ушул ачык коддуу программалык камсыздоо 2002-жылда австриялык математик **Маркус Хенвартер** тарабынан Java программалоо тилинде жаратылган болуп, бир канча тилдерде иштөө мүмкүнчүлүгү бар. Азыркы күндө андан дүйнө боюнча миллиондогон адамдар пайдаланып келүүдө.

“GeoGebra” программасынын артыкчылыктары:

- акысыз таратылат;
- көп тилдүү интерфейс;
- графикалык интерфейстин жөнөкөйлүгү жана ыңгайлуулугу;
- түрдүү операциялык системаларга (жадагалса планшеттер жана смартфондорго) орнотуу мүмкүнчүлүгү жана онлайн версиянын бар экендиги;
- пайдалануучулардын материал кошуусу үчүн ачык болгон мисалдар базасы.

“GeoGebra” программасынын бөлүктөрү



Калькуляторлор жыйнагы

Функцияларды текшерүү, теңдемелерди чыгаруу, геометриялык фигуралар жана 3D объекттерин курууга ылайыкташкан.



Графикалык калькулятор

Түрдүү функциялардын графиктерин түзүү, теңдемелерди изилдөө жана маалыматтарды сүрөттөөгө ылайыкталган.



3D калькулятор

Түрдүү чиймелер, 3D (үч өлчөмдүү) геометриялык фигуралар жана объекттерди сызууга ылайыкталган.



Геометрия

Түрдүү геометриялык фигураларды сызуу жана алмаштырууга ылайыкталган.



CAS калькулятор

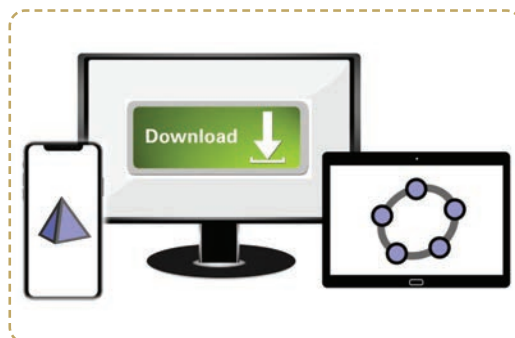
Түрдүү теңдемелерди чыгаруу, алгебралык туюнтмалардын формасын алмаштыруу, туунду жана интегралдарды эсептөөгө ылайыкталган.

“GeoGebra” геометрия программасында

GeoGebra программасы геометрияга тиешелүү маселелерди чыгаруу үчүн ылайыкташкан: анда сен чекит, кесинди, вектор, сегмент, түз сызыктардан пайдаланып бардык түрдөгү геометриялык фигураларды жаратууну, аларды динамикалык түрдө өзгөрүүсүн көрүшүн, о.э, белгилүү бир түз сызыкка перпендикуляр же параллель сызыктар сызууну, орто перпендикуляр, бурчтардын биссектрисалары, кесиндилердин узундугун жана көп бурчтардын аянтын аныктоону мүмкүн.

“GeoGebra” программасына тиешелүү онлайн ресурстар

- **GeoGebra** расмий веб сайты (GeoGebra.org) нан GeoGebra жөнүндө толук маалымат ал жана аны ушул жерден жүктөп ал (акысыз программа).
- Youtube каналында **GeoGebra** (youtube.com/GeoGebraChannel)ны үйрөнүү үчүн видео сабактар жана андан пайдаланууга тиешелүү мисалдар келтирилген.
- **GeoGebra**ны сактоо үчүн сайт (tube.geogebra.org)та пайдалануучулар өздөрү жараткан тиркеме жана сабактын пландары менен бөлүшүшөт.



“GeoGebra” программасын орнотуу

GeoGebraны компьютерге орнотуу боюнча көрсөтмөлөр:

1. Google Chrome браузерин ишке түшүр жана **GeoGebra**нын расмий сайтына өт: geogebra.org. Жүктөп алуу бөлүмү – “App Downloads”ко өт.
2. Компьютериңе тиешелүү тиркемелерден бирин танда:
 - а) **GeoGebra** веб тиркемеси – Chrome браузерин ушул тиркемеден пайдалануу үчүн компьютерден администраторлукту талап кылбайт, тиркемеден пайдалануу жараянында гана компьютер интернетке уланган болушу керек;
 - б) **GeoGebra** тиркемеси – Windows, Mac OS X, Linux жана башка операциялык системаларда интернетке уланбастан пайдалануу мүмкүн болгон тиркеме.

GeoGebraны планшетке орнотуу боюнча көрсөтмөлөр:

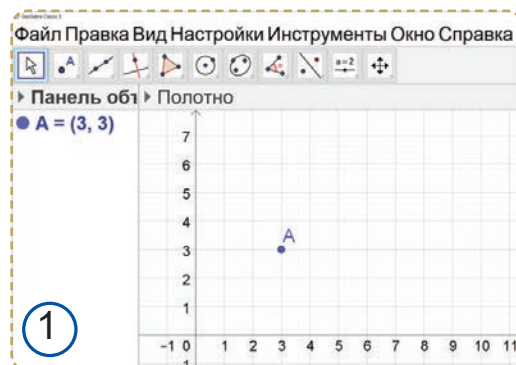
1. Андроид системасындагы курулмаларда Google Play Market же iOS ситемасындагы курулмаларда Apple Store тиркемесине кир.
2. **GeoGebra** тиркемесин издөөгө бер.
3. Тиркемени курулмаңа жүктөп ал.
4. Жардамчы вариант катары GeoGebraнын расмий сайтына өт жана жүктөп алуу бөлүмү – “App Downloads”дан планшет үчүн тиркемени жүктөп ал.

“GeoGebra”да практикалык тапшырмалар аткаруу

1. Чекит жасоо

Чекит жөнөкөй жана эң кичине геометриялык фигура болуп саналат. Анын сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

- 1) “Точка” (“Чекит”) курулмасынын үстүнө курсорду алып барып, чычкандын сол топчусун басабыз;
- 2) жумушчу аянттын каерине чекитти коймокчу болсок, ошол жерге чычкандын сол топчусун басабыз;
- 3) экранда чекит пайда болот (1-сүрөт). Чекит сүрөтүнүн үстүнө чычкандын сол топчусун басып, анын ордун алмаштыруу, б.а. жылдыруу да мүмкүн.



Чекиттин түсү жана стилин аныктоо жана аны тамга менен белгилөө да мүмкүн. Ал үчүн экрандын сол жагында жайгашкан объекттер панелинен пайдалануу керек. Чычкандын оң топчусун “Точка” (“Чекит”) курулмасынын үстүнө бассаң, кошумча терезече ачылат. Андагы “Свойство” (“Касиет”) катарына чычкандын сол топчусу басылат жана тиешелүү түс же стиль тандалат.

5

БУРЧТУН ТҮРЛӨРҮ

5.1. Тик, тар жана кең бурчтар

Бурчтар чоңдугуна карап түрлөргө бөлүнөт. Эгерде бурчтун градус ченеми:

90° тан кичине болсо (*1a-сүрөт*), тар бурч;

90° ка тең болсо (*1b-сүрөт*), тик бурч;

90° тан чоң жана 180° тан кичине болсо (*1c-сүрөт*), **кең бурч** деп аталат.

Чиймеде бурчтун тик бурч экендиги өзүнчө, *1b-сүрөттөгүдөй* белгиленет.



Маселе. Эгерде $\angle AOD = 135^\circ$,

$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ болсо (*2a-сүрөт*),

а) чиймеде канча тар, кең жана тик бурч бар экендигин аныкта;

б) AOB жана COD бурчтардын биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап.

Чыгаруу. а) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ болсун. Анда, бурчтарды ченөөнүн негизги касиетине ылайык, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$. Мындан $\alpha = 45^\circ$. Демек, $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$. Ошентип, чиймеде 3 даана тар, 2 даана тик жана 1 даана кең бурч бар.

б) OO_1 жана OO_2 тиешелүү биссектрисалар болсун (*2b-сүрөт*). $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$ болгондуктан бурч биссектрисасынын аныктамасына көрө:

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ.$$

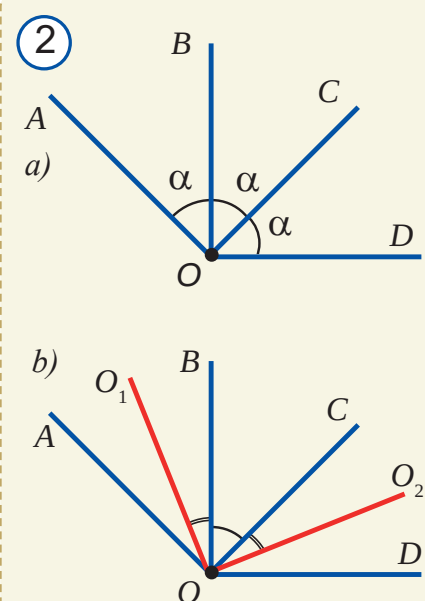
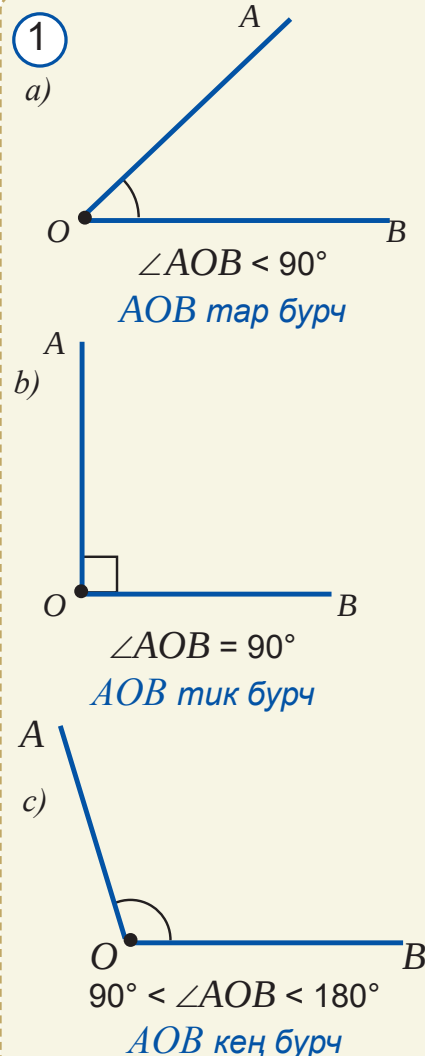
Изделип жаткан бурчту табабыз:

$$\begin{aligned} \angle O_1OO_2 &= \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ, \end{aligned}$$

б.а. O_1OO_2 – тик бурч.

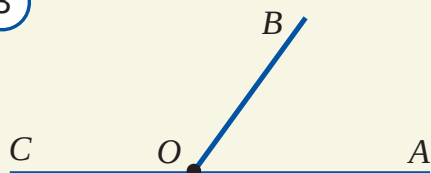
Жооп: AOB жана COD бурчтардын биссектрисаларынын арасындагы бурч 90° ка тең.

Эскертүү. Адатта бурч ченеми грек алфавитинин кичине α (альфа), β (бета), γ (гамма) ... сыяктуу тамгалары менен белгиленет.



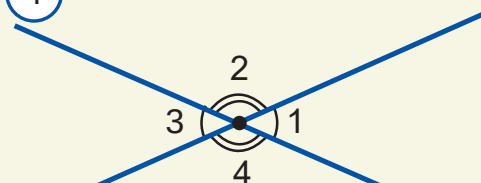
5.2. Жандаш жана вертикалдуу бурчтар

3



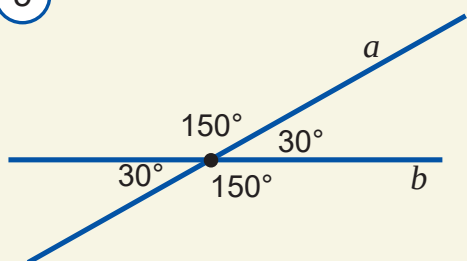
$\angle AOB$ } *жандаш*
 $\angle BOC$ } *бурчтар*

4



$\angle 1$ жана $\angle 3$ } *вертикалдуу*
 $\angle 2$ жана $\angle 4$ } *бурчтар*

5



Бирден жагы дал келип, калган жактары бири-бирин толуктоочу шоолалардан турган эки бурч *жандаш бурчтар* дейилет.

3-сүрөттө $\angle AOB$ жана $\angle BOC$ жандаш бурчтар берилген. Аларда OB жак жалпы, OC жана OA шоолалар болсо бир түз сызыкта жатат жана бири-бирин толтурат.

Бул $\angle AOC$ бурчтун жайылган бурч экендигинен кабар берет. Экинчи жактан, аныктамага көрө, $\angle AOC$ бурч $\angle AOB$ жана $\angle BOC$ жандаш бурчтардын суммасынан турат. Ой жоромолубуз төмөнкү касиеттин орундуу экенин көрсөтөт:

Касиет: жандаш бурчтардын суммасы 180° ка тең.

Бул касиеттен түздөн-түз төмөнкү натыйжалар да келип чыгат:

1-натыйжа. Эгерде жандаш бурчтар тең болсо, алар тик бурч болот.

2-натыйжа. Тик бурчка жандаш бурч да тик бурч болот.

3-натыйжа. Жандаш бурчтардын бири тар (кең) болсо, экинчиси кең (тар) болот.

Вертикалдуу бурчтар деп биринин жактары экинчисинин жактарынын уландысынан турган шоолалардан түзүлгөн бурчтарга айтылат. 4-сүрөттө $\angle 1$ жана $\angle 3$ вертикалдуу бурчтар болуп саналат. О.э, $\angle 2$ жана $\angle 4$ да вертикалдуу бурчтардын түгөйүн пайда кылат. Эми вертикалдуу бурчтардын төмөнкү касиетин далилдейбиз.

Касиет: вертикалдуу бурчтар өз ара тең болушат.

Айталы, $\angle 1$ жана $\angle 3$ вертикалдуу бурчтар берилген болсун (4-сүрөт). $\angle 1 = \angle 3$ болушун далилдейбиз.

Далил: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, анткени $\angle 1$ жана $\angle 2$ жандаш бурчтар болуп саналат.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, анткени $\angle 2$ жана $\angle 3$ төр да жандаш бурчтар болуп саналат.

Бул эки барабардыктан $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$, б.а. $\angle 1 = \angle 3$ экенин алабыз.

Касиет далилденди.

Ошентип, эки түз сызык кесилишкенде вертикаль жана жандаш бурчтар пайда болот. Белгилүү болгондой, жандаш бурчтар жубу өз ара жайылган бурчту түзөт. Алардын бири 90° тан чоң болсо, экинчиси 90° тан кичине болот. Жандаш бурчтардан кичинесинин градус ченемин *түз сызыктардын арасындагы бурч* деп атоо кабыл алынган. 5-сүрөттөгү түз сызыктардын арасындагы бурч 30° ту түзөт. Муну “*түз сызыктар 30° туу бурч астында кесилишет*”, деп да айтабыз.

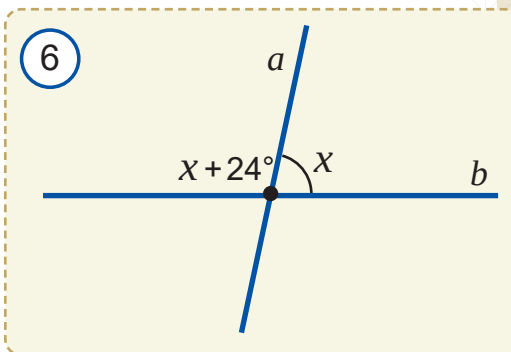


Маселе. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан бири экинчисиден 24° чоң болсо, бул бурчтарды тап.

Чыгаруу. Белгилүү болгондой, эки a жана b түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтар жандаш же вертикалдуу бурчтар болот (6-сүрөт). Бирок вертикалдуу бурчтар өз ара тең болушат.

Демек, маселенин шартында берилген бурчтар жандаш бурчтар экен. Алардын бирин (кичинесин) x менен белгилесек, экинчиси $x+24^\circ$ ка тең болот. Жандаш бурчтар касиетине ылайык, $x+x+24^\circ=180^\circ$. Мындан $x = 78^\circ$ жана $x+24^\circ=102^\circ$ экенин аныктайбыз.

Жооп: a жана b түз сызыктар кесилишкенде 78° , 102° , 78° жана 102° туу бурчтар пайда болот.



5.3. Геометрияны үйрөнүүдө ойдун удаалаштыгы жана байланыштуулугу

Ушул маалга чейин бир топ геометриялык фигуралар жана алардын касиеттери менен таанышып чыктык. Мисалы, өткөн темада вертикалдуу бурчтар менен тааныштык жана алардын өз ара тең болушун көрдүк. Эстесең, бул касиет менен жөн эле таанышпастан, аны далилдедик. “Вертикалдуу бурчтар өз ара тең болушат” деген далилдин туура экендигин ой жүгүртүү аркылуу негиздедик. Бул “далил” түшүнүгү менен алгачкы таанышуубуз болду. Геометрияга биринчи болуп “далил” түшүнүгүн алып кирген математик б.з.ч. 625–527-жылдарда жашаган милеттик грек аалымы Фалес эсептелет.

Кандайдыр бир далилдин туура экенин логикалык ой жүгүртүү менен келтирип чыгаруу **далил** деп аталат. Туура экендиги далилдөө жолу менен негизделүүчү далил болсо **теорема** деп аталат. Теорема адатта шарт жана жыйынтык бөлүктөрүнөн турат. Теореманын биринчи – шарт бөлүгүндө эмнелер берилгени баяндалат. Экинчи – жыйынтык бөлүгүндө болсо эмнени далилдөө керектиги баяндалат. Мисалы, төмөнкү теореманы алып карайлы.



Теорема. Эгерде жандаш бурчтар өз ара тең болсо, алардын экөө тең тик бурч болот.

Бул теореманын **шарт бөлүгү** – “өз ара жандаш бурчтардын тең экени” болсо, **жыйынтык бөлүгү** – “алардын ар экөө тең тик бурч” болушунан турат.

Теореманы далилдөө – анын шартынан пайдаланып, буга чейин далилденген жана кабыл алынган касиеттерге таянып, ой жүгүртүп, жыйынтык бөлүгүндө туюнтулган сүйлөмдүн туура экендигин келтирип чыгаруу болуп саналат. Теореманын шарт жана жыйынтык бөлүктөрүн такташтырып алуу теореманы айкындаштыруу, аны түшүнүү жана далилдөө жараянын жеңилдетет. Ошондуктан теореманы далилдөөдөн мурда аны шарт жана жыйынтык бөлүктөргө ажыратып, кайра жазып алган оң. Мисалы, жогоруда келтирилген теореманы төмөнкү көрүнүштө кайра жазып алуу мүмкүн:

Берилген: $\angle A$ жана $\angle B$ жандаш бурчтар,
 $\angle A = \angle B$

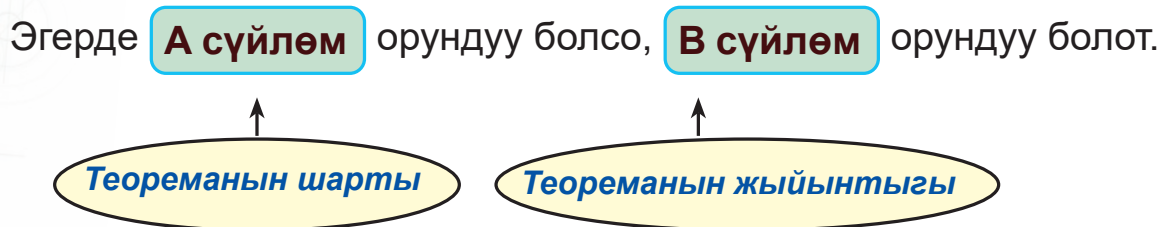
Теореманын шарты



Далилдөө керек:
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$

Теореманын жыйынтыгы

Жалпысынан алганда, теореманы шарт жана жыйынтык бөлүктөргө ажыратып, төмөнкү схема түрүндө сүрөттөө мүмкүн:

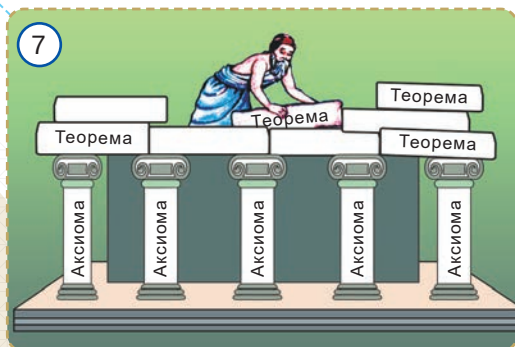


Башталгыч түшүнүк жана аксиомалар. Геометрияда түшүнүктөр белгилүү үзгүлтүксүз ырааттуулук жана логикалык удаалаштыкта киргизилет. Чекит, түз сызык жана тегиздик сыяктуу түшүнүктөр геометриянын башталгыч түшүнүктөрү болуп эсептелет. Аларга мүнөздөмө бербедик. **Геометриянын башталгыч түшүнүктөрү** аныктамасыз түздөн-түз киргизилүүчү түшүнүктөр болуп саналат. Геометрияны бир имарат деп алсак, бул түшүнүктөр анын пайдубалы болуп эсептелет. Башталгыч түшүнүктөрдөн пайдаланып башка жаңы түшүнүктөр аныкталат, б.а. аларга аныктамa берилет.

О.э, ушул маалга чейин чекит, түз сызык жана тегиздиктин кээ бир касиеттерин да далилсиз, түздөн-түз кабыл алдык. Мындай касиеттер **аксиомалар** деп аталат. Эгерде көңүл бурган болсоң, китепте бардык аксиомаларды негизги тексттен өзүнчө бөлүп, атайын белгинин астында берип келдик. Ушул убакка чейин таанышып чыккан аксиомаларыбызга мисалдар келтиребиз (калгандарын китептен таап, жазып чык):



1. Тегиздикте кандай гана түз сызык алынбасын, анда ал түз сызыкка тиешелүү да, тиешелүү болбогон да чекиттер бар.
2. Каалаган эки чекит аркылуу бир гана түз сызык жүргүзүү мүмкүн.
3. Түз сызыкта алынган каалагандай үч чекиттен бири гана калган экөөнүн арасында жатат.



Грек аалымы Платон геометрияда укмуш бир мыйзам ченемдүүлүктү байкаган: мурда үйрөнүлгөн, туура экендиги далилденген касиеттерден логикалык пикирлөө, ой жүгүртүү аркылуу жаңы касиеттерди келтирип чыгарса болот экен. Мындай укмуш мүмкүнчүлүктөн пайдаланып, калган касиеттер теоремалар түрүндө туюнтулат жана аксиомалар менен бул ушул убакка чейин туура экендиги далилденген касиеттерге негизделип, логикалык ой жүгүртүүлөр аркылуу далилденди.

Ой жүгүртүү жараянында далилденген касиеттерден (алардын туура экендиги ачык-айкын көрүнүп турган болсо да) пайдаланууга тыюу салынат.

Мындай көнүгүү окуучулардын пикирлөө жөндөмүн өстүргөндүктөн, геометрия мектептерде негизги предметке айланган.

Ошентип, геометрияны бир имарат деп карай турган болсок (7-сүрөт), башталгыч түшүнүктөр жана аксиомалар анын пайдубалын түзөт. Бул пайдубалдын үстүнө терилген кыштар мүнөздөлгөн жаңы түшүнүктөрдөн жана теоремалар түрүндө далилденген касиеттерден турат.

Геометрияда аналогиялар. Кээде кесинди жана бурчтардын касиеттери жөнүндөгү маселелерди чыгарууда бирдей усул же мамилелерден пайдаланылат. Буга себеп ушул геометриялык фигуралардын кээ бир касиеттеринин бири-бирине окшоштугу болуп саналат. Мындай окшоштук илимде **аналогия** деп аталат. Аналогия түшүнүгүн төмөнкү мисалда түшүндүрүүгө аракет кылабыз.

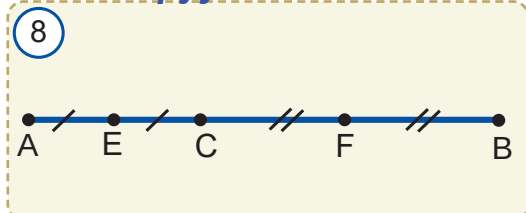
1-маселе. Узундугу 32 см болгон AB кесиндиде C чекити алынган. AC жана CB кесиндилердин ортолорунун арасындагы аралыкты тап (8-сүрөт).

2-маселе. 120° туу AOB бурчту OC шоола эки бурчка бөлөт. AOC жана COB бурчтардын биссектрисалары арасындагы бурчту тап (9-сүрөт).

Бир караганда бул маселелер бири-бирине эч окшобойт. Анткени алардын биринде кесинди жөнүндө, экинчисинде болсо бурчтар жөнүндө сөз жүрөт.

Ошентсе да, алардын жалпы жактары да бар. Ар эки маселеде бир бүтүн нерсе экиге бөлүнгөн. Экинчи жактан, кесиндинин ортосу кесиндини, бурчтун биссектрисасы болсо бурчту тең экиге бөлөт.

Чыгаруу.



E жана F чекиттер тиешелүү түрдө AC жана CB кесиндилердин ортолору болсун. Анда,

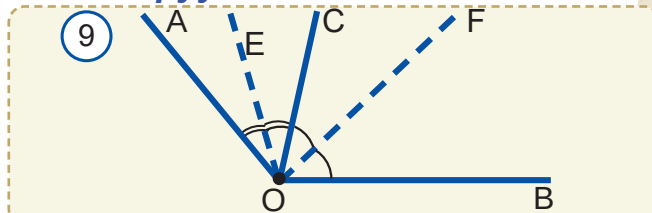
$$EC = \frac{AC}{2} \quad \text{жана} \quad CF = \frac{CB}{2}.$$

Мындан:

$$EF = EC + CF = \frac{AC}{2} + \frac{CB}{2} = \frac{AB}{2}$$

$$EF = 32 : 2 = 16 \text{ (см)}.$$

Чыгаруу.



OE жана OF шоолалар тиешелүү түрдө $\angle AOC$ жана $\angle COB$ бурчтар биссектрисалары болсун. Анда,

$$\angle EOC = \frac{\angle AOC}{2} \quad \text{жана} \quad \angle COF = \frac{\angle COB}{2}.$$

Мындан:

$$\angle EOF = \angle EOC + \angle COF = \frac{\angle AOC}{2} + \frac{\angle COB}{2} = \frac{\angle AOB}{2}$$

$$\angle EOF = 120^\circ : 2 = 60^\circ.$$

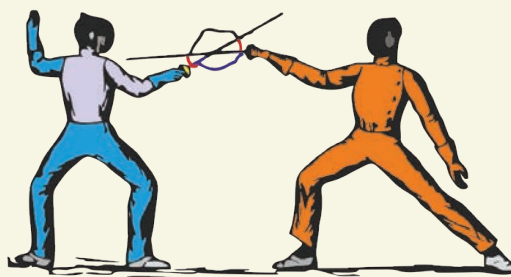
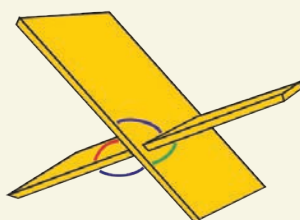
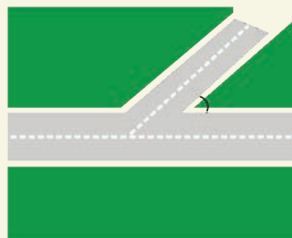
Көрүп турганындай, ар эки маселени чыгаруу идеясы да бири-бирине окшоп кетет. Ошондуктан биринчи маселени чыгарууда колдонгон ой жүгүртүүлөрүбүздү экинчи маселени чыгарууга да баскычма-баскыч колдонушубуз мүмкүн болду. Мындай учурларда “экинчи маселенин чыгарылышы биринчи маселенин чыгарылышына окшош” деп айтылат.



Тема боюнча суроолор

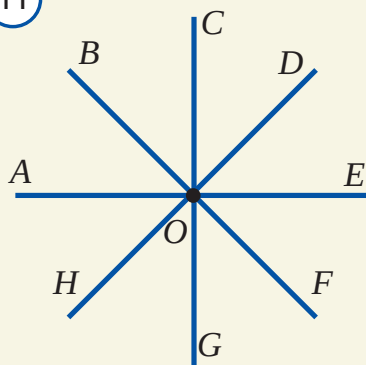
1. Бурчтар чоңдугуна карай кандай түрлөргө бөлүнөт?
2. Айланандан тар, кең жана тик бурчтарга мисалдар келтир.
3. Кандай бурчтар жандаш бурчтар дейилет?
4. Жандаш бурчтардын суммасы эмнеге тең? Жообунду негизде.
5. Жандаш бурчтар өз ара тең болушу мүмкүнбү? Качан?

10

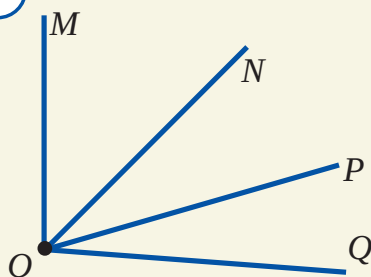


6. Кандай бурчтар вертикалдуу бурчтар деп аталат?
7. Вертикалдуу бурчтардын негизги касиеттерин түшүндүр.
8. 10-сүрөттө кандай бурчтарды көрүп жатасың?
9. Жандаш бурчтардын экөө тең: а) тар; б) тик; с) кең бурчтар боло алабы?
10. Эгерде эки бурч тең болсо, аларга жандаш болгон бурчтар да тең болобу?
11. Аныктама деген эмне? Кайсы түшүнүктөр аныктамасыз кабыл алынат?
12. Теорема деген эмне? Ал кандай бөлүктөрдөн турат?
13. Теоремалар кандай далилденет? Далил дегенде эмнени түшүнөсүң?
14. Аксиома деген эмне?

11



12



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Үч бурчтук сыз. Аларды тиешелүү түрдө $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ түрүндө белгиле. Транспортирде аларды чене жана түрлөрүн аныкта.
2. ОА шоола сыз. Транспортирдин жардамында градус ченеми тиешелүү түрдө 25° , 72° жана 146° болгон AOB , AOC жана AOD бурчтарды түз.
3. Тик бурчтуктун биссектрисасы анын бир жагы менен кандай бурч пайда кылат?
4. ОС шоола AOB бурчтун биссектрисасы. OD болсо AOC бурчтун биссектрисасы. AOB бурч DOC бурчтан канча эсе чоң?
- 5а. 11-сүрөттө канча: а) тар; б) кең; с) тик; жайылган бурч бар?
- 5б. 12-сүрөттө канча тар жана канча кең бурч бар?
6. Кагаз барагын бүктөп тик бурч пайда кыла алсыңбы?
7. Сааттын саат жана минут жебелери тик бурч пайда кылуучу убакыттардан бир канчасын айт.
8. Сааттын минут жана саат жебелери пайда кылган

бурчтарды тап (13-сүрөт).

9*. Сааттын жебеси: а) 1 саатта; б) 6 саатта; с) 2 минутта канча градуска бурулат?

10. а) 20° ; б) 90° ; с) 145° ; д) 9° туу бурчка жандаш болгон бурч канча градуштуу болот?

11. а) 34° ; б) 109° ; с) 5° ; д) 167° туу бурчка жандаш болгон бурч канча градуштуу болот?

12. Эгерде жандаш бурчтардын бири экинчисинен үч эсе чоң болсо, аларды тап.

13. Эгерде жандаш бурчтардын бири экинчисинен төрт эсе кичине болсо, аларды тап..

14. 14-сүрөттөгү белгисиз x бурчту тап.

15. Эгерде жандаш бурчтардын градус ченемдеринин катышы а) 2:7; б) 11:25; с) 1:9 болсо, аларды тап.

16. Эгерде эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан бири 40° болсо, калган бурчтарды тап.

17. $\angle 1$ жана $\angle 2$ жандаш бурчтар. Төмөнкү жадыбалды толтур.

$\angle 1$	34°			19°	175°
$\angle 2$		118°	132°		

18. $\angle 1$ жана $\angle 2$ жандаш бурчтар. Төмөнкү жадыбалды толтур.

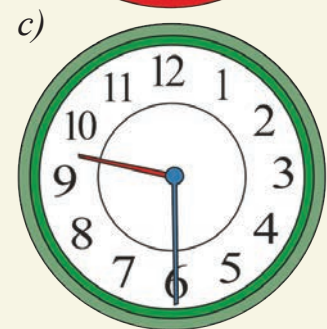
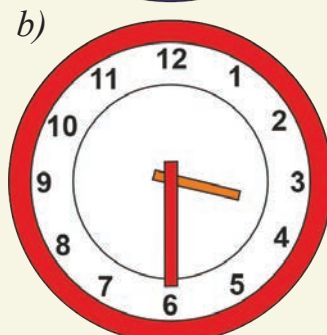
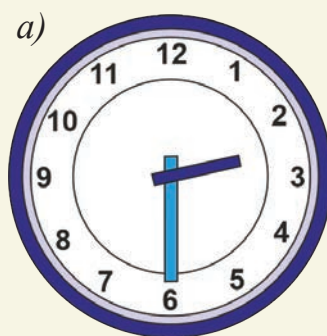
$\angle 1$	12°		120°		45°
$\angle 2$		18°		165°	

19*. $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle CBD = 80^\circ$. $\angle ABD$ ны тап. Бардык учурларды көр.

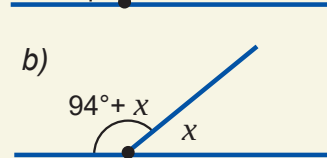
20*. $\angle MON = 45^\circ$, $\angle NOL = 104^\circ$. $\angle MOL$ ди тап. Бардык учурларды көр.

21. 15-сүрөттөгү белгисиз x бурчту тап.

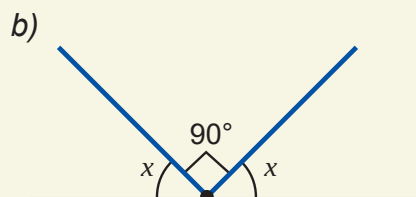
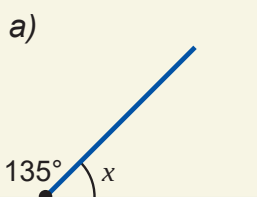
13



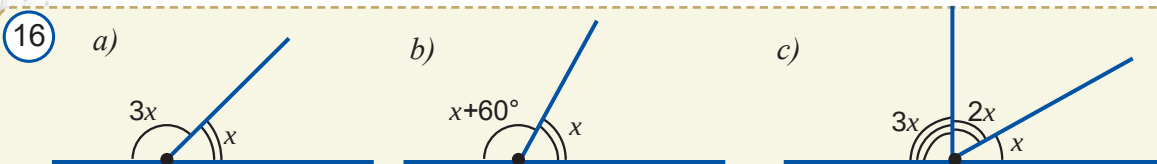
14



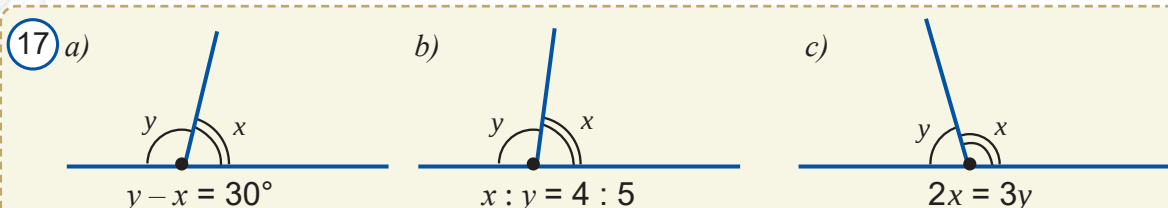
15



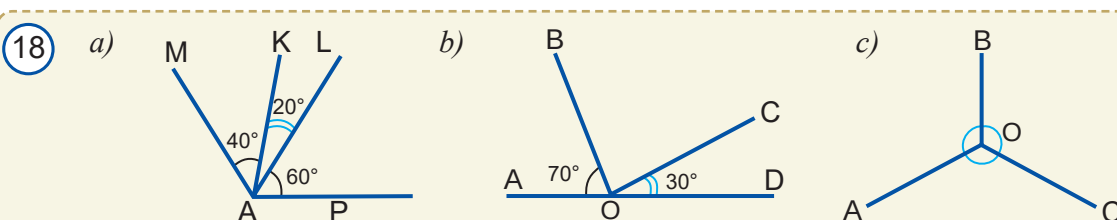
22*. 16-сүрөттөгү белгисиз x бурчтарды тап.



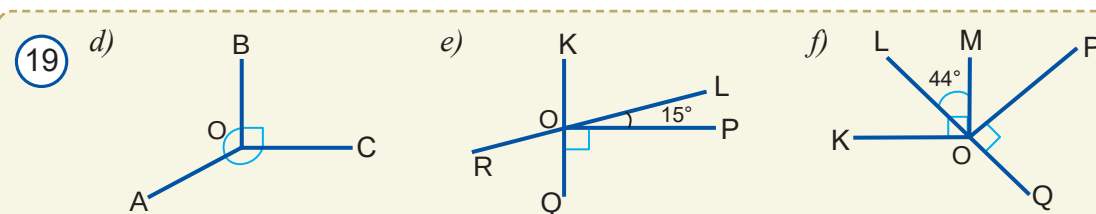
23*. 17-сүрөткө карап маселе түз жана аны чыгар.



24. 18-сүрөттөгү бурчтардын градус ченемдерин тап.



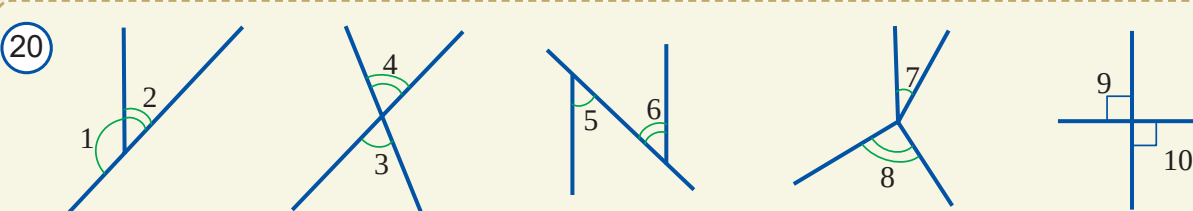
25. 19-сүрөттөгү бурчтардын градус ченемдерин тап.



26*. Транспортирде $\angle PQR = 45^\circ$ бурчту түз. Бул бурчка жандаш жана QR жагы жалпы болгон жандаш бурчту түз жана анын градус ченемин тап.

27*. Транспортирде $\angle MNL = 45^\circ$ бурчту түз. Бул бурчка жандаш жана MN жагы жалпы болгон жандаш бурчту түз жана анын градус ченемин тап.

28. 20-сүрөттөн: а) вертикаль; б) жандаш бурчтардын жубун тап.



29. AOB бурч OC , OD жана OE шоолалар менен төрт тең бурчка бөлүнгөн. Бул шоолалар кайсы бурчтардын биссектрисасы болот?

30*. Түз сызыкта A , B жана C чекиттери берилген. Эгерде $AB = 42 \text{ cm}$, $AC = 3 \text{ dm}$ 2 cm жана $BC = 74 \text{ cm}$ болсо, бул чекиттердин кайсы бири калгандарынын арасында жатат? Жообунду негизде.

6

ПЕРПЕНДИКУЛЯРДУУ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

6.1. Перпендикулярдуу түз сызыктар



Активдештирүүчү сабак

Эки түз сызык кесилишкенде пайда болгон бурчтардын бири тик бурч болсо (1-сүрөт), калган бурчтар жөнүндө эмне деш мүмкүн?

Тик (90° туу) бурч астында кесилишүүчү түз сызыктар **перпендикулярдуу түз сызыктар** деп аталат.

Кышында түтүктөн жерге тик (перпендикуляр) өсүп түшкөн саландаган муздарга (1-сүрөт) көзүң түшкөн болсо керек. 1-сүрөттө өз ара перпендикулярдуу А жана В түз сызыктар берилген. Бул түз сызыктардын перпендикулярдуулугу атайын белги менен $a \perp b$ түрүндө жазылат жана “а түз сызык b түз сызыкка перпендикулярдуу” деп окулат.

Перпендикулярдуу түз сызыктардын кесилишүүсүнөн төрт тик бурч пайда болот.



Теорема. Түз сызыктын каалагандай чекитинен ушул түз сызыкка перпендикулярдуу бир гана түз сызык жүргүзүү мүмкүн.

Далил. Айталы, АВ түз сызык жана андагы О чекити берилген болсун (3-сүрөт). Белгилүү болгондой, ОВ шоолага чокусу О чекитте болгон 90° туу СОВ бурч коюу мүмкүн. Анда СО түз сызык АВ түз сызыкка перпендикулярдуу түз сызык болот.

Эми бул түз сызыктын бирөө гана экенин далилдейли. Тескерисин элестетебиз: О чекиттен өтүүчү, берилген АВ түз сызыкка перпендикуляр жалгыз болбосун, б.а. дагы бир перпендикулярдуу DO түз сызык бар болсун. Анда DOB жана COB бурчтардын ар бири 90° туу болуп, ОВ шоолага коюлган бурчтар болуп калат. Бирок бул ОВ шоолага белгилүү градус ченемге ээ жалгыз бурч коюу мүмкүндүгү жөнүндөгү аксиомага каршы, б.а. мындай болушу мүмкүн эмес.

Демек, АВ түз сызыкка анын О чекитинен бир гана перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүү мүмкүн экен. Теорема далилденди.

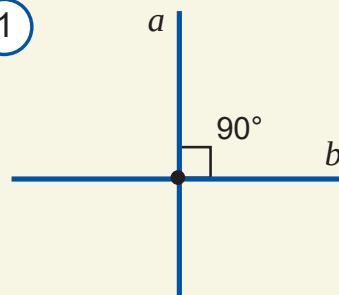


Маселе. Эгерде 4-сүрөттө $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ болсо, $CO \perp AE$ болушун көрсөт.

Чыгаруу. Айталы, $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ болсун. Бурчтарды ченөөнүн касиетине көрө: $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$, б.а. $\alpha + \beta = 90^\circ$ болот. Анда:

$\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$, б.а. $CO \perp AE$ болот.

1

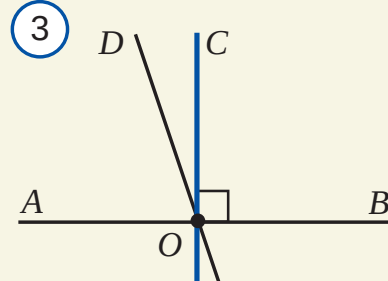


$a \perp b$ – а түз сызык
b түз сызыкка
перпендикулярдуу

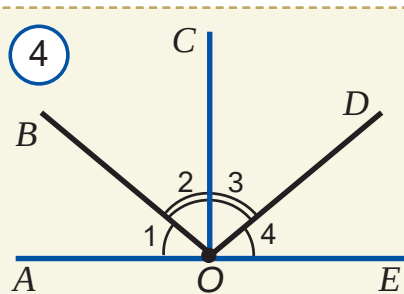
2



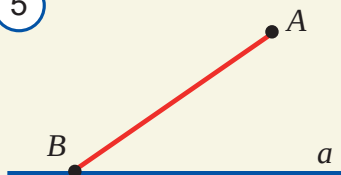
3



4



5



a түз сызык жана анда жатпоочу A чекити берилген болсун. A чекитти a түз сызыктын кандайдыр бир B чекити менен туташтырабыз (5-сүрөт). Эгерде AB кесинди a түз сызгыкка перпендикулярдуу болбосо, AB кесинди **жантайма** деп аталат.

Эгерде AB кесинди a түз сызгыкка перпендикулярдуу болсо, анда AB кесинди A **чекиттен** a **түз сызгыкка түшүрүлгөн перпендикуляр** дейилет.

6-сүрөттө A чекиттен a түз сызгыкка түшүрүлгөн перпендикуляр берилген. B чекити перпендикулярдын **негизи** деп аталат.

Түз сызыктын O чекитине перпендикуляр түшүрүүнүн практикалык жолдору:

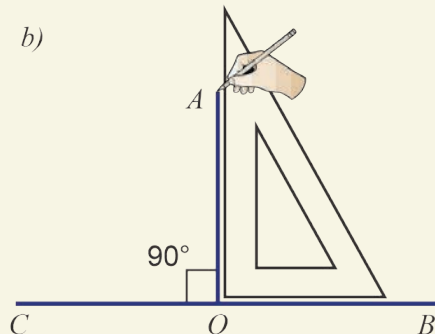
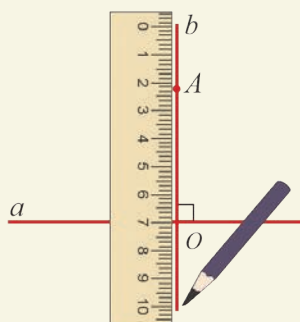
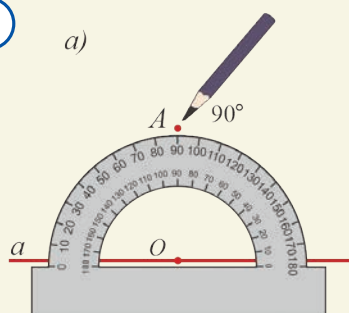
1-усул. Транспортирдин жардамында (7a-сүрөт).

2-усул. Тик бурчтуу сызгычтын (гония) жардамында (7b-сүрөт).

6



7



Кандайдыр бир түз сызык сыз. Анда жатпоочу кандайдыр бир чекиттен түз сызгыкка перпендикуляр жана бир канча жантаймалар жүргүз. Перпендикуляр жана жантаймалардын узундуктарын ченеп, өз ара салыштыр. Кайсы кесиндинин узундугу эң кыска болот? Жообунду божомол (гипотеза) түрүндө туюнт. Бул божомолдун туура экендигин далилсиз кабыл алса болобу же аны сөзсүз далилдөө керекпи?

8



Геометриялык изилдөө

Көнүгүү. Дыйкан-фермер чарбасынын картасы 8-сүрөттө берилген.

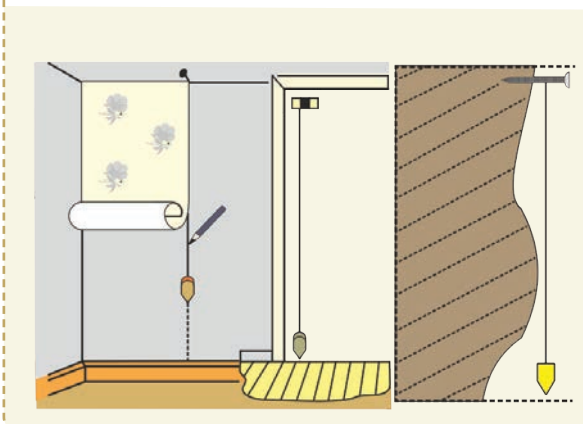
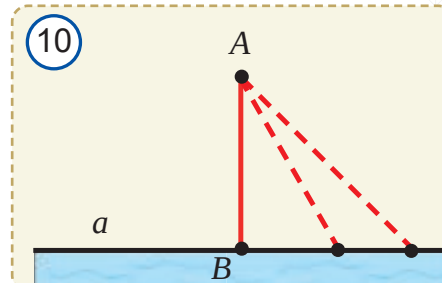
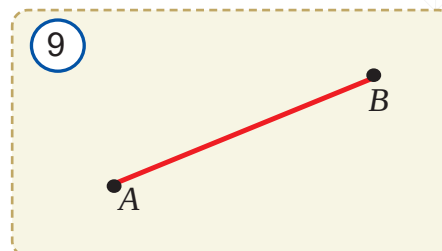
1. Фермер үйүнөн фермага алып баруучу жол курмакчы. Ага жолду кайсы сызык боюнча курууга кеңеш бересиң? Эмне үчүн? Чиймеде бул жолду сызып көрсөт.

2. Фермер чарбасынан каналга алып баруучу жол курмакчы. Ага жолду кайсы сызык боюнча курууга кеңеш бересиң? Эмне үчүн? Чиймеде бул жолду сызып көрсөт.

Белгилүү болгондой, 9-сүрөттө берилген A жана B чекиттерди туташтыруучу эң кыска “жол” бул – AB кесинди болуп саналат. Ошондуктан төмөнкү класстарда AB кесиндинин узундугун A жана B чекиттердин арасындагы аралык деп кабыл алган элек. Ушуга окшош, A чекиттен a түз сызыкка чейинки аралык деп A чекиттен a түз сызыкка түшүрүлгөн AB перпендикулярдын узундугун кабыл алабыз. Маалым болгондой, бул аралык A чекиттен a түз сызыкка түшүрүлгөн бардык жантаймалардын узундугунан кичине болот (10-сүрөт). Бул ырастоонун далилине кийин токтолобуз.

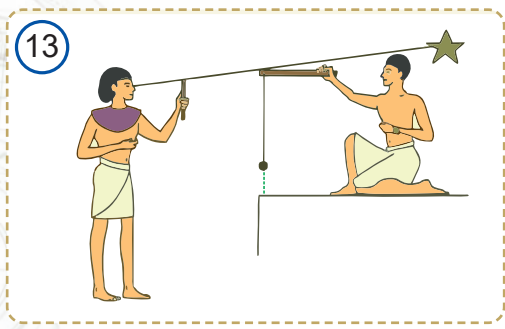
Чекиттен түз сызыкка чейинки аралык спортто да иштетилет. Мисалы, футболдо 11 метрлик айып соккусу дарбаза сызыгынан 11 метр алыстыктагы чекиттен тебилет (11-сүрөт).

Курулушта дубалдар жана мамылардын тикелиги (полго салыштырмалуу перпендикулярдуулугу) **салмоор** деген аспап менен текшерилет. Азыркы куруучуларыбыз лазерлүү жана электрондук салмоорлордон да пайдаланышууда (12-сүрөт).



13-сүрөттө байыркы Египетте бурчтарды ченөө жараяны келтирилген. Ага карап бул иштер кандай ишке ашырылгандыгын айт.

Талаада түз сызыктарды жүргүзүү үчүн **экер** аспабынан пайдаланылат. 14-сүрөткө карап андан кандай пайдалануу мүмкүндүгүн түшүнүп алса болот.



6.2.Тескерисин элестетип далилдөө усулу

Бул усулга ылайык, теореманын шарты аткарылган болсо да, анын жыйынтыгы орундуу болбосун деп теоремада келтирилген далилдөөнүн тескериси элестетилет: AB түз сызыктын O чекитине түшүрүлгөн перпендикуляр жалгыз болбосун, б.а. дагы бир перпендикуляр DO түз сызык бар болсун деп алынат (3-сүрөт).

Анда, DOB жана COB бурчтардын ар бири 90° туу болуп, OB шоолага коюлган тик бурчтар болуп калат. Бирок бул OB шоолага белгилүү градус ченемге ээ бир гана бурч коюу мүмкүндүгү жөнүндөгү аксиомага каршы келет. Бул элестетүүбүздүн туура эмес экенин көрсөтөт.

Демек, AB түз сызыкка анын O чекитинен бир гана перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүү мүмкүн.

Тескерисин элестетип далилдөө усулун колдонуу схемасы

Теорема (туура ырастама)	Эгерде A орундуу болсо, B орундуу болот.
Далил:	
Тескерисин элестетибиз	Теоремада келтирилген ырастаманын тескерисин элестетибиз, б.а. теореманын шарты аткарылсын, бирок жыйынтыгы орундуу болбосун: эгерде A орундуу болсо, B орундуу болбойт.
Ой жүгүртөбүз	Туура экени мурда далилденген теорема же кабыл алынган аксиомаларга таянып логикалык ой жүгүртөбүз.
Карама-каршылыкка келебиз	Туура экени мурда далилденген теорема же кабыл алынган аксиомалардын бирине каршы болгон ырастамага туш келебиз.
Жыйынтык чыгарабыз	Демек, божомолубуз туура эмес, б.а. берилген теорема туура экен.
Теорема далилденди.	

Тескерисин элестетип далилдөө усулунан турмуштук жагдайларда да көп пайдаланылат. Мисалы, доктор орулуунун грипп менен оорубагандыгын төмөнкүчө ой жүгүртүп аныкташы мүмкүн. Элестетели, оорулуу грипп менен ооруган болсун. Анда анын башы оорушу жана температурасы жогору болушу керек. Бирок оорулууда мындай белгилер жок. Демек, ал грипп эмес.



Активдештирувучу сабак

Төмөндө берилген ырастамга тескери болгон ырастаманы түз:

- а) CD кесинди A түз сызыкты кесип өтөт;
- б) A жана B чекиттери A түз сызыктын бир жагында жатат;
- д) CD кесиндинин узундугу 15 ке тең;
- е) AOB бурч тик бурч эмес;
- ф) $\angle ABC > \angle MNL$;
- г) AB жантайма AC перпендикулярдан узун.



Теорема. Бир түз сызikka перпендикуляр болгон эки түз сызык өз ара кесилишпейт.



AA_1 , BB_1 жана CD түз сызыктар,
 $AA_1 \perp CD$ жана $BB_1 \perp CD$ (15-сүрөт)



AA_1 жана BB_1 түз сызыктар өз ара кесилишпейт

Далил. Бул теореманы далилдөө үчүн тескерисин элестетип далилдөө усулун колдойбуз. Элестетебиз: теореманын шарты аткарылган болсо да, анын жыйынтыгы орундуу болбосун, б.а. AA_1 жана BB_1 түз сызыктар кандайдыр M чекитте кесилишсин.

Кыялда 15-сүрөттү CD түз сызыкты бойлой бүктөйбүз, б.а. жогорку жарым тегиздикти “оодарып”, ылдыйкы жарым тегиздикке дал келтирип коёбуз. Мында 1- жана 2-тик бурчтар тең болгондуктан CA жана CA_1 шоолалар дал келишет. Кудум ушуга окшоп, DB жана DB_1 шоолалар да дал келет.

Анда, AA_1 жана BB_1 түз сызыктардын кесилишүү чекити болгон M чекит ылдыйкы жарым тегиздиктеги кандайдыр M_1 чекит менен дал келет. Бул болсо M_1 чекит да AA_1 жана BB_1 түз сызыктардын кесилишүү чекити экенин билдирет.

Натыйжада M жана M_1 чекиттерден эки – AA_1 жана BB_1 түз сызык өтүп калат. Бирок бул “ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өтөт” деген аксиомага каршы. Демек, жасаган элестетүүбүз туура эмес: бир түз сызikka перпендикулярдуу AA_1 жана BB_1 түз сызыктар өз ара кесилишпейт.

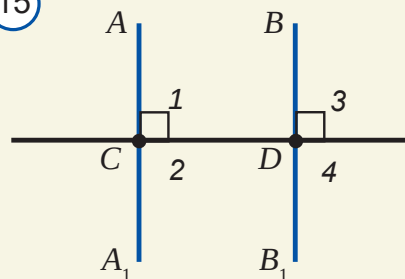
Теорема далилденди.



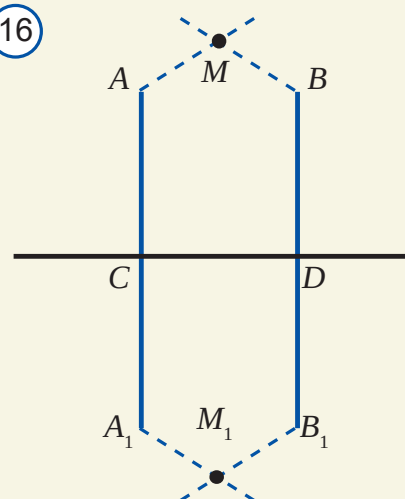
Теорема. Түз сызикта жатпаган чекиттен ушул түз сызikka бирден көп перпендикулярдуу түз сызык түшүрүү мүмкүн эмес.

Бул касиетти тескерисин элестетип далилдөө усулунун жардамында өз алдынча далилде.

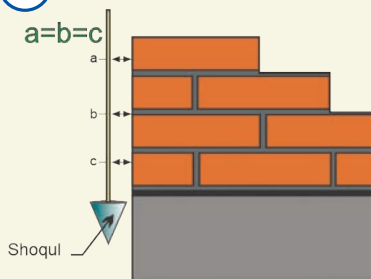
15



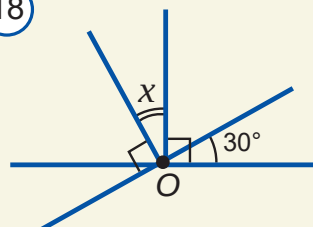
16



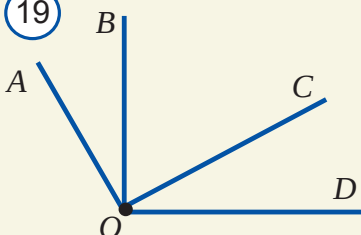
17



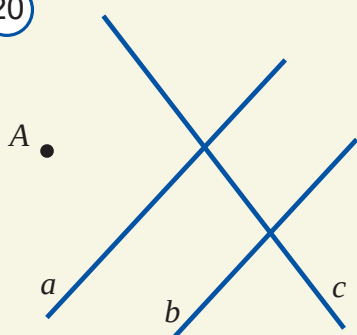
18



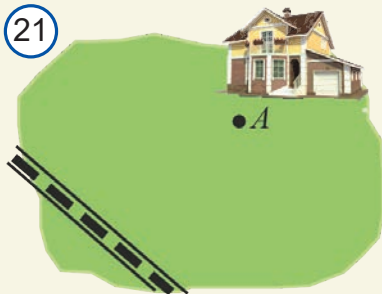
19



20



21



Тема боюнча суроолор

1. Качан түз сызыктар перпендикулярдуу дейилет? Жообуңду чиймеде чечмеле.
2. Берилген түз сызыкта жатуучу чекиттен ага канча перпендикулярдуу түз сызык жүргүзүү мүмкүн? Жообуңду түшүндүр.
3. Берилген чекиттен түз сызыкка түшүрүлгөн: а) перпендикуляр; б) жантайма деп эмнеге айтылат?
4. 17-сүрөткө карап курулушта салмоор аспабынын иштетилүүсүн түшүндүр.
5. Берилген А чекиттен түз сызыкка канча жантайма түшүрүү мүмкүн?
6. Тескерисин элестетип далилдөө усулу кандай эрежеге негизделген?
7. Тик бурчка вертикаль болгон бурч канча градус болот?
8. а түз сызык А бурчтун жактарын В жана С чекиттерде кесип өтөт. АВ жана АС түз сызыктар а түз сызыкка перпендикуляр боло алабы?
9. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнүн натыйжасында 4 тең бурч пайда болду. Бул түз сызыктар перпендикулярдуу болушабы?
10. Чекиттен түз сызыкка чейинки аралык кандай аталат?



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Сызгыч жана гония менен берилген түз сызыкка анда жаткан чекиттен өтүүчү перпендикулярдуу түз сызык жүргүз.
2. а түз сызыкта А, В, С чекиттерди белгиле жана транспортирде бул чекиттердин ар бири аркылуу а түз сызыкка перпендикуляр түз сызыктарды жүргүз.
3. 18-сүрөттөгү белгисиз х бурчту тап.
4. 19-сүрөттө эгерде $OB \perp OD$ жана $OA \perp OC$ болсо, $\angle AOB = \angle COD$ болушун көрсөт.
5. Гония менен А чекиттен а, b жана с түз сызыктарга чейинки аралыктарды тап (20-сүрөт).
6. Транспортир жана жөнөкөй сызгыч менен 21-сүрөттө берилген лагерден темир жолго чейинки эң кыска аралыкты аныкта. Масштаб: 1 : 10 000.

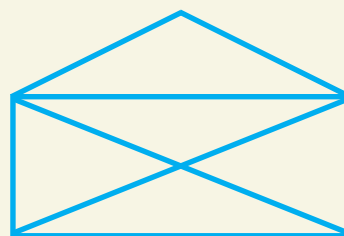
7. A, B, C чекиттер бир түз сызыкта жатса жана: а) $AB=3,6; BC=5,4; AC=9$; б) $AB=2,4; BC=4,2; AC=1,8$ болсо, C чекиттин A жана B чекиттердин арасында жатпастыгын далилде. Бул чекиттерден кайсы бири калган экөөнүн арасында жатат?
- 8*. Жандаш бурчтардын биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап.
- 9*. Вертикалдуу бурчтардын теңдигин тескерисин элестетип далилдөө усулу менен далилде.
- 10*. Эгерде $\angle AOB=58^\circ; \angle BOC=17^\circ$ жана $\angle AOC=41^\circ$ болсо, OA, OB жана OC шоолалардан кайсы бири калган экөөнүн арасында жатат?
11. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан экөөнүн суммасы 120° . Бул бурчтарды тап.
12. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан экөөнүн айырмасы 20° . Бул бурчтарды тап.
- 13*. Вертикалдуу бурчтардын биссектрисалары бир түз сызыкта жатаарын далилде.
- 14*. Тегиздикте үч – A, B, C чекит берилген: $AB=2,6; AC=8,3; BC=6,7$. Бул чекиттердин бир түз сызыкта жатпастыгын далилде.
- 15*. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан экөөнүн суммасы 180° ка тең эмес. Бул бурчтардын вертикалдуу бурчтар экенин далилде.



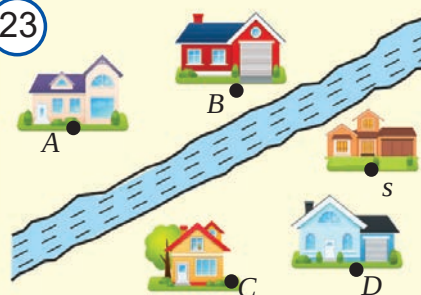
Геометриялык баш катырмалар

1. а) 10; б) 11 бирдей таякчадан 3 тең квадрат жаса.
2. 12 бирдей таякчадан, аларды сындырбай а) 4; б) 6 тең квадрат жасай аласыңбы?
3. 22-сүрөттө көрсөтүлгөн фигураны калемди кагаздан үзбөстөн жана бир кесиндинин үстүнөн эки жолу жүргүзбөстөн сызып көр.
4. Дарыянын жээгинде беш айыл болуп, алардан үчөө дарыянын бир жагында, калган экөө дарыянын экинчи жагында жайгашкан (23-сүрөт). Эгерде ар бир айыл калган айылдар менен түз жолдор менен байланышкан болсо, бул жолдордун канчасы дарыяны кесип өтөт?

22



23



Геометрияда МКТ

Куруучу усталар үчүн иштеп чыгылган, уюлдук телефонго орнотулуучу “iOobandy Carpenter” программалык камсыздоосу каалагандай имарат же курулуштун горизонтко салыштырмалуу канчалык тик экенин аныктап берет. Ал үчүн телефондо бул программаны ишке түшүрүп, имарат же курулмага каратуу жетиштүү (24-сүрөт).

24



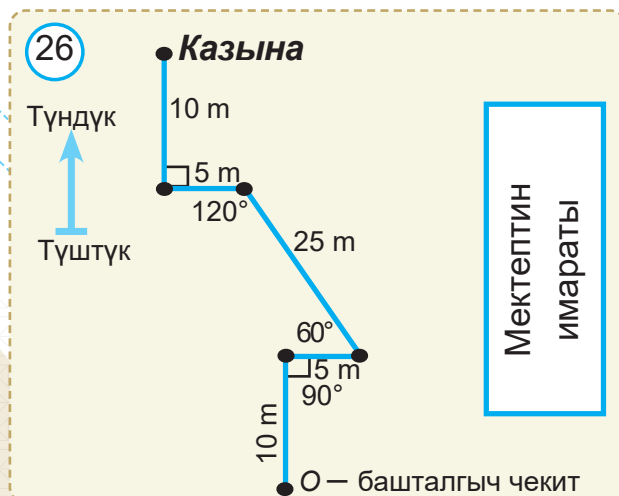
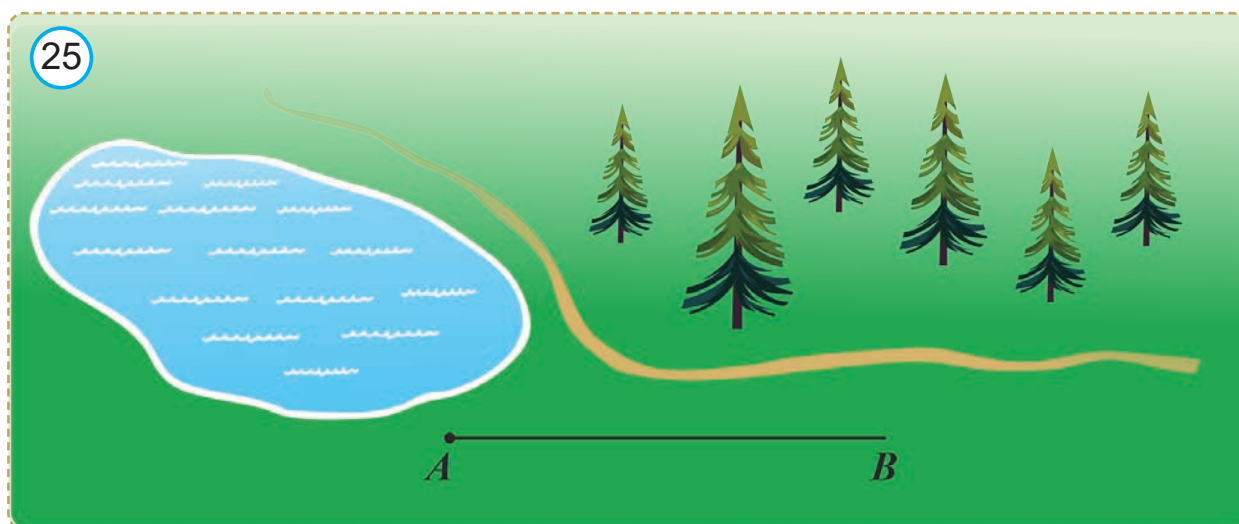


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Казынаны тап

25-сүрөттө карта жана AB шоола берилген. Бул шоолага көл жайгашкан жарым тегиздикте жатуучу 60° туу бурчту кой. Жасалган бурчтун AB дан айырмалуу жагы аркылуу 60 m жүр. C чекитке келесиң. CA шоолага дагы ошол көл жайгашкан жарым тегиздикте жатуучу 120° туу бурчту кой. Бул бурчтун CA шооладан айырмалуу жагы аркылуу 120 m жүр. Ушул жерде – бийик карагайдын астында казына көмүлгөн.

Картанын масштабы: $1:2000$. Картанын ченемдерин өзгөртпөгөн түрдө аны дептериңе сызып ал. Казына жашырынган чекитти тап.



2. Ачык жерде геометриялык мелдеш

Мелдеште эки же андан көп топ катышуусу мүмкүн. Ар бир топко рулетка жана чоң транспорттирден пайдаланууга уруксат берилет.

Класс топторго бөлүнүп, мектеп аянтынын түрдүү бурчтарында иш алып барат. “Казына” (мисалы, шар, конверттеги кат, ...) алдын ала аянттын кандайдыр бир жерине көмүп коюлат.

Казынага алып баруучу карталар мугалим тарабынан алдын ал түзүлөт

жана топторго таратылат. (Картанын үлгүсү 26-сүрөттө көрсөтүлгөн). Топтор өз карталарынын негизинде казынаны табууга киришет. Биринчи болуп картада көрсөтүлгөн сынык сызык аркылуу бардык чекиттерди аныктап, казынаны тапкан топ жеңген эсептелет.

Үйгө тапшырма. Үйүндөн мектепке келүүчү жолдун 25-сүрөттөгү сыяктуу картасын түз. Чамалап бул жолдун узундугун аныкта.

1. Төмөнкү сүйлөмдөр туурабы? "Ооба" же "Жок" деп жооп бер.

1. Ар кандай бурч үчүн бир гана вертикаль бурч жасоо мүмкүн.
2. Ар кандай бурч үчүн бир гана жандаш бурч жасоо мүмкүн.
3. Эгерде бурчтар вертикалдуу болсо, алар өз ара тең болушат.
4. Эгерде бурчтар өз ара тең болбосо, алар вертикалдуу бурч болбойт.
5. Эгерде бурчтар вертикалдуу болбосо, алар өз ара тең болбойт.
6. Эгерде эки бурч жандаш болсо, анда алардын бири кең, экинчиси тар бурч болот.
7. Эгерде эки бурч жандаш болсо, анда алардын бири экинчисинен чоң болот.
8. Эгерде эки бурчтун суммасы 180° ка тең болсо, алар жандаш бурчтар болот.
9. Эгерде эки бурчтун суммасы 180° ка тең болбосо, алар жандаш бурчтар болбойт.
10. Эгерде эки бурч өз ара тең болсо, аларга жандаш болгон бурчтар да өз ара тең болушат.
11. Эгерде жандаш бурчтар өз ара тең болушса, алар тик бурчтар болушат.
12. Эгерде эки бурч жалпы чокуга ээ болсо, алар вертикалдуу бурчтар болушат.
13. Эгерде эки бурч жалпы жакка ээ болсо, алар жандаш бурчтар болушат.

2. Сүйлөмдөрдү мазмунунан келип чыгып толтур.

1. Чекит жана чокулары ушул чекитте болгон ... турган фигура “бурч” деп аталат.
2. Тегиздикте эки чекит аркылуу ... түз сызык жүргүзүү мүмкүн.
3. Жайылган бурчтун градус ченеми ... тең.
4. Эки түз сызык ... гана кесилишет.
5. Бурчтун чокусунан чыгып, аны ... “бурчтун биссектрисасы” деп аталат.
6. Түз сызыктын кандайдыр бир чекити жана андан бир жакта жаткан чекиттерден турган бөлүгү ... деп аталат.
7. Жалпы жакка ээ болуп, калган эки жагы түз сызыкты пайда кылуучу бурчтар ... деп аталат.
8. Түз сызык тегиздикти ... бөлөт.
9. Вертикалдуу бурчтардын биссектрисалары ... пайда кылат.
10. Кесиндини тең ... ушул “кесиндинин ортосу” деп аталат.
11. Эгерде жандаш бурчтар ..., алар тик бурчтар болот.
12. Тең кесиндилердин ... да тең болот.

3. Төмөндө келтирилген сүйлөмдөрдө ката болсо, аны тап жана оңдо.

1. Суммасы 180° ка тең болгон бурчтар “жандаш бурчтар” болот.
2. Тегиздиктеги каалагандай эки түз сызык бир гана жалпы чекитке ээ болот.
3. Бурчтун чокусунан өтүп, аны тең экиге бөлүүчү түз сызык “бурчтун биссектрисасы” деп аталат.
4. Каалагандай чекит аркылуу эки гана түз сызык жүргүзүү мүмкүн.
5. Эки жагы да шоолаларда жатуучу бурч “жайылган бурч” деп аталат.

6. 6. Тегиздиктеги эки түз сызык аны эки жарым тегиздикке бөлөт.
7. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтар “вертикалдуу бурчтар” деп аталат.
8. Кесиндини экиге бөлүүчү чекит “кесиндинин ортосу” деп аталат.
9. Берилген шооладан жарым тегиздикке бир гана тик бурч коюу мүмкүн.
10. Тегиздиктеги каалагандай A, B, C чекиттери үчүн $AB + BC = AC$ барабардык орундуу.
11. Вертикалдуу бурчтардын суммасы 180° ка тең.

4. Берилген касиетке ээ болгон геометриялык фигураны оң мамыдагы тиешелүү катарга жаз.

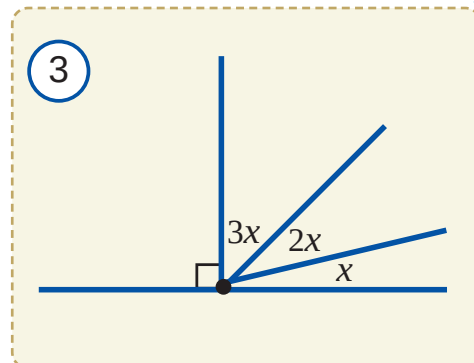
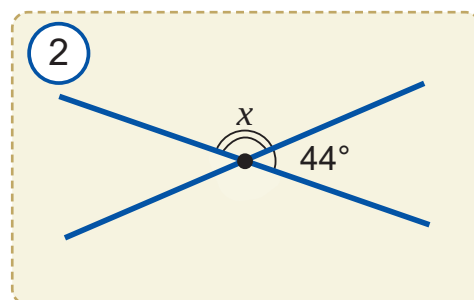
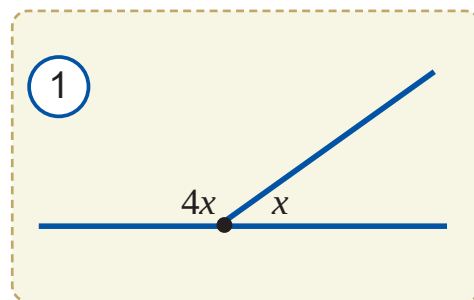
1	Суммасы 180° ка тең	
2	Жактары шоолалардан турат	
3	Чоңдугу 180° ка тең	
4	Анык узундукка ээ	
5	Кесиндини тең экиге бөлөт	
6	Далилсиз туура деп кабыл алынган касиет	
7	Бурчту тең экиге бөлөт	
8	Түз сызыктар кесилишкенде пайда болот	
9	Туура экендигин далилдөө зарыл	
10	Ченемге ээ эмес	

5. Биринчи мамыда берилген геометриялык түшүнүктөргө тиешелүү касиет же түшүндүрмөнү экинчи мамыдан таап, ылайыкташтырып кой:

Геометриялык түшүнүктөр	Касиети же түшүндүрмөсү
1. Чекит	(A) “Геометрия” сөзүнүн мааниси.
2. Түз сызык	(B) суммасы 180° ка тең.
3. Жер ченөө	(C) өз ара тең бурчтар.
4. Кесинди	(D) түз сызыктагы чекит жана андан бир жакта жаткан чекиттер.
5. Шоола	(E) 180° .
6. Кесиндинин узундугу	(F) жалпы чокуга ээ болгон эки шоола.
7. Тең фигуралар	(G) узундугун ченеп болбойт.
8. Жарым тегиздик	(H) тик бурчтун $1/90$ бөлүгү.
9. Планиметрия	(I) далилсиз кабыл алынуучу ырастоо.
10. Бурч	(J) далилдениши керек болгон ырастама.
11. 1 градус	(K) түз сызыктын эки чекити жана алардын арасындагы чекиттер.
12. Жайылган бурчтун градус ченеми	(L) тегиздиктеги геометриялык фигуралардын касиеттерин үйрөтөт.
13. Вертикалдуу бурчтар	(M) бурчту тең экиге бөлөт.
14. Жандаш бурчтар	(N) тегиздиктин түз сызык бөлгөн бөлүктөрүнөн бири.
15. Теорема	(O) бөлүктөргө ээ эмес.
16. Аксиома	(P) оң сан.
17. Биссектриса	(Q) өз ара дал келгендей кылып коюуга болот

6. Тесттер.

1. Аныктамасыз кабыл алынган негизги геометриялык түшүнүктөрдү көрсөт:
а) тегиздик; б) чекит; с) кесинди; d) шоола; е) түз сызык; f) жарым тегиздик.
А) а; б; с В) б; с; е С) а; б; с; е D) а; б; е
2. Эки жандаш бурчтун айырмасы 24° ка тең болсо, алардын кичинесин тап:
А) 72° В) 76° С) 78° D) 82°
3. Геометрия илим катары алгачкы жолу кайсы мамлекеттерде калыптанган?
А) Байыркы Египет В) Вавилон С) Греция D) Кытай
4. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан үчөөнүн суммасы 200° ка тең. Бурчтардан кичинесин тап:
А) 20° В) 40° С) 60° D) 80°
5. Эч кандай үчөөсү бир түз сызыкта жатпоочу 4 чекит берилген. Ушул чекиттердин ар бир жубу аркылуу түз сызыктар өткөрүлдү. Алардын санын тап.
А) 1 В) 4 С) 5 D) 6
6. Бурчтун биссектрисасы анын жагы менен 60° туу бурч пайда кылат. Берилген бурчка жандаш болгон бурчту тап:
А) 30° В) 60° С) 90° D) 120°
7. AB кесиндини 2 түз сызык кесип өтсө, көбү менен канча AB кесиндиде жаткан кесинди пайда болот?
А) 3 В) 4 С) 5 D) 6
8. Саат 4 болгондо саат жана минут жебелеринин арасындагы бурч канча градус болот?
А) 60° В) 75° С) 105° D) 120°
9. $AB = 6$, $C \in AB$, $AC = 3BC$, $BC = ?$
А) 1 В) 1,5 С) 2 D) 3
10. Саат жебеси 30 минутта канча градуска бурулат?
А) 180° В) 15° С) 60° D) 30°
11. $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$
А) 7 В) 8 С) 10 D) 11
12. Вертикалдуу бурчтардын суммасы 180° ка тең. Бул бурчтарды тап:
А) 60° жана 120° В) 45° жана 135°
С) 90° жана 90° D) 45° жана 45°
13. Үч түз сызык тегиздикти эң көбү менен канча бөлүккө бөлүшү мүмкүн?
А) 4 В) 5 С) 6 D) 7
14. 1-сүрөттөгү x ти тап.
А) 30° В) 36° С) 45° D) 60°



15. 2-сүрөттөгү x ти тап.

- A) 136° B) 72° C) 56° D) 96°

16. 3-сүрөттөгү x ти тап.

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60°

17. Төмөнкү ой жүгүртүүлөрдөн туурасын тап.

- A) Тегиздикте берилген чекиттен бир гана түз сызык жүргүзүү мүмкүн.
 B) Түз сызыктын кандайдыр бир чекити жана андан бир жакта жаткан чекиттеринен турган бөлүгү “шоола” деп аталат.
 C) Түз сызыктын эки чекитинин арасында жаткан чекиттеринен турган бөлүгү “кесинди” деп аталат.
 D) Ар кандай шооладан анык жарым тегиздикке бир гана бурчту түзүүгө болот.

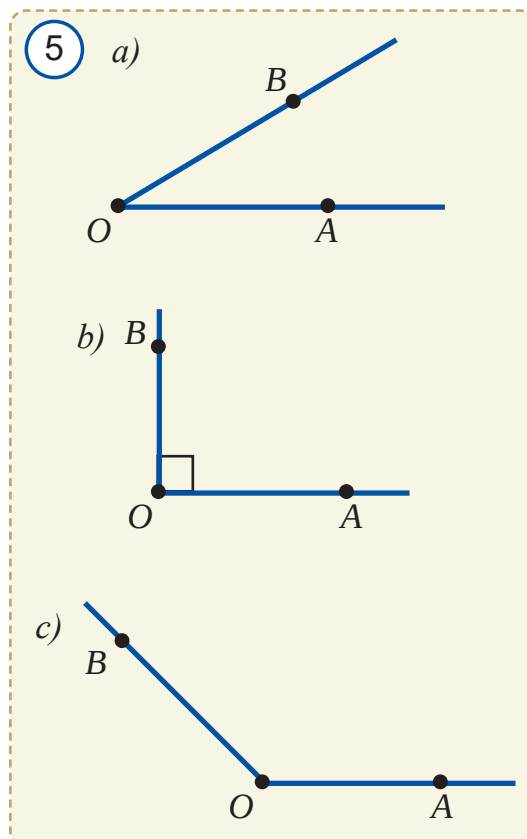
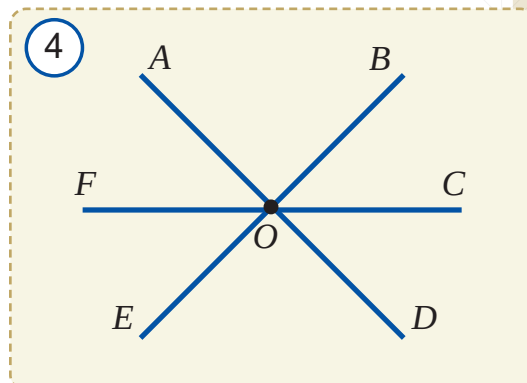
18. Төмөнкү ой жүгүртүүлөрдөн туурасын тап.

- A) Жандаш бурчтар жайылган бурч болот.
 B) Эгерде $AB = 5 \text{ см}$, $BC = 6 \text{ см}$ болсо, $AC = 11 \text{ см}$ болот.
 C) Эгерде бурчтар өз ара тең болсо, алар вертикалдуу бурчтар болот.
 D) Эгерде эки бурч өз ара тең болсо, аларга жандаш болгон бурчтар да өз ара тең болушат.

7. Маселелер.

1. Транспортирде бир жагы жалпы болгон 10° , 20° , 40° , 60° , 90° , 130° , 170° туу бурчтарды түз.
2. Жайылган бурчтун биссектрисасы анын жактары менен кандай бурч пайда кылат?
3. Бурчтун биссектрисасы анын жагы менен 30° туу бурч пайда кылган болсо, бурчтун өзү канча градус?
4. Бурчтун биссектрисасы анын жактары менен кең бурч түзүшү мүмкүнбү?
5. $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ болсо, AOB жана BOC бурчтардын биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап. Маселе канча чыгарылышка ээ?
6. 15° туу бурчка 10 эсе чоңойтуучу лупа (күзгү) аркылуу каралганда, ал канча градустуу бурч болуп көрүнөт?
7. а) 90° ; б) 60° ; с) 50° ; d) 20° туу бурчтун биссектрисасын транспортирде түз.
- 8*. $\angle AOB = 120^\circ$ болгон бурчтун OK биссектрисасын транспортирде түз. Кийин пайда болгон AOK жана KOB бурчтардын биссектрисаларын түз жана бул биссектрисалардын арасындагы бурчту тап.
- 9*. Эгерде $AB = 1,8 \text{ м}$, $AC = 1,3 \text{ м}$ жана $BC = 3 \text{ м}$ болсо, A , B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатабы?
10. A , B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатат. Эгерде $AB = 2,7 \text{ м}$, $AC = 3,2 \text{ м}$ болсо, BC кесиндинин узундугун тап. Маселе канча чыгарылышка ээ?
11. Узундугу 15 м болгон AB кесиндиде C чекит белгиленген. Эгерде:
 - а) AC кесинди BC кесиндиден 3 м узун;
 - б) C чекит AB кесиндинин ортосу болсо;
 - с) AC жана BC кесиндилердин узундуктары $2:3$ катышта болсо, AC жана BC кесиндилердин узундуктарын тап.
12. A , B , C , D чекиттери бир түз сызыкта жатат. Эгерде B чекит AC кесиндинин, C чекит болсо BD кесиндинин ортосу болсо, $AB = BC = CD$ экенин көрсөт.

13. Эч бир үчөө бир түз сызыкка жатпоочу: а) 6; б) 7; с) 10 чекиттин ар экиси аркылуу түз сызык өткөрүлгөн. Жалпы канча түз сызык өткөрүлгөн?
14. OA жана OB шоолалар качан өз ара дал келет?
15. AB шоолада C чекити, BA шоолада D чекити $AC = 0,7$ жана $BD = 2,1$ болгондой алынган. Эгерде $AB = 1,5$ болсо, CD ны тап.
16. 4-сүрөттө канча вертикалдуу бурчтардын жубу берилген?
- 17*. Эгерде саат жана минут жебелеринин арасындагы бурч 45° болуп, минут жебеси 6 да турган болсо, саат кайсы убакытты көрсөтүп жатат?
18. Түз сызыкка анда жатпаган O чекиттен OA жантайма жана OB перпендикуляр өткөрүлгөн. Алардын узундуктарынын суммасы 13 кө, айырмасы 1 ге тең болсо, O чекиттен түз сызыкка чейинки аралыкты тап.
19. AOB жана BOC жандаш бурчтар экени белгилүү. Эгерде:
- AOB бурч BOC бурчтан 40° чоң;
 - AOB бурч BOC бурчтан 4 эсе кичине;
 - $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$;
 - $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ болсо, бул бурчтарды тап.
20. Эки түз сызыктын кесилишинен төрт бурч пайда болду. Алардан экөөнүн градус ченемдеринин суммасы 100° ка тең болсо, бул төрт бурчтун градус ченемдерин тап.
- 21*. A , B жана C чекиттер тегиздикте:
- $AC + CB = AB$;
 - $AB + AC = BC$ болгондой жайгашкан. Кайсы чекит калган экөөнүн арасында жатат?
22. 5-сүрөттөгү бурчтардын жактарына алардын A жана B чекиттери аркылуу перпендикуляр түз сызыктар жүргүз. Бул түз сызыктар кесилишүү чекитинде кандай бурчтарды пайда кылат?
- 23*. Бурчтун чокусунан чыгып, ички багытынан өтүүчү: а) 2; б) 3; с) n шоола өткөрүлгөн. Мында жалпы берилген бурч менен чогуу жалпысынан канча бурч пайда болот?
- 24*. Газета барагынын калыңдыгы $0,1 \text{ mm}$. Ал тең кылып эки бүктөлдү. Пайда болгон эки кабат газета бөлүгү дагы бүктөлдү ж.б. Бул иш ушундай түрдө 50 жолу кайталанды. Натыйжада кандай калыңдыктагы газета катмары пайда болот?





Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. 7-класс “Геометрия” китебинин бир барагынын калыңдыгын аныктоо жолун ойлоп тап жана чене.

2. Кандайдыр бир телонун бийиктиги анын эң бийик чекитинен негизи жаткан тегиздикке түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугу менен аныкталат. Эгерде мындай перпендикулярды түшүрүү мүмкүнчүлүгү болбосо, ага тең болгон кесинди бийиктик катары каралат (6-сүрөт). Мисалы, имарат, пирамида, мунаранын бийиктиги же кудуктун тереңдиги ж.б. Кээде тегиздиктеги жалпак фигуралардын бийиктиги да ушундай аныкталат.

а) Чайнек, пияла, чыны, ваза, казан сыяктуу түрдүү үй буюмдарынын бийиктиктерин ченөө жолун ойлоп тап жана алардын бийиктиктерин чене.

б) Тик бурчтуу параллелепипед, үч бурчтуу пирамида, конус жана шар сыяктуу геометриялык фигура (тело) моделдеринин бийиктиктерин чене.

6

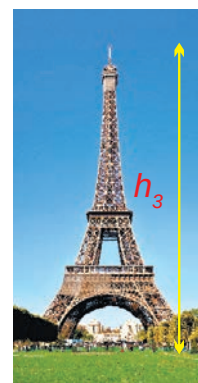


$h_1 = 375 \text{ m}$

$h_2 = 146,6 \text{ m}$



$h_3 = 300 \text{ m}$



2-текшерүү иштин үлгүсү

Үлгүлүү текшерүү иши эки бөлүктөн турган болуп, биринчи бөлүккө жогоруда келтирилген тесттерге окшош беш тест киритилет. Экинчи бөлүктө болсо төмөнкү маселелерге окшош 4 маселе берилет (4-маселе “эң жакшы” баа алмакчы болгон окуучулар үчүн кошумча).

1. MN жана KL түз сызыктардын кесилишүүсүнөн пайда болгон MOL жана KON вертикалдуу бурчтардын суммасы 148° ка тең. $МОК$ бурчту тап.
2. Жандаш бурчтардын айырмасы 60° ка тең. Бул бурчтардын кичинесин тап.
3. Бурч биссектрисасы ушул бурчтун жагы менен 66° туу бурч пайда кылат. Бул бурчка жандаш болгон бурчту тап.
- 4*. Жандаш бурчтардын биссектрисалары тик бурч астында кесилишүүсүн далилде.

“GeoGebra” интерфейси ылайыкташуучу болуп, аны өзүнө ылайыкташтырууну мүмкүн. Графикалык жана алгебралык көрүнүштөрдөн сырткары **GeoGebra**да, о.э, компьютердик алгебралык көрүнүш жана графикалык көрүнүш терезелери да бар.

Бул түрдүү көрүнүштөр **“Вид”** менюсунун жардамында көрсөтүлүшү же жашыруун учурга өткөрүлүшү мүмкүн.

- Тиешелүү топчуну басуу аркылуу ага ылайыктуу функцияны активдештир.
- Топчуну ылдыйкы бөлүгүнө басуу аркылуу кошумча менюну ач жана андан керектүү функцияны танда.
- Инструменттер панелинин оң жагындагы (?) белгини басып, ошол учурда активдүү болгон каражат (курулма) жөнүндө маалымат ал.

“GeoGebra”да файлдарды сактоо

- **“Файл”** менюсун ач жана **Сохранить** буйругун танда.
- Ачылган байланыш терезесинен керектүү папканы танда.
- Файлдын атын киргиз.
- **“Сохранить”** топчусун бас жана жараянды аякта.

Эскертүү. *“.ggb” кеңейтмелүү файл жаратылат жана аны GeoGebra программасы аркылуу гана ачуу мүмкүн.*

“GeoGebra”да файлдарды ачуу

GeoGebra программасында жаңы терезе (**“Файл” – “Новое окно”**) ач.

Ачылган жаңы терезеде компьютердин эс тутумундагы файлды ач. Ал үчүн **“Файл” – “Открыть”** буйругун танда.

Файл сакталган папканы ач жана **.ggb** кеңейтмелүү файлды танда, **“Открыть”** топчусун бас.

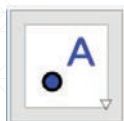
“GeoGebra”нын инструменттер панелинен пайдалануу боюнча көрсөтмөлөр

GeoGebra каражаттарынын кээ бирлери жөнүндө теориялык маалыматтарга ээ болбосоң да, алардын сырткы көрүнүшү аркылуу оңой түшүнүп алуу мүмкүн. Бул каражаттардан пайдалануу боюнча үйрөтүүчү окуу файлдары бар болуп, ар бир каражат үчүн өзүнчө **GeoGebra** (.ggb) файлы киргизилген.

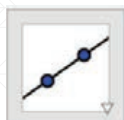
“GeoGebra” инструменттер панелиндеги негизги курулмалардын функциясы



Перемещать (Жылдыруу) – түрдүү объекттер (чекит, түз сызык, көп бурчтук жана башкалар)ди жылдыруу



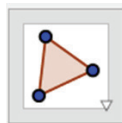
Точка (Чекит) – тегиздикте чекит жасоо.



Прямая (Түз сызык) – тегиздикте берилген эки чекит аркылуу түз сызык жасоо.



Перпендикулярная прямая (Перпендикулярдуу түз сызык) – берилген чекит аркылуу түз сызыкка перпендикуляр жүргүзүү.



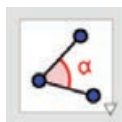
Многоугольник (Көп бурчтук) – каалагандай түрдөгү көп бурчту жасоо.



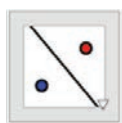
Окружность по центру и точке (Айлананын борбору жана чекитине карай) – айлананын борборун белгилөө аркылуу айлана жасоо.



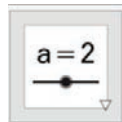
Эллипс (Эллипс) – эллипс фокустарын жана андагы чекитти берүү аркылуу эллипс жасоо.



Угол (Бурч) – үч чекит же эки түз сызык аркылуу бурч жасоо.



Отражение относительно прямой (Түз сызыкка салыштырмалуу чагылдыруу) – керектүү объектти жана түз сызыкты белгилөө аркылуу объектти түз сызыкка салыштырмалуу чагылдыруу.



Ползунок (Сүргүч) – узундук жана бурчтардын чоңдугун өзгөрүүчү катары кандайдыр бир аралыкта үзгүлтүксүз өзгөртүү мүмкүнчүлүгүн берүүчү анимация курулмасы.

1. Түз сызык жасоо

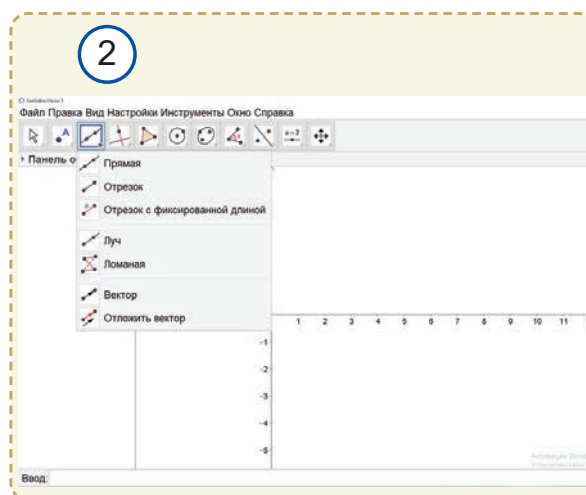
Түз сызык жөнөкөй жана чексиз геометриялык фигура болуп саналат. Анын сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

- 1) инструменттер панелинде “Прямые линии” (“Түз сызыктар”) тобун ачабыз (2-сүрөт).
- 2) “Прямая” (“Түз сызык”) курулмасынын үстүнө чычкандын сол топчусун басабыз;
- 3) чычкандын сол топчусун басып, эки А жана В чекиттерди белгилейбиз;
- 4) экранда ушул эки чекиттен өтүүчү түз сызык пайда болот (3-сүрөт).

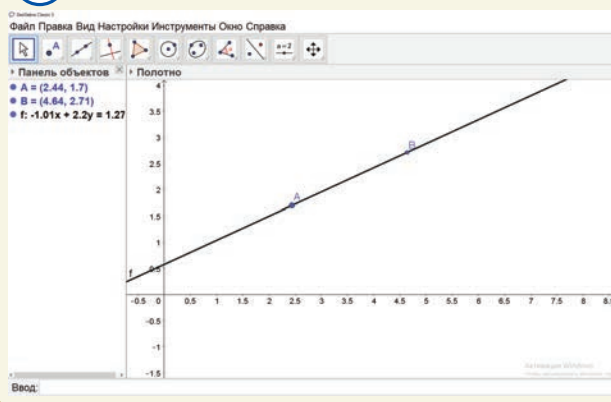
Түз сызыктын сүрөтүнүн үстүнө чычкандын сол топчусун басып анын ордун алмаштыруу, б.а. аны сүрүү мүмкүн. О.э, анын түсүн жана стилин аныктоо жана аны каалагандай тамга менен белгилөө мүмкүнчүлүгү да бар.

2. Шоола жасоо алгоритмин түзүү жана шоола жасоо

Жогорудагы алгоритмге окшош шоола жасоо алгоритмин түз жана шоола түз.



3



3. Кесинди жасоо алгоритмин түзүү жана шоола жасоо

Жогорудагы алгоритмге окшош кесинди жасоо алгоритмин түз жана кесинди түз.

4. Сынык сызык жасоо

Сынык сызык – чекиттер жана аларды бириктирип туруучу кесиндилерден турган фигура. Анын сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

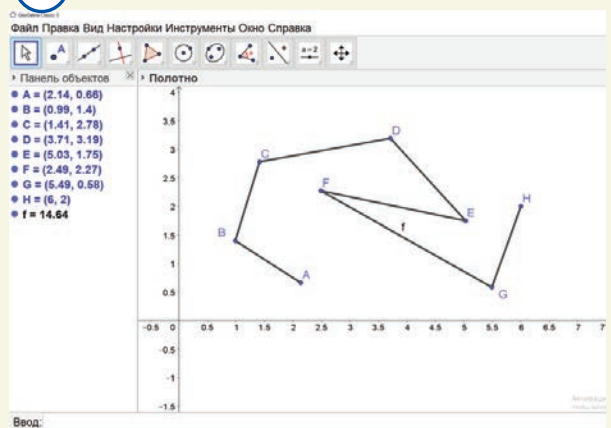
1) инструменттер панелинде “Прямые линии” (“Түз сызыктар”) тобун ачабыз;
2) менюдан “Ломанная” (“Сынык сызык”) үстүнө чыккандын сол топчусун басып тандайбыз;

3) чыккандын сол топчусун басып, сынык сызыктын удаалаш чокуларын белгилейбиз;

4) экранда чокулары ушул чекиттерден турган сынык сызык пайда болот (4-сүрөт).

Түз сызыктын сүрөтүнүн үстүнө чыккандын сол топчусун басып, анын ордун алмаштыруу, б.а. аны сүрүү мүмкүн. О.э, анын түсүн жана стилин аныктоо жана аны тамга менен белгилөө мүмкүнчүлүгү да бар.

4



5. Перпендикулярдуу түз сызыктарды жасоо

Эки түз сызык тик бурч астында кесилишсе, алар “перпендикулярдуу түз сызыктар” деп аталат. Алардын сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

1) инструменттер панелинде “Специальные прямые” (“Атайын түз сызыктар”) тобун ачабыз;

2) менюдан “Перпендикуляр” (“Перпендикуляр”) үстүнө чыккандын сол топчусун басып тандайбыз;

3) кесинди (түз сызык) жасайбыз;

4) чекит белгилейбиз (чекит кесинди же түз сызыкта да жатышы мүмкүн);

5) Чыккандын сол топчусун басып, ишчи багытта перпендикулярдуу түз сызыктарды пайда кылабыз (3-сүрөт).

6. Параллель түз сызыктарды жасоо алгоритмин түзүү жана аны жасоо

Жогорудагы алгоритмге окшош параллель түз сызыктарды жасоо алгоритмин түз жана аны сыз.



II БӨЛҮМ

ҮЧ БУРЧТУКТАР

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан кийин, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

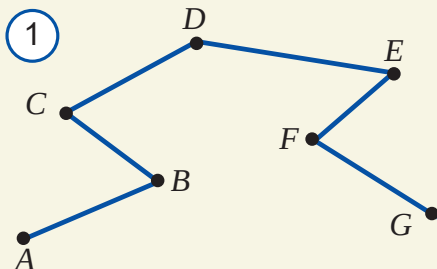
- көп бурчтук жөнүндө элестетүүгө ээ болуу;
- үч бурчтук жана анын негизги элементтерин билүү жана алар боюнча үч бурчтуктарды түрлөргө ажыратуу;
- үч бурчтуктун медианасы, биссектрисасы жана бийиктиктерин билүү жана айырмалай алуу;
- үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери;
- тең капталдуу үч бурчтук жана анын касиеттери;
- тең жактуу үч бурчтук жана анын касиеттери;
- кесиндинин орто перпендикулярынын касиети.

Практикалык көндүмдөр:

- үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилерине ылайык тең үч бурчтуктарды аныктай алуу;
- үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилерин маселе чыгаруу жана практикалык иштерди аткарууда колдоно алуу.

8

ҮЧ БУРЧТУК, АНЫН ТҮРЛӨРҮ ЖАНА ЭЛЕМЕНТТЕРИ



1
 $ABCDEFG$ – **сынык сызык**
 A, B, C, D, E, F, G – **чокулары**
 AB, BC, CD, DE, EF, FG } – **бөлүктөрү**
 (түзүүчүлөрү)

8.1. Сынык сызык. Көп бурчтук

Удаалаш келген ар экөө бир түз сызыкка жатпаган $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ кесиндилерден түзүлгөн фигура **сынык сызык** дейилет. $A_1, A_2, \dots, A_n$ чекиттер **сынык сызыктын чокулары**, $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ кесиндилер болсо **сынык сызыктын бөлүктөрү** же **түзүүчүлөрү** деп аталат. 1-сүрөттө $ABCDEFG$ сынык сызык берилген.

Башталгыч жана акыркы чокулары дал келүүчү сынык сызыкты **туюк сынык сызык** деп атайбыз. Өзүн-өзү кеспей турган туюк сынык сызык **көп бурчтук** деп аталат.

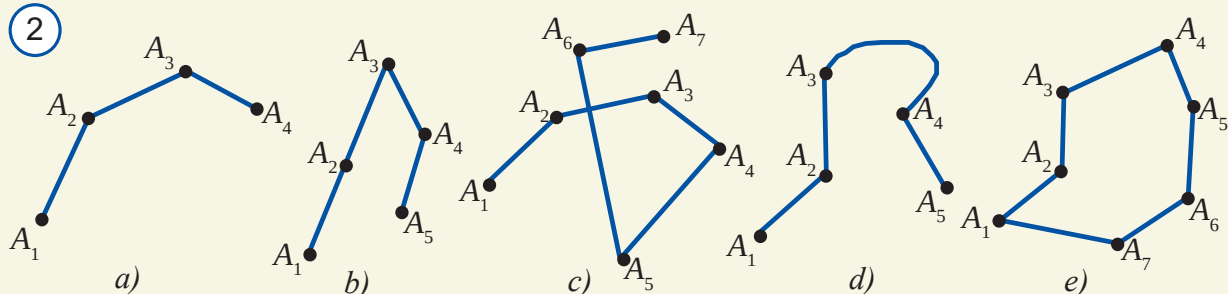


Активдештирүүчү сабак.

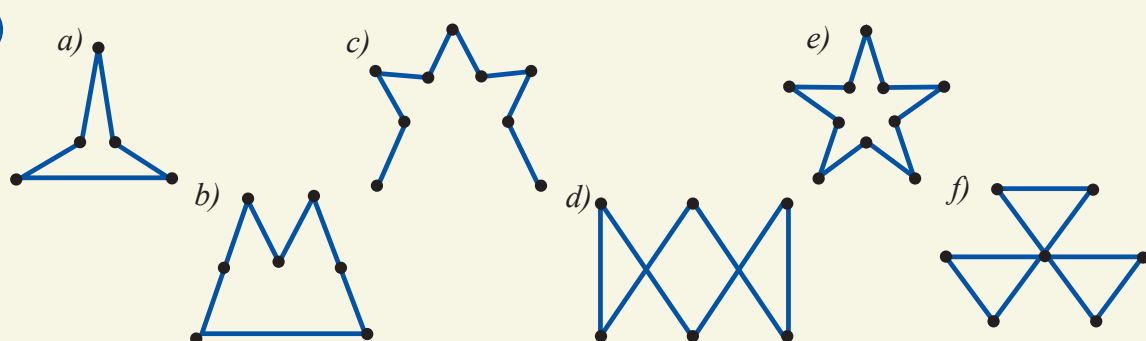
1. 2-сүрөттө берилген сызыктардын кайсылары сынык сызык болушун аныкта жана жообунду түшүндүр.

2. Көп бурчтуктун аныктамасынан келип чыгуучу касиеттерин сана жана 3-сүрөттөгү фигуралардын кайсылары көп бурчтук болушун аныкта жана түшүндүр.

2



3



Жактарынын санына карап, көп бурчтар үч бурчтук, төрт бурчтук, беш бурчтук, алты бурчтук, жалпы түрдө **n -бурчтук** деп аталат. Сен кээ бир көп бурчтар менен төмөнкү класстарда таанышкансың.

Ар қандай көп бурчтук тегиздикти эки бөлүккө бөлөт. Көп бурчтук менен чек араланган чектүү багыт көп бурчтуктун *ички бөлүгү*, экинчи – чексиз бөлүк болсо көп бурчтуктун *сырткы бөлүгү* деп аталат. 4-сүрөттө $ABCDEF$ алты бурчтуктун ички жана сырткы бөлүктөрү көрсөтүлгөн.

8.2. Үч бурчтук жана анын түрлөрү

Бир түз сызыкта жатпаган үч чекит жана аларды туташтыруучу кесиндилерден турган фигураны *үч бурчтук* деп атайбыз.

Бир түз сызыкта жатпаган үч – A , B жана C чекиттерди белгилейбиз (5-сүрөт). Аларды өз ара кесиндилер менен туташтырып чыкса, үч бурчтук пайда болот. Белгиленген үч чекит үч бурчтуктун *чокулары*, аларды туташтыруучу кесиндилер болсо үч бурчтуктун *жактары* дейилет.

Адатта “үч бурчтук” сөзүнүн ордуна Δ белгиси иштетилет. ΔABC жазуусу ABC үч бурчтук деп окулат. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ үч бурчтуктун бурчтары деп айтылат (5-сүрөт). Аларды кээде тактык *үчүн ички бурчтар* деп да аташат.

Үч бурчтуктун бурчтарын $\angle A$, $\angle B$ жана $\angle C$ түрүндө да белгилөө мүмкүн.

Үч бурчтуктун жактары жана бурчтары анын *негизги элементтери* деп аталат. Үч бурчтуктун үч жагынын узундуктарынын суммасы анын *периметри* (P) дейилет. О.э.:

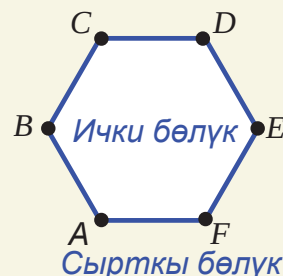
BAC бурч үч бурчтуктун AB жана AC жактарынын арасында жатуучу бурчу;

AB жана AC жактар BAC бурчка жандаш;

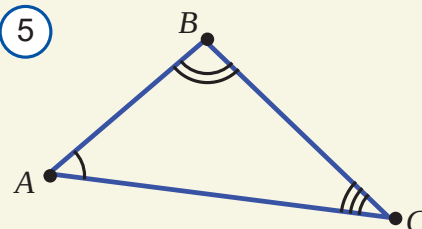
BC жак BAC бурчтун тушунда жатат сыяктуу сөздөр колдонулат.

Үч бурчтуктардын жактарынын узундуктарына карап *тең жактуу*, *тең капталдуу* жана *түрдүү жактуу* түрлөргө бөлүнөт. Тең жактуу үч бурчтуктун үч жагынын узундуктары да тең, тең капталдуу үч бурчтуктун болсо эки жагынын узундуктары тең жана түрдүү жактуу үч бурчтуктун бардык жактарынын узундуктары түрдүүчө болот.

4



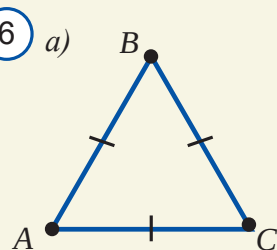
5



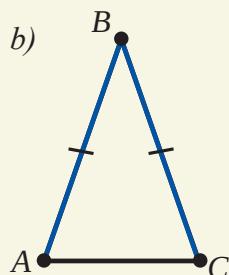
ΔABC – ABC үч бурчтук
 A , B , C чекиттер – *чокулары*
 AB , BC , AC

кесиндилер – *жактары*
 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ – *бурчтары*
 $P = AB + BC + AC$ – *периметри*

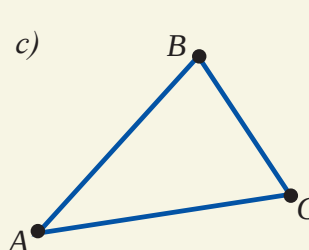
6



*Тең жактуу
 үч бурчтук*



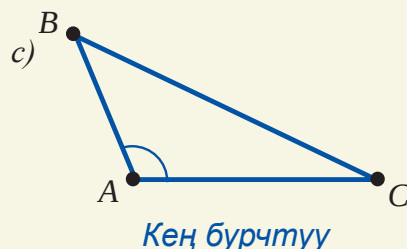
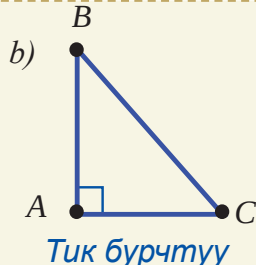
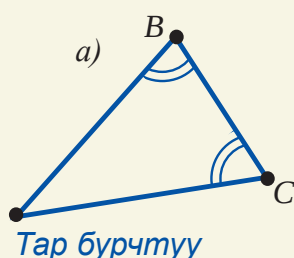
*Тең капталдуу
 үч бурчтук*



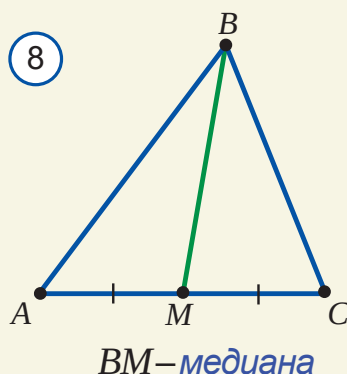
*Түрдүү жактуу
 үч бурчтук*

Үч бурчтуктар бурчтарына карай **тар бурчтуу**, **тик бурчтуу** жана **кең бурчтуу** түрлөргө бөлүнөт. Тар бурчтуу үч бурчтуктун үч бурчу да тар, тик бурчтуу үч бурчтуктун болсо бир бурчу тик жана кең бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу кең болот.

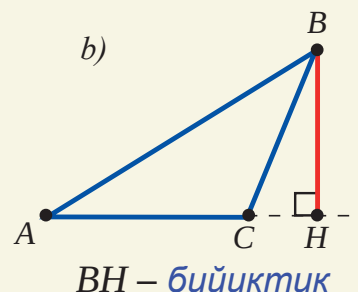
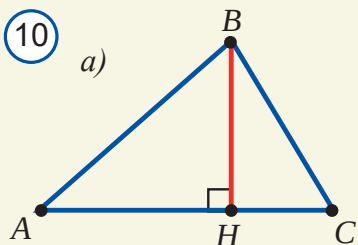
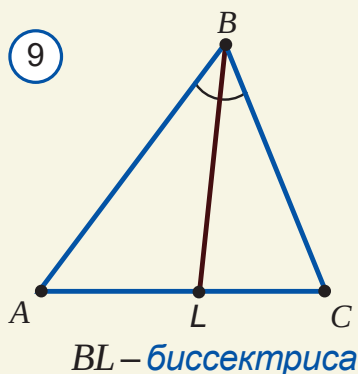
7



8



9



8.3. Үч бурчтуктун медианасы, бийиктиги жана биссектрисасы

Үч бурчтук чокусу менен ага карама-каршы жаткан жактын тең ортосун туташтыруучу кесинди **үч бурчтуктун медианасы** деп аталат.

ABC үч бурчтуктун B чокусун анын тушунда жаткан AC жагынын ортосу – M чекити менен туташтырабыз (8-сүрөт). Пайда болгон BM кесинди ABC үч бурчтуктун медианасы болот. Бул медиана жөнүндө “ B чокудан чыккан” же “ AC жакка түшкөн” деп да айтылат. Үч бурчтуктун бурчун биссектрисасынын үч бурчтуктун ички багытында жаткан бөлүгү (кесиндиси) **үч бурчтуктун биссектрисасы** дейилет.

ABC үч бурчтуктун B бурчунун биссектрисасын өткөрөбүз (9-сүрөт). Анын AC жак менен кесилишкен чекитин L менен белгилейбиз. Пайда болгон BL кесинди ABC үч бурчтуктун биссектрисасы болот. Үч бурчтуктун чокусунан ушул чокунун тушундагы жакта жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр **үч бурчтугунун бийиктиги** деп аталат.

ABC үч бурчтуктун B чокусунан AC жак жаткан түз сызыкка перпендикуляр түшүрөбүз (10-сүрөт). Сүрөттө болушу мүмкүн болгон эки абал келтирилген. Перпендикулярдын негизин H менен белгилейбиз. Пайда болгон BH кесинди ABC **үч бурчтугунун бийиктиги** болот.

Үч бурчтуктун үч чокусу болгондуктан ал үчтөн медиана, бийиктик жана биссектрисага ээ. 11–13-сүрөттөрдө ABC үч бурчтуктун AM_1 , BM_2 жана CM_3 медианалары, AL_1 , BL_2 жана CL_3 биссектрисалары жана AH_1 , BH_2 жана CH_3 бийиктиктери сызып көрсөтүлгөн. Үч бурчтуктун бул маанилүү элементтеринин касиеттери менен кийинки сабактарда таанышабыз.

Геометриялык изилдөөлөр

1. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык медианаларын жүргүз (11-сүрөт). Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук үчүн аткарып көр жана аныкталган касиетти элестетүү көрүнүшүндө туюнт.

2. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык бийиктиктерин жүргүз (12-сүрөт). Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук үчүн аткарып көр жана аныкталган касиетти элестетүү көрүнүшүндө туюнт.

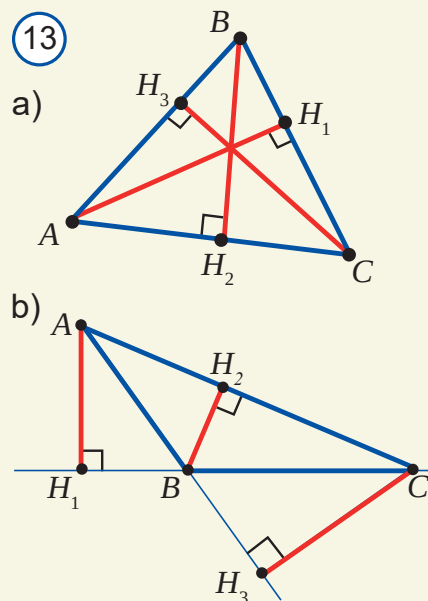
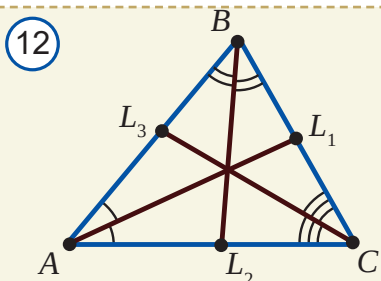
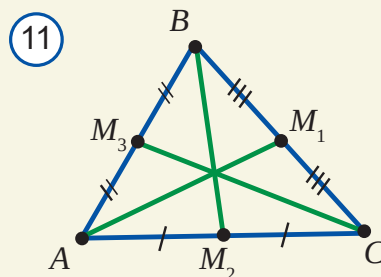
3. Каалагандай үч бурчтук сыз. Анын бардык биссектрисаларын жүргүз (13а-сүрөт). Эмнени байкадың? Тажрыйбаны дагы эки үч бурчтук үчүн аткарып көр жана аныкталган касиетти элестетүү көрүнүшүндө туюнт. Өткөрүлгөн изилдөөлөрдүн негизинде аныкталган касиеттерди теорема деп эсептесек болобу? Неге?

Көнүгүү. Кең бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиктерин жүргүз.

Аткаруу. Үч бурчтуктун, алсак, кең бурчтуу үч бурчтуктун да үч бийиктиги бар. Кең бурчтуу ABC үч бурчтукту карайлы (13b-сүрөт). Кең бурчтун чокусунан түшүрүлгөн BH_2 бийиктик үч бурчтуктун ички бөлүгүндө жатат. Тар бурчтун A чокусунан бийиктик түшүрүү үчүн ушул бурчтун тушундагы BC жакты улантабыз жана BC жактын уландысына A чекиттен AH_1 перпендикуляр түшүрөбүз. Пайда болгон AH_1 кесинди ABC үч бурчтуктун A чокусунан түшүрүлгөн бийиктиги болот. Кудум ушуга окшоп, AB жактын уландысына CH_3 бийиктикти түшүрүү мүмкүн.

Бермуда үч бурчтугу

Атлантика океанында чокулары Флорида, Бермуда аралдары жана Пуэрто Рикодо болгон үч бурчтук түрүндөгү “Бермуда үч бурчтугу” деп аталуучу аймак бар (14-сүрөт). Бул жер өзүнүн сырдуулугу жана тез-тез кырсыктар болуп турушу менен таанымал. Кызыгы, бул аймактан өтүп жатып, көптөгөн деңиз жана аба кемелери сырдуу түрдө кырсыкка учурап, дайынсыз жок болуп турат.



Темага тиешелүү суроолор

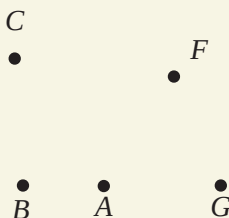
1. Сынык сызык сыз, анын чокуларын белгиле жана капталдарын чиймеде көрсөт.
2. Көп бурчтук деген эмне? Мисалдар келтир.
3. Кандай фигура үч бурчтук деп аталат?
4. Үч бурчтуктун чокусу, жагы жана бурчу деп эмнеге айтылат?
5. Үч бурчтуктун периметри деген эмне?
6. PQR үч бурчтукта: а) $\angle P$ тушунда кайсы жак жатат; б) PQ жакка кайсы бурчтар жанаша; в) PQ жана QR жактардын арасында кайсы бурч жайгашкан? г) PR жак кайсы бурчтун тушунда жатат? Бул суроолорго фигурага карабай жооп берүүгө аракет кыл.
7. Үч бурчтуктун: а) медианасына; б) бийиктигине; в) биссектрисасына аныктама бер.
8. Бурчтун биссектрисасы менен үч бурчтуктун биссектрисасынын ортосундагы жалпылык жана айырмаларды айт?



Практикалык тапшырмалар жана колдонуу

1. Жети түзүүчүлүү сынык сызык сыз. Анын чокулары жана капталдарын жаз.
2. Ар эки жанаша түзүүчүсү бири-бирине перпендикуляр болгон беш түзүүчүлүү сынык сызык сыз. Мындай сынык сызык туюк болушу мүмкүнбү?
3. Үч бурчтуктун чокулары M , N жана L тамгалары менен белгиленет. Анын жактарын жана бурчтарын көрсөт.
4. CDE үч бурчтуктун чокуларын, бурчтарын жана жактарын көрсөт.
5. 15-сүрөттөгү: а) C , F жана A ; б) A , B жана G ; в) F , B жана G чекиттер үч бурчтуктун чокулары боло алабы? Неге?
6. 16-сүрөттө берилген цифра белгилери сынык сызык болобу?

15

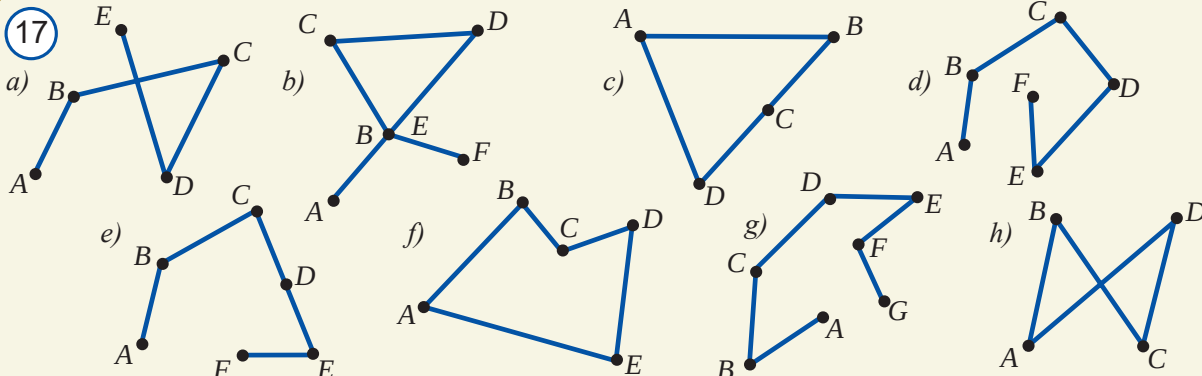


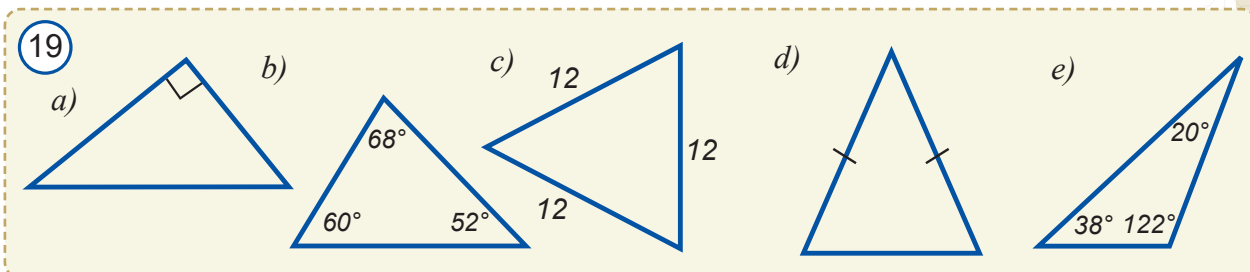
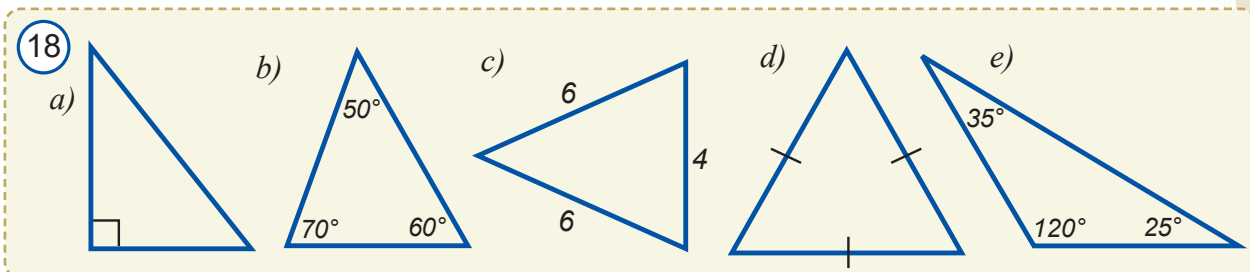
- 7*. 17-сүрөттө берилген фигуралардын кайсылары: а) сынык сызык; б) туюк сынык сызык; в) көп бурчтук болушун аныкта.

16



17





8. Үч бурчтуктун кандай түрлөрү бар? Ар бир үч бурчтуктун түрүнөн бирден сыз. Аларды белгиле. Үч бурчтуктун түрлөрүнүн аныктамасынан келип чыгып, алардын өзүнө мүнөздүү касиеттери эмнеден тураарын айт.

9. 18-сүрөттөгү үч бурчтуктардын түрлөрүн аныкта.

10. 19-сүрөттөгү үч бурчтуктардын түрлөрүн аныкта.

11. Жактары: а) 2,3 дм; 4,6 дм жана 5,3 дм; б) 32,3 м; 54,8 м жана 25,3 м болгон үч бурчтуктун периметрин эсепте.

12. Жактары: а) 25 мм; 64,6 мм жана 5 см; б) 7,3 дм; 5,8 дм жана 350 мм болгон үч бурчтуктун периметрин эсепте.

13. Көз менен чамалап, тең жактуу үч бурчтук сыз. Кийин жактарын сызгычта ченеп, натыйжаларды салыштыр.

14. Тең жактуу үч бурчтук сызып, бурчтарын чене жана жыйынтык чыгар.

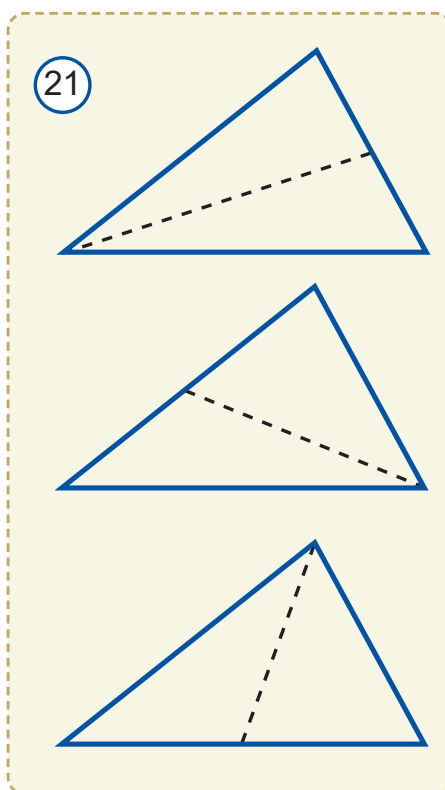
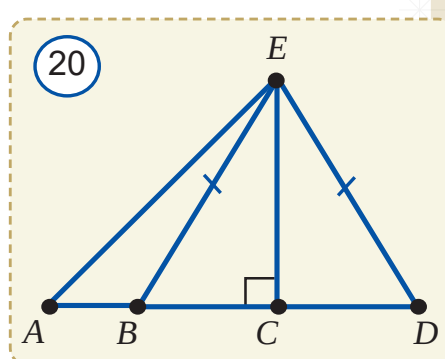
15. 20-сүрөттө бир чокусу: а) А чекитте; б) В чекитте; с) С чекитте болгон канча үч бурчтук бар?

16. 20-сүрөттө үч бурчтуктун кандай түрлөрүн көрүп жатасың? Аларды түрлөрү боюнча жазып чык.

17. Тар бурчтуу үч бурчтук сыз. Сызгычта анын жактарын ченеп, периметрин тап.

18. Кең бурчтуу үч бурчтук сыз. Сызгычта анын жактарын ченеп, периметрин тап.

19. (Практикалык сабак). Үч бирдей үч бурчтукту түрдүү медианалары бойлой кырк (21-сүрөт). Пайда болгон 6 үч бурчтуктан бир үч бурчтук жаса.

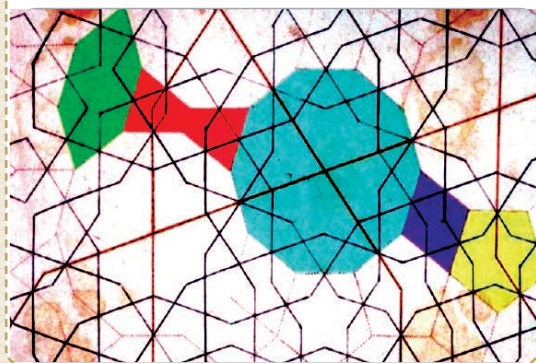
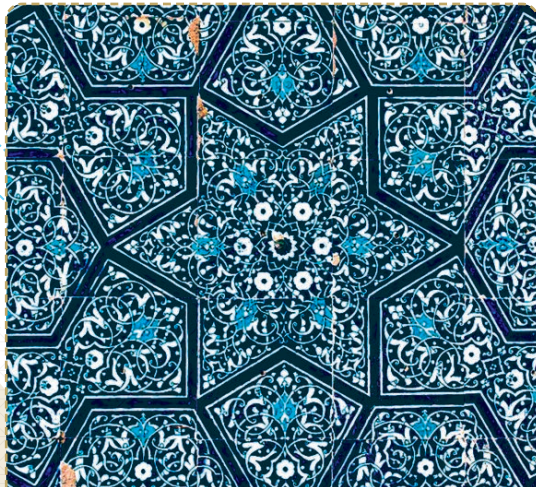


20. Үч бурчтуктун кайсы элементтери ар дайым үч бурчтуктун ички бөлүгүндө жатат?
- 21*. Кандай үч бурчтуктун үч бийиктиги да үч бурчтуктун бир чокусунда кесилишет?
- 22*. Үч бурчтуктун бийиктиги анын үч жагынан да кичине болушу мүмкүнбү?
23. Периметри 36 га тең болгон үч бурчтуктун бийиктиги аны периметрлери 18 жана 24 кө тең болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Берилген үч бурчтуктун бийиктигин тап.
24. Периметри 36 га тең болгон үч бурчтуктун биссектрисасы аны периметрлери 24 жана 30 га тең болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Берилген үч бурчтуктун ушул биссектрисасын тап.
25. ABC үч бурчтукта $AB = BC$ жана BD медиана 4 см. Эгерде ABD үч бурчтуктун периметри 12 см болсо, ABC үч бурчтуктун периметрин тап.
26. Сызгыч жана транспортир менен $AB = 8$ см, $AC = 5$ см жана $\angle A = 60^\circ$ болгон ABC үч бурчтукун сыз.
27. Сызгыч жана транспортир менен $KL = 4$ см, $KM = 3$ см жана $\angle K = 90^\circ$ болгон KLM үч бурчтук сыз. Бул кандай үч бурчтук? Анын үчүнчү жагын чене жана жаз.
- 28*. Үч бурчтуктун периметри 72 см. Эгерде анын жактарынын узундуктарынын катышы 3:4:5 болсо, бул жактарды тап. Анын бурчтарын чене. Ал кандай үч бурчтук?
- 29*. Үч бурчтуктук периметри 126 мм. Эгерде жактарынын узундуктарынын катышы 3:4:5 болсо, бул жактарды тап.



Тарыхый үзүндү

Геометрия илиминде өз доорунан беш кылым озуп кеткен архитектор усталарыбыз



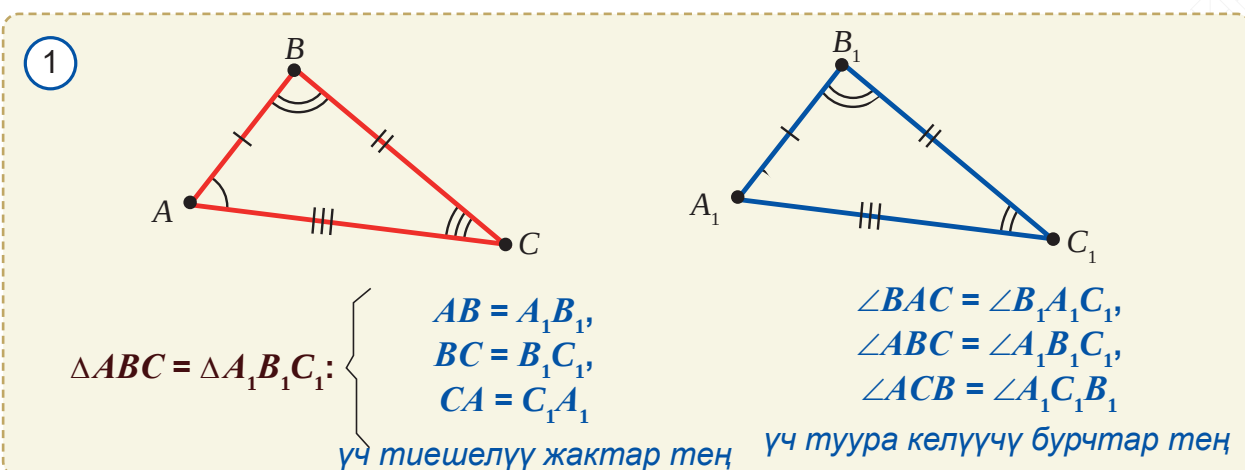
2007-жылы февралда Америкада басылган орто кылымдын архитектурасы жөнүндөгү илимий макала көп талкууга себеп болгон. Анткени, 2005-жылы Самарканддагы Абдуллахан медресесинин күмбөзүндөгү мозаикалык оймолорду көздөн кечирген Гарвард университетинин аспиранты Питер Лу таң калуудан жакасын кармап калды. Анын көз алдында 1970-жылдарда ачылган деп эсептелген, Пенроуз оймолору деп аталган татаал геометриялык фигуралар турган эле. Демек, биздин архитектор ата-бабаларыбыз акыл-эсте өз доорунан беш кылым илгерилеп кетип, илимге жакында гана киргизилген татаал геометриялык фигураларды билип гана калбастан, алардан өз иштеринде орундуу пайдаланышкан экен да! Ооба, чындыгында, ушундай болуп чыкты. 11-сүрөттө архитектуралык эстеликтеги оймо берилген. 12-сүрөт орто кылымдын кол жазмаларынан алынган болуп, анда бул оймонун негизин түзүүчү көп бурчтар берилген.

9

ҮЧ БУРЧТУКТАР БАРАБАРДЫГЫНЫН БИРИНЧИ БЕЛГИСИ

Геометриялык фигуралардын барабардыгы аныктамасына көрө, эки үч бурчтуктан бирин экинчисине дал келе тургандай кылып коюу мүмкүн болсо, алар өз ара барабар болушат. 1-сүрөттө ABC жана $A_1B_1C_1$ барабар үч бурчтуктар берилген. Алардан каалаган бирин экинчисине дал келтирип коюу мүмкүн. Мында биринчи үч бурчтуктун үч чокусу – A, B, C жана үч жагы – AB, BC, CA жана үч жагы – A_1, B_1, C_1 жана үч жагы – A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 менен дал келет. Маалым болгондой, мында үч бурчтуктардын туура келүүчү бурчтары да тиешелүү түрдө дал келишет.

ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктардын барабардыгы $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ түрүндө туюнтулат. Чиймеде тең бурчтар бирдей жаалар менен, тең жактар болсо бирдей сызыкчалар менен 1-сүрөттө берилгендей бөлүп көрсөтүлөт.



Активдештирүүчү сабак

Үч бурчтук түрүндөгү эки жер аянтынын өз ара теңдигин иш жүзүндө кандай текшерүү мүмкүн? Анткени алардан бирин экинчисинин үстүнө коё албайбыз. Эки үч бурчтуктун өз ара барабар же барабар эместигин аныктоо үчүн дайыма эле аларды дал келтирип коюу шартпы?

Буга кажет жок экен. Бул маселени үч бурчтуктардын кээ бир элементтерин салыштырып чечүү мүмкүн экен. “Үч бурчтуктардын барабардык белгилери” деп аталган теоремалар ушул жөнүндө. Бул теоремалардын “белги” деп айтылышына себеп төмөнкүдө: алардан пайдаланып үч бурчтуктардын тең же тең эместиги жөнүндө жыйынтык чыгаруу мүмкүн.

Жалпысынан алганда, геометрияда “белги” фигуранын кандайдыр бир өзгөчөлүгүн аныктоого жардам берүүчү шарттар жөнүндөгү теоремадан турат.

Төмөнкү теорема “Үч бурчтуктардын эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча барабардыгы жөнүндөгү теорема” деп аталат. Биз аны кыскача “Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгиси” деп айтабыз.

(ЖБЖ жазуусу “жак”, “бурч”, “жак” сөздөрүнүн баш тамгаларынан түзүлгөн болуп, бурчтун эки жагынын арасында жаткандыгын да көрсөтүп турат.)



Теорема. (Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгиси) Эгерде бир үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчту экинчи үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчуна тиешелүү түрдө тең болсо, мындай үч бурчтуктар өз ара тең болушат (2-сүрөт).

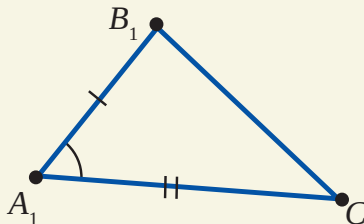
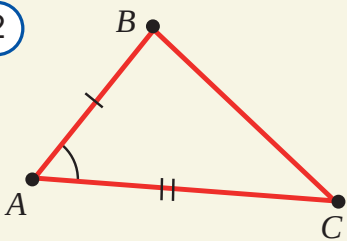


$\triangle ABC$ жана $\triangle A_1B_1C_1$
 $AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, \angle BAC = \angle B_1A_1C_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

2



Далил. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ болгондуктан ABC үч бурчтукту $A_1B_1C_1$ үч бурчтукка анда A чоку A_1 чокуга, AB жана AC шоолалар болсо тиешелүү түрдө A_1B_1 жана A_1C_1 шоолалардын үстүнө дал келе тургандай коюу мүмкүн. $AB = A_1B_1$ жана $AC = A_1C_1$ болгондуктан AB жак A_1B_1 жак менен, AC жак болсо A_1C_1 жак менен дал келет. Алсак, B чекит B_1 чекит менен, C чекит болсо C_1 чекит менен дал келет. Анда B_1C_1 жана BC жактар да дал келет. Натыйжада ABC үч бурчтуктун үч чокусу (жагы) $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктун үч чокусу (жагы) менен тиешелүү түрдө дал келет.

Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктар өз ара тең.

Теорема далилденди.

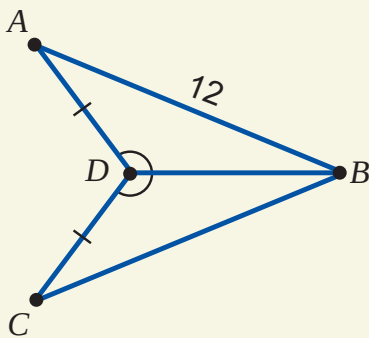
Маселе. 3-сүрөттө берилгендерден пайдаланып BC кесиндини тап.

Чыгаруу. ADB жана CDB үч бурчтуктарга карайбыз. Шартка көрө, бул үч бурчтуктар үчүн $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. BD болсо жалпы жак.

Демек, ADB үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчу CDB үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчуна тиешелүү түрдө тең экен. Анда үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине көрө, $\triangle ADB = \triangle CDB$.

Алсак, $CB = AB = 12$ болот. **Жооп:** 12.

3



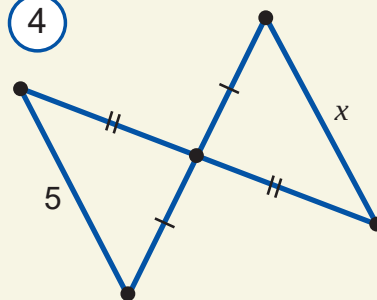
Темага тиешелүү суроолор

1. Кандай үч бурчтуктар барабар дейилет?
2. ЖБЖ белгисине көрө, үч бурчтуктар барабардыгы анын кандай элементтерин салыштыруу аркылуу аныкталат?
3. Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисин түшүндүр.

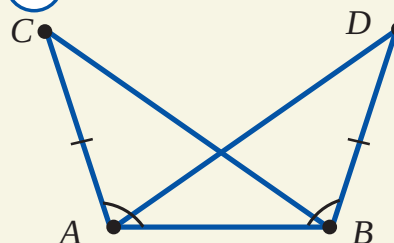
Практикалык тапшырмалар жана колдонуу

1. $\triangle ABC = \triangle DEF$. Бул үч бурчтуктардын тиешелүү чокуларын, жактары жана бурчтарын аныктап жаз.
2. MNL жана RST үч бурчтуктар тең. Бул үч бурчтуктардын тиешелүү чокуларын, жактарын жана бурчтарын аныктап жаз.
3. Эгерде $\triangle ABC = \triangle BAC$ экендиги белгилүү болсо, ABC үч бурчтуктун кайсы жактары тең болот?
4. $\triangle MNL = \triangle LMN$. MNL үч бурчтуктун кайсы бурчтары тең болот?
5. $\triangle ABC = \triangle DEF$. Эгерде $\angle A = 52^\circ$, $\angle E = 80^\circ$ жана $\angle C = 48^\circ$ болсо, бул үч бурчтуктардын калган бурчтарын тап.
6. $\triangle ABC = \triangle LMN$. Эгерде $AB = 5$, $MN = 8$ жана $AC = 9$ болсо, бул үч бурчтуктардын калган жактарын тап.
7. 4-сүрөттөн белгисиз кесинди – x ти тап.
8. Эгерде 5-сүрөттө $\angle CAB = \angle ABD$ болсо, $AD = BC$ экенин далилде.
9. 6-сүрөттө $\angle BAE = \angle BCD$ экенин далилде.
10. 7-сүрөттө $\triangle ABC = \triangle CDA$ экенин далилде.
11. 8-сүрөттө $\triangle ABC = \triangle ABD$ болушун далилде.
12. AD жана BC кесиндилер O чекитте кесилишет жана бул чекитте тең экиге бөлүнөт (9-сүрөт).
 а) $\triangle AOB = \triangle DOC$; б) $BD = AC$; в) $\triangle ABD = \triangle DCA$;
 г) $\angle OAB = 35^\circ$, $\angle OBA = 62^\circ$ болсо, $\angle ODC$ жана $\angle DCO$ ти тап.
13. 10-сүрөттөгү белгисиз бурч – x ти тап.
14. Бир үч бурчтуктун периметри экинчи үч бурчтуктун периметрине тең. Бул үч бурчтуктар өз ара тең болобу?
15. Бир үч бурчтуктун периметри экинчи үч бурчтуктун периметринен чоң. Бул үч бурчтуктар тең болобу?
16. ABC үч бурчтуктун AB жагында D чекит, $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктун A_1B_1 жагында D_1 чекит алынган. $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ жана $BD = B_1D_1$ барабардыктар белгилүү. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктар барабардыгын далилде.

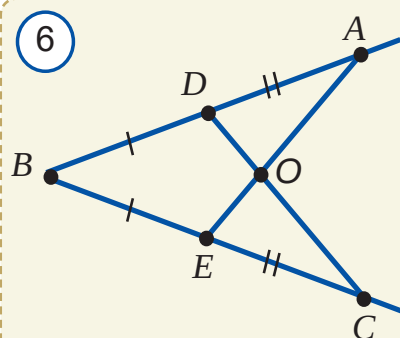
4



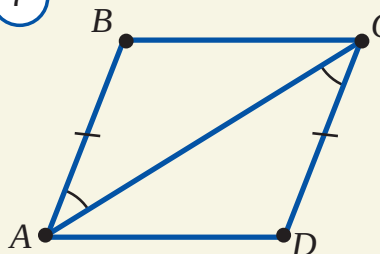
5



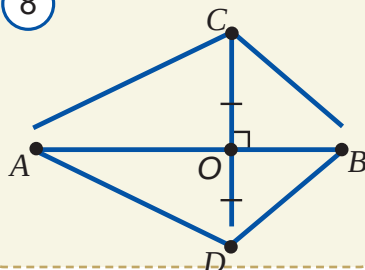
6



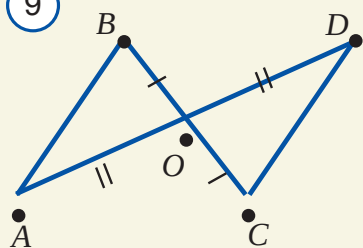
7



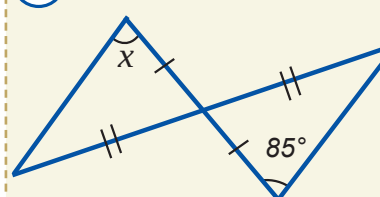
8



9

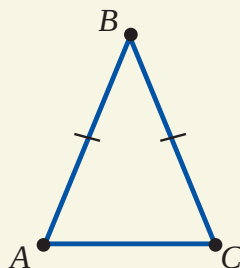


10



10 ТЕҢ КАПТАЛДУУ ҮЧ БУРЧТУКТУН КАСИЕТТЕРИ

1



ABC – тең капталдуу үч бурчтук
 AB, BC – каптал жактары
 AC – негизи
 B – чокусу

Эки жагы тең болгон үч бурчтукту **тең капталдуу үч бурчтук** деп атаган элек (1-сүрөт). Тең капталдуу үч бурчтуктун тең жактары анын **каптал жактары**, үчүнчү жагы болсо **негизи**, негизинин тушунда жаткан чокусу болсо тең капталдуу үч бурчтуктун **чокусу** деп аталат.



Активдештирүүчү сабак

2-сүрөттөгү үч бурчтуктардын кайсылары тең капталдуу? Алардын чокусун, негизин жана каптал жактарын айт.



Геометриялык изилдөө

Сызгыч менен каалагандай тең капталдуу үч бурчтук сыз. Анын негизине жандаш бурчтарын чене жана салыштыр. Бул ишти дагы 2-3 башка тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн кайтала жана өз божомолунду далил түрүндө туюнт. “Тажрыйбанын натыйжасында табылган бул касиет бардык тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн да орундуу болот” деп айтуу мүмкүнбү?



Теорема. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтары өз ара тең болушат.



$\triangle ABC, AB = AC$
 (3-сүрөт)



$\angle B = \angle C$

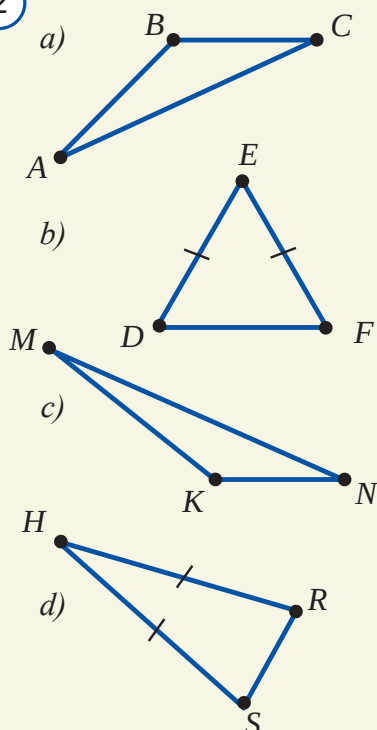
Далил. ABC үч бурчтуктун A чокусунан AL биссектрисаны түшүрөбүз (3-сүрөт).

ABL жана ACL үч бурчтуктарга карайбыз. Аларда AL жак жалпы. Экинчиден, теореманын шартына ылайык, $AB = AC$ ($\triangle ABC$ – тең капталдуу). Үчүнчүдөн болсо $\angle 1 = \angle 2$, анткени түзүүгө ылайык AL – биссектриса. Демек, ABL үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчу ACL үч бурчтуктун эки жагы жана алардын арасындагы бурчуна тиешелүү түрдө тең экен. Анда үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle ABL = \triangle ACL$ болот.

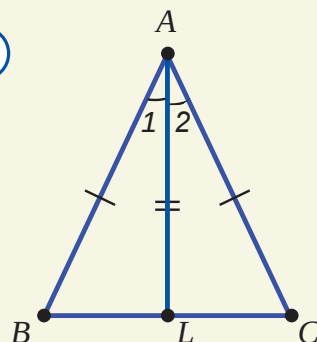
Алсак, бул үч бурчтуктардын туура келүүчү бурчтары катары $\angle B = \angle C$ болот.

Теорема далилденди.

2



3





Геометриялык изилдөө

Тең капталдуу үч бурчтук сыз. Анын чокусунан чыккан биссектрисасын жүргүз. Бул биссектриса үч бурчтуктун негизин эки бөлүккө бөлөт. Ушул бөлүктөрдүн узундугун ченеп салыштыр. Мындан кандай жыйынтык чыгат? Андан кийин биссектриса менен негиз пайда кылган бурчтарды транспортирде чене жана салыштыр. Мындан кандай жыйынтык чыгат? Бул жыйынтыктарды аныктама түрүндө туюнт. “Бул жыйынтыктар бардык тең капталдуу үч бурчтуктар үчүн да орундуу” деп айтуу мүмкүнбү?



Теорема. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн биссектриса анын медианасы да, бийиктиги да болот (4-сүрөт).



$\triangle ABC$, $AB = AC$, AL – биссектриса



AL – медиана жана бийиктик

Далил. 1. AL кесинди ABC үч бурчтуктун биссектрисасы болсо (4-сүрөт), жогоруда далилденген теоремага ылайык, $\triangle ABL = \triangle ACL$ болот. Бул үч бурчтуктардын барабардыгынан $BL = LC$ жана $\angle 3 = \angle 4$ экенин табабыз.

Демек, L чекит – BC жагынын ортосу, AL болсо ABC үч бурчтуктун медианасы экен.

2. $\angle 3$ жана $\angle 4$ өз ара тең жана жандаш бурчтар болгондуктан алар тик бурчтар болуп саналат.

Демек, AL кесинди ABC үч бурчтуктун бийиктиги да болот экен.

Теорема далилденди.

Натыйжа. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусунан чыгарылган биссектрисасы, медианасы жана бийиктиги өз ара дал келет.

Маселе. Тең капталдуу ABC үч бурчтуктун каптал жактарына AD жана CF медианалар түшүрүлгөн. $\triangle ADC = \triangle CFA$ жана $\triangle ADB = \triangle CFB$ экенин далилде.



$\triangle ABC$, $AB = BC$,

AD жана CF – медианалар (5-сүрөт)



$\triangle ADC = \triangle CFA$, $\triangle ADB = \triangle CFB$

Далил. $AB = BC$ болгондуктан бул жактардан AD жана CF медианалар бөлгөн кесиндилер өз ара тең болушат:

$AF = FB = BD = CD$. (1)

1) ADC жана CFA үч бурчтуктарды карайбыз. Аларда:

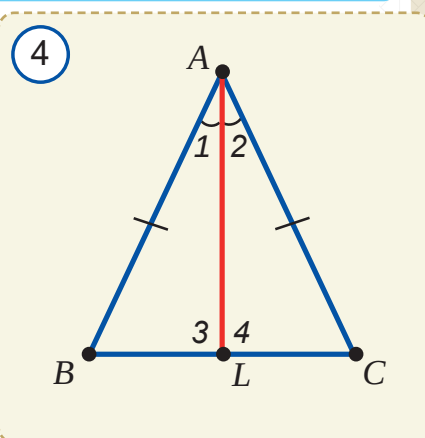
1. $\angle ACD = \angle FAC$, анткени $\triangle ABC$ тең капталдуу;

2. AC жак жалпы;

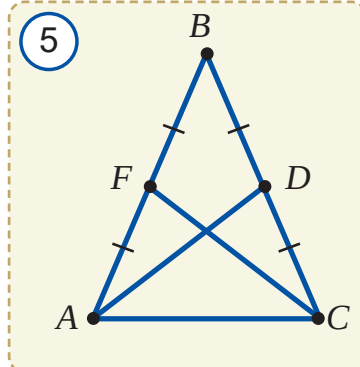
3. $AF = CD$ – (1) барабардыкка ылайык.

Демек, үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle ADC = \triangle CFA$.

2) $\triangle ADB = \triangle CFB$ экенин өз алдынча далилде.



5



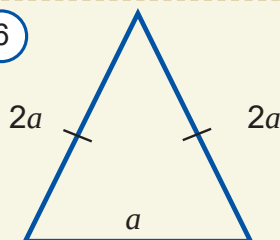
Темага тиешелүү суроолор

1. Тең капталдуу үч бурчтуктун аныктамасын жана касиеттерин айт.
2. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн медиана анын биссектрисасы болобу?

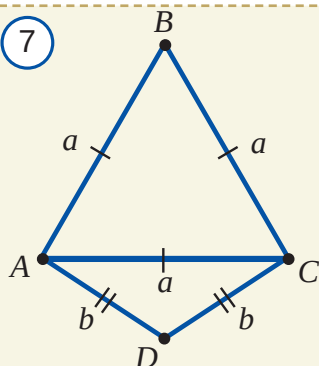


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

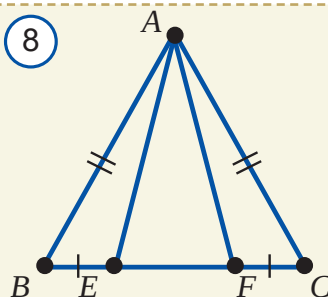
6



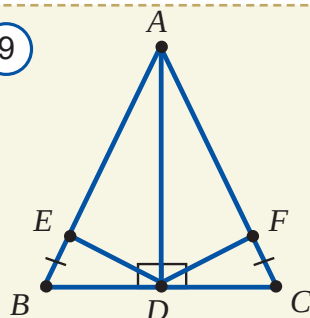
7



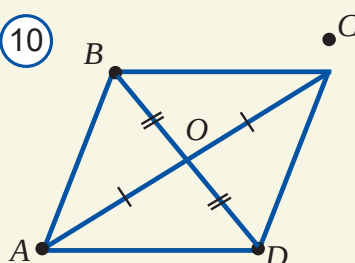
8



9

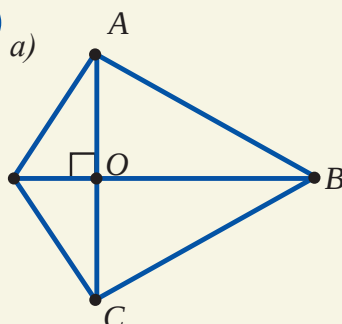


10

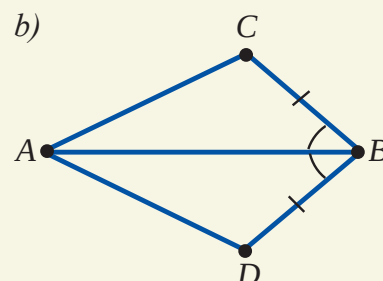


1. 6-сүрөттө $P = 50 \text{ cm}$ болсо, $a = ?$
2. 7-сүрөттө $P_{ABC} = 36$ жана $P_{ADC} = 28$ болсо, $a = ?$, $b = ?$
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун капталдарына түшүрүлгөн медианалары тең болушун далилде.
4. 8-сүрөттө $AB = AC$, $BE = FC$. а) $\triangle ABE = \triangle ACF$; б) $AE = AF$; с) $\triangle ABF = \triangle ACE$ экенин далилде.
5. 9-сүрөттө $AB = AC$, $BE = CF$. а) $\triangle AED = \triangle AFD$; б) $\triangle BED = \triangle CFD$ барабардыктарды далилде.
6. Тең жактуу үч бурчтуктун бардык бурчтары тең экенин далилде.
- 7*. Эки тең капталдуу үч бурчтуктардын негиздери жана ушул негизге түшүрүлгөн бийиктиктердин барабардыгына ылайык, алардын өз ара теңдигин далилде.
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизи каптал жагынан 3 cm ге узун, бирок каптал жактарынын суммасынан 5 cm ге кыска. Үч бурчтуктун жактарын тап.
- 9*. Тең капталдуу үч бурчтуктун жактарынын ортолору туташтырылса, тең капталдуу үч бурчтук пайда болушун далилде.
- 10*. Бир үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчу экинчи үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчуна тең. Бул үч бурчтуктар тең болобу?
- 11*. Эки үч бурчтук сыз, мында алардан биринин эки жагы жана бир бурчу экинчисинин эки жагы жана бир бурчуна тең болсун, бирок алар тең болбосун.
12. 10-сүрөттө: $AO = OC$ жана $BO = OD$. $AB = CD$ жана $BC = AD$ экенин тап.
- 13*. 11-сүрөттө а) $\triangle AOD = \triangle COD$, $\triangle ABD = \triangle CBD$; б) $\triangle ABD = \triangle CBD$ экенин далилде.

11



b)



11

ҮЧ БУРЧТУКТАР БАРАБАРДЫГЫНЫН ЭКИНЧИ БЕЛГИСИ

Эми үч бурчтуктардын бир жагы жана ага жандаш бурчтары боюнча барабардык белгисин көрөбүз. Мындан ары аны “үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгиси” деп айтабыз.



Теорема. (Үч бурчтуктар барабардыгынын БЖБ белгиси) Эгерде бир үч бурчтуктун бир жагы жана ага жандаш эки бурчу экинчи үч бурчтуктун бир жагы жана ага жандаш эки бурчуна тиешелүү түрдө барабар болсо, мындай үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.



$\triangle ABC$ жана $\triangle A_1B_1C_1$ (1-сүрөт),
 $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Далил. ABC үч бурчтукту $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктун үстүнө A чоку A_1 чоку менен, AB жак A_1B_1 жак менен дал келе тургандай кылып коёлу, мында C жана C_1 чокулар A_1B_1 түз сызыктын бир жагында жатсын.

Анда $\angle A = \angle A_1$ болгондуктан, AC жак A_1C_1 шоолада жатат, $\angle B = \angle B_1$ болгондуктан BC жак B_1C_1 шоолада жатат. Ошондуктан C чекити AC жана BC шоолалардын жалпы чекити катары A_1C_1 жана B_1C_1 шоолалардын ар экөөндө да жатат.

Анда C чекити A_1C_1 жана B_1C_1 шоолалардын жалпы чекити – C_1 менен дал келет.

Натыйжада AC жана A_1C_1 , BC жана B_1C_1 жактар да өз ара дал келет.

Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктар өз ара туура дал келет. Бул болсо алар өз ара барабар дегени.

Теорема далилденди.

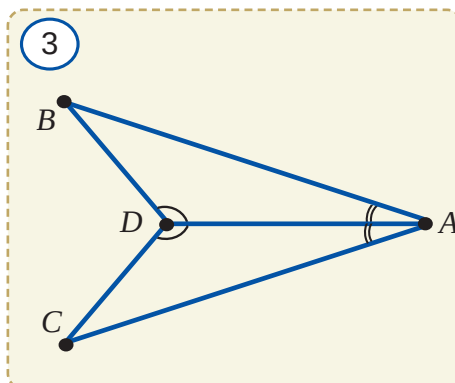
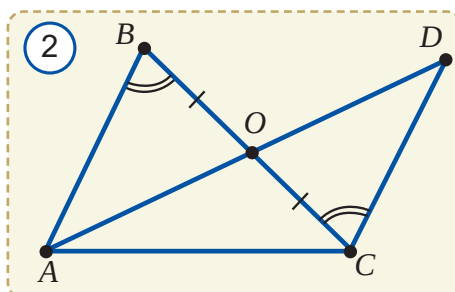
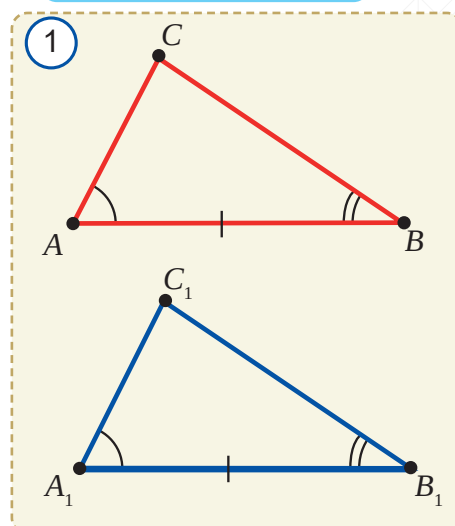
Маселе. 2-сүрөттө берилгендерден пайдаланып, $\triangle AOB = \triangle DOC$ экенин далилде.

Далил. $\angle AOB$ жана $\angle DOC$ вертикалдуу бурчтар болгондуктан, алар тең болот.

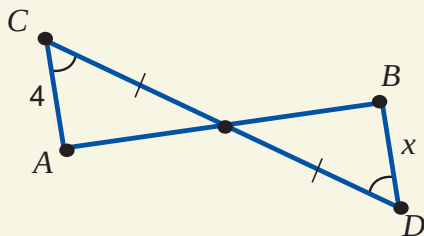
Натыйжада $BO = OC$, $\angle ABO = \angle DCO$ жана $\angle AOB = \angle DOC$ барабардыктарга ээ болобуз.

Демек, AOB үч бурчтуктун бир жагы жана ага жандаш эки бурчу DOC үч бурчтуктун бир жагы жана ага жандаш эки бурчуна тиешелүү түрдө тең экен.

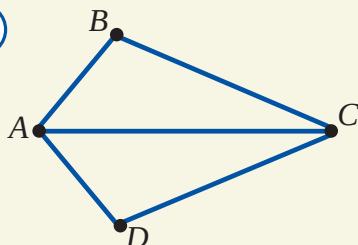
Анда үч бурчтуктар барабардыгынын БЖБ белгисине ылайык, AOB жана DOC үч бурчтуктар тең болот.



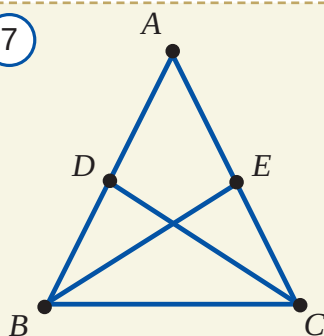
4



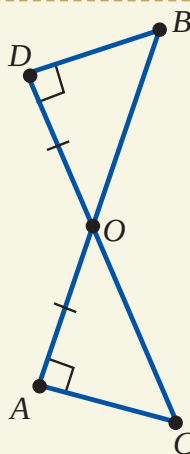
6



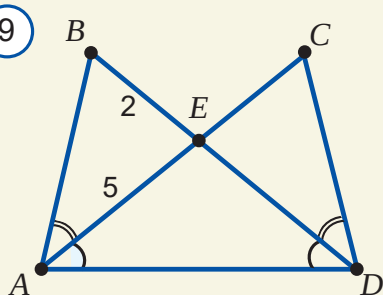
7



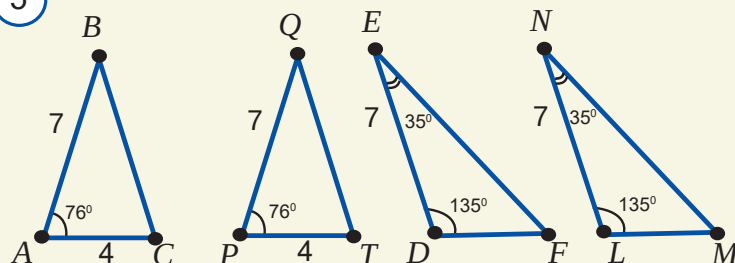
8



9



5



Темага тиешелүү суроолор

1. БЖБ белгисине ылайык, үч бурчтуктардын барабардыгы кандай элементтер боюнча аныкталат?
2. Үч бурчтуктар барабардыгынын БЖБ белгисин түшүндүр.
3. Үч бурчтуктар барабардыгынын БЖБ белгиси неге ушундай аталган?



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. 3-сүрөттөгү ABD жана ACD үч бурчтуктардын теңдигин далилде.
2. 4-сүрөттөгү белгисиз x ти тап.
3. 5-сүрөттөгү үч бурчтуктардын кайсылары бири-бирине тең? Неге?
4. 6-сүрөттө AC кесинди BAD жана BCD бурчтардын биссектрисасы болсо, $\triangle ABC = \triangle ADC$ экенин далилде.
5. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ жана $\angle B = \angle B_1$ экендиги белгилүү. AB жана A_1B_1 жактарда тиешелүү түрдө D жана D_1 чекиттер $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ бөлө турган кылып алынган. Анда $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ экенин далилде.
6. AB жана CD кесиндилер O чекитте кесилишет. Эгерде $BO = CO$ жана $\angle ACO = \angle DBO$ болсо, ACO жана DBO үч бурчтуктар тең экенин далилде.
7. 7-сүрөттөгү ABC үч бурчтукта $AB = AC$. BE жана CD биссектрисалардын өз ара тең экенин далилде.
8. $\triangle OAC = \triangle ODB$ болушун далилде (8-сүрөт).
9. ABC жана ADC үч бурчтуктар өз ара тең. B жана D чекиттери AC түз сызыктын түрдүү жагында жатат. ABD жана BCD үч бурчтуктар тең капталдуу экенин далилде.
- 10*. 9-сүрөттөгү маалыматтардын негизинде AC жана BD кесиндилерди тап.

12

ҮЧ БУРЧТУКТАР БАРАБАРДЫГЫНЫН ҮЧҮНЧҮ БЕЛГИСИ

Эми үч бурчтуктардын үч жагы боюнча барабардык белгиси менен таанышабыз. Мындан ары аны “үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгиси” деп айтабыз.



Теорема. (Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгиси) Эгерде бир үч бурчтуктун үч жагы экинчи үч бурчтуктун үч жагына тиешелүү түрдө тең болсо, мындай үч бурчтуктар өз ара тең болушат.

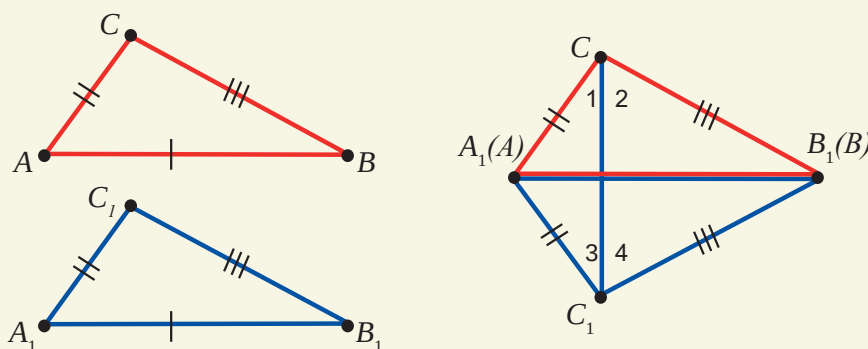


Берилген: $\triangle ABC$ жана $\triangle A_1B_1C_1$;
 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

1



Далил. Айталы, ABC үч бурчтуктун эң чоң жагы AB болсун. ABC үч бурчтукту $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктун үстүнө AB жак A_1B_1 жак менен дал келе тургандай жана C жана C_1 чокулар A_1B_1 түз сызыктын түрдүү жактарында жата тургандай кылып жайгаштыр (1-сүрөт).

Анда $AC = A_1C_1$ жана $BC = B_1C_1$ болгондуктан A_1C_1C жана B_1C_1C үч бурчтуктар тең капталдуу болушат.

Анда тең капталдуу үч бурчтуктун касиетине ылайык, $\angle 1 = \angle 3$ жана $\angle 2 = \angle 4$ болот. Ошондуктан $\angle ACB = \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ болот.

Демек, ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ жана $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Теорема далилденди.

Жыйынтык. Эгерде эки үч бурчтуктун ар үч жагы тиешелүү түрдө тең болсо, анда алардын туура келүүчү бурчтары да өз ара тең болушат.

Маселе. 2-сүрөттө берилгендерден пайдаланып: а) $\triangle AFD = \triangle CEB$;

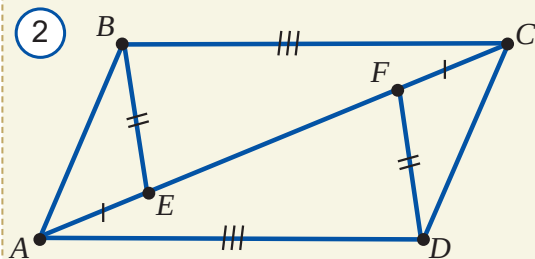
б) $\triangle AEB = \triangle CFD$ экенин далилде.

Далил. 2-сүрөттө берилгендерге ылайык $AE = FC$, $BE = FD$ жана $AD = BC$.

1) $AF = AE + EF$ болгондуктан

$EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

2



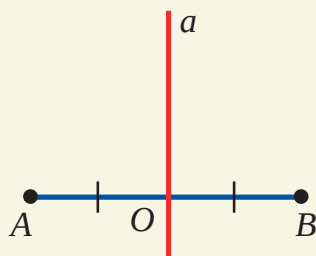
Демек, $\triangle AFD$ жана $\triangle CEB$ нын тиешелүү жактары өз ара тең жана үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгисине ылайык, $\triangle AFD = \triangle CEB$.

2) $\triangle AFD = \triangle CEB$ болгондуктан $\angle BEF = \angle EFD$. Анда, BEF жана AEB , EFD жана CFD бурчтар жандаш бурчтар болгондуктан $\angle AEB = \angle CFD$ болот.

AEB жана CFD үч бурчтуктарда: 1. $AE = FC$; 2. $BE = FD$; 3. $\angle AEB = \angle CFD$.

Демек, үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle AEB = \triangle CFD$ болот.

3



Кесиндинин орто перпендикулярынын касиети

Эми үч бурчтуктардын барабардык белгилеринин теоремаларды далилдөөдө колдонулушун көрүп чыгабыз.

AB кесинди берилген болсун. Анын ортосу болгон O чекиттен AB кесиндиге перпендикуляр A түз сызыкты өткөрөбүз (3-сүрөт). Бул түз сызык AB кесиндинин орто **перпендикуляры** деп аталат.



Теорема. Кесиндинин орто перпендикулярынын каалагандай чекити кесиндинин чокуларынан тең алыстыкта жайгашкан болот.

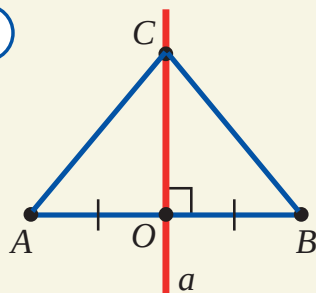


AB кесинди, C – AB кесиндинин орто перпендикулярынын каалагандай чекити (4-сүрөт)



$$AC = BC$$

4



Далил. $\triangle ACO$ жана $\triangle BCO$ үч бурчтуктарда (2-сүрөт):

- 1) OC – жалпы жак;
- 2) $AO = BO$ – шартка ылайык;
- 3) $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ – шартка ылайык.

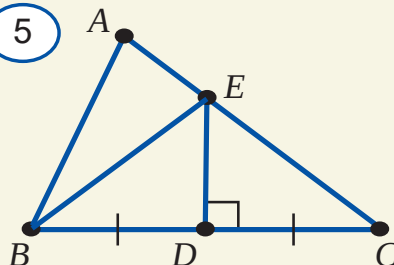
Демек, үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle AOC = \triangle BOC$.

Алсак, $AC = BC$.

Теорема далилденди.

Маселе. ABC үч бурчтуктун BC жагына өткөрүлгөн орто перпендикуляр AC жакты E чекитте кесип өтөт. Эгерде $BE = 6 \text{ см}$, $AC = 8,4 \text{ см}$ болсо, AE жана CE кесиндини тап.

5



Чыгаруу. ABC үч бурчтук BC жагынын орто перпендикуляры DE болсун (5-сүрөт).

Кесиндинин орто перпендикулярынын касиетине ылайык, $CE = BE = 6 \text{ см}$.

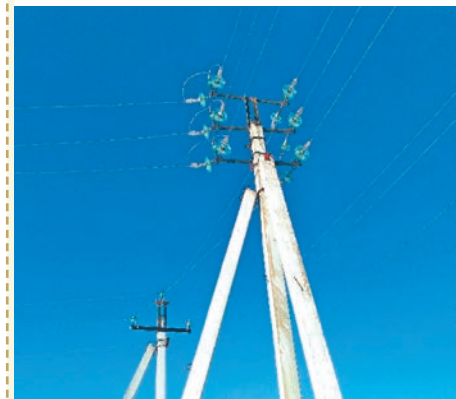
$AE + EC = AC$ болгондуктан,

$AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4 \text{ (см)}$.

Жооп: $AE = 2,4 \text{ см}$, $CE = 6 \text{ см}$.

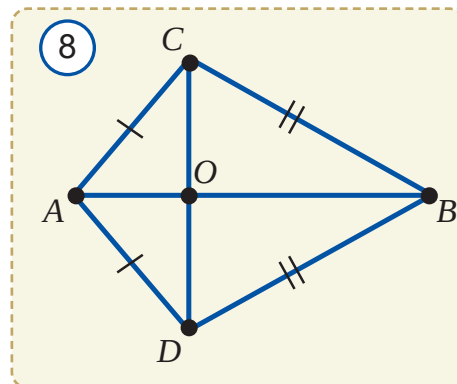
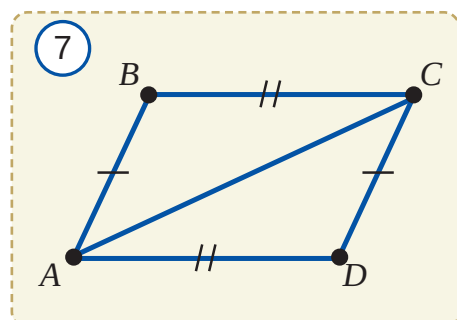
Темага тиешелүү суроолор

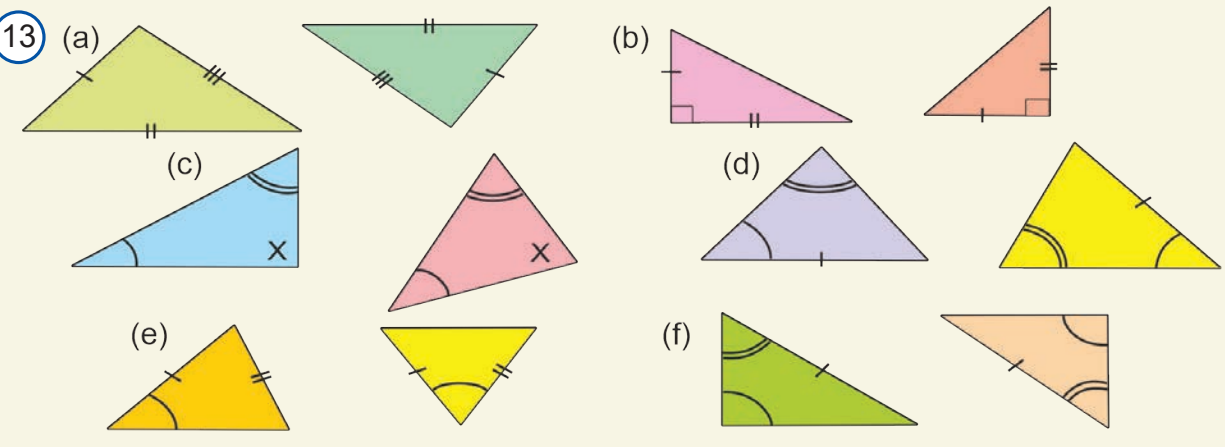
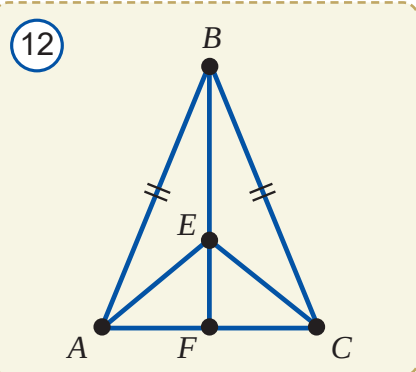
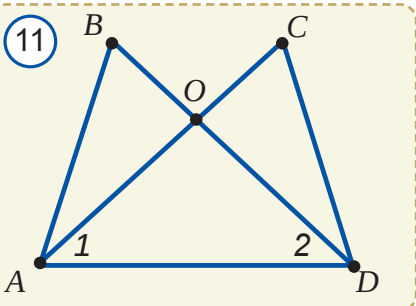
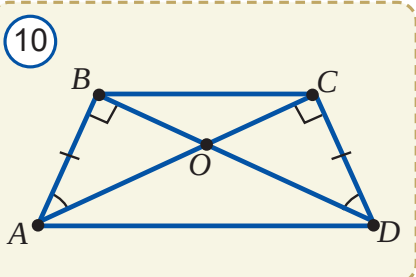
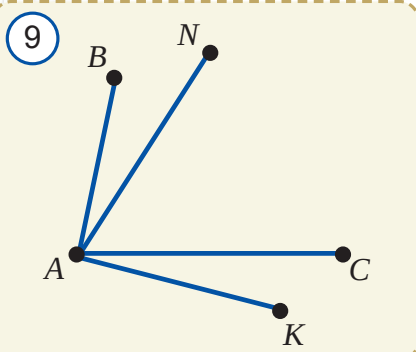
1. 6-сүрөттөн үч бурчтук формасындагы курулмаларды тап. Алар эмне себептен үч бурчтук формасында?
2. Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгисинде үч бурчтуктар барабардыгы кандай элементтер боюнча салыштырылып аныкталат?
2. Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгисин түшүндүр.
3. Кесиндинин орто перпендикуляры деген эмне?
4. Кесиндинин орто перпендикулярынын касиетин түшүндүр.
5. Кандайдыр бир үч бурчтук сыз жана анын ар бир жагына орто перпендикуляр өткөр. Эмнени байкадың? Чиймеңди классташыңдын чиймеси менен салыштыр жана аныкталган касиетти божомол катары туюнт.
6. Кандай бир үч бурчтукта үч бурчтуктун жагына түшүрүлгөн орто перпендикуляр ушул жакка түшүрүлгөн бийиктик менен дал келет?



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. 7-сүрөттө берилгендерге ылайык, $\triangle ABC = \triangle CDA$ экенин далилде.
2. 8-сүрөттө: а) $\triangle ABC = \triangle ABD$; б) $\triangle BOC = \triangle BOD$ экенин далилде.
3. 8-сүрөттө: а) $\triangle AOC = \triangle AOD$; б) $AB \perp CD$ экенин далилде.
4. ABC жана ABD негиздери AB болгон тең капталдуу үч бурчтуктар болсо, $\triangle ACD = \triangle BCD$ экенин далилде.
5. Эгерде 9-сүрөттө $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ болсо, чокулары A , B , C , K жана N чекиттерде болгон бардык тең үч бурчтуктардын жубун аныкта.
6. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда $AB = A_1B_1$ жана $BC = B_1C_1$ болуп, алардын периметрлери тең болсо, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ экенин көрсөт.
- 7*. AB жана CD кесиндилер кесилишүү чекитинде тең экиге бөлүнөт. $\triangle ACD = \triangle BDC$ экенин далилде.
8. 10-сүрөттө канча өз ара тең үч бурчтуктардын жубу бар экендигин аныкта.





9*. Эгерде 11-сүрөттө: а) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; б) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ болсо, $\triangle ABD = \triangle DCA$ экенин көрсөт.

10. ABC үч бурчтуктун BC жагына өткөрүлгөн орто перпендикуляр AC жакты D чекитте кесип өтөт. Эгерде $BD = 7,2$ см, $AD = 3,2$ см болсо, AC эмнеге тең?

11. ABC жана ABD тең капталдуу үч бурчтуктар жалпы AB негизге ээ. CD түз сызык AB кесиндинин орто перпендикуляры болушун далилде.

12*. ABC тең капталдуу үч бурчтуктун AB каптал жагына өткөрүлгөн орто перпендикуляр BC жакты D чекитте кесип өтөт. Эгерде ADC үч бурчтуктун периметри 24 см ге тең жана $AB = 16$ см болсо, AC негизди тап.

13*. Үч бурчтуктун жактарына түшүрүлгөн орто перпендикулярлар бир чекитте кесилишин далилде.

14. Тең капталдуу ABC үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн BF биссектрисасында E чекити алынган (12-сүрөт). $\triangle ABE = \triangle CBE$ барабардыкты ЖЖЖ белгисинен: а) пайдаланып; б) пайдаланбастан далилде.

15. ABC жана $A_1C_1B_1$ үч бурчтуктарда $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ жана $\angle C_1 = 90^\circ$ экендиги белгилүү. Бул үч бурчтуктардын калган бурчтарын тап.

16. ABC жана DEF тең капталдуу үч бурчтуктар өз ара тең. ABC үч бурчтукта $AC = BC$ жана $AB = 2$ см. Эгерде $DE = 4$ см болсо, ар бир үч бурчтуктун периметрин тап.

17. 13-сүрөттөгү үч бурчтуктардын жуптарынан кайсы бири өз ара тең болушат? Нерге?

ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУ ЖАНА КОЛДОНУУ. БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР

Көлдүн кеңдигин ченөө

Айталы, A жана B чекиттери көлдүн четки чекиттери болсун (1-сүрөт). Маалым болгондой, AB кесиндини тикеден-тике ченеп болбойт. Кургактыкта кандай түзүү иштерин аткарып бул аралыкты ченөө мүмкүн?

Чыгаруу. Кургактыкта OA жана OB кесиндилер аркылуу кургактыктан A жана B чекиттерге барууга боло тургандай O чекитти танда. ABC үч бурчтук жасайбыз. AO жана BO жактарды улантып, $OC = AO$ жана $OD = BO$ кесиндилерди коёбуз. C жана D чекиттерди туташтырабыз. Натыйжада үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык, $\triangle AOB = \triangle COD$ болот. Алсак, $AB = DC$ экени келип чыгат.

Демек, жасалган DC кесиндинин узундугун ченеп, AB кесиндинин да узундугун тапкан болобуз. 2-сүрөттө берилген учурду да өз алдыңча түшүндүр.

Үч бурчтуктун “бекем” фигура экенин негиздөө

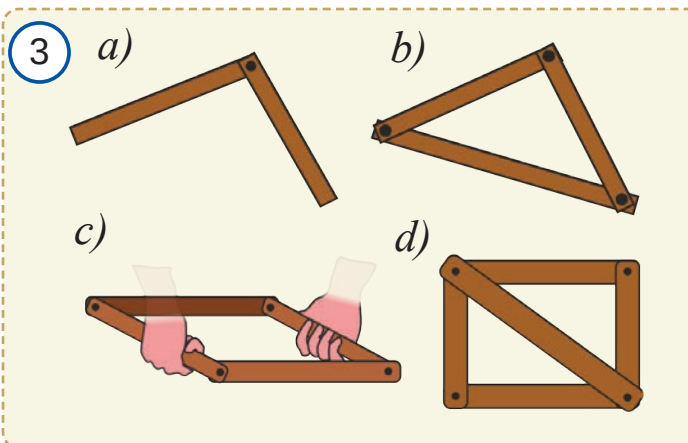
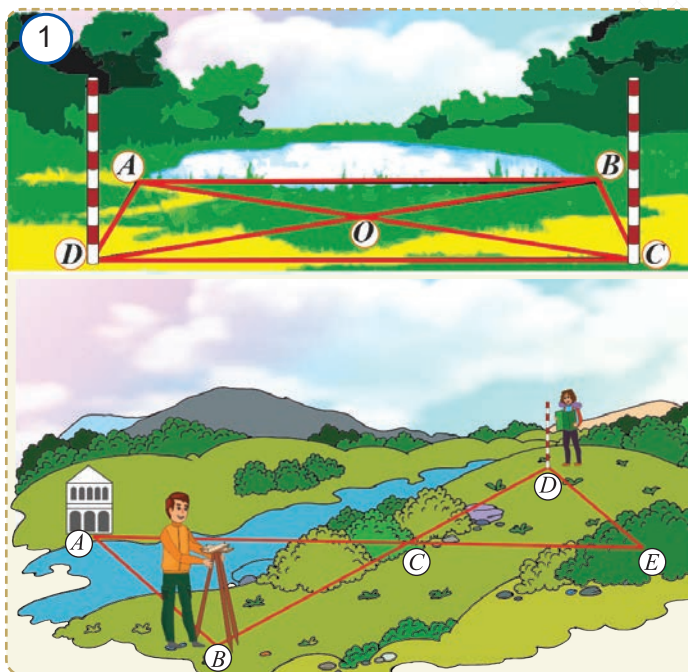
Эки жыгач тактайлардын (рейка) чокуларын бири-бирине 3 а-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып мык менен бириктиребиз. Пайда болгон фигура “бекем” болбойт, анткени анын эркин чокуларын түрдүү жакка буруп, жактарынын арасындагы бурчту каалаганча өзгөртүү мүмкүн.

Эми бул рейкалардын эркин чокуларына үчүнчү рейканы, 3 б-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып мык кагып бириктиребиз. Пайда болгон үч бурчтук “бекем” фигура болот. Анткени ар канча аракет кылба, анын жактарын буруп, бурчтарын өзгөртө албайсың.

1. Үч бурчтуктун “бекем” фигура экенин үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгиси менен түшүндүр.

2. 3 C , D -сүрөттөгү төрт бурчтуктуу курулма эмненин эсебинен бекем болду?

3. Үч бурчтуктун бекемдик касиетинен курулушта кеңири пайдаланылат. 90-беттеги 9-сүрөттө берилген имарат жана курулуштарда эмне себептен үч бурчтук формасындагы курулмалардан пайдаланылып жатканын түшүндүр.



13.2. Билимиңди сынап көр

1. Бош калтырылган жерлерди логикалык туура сөздөр менен толтур.

1. Эгерде үч бурчтуктун эки жагы тең болсо, ал ... болот.
2. Тең капталдуу үч бурчтуктун ... анын медианасы да, бийиктиги да болот.
3. Өзүн-өзү кеспөөчү туюк сынык сызыктан турган фигура ... дейилет.
4. Бардык жактары өз ара тең болгон үч бурчтуктун ... тең болот.
5. ... үч бурчтуктун медианалары, биссектрисалары жана бийиктиктери өз ара тең.
6. ... негизине жандаш бурчтары тең.
7. Тең жактуу үч бурчтук ... үч бурчтук да болот.

2. Төмөндө келтирилген сүйлөмдөрдөгү катаны тап жана оңдо.

1. Тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтары өз ара тең болушат.
2. Эгерде эки үч бурчтуктун бурчтары тиешелүү түрдө тең болсо, бул үч бурчтуктар тең болот.
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун медианасы анын да биссектрисасы, да бийиктиги болот.
4. Үч бурчтуктун бурчунан чыгып, ошол бурчту тең экиге бөлүүчү шоола “үч бурчтуктун биссектрисасы” дейилет.
5. Медиана – үч бурчтуктун жагын тең экиге бөлүүчү сызык.
6. Эгерде эки үч бурчтуктун бир жагы жана эки бурчу тиешелүү түрдө тең болсо, бул үч бурчтуктар тең болот.
7. Бир үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчу экинчи үч бурчтуктун эки жагы жана бир бурчуна тиешелүү түрдө тең болсо, бул үч бурчтуктар тең болот.
8. Периметри тең болгон үч бурчтуктар өз ара тең болушат.
9. Үч бурчтуктун бийиктиги анын жагы ортосуна түшүрүлгөн перпендикуляр болуп саналат.
10. Эгерде бир үч бурчтуктун үч бурчу экинчи үч бурчтуктун үч бурчуна тиешелүү түрдө тең болсо, мындай үч бурчтуктар өз ара тең болушат.

3. Берилген касиетке ээ болгон геометриялык фигуранын атын оң мамыдагы тиешелүү катарга жаз.

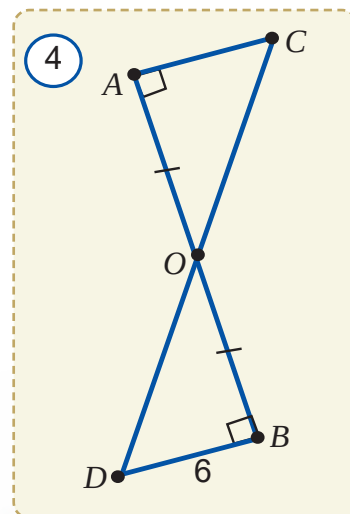
1	Бардык медианалары тең	
2	Үч бурчтуктун бир чокусу жана ушул чокусунун тушундагы жактын ортосун туташтыруучу кесинди	
3	Үч бурчтуктун бир чокусунан ушул чокусунун тушундагы жакка түшүрүлгөн перпендикуляр	
4	Үч бурчтуктун жактарынын суммасы	
5	Өзүн-өзү кеспөөчү туюк сынык сызык	

4. Биринчи мамыда берилген геометриялык түшүнүккө экинчи мамыдан тиешелүү касиет же түшүнүктү тап.

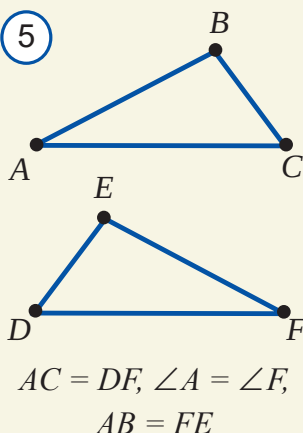
Геометриялык түшүнүктөр	Касиети же түшүнүгү
1. Сынык сызык	(А) бир бурчу тик бурч.
2. Көп бурчтук	(В) үч бурчтуктун чокусу ушул чокунун тушундагы жактын ортосу менен туташтырылат.
3. Үч бурчтуктун периметри	(С) эки жагы тең.
4. Тар бурчтуу үч бурчтук	(D) өзүн-өзү кеспөөчү туюк сынык сызык.
5. Тең капталдуу үч бурчтук	(E) удаалаш келген экөө бир түз сызыкта жатпаган $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ кесиндилерден түзүлгөн.
6. Тик бурчтуу үч бурчтук	(F) үч жагынын суммасы.
7. Үч бурчтуктун медианасы	(G) бардык бурчтары тар.
8. Үч бурчтуктун биссектрисасы	(H) үч бурчтуктун бурчунун биссектрисасынын үч бурчтук ички бөлүгүндө жаткан бөлүгү.
9. Үч бурчтуктун бийиктиги	(I) үч бурчтуктун чокусунан ушул чокунун тушундагы жак жаткан түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикуляр.
10. Кесиндинин орто перпендикуляры	(J) кесиндинин ортосуна түшүрүлгөн перпендикуляр.

5. Тесттер.

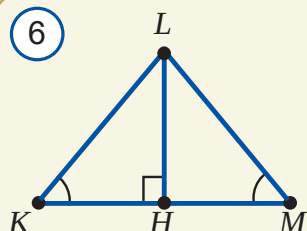
- Тең капталдуу үч бурчтуктун эки жагы 8 жана 3 кө тең. Анын үчүнчү жагын тап.
A) 5 B) 8 C) 11 D) 9
- Тең капталдуу үч бурчтуктун бир жагы экинчисинен 3 см кыска жана периметри 36 см болсо, анын каптал жагын тап.
A) 11 B) 12 C) 14 D) 18
- Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48, каптал жагы 18 ге тең. Анын негизин тап.
A) 18 B) 12 C) 16 D) 14
- Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48 ге тең. Анын жактарынан бири 12 ге тең болсо, калган жактарын тап.
A) 12; 12 B) 16; 16 C) 18; 24 D) 18; 18
- Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 36 га, жактарынан бири болсо 16 га тең. Үч бурчтуктун калган эки жагынын узундуктарын тап.
A) 16 жана 4 B) 10 жана 10 C) 10 жана 10 же 16 жана 4 D) Мындай үч бурчтук жок.
- AC кесиндинин узундугун тап (5-сүрөт).
A) 6 B) 8 C) 12 D) 10,5



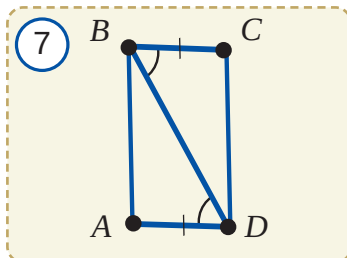
5



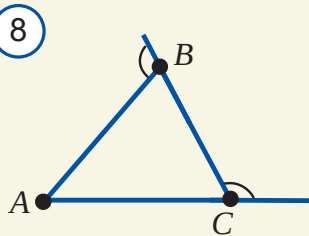
6



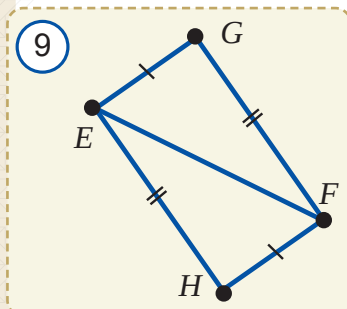
7



8



9



7. Үч бурчтуктун канча медианасы бар?

A) бир B) эки C) үч D) алты

8. Үч бурчтуктун биссектрисасы кандай фигура?

A) кесинди B) шоола C) түз сызык D) чекит

9. Үч бурчтуктун кайсы элементи анын сырткы бөлүгүндө жатышы мүмкүн?

A) медианасы B) бийиктиги
C) биссектрисасы D) диагонали

10. “Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу өз ара тең болсо, бул үч бурчтук тең капталдуу үч бурчтук болот” деген далилди кандайча аташ мүмкүн?

A) аныктама B) касиет
C) белги D) аксиома

11. 5-сүрөттөгү ABC жана FED үч бурчтуктар өз ара теңби?

A) ооба B) жок

12. 6-сүрөттөгү кайсы үч бурчтуктар өз ара тең?

A) $\triangle KLM = \triangle LMH$ B) $\triangle KLM = \triangle MLH$
C) $\triangle KLM = \triangle KLH$ D) Эч бири

13. 7-сүрөттөгү ABD жана CDB үч бурчтуктар кайсы белгинин негизинде өз ара тең болушат?

A) Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖБЖ белгисине ылайык
B) Үч бурчтуктар барабардыгынын БЖБ белгисине ылайык
C) Үч бурчтуктар барабардыгынын ЖЖЖ белгисине ылайык
D) Бул үч бурчтуктар өз ара тең эмес

14. 8-сүрөткө карап үч бурчтуктун түрүн аныкта.

A) тең жактуу B) тең капталдуу
C) кең бурчтуу D) эч нерсе айтып болбойт

15. 9-сүрөттөгү маалыматтарга ылайык, төмөнкү барабардыктардан туура эмесин тап.

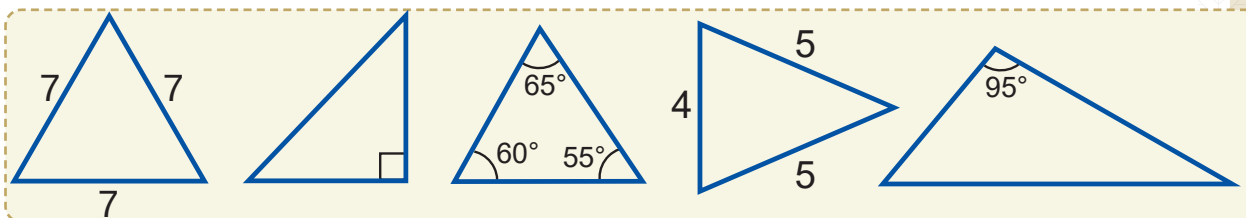
A) $\angle GEF = \angle HFE$ B) $\angle EGF = \angle FHE$
C) $\angle EHF = \angle FEG$ D) $\angle EFH = \angle GEF$

16. Периметри 12 cm болгон үч бурчтуктун бийиктиги аны периметрлери 7 cm жана 9 cm болгон үч бурчтуктарга бөлөт. Бийиктиктин узундугун тап.

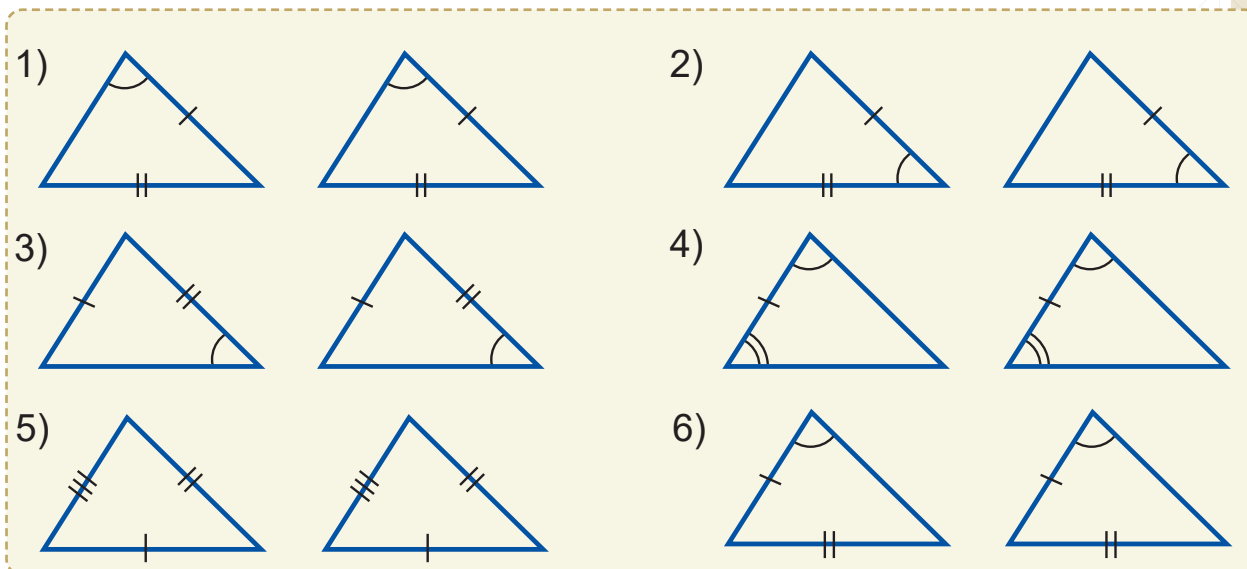
A) 2 cm B) 3 cm C) 1 cm D) 4 cm .

6. Маселелер.

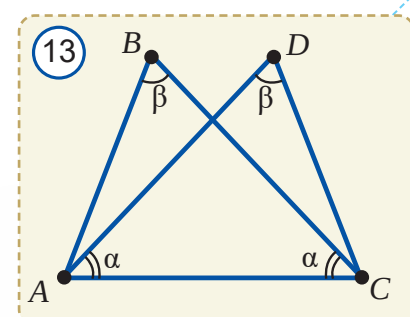
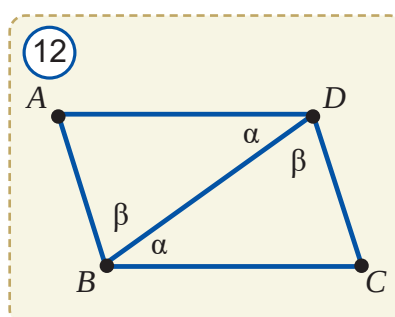
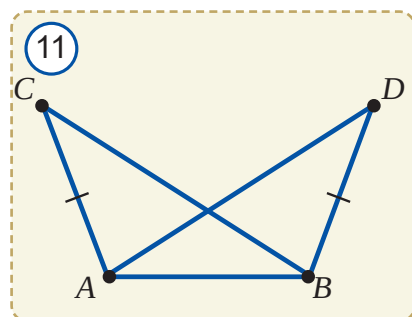
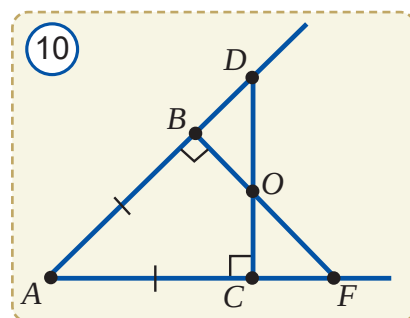
1. Сүрөттө берилген маалыматтардын негизинде үч бурчтуктардын түрлөрүн аныкта.

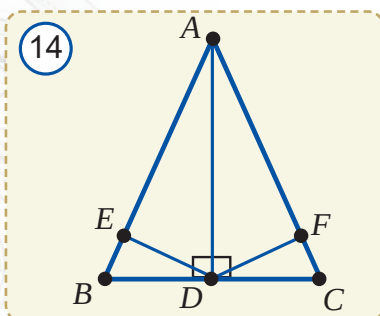


2. Төмөндө келтирилген үч бурчтуктардын жуптарынан кайсылары өз ара тең болушат? Кайсы белгиге ылайык?



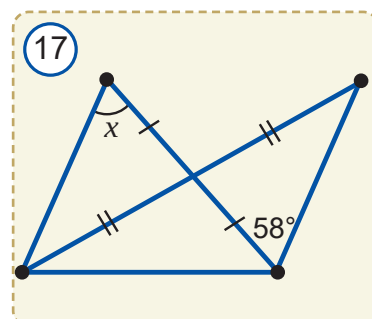
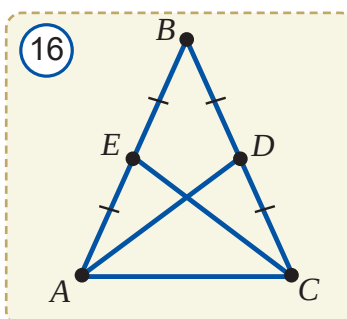
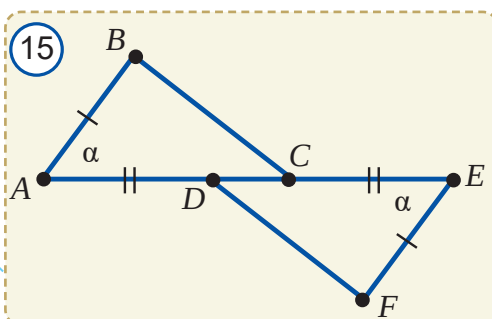
3. 10-сүрөттө $\triangle ACD = \triangle ABF$ экенин далилде.
4. Эгерде 12-сүрөттө $\angle CAB = \angle ABD$ болсо, $AD = BC$ экенин көрсөт.
5. 13-сүрөттө $\triangle ABD = \triangle BCD$ болушун далилде.
6. 14-сүрөттө $\triangle ABC = \triangle ADC$ болушун далилде.
7. Эгерде $\triangle ABC$ жана $\triangle PQR$ де $AB = PQ$, $AC = PR$ жана $BC = QR$ болсо, $\triangle ABC$ жана $\triangle PQR$ тең болушабы?



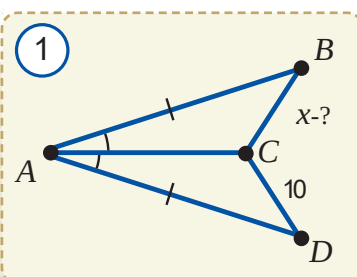


8. Эгерде 14-сүрөттө $BD=DC$, $AE=AF$ болсо, бардык тең үч бурчтуктардын жуптарын аныкта жана негизде.

9. 16-сүрөттө $\triangle ABC = \triangle EFD$ болушун далилде.
10. 17-сүрөттө $AD=CE$ экенин далилде.
11. 18-сүрөттөгү маалыматтарга ылайык x ти тап.
12. AE жана BD кесиндилер C чекитте кесилишет. Эгерде $DC=DE$, $AB=BC$ жана $\angle BAC = 48^\circ$ болсо, $\angle CED$ ны тап.
13. ABC үч бурчтуктун ичинде D чекити алынган. Эгерде $AC=AB$, $CD=BD$ жана $\angle BDA = 120^\circ$ болсо, $\angle ADC$ ны тап.
14. Эгерде үч бурчтуктун кандайдыр бир биссектрисасы анын бийиктиги да болсо, бул үч бурчтуктун тең капталдуу үч бурчтук болушун далилде.
15. Эгерде үч бурчтуктун кандайдыр бир бийиктиги анын биссектрисасы да болсо, бул үч бурчтуктун тең капталдуу үч бурчтук болушун далилде.



3-текшерүү иштин үлгүсү



Текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

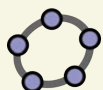
- 1) 93-94-беттердеги тест суроолоруна окшош 5 тест;
- 2) Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе “эң жакшы” баа алмакчы болгон окуучулар үчүн кошумча).

1. 1-сүрөттө берилген маалыматтар боюнча белгисиз кесиндини тап.

2. AB жана CD кесиндилер O чекитте кесилишет. Эгерде $\angle CAB = \angle ABD$ жана $AO=BO$ болсо, $\angle ACO = \angle BDO$ экенин далилде.

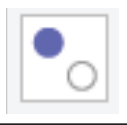
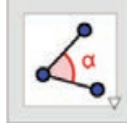
3. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри $18,4 m$ ге тең, негизи болсо каптал жагынан $3,6 m$ ге кыска. Бул үч бурчтуктун жактарын тап.

4*. Үч бурчтуктардын теңдигин эки жактары жана ушул жактарынын бирине түшүрүлгөн медианаларынын теңдигине ылайык далилде.

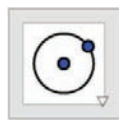
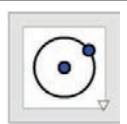
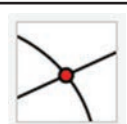
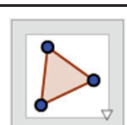
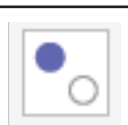


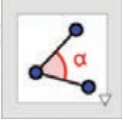
“GeoGebra”да практикалык тапшырмалар аткаруу

- **Керектүү компоненттер**
- Түзүүнү баштоодон мурда тең жактуу үч бурчтуктун касиеттерин эске ал.
- **GeoGebra**да жаңы терезе ач.
- **GeoGebra** интерфейсин **Настройки** –  **Геометрия** көрүнүшүнө өткөр.
- **“GeoGebra” инструменттер панелиндеги керектүү курулмалар**

	Окружность с центром через точку Эскертүү. Чычканды бир жолу басуу аркылуу айлананын борборун, экинчи жолу басуу аркылуу айлананын радиусун белгиле.
	Показывать объект Эскертүү. Жашыруун абалга өткөрүү керек болгон объектти танда.
	Угол Эскертүү. Үч чекитти саат жебесине каршы багытта белгиле жана керектүү бурчту пайда кыл.

Тең жактуу үч бурчтук жасоонун алгоритми

1		AB кесинди түз.
2		Борбору B чекитте болгон айлана сыз.
3		Борбору A чекитте болгон B чекиттен өтүүчү айлана сыз.
4		Эки айлананын кесилишүү чекиттерин белгиле.
5		ABC көп бурчту саат жебесине каршы багыт бойлой түз.
6		Эки айлананы жашыруун абалга өткөр.

7		Үч бурчтуктун ички бурчтарын анын жактарына басуу аркылуу көрсөт. Эскертүү. Чычканды саат жебеси бойлой аракеттендирүү аркылуу үч бурчтуктун ички бурчтарын тап.
8	 Сохранить	Өзгөрүүлөрдү сакта.
9	 Перемещать	Перемещать инструментинен пайдаланып тик бурчтук туура жасалаганын текшер.

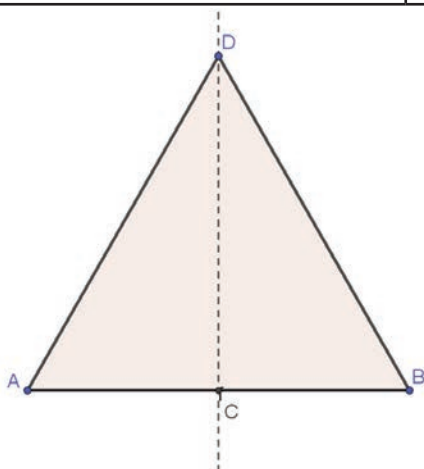
Өз алдынча аткаруу үчүн тапшырма

Тең капталдуу үч бурчтук жасоо

Негизи жана бийиктигинин узундугун чычкан менен сүйрөп өзгөртүү мүмкүн болгон тең капталдуу үч бурчтук түз.

Бул тапшырманы аткаруу үчүн сага төмөнкү инструменттер керек болот:

 Отрезок	Кесинди жасоо
 Середина или центр	Кесинди же эки чекиттин ортосун табуу
 Перпендикулярная прямая	Берилген чекит аркылуу түз сызык же кесиндиге перпендикуляр жүргүзүү
 Точка	Тегиздикте чекит жасоо
 Многоугольник	Көп бурчтук жасоо
 Перемещать	Графикалык объекти чычкан менен сүйрөп, динамикалык түрдө өзгөртүү



III БӨЛҮМ

ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан кийин, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

- параллель түз сызыктардын аныктамасы жана касиеттери;
- эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болуучу бурчтардын түрлөрүн билүү жана аларды чиймеде айырмалай алуу;
- эки түз сызыктын параллелдик белгилери;
- берилген теоремага тескери болгон теореманы туюнта алуу.

Практикалык көндүмдөр:

- үч бурчтуу жана жөнөкөй сызгыч менен параллель түз сызыктарды сыза алуу;
- эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болуучу бурчтарды чиймеде көрсөтүп бере алуу.
- параллель түз сызыктардын касиеттери жана эки түз сызыктын параллелдик белгилеринен маселелер чыгарууда пайдалануу.

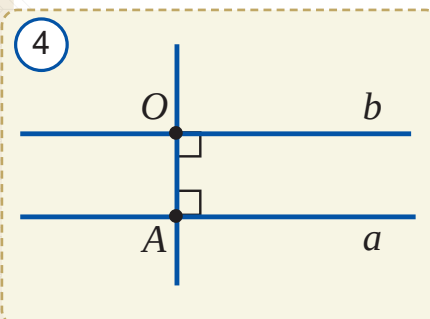
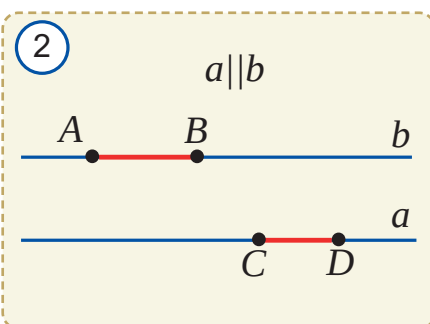
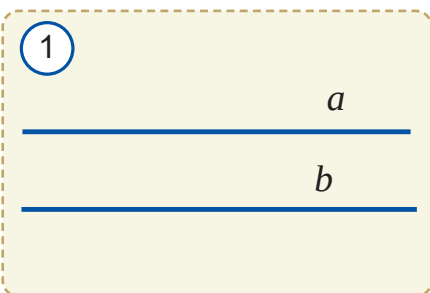
14 ПАРАЛЛЕЛЬ ТҮЗ СЫЗЫКТАР

14.1. Түз сызыктардын параллелдүүлүгү



Активдештирүүчү сабак

Эгерде эки түз сызык бир түз сызыкка перпендикуляр болсо, алар өз ара кесилиши мүмкүнбү? Жообунду негизде.



Бир тегиздикте жаткан жана өз ара кесилишпөөчү түз сызыктар **параллель түз сызыктар** деп аталат.

1-сүрөттө параллель түз сызыктар берилген. A жана B түз сызыктардын параллелдүүлүгү $A \parallel B$ түрүндө жазылат жана кыскача “ **A түз сызык B түз сызыкка параллель**” деп окулат.

Параллель түз сызыктарда жаткан кесиндилер (шоолалар) **параллель кесиндилер** (шоолалар) деп айтылат. 2-сүрөттө параллель кесиндилер берилген.

Параллель кесиндилерди турмушта көп учураткансың. Мисалы, темир жол рельстери (3-сүрөт), тик бурчтук түрүндөгү столдун карама-каршы кырлары, чакмак дептердин барагындагы горизонталь же вертикаль сызыктар ж.б.

Ошентип, аныктамага ылайык, түз сызыктар параллель болушу үчүн алар бир тегиздикте жатышы жана жалпы чекитке ээ болбостугу, б.а. кесилишпестиги керек.

53-бетте мурда далилденген теореманы эми төмөнкүчө туюнтуу мүмкүн:



Теорема. Бир түз сызыкка перпендикуляр болгон эки түз сызык өз ара параллель болуп саналат.

Маселе. a түз сызыкка тиешелүү болбогон O чекиттен ага параллель түз сызык жүргүзүү мүмкүндүгүн көрсөт.

Чыгаруу. 57-бетте далилденген теоремага ылайык, O чекиттен A түз сызыкка перпендикуляр OA түз сызык өткөрөбүз (4-сүрөт). Кийин O чекиттен OA түз сызыкка, дагы ошол теоремага ылайык, перпендикуляр B түз сызыкты өткөрөбүз. Натыйжада $A \perp OA$ жана $OA \perp B$, б.а. OA түз сызыкка перпендикуляр болгон эки A жана B түз сызыктарга ээ болобуз. Анда жогорудагы теоремага ылайык, A жана B түз сызыктар өз ара параллель болушат, б.а. B изделген түз сызык болуп саналат.



Геометриялык изилдөө

А шоола алып, ага AB кесиндини кой (5-сүрөт). A жана B тик бурчтарды A шооладан баштап анык жарым тегиздикке кой. Бул бурчтардын жактарына бири-бирине тең болгон AD жана BC кесиндилерди кой. Кийин DC кесиндини өткөр. Натыйжада “Саккери төрт бурчтугу” деп аталган төрт бурчтукка ээ болосуң. Бул төрт бурчтук кандай касиеттерге ээ? Анын тик бурчтук экенин далилдөөгө аракеттенип көр жана жыйынтык чыгар.

Белгилүү болгондой, Саккери төрт бурчтугунда: а) диагоналар өз ара тең: $AC=BD$; б) $\angle ADC$ жана $\angle DCB$ да өз ара тең. Бул касиеттерди өз алдынча далилдеп, буга ынан.

Бирок $\angle ADC$ жана $\angle BCD$ лардын 90° ка теңдигин далилдөөнүн эч кандай аргасы жок экен. Муну далилдөө үчүн “параллелдик аксиомасы” деп аталган касиет зарыл болот экен. Түз сызыкка анда жатпаган чекиттен канча параллель түз сызык жүргүзүү мүмкүн? Бул суроого да параллелдик аксиомасы жооп берет. Төмөндө ушул аксиома жөнүндө токтолобуз.



Тегиздиктеги түз сызыкка анда жатпаган чекиттен бир гана параллель түз сызык жүргүзүү мүмкүн.

Бул ырастоону аксиома катары далилсиз кабыл алабыз жана ага кийинки сабактарда дагы кеңири токтолобуз. Параллель түз сызыктарды практикада жөнөкөй жана үч бурчтуу сызгычтар менен 6-сүрөттө берилген тартипте сызуу мүмкүн.



Теорема. Бир түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык өз ара параллель болуп саналат.



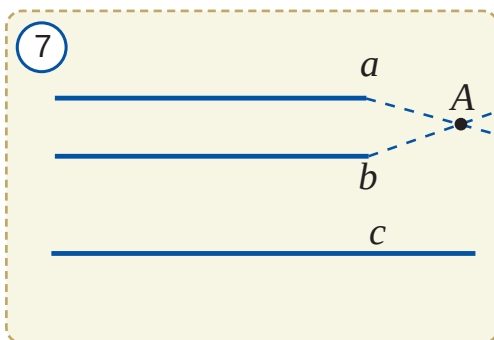
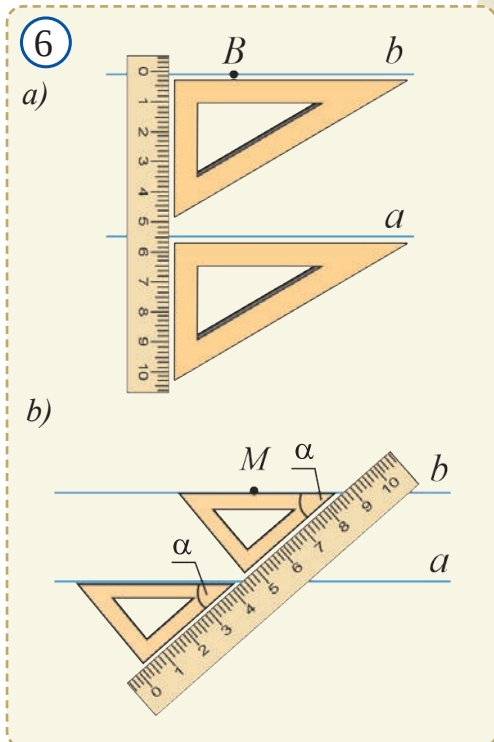
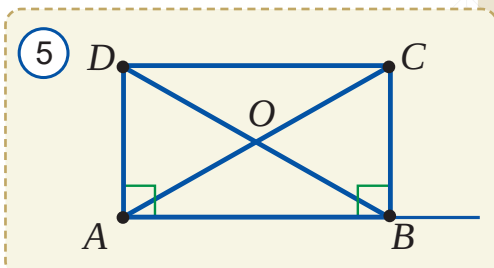
a, b жана c түз сызыктар $a \parallel c, b \parallel c$.



$a \parallel b$

Далилдөө. Элестетели, $a \parallel c$ жана $b \parallel c$ болсо да, a жана b түз сызыктар параллель болбосун. Анда алар кандайдыр бир A чекитте кесилишет (7-сүрөт) жана A чекиттен c түз сызыкка эки a жана c параллель түз сызык өткөрүлгөн болуп калат. Бул болсо параллелдик аксиомасына каршы. Демек, божомолубуз туура эмес: a жана b түз сызыктар өз ара параллель экен.

Теорема далилденди.



14.2. Эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бурчтар

Тегиздикте берилген эки – A жана b түз сызык үчүнчү – c түз сызык менен кесилгенде, 8 бурч пайда болот. Аларды 8-сүрөттө көрсөтүлгөндөй цифралар менен белгилейли. Бул бурчтардын төмөнкү жуптарын өзүнчө аталыштар менен атайбыз:

8

$\angle 3$ жана $\angle 5$ $\angle 4$ жана $\angle 6$	]	ички кайчылаш бурчтар
$\angle 4$ жана $\angle 5$ $\angle 3$ жана $\angle 6$	]	ички бир жактуу бурчтар
$\angle 1$ жана $\angle 5$ $\angle 2$ жана $\angle 6$ $\angle 3$ жана $\angle 7$ $\angle 4$ жана $\angle 8$	]	туура келүүчү бурчтар

Бул бурчтардын төмөнкү касиеттерин келтиребиз:

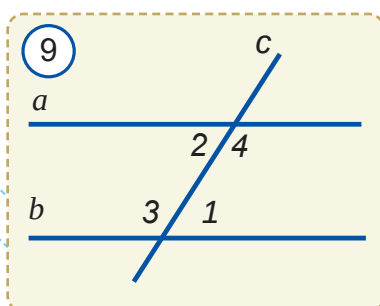
1-касиет. Эгерде эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бир жуп ички кайчылаш бурчтар өз ара тең болсо, экинчи жуп ички кайчылаш бурчтар да өз ара тең болушат.



a, b түз сызыктар жана c кесүүчү: $\angle 1 = \angle 2$ (9-сүрөт)



$$\angle 3 = \angle 4$$



Далил. $\angle 2$ жана $\angle 4$ жандаш бурчтар болгондуктан:

$$\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ. \text{ Мындан } \angle 4 = 180^\circ - \angle 2.$$

$\angle 1$ жана $\angle 3$ да жандаш бурчтар болгондуктан:

$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ. \text{ Мындан } \angle 3 = 180^\circ - \angle 1.$$

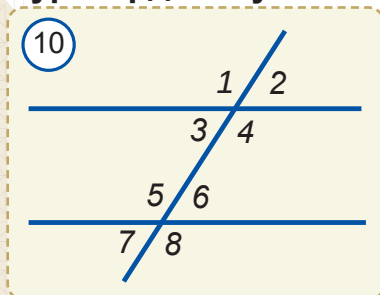
Шартка ылайык, $\angle 1 = \angle 2$ экенин эсепке алсак:

$$\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - \angle 2 = \angle 4.$$

Демек, $\angle 3 = \angle 4$.

Касиет далилденди.

2-касиет. Эгерде туура келүүчү бурчтар тең болсо, ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка тең болот.



Далил. Туура келүүчү бурчтардан кандайдыр бир жубу, мисалы, $\angle 2 = \angle 6$ болсун (10-сүрөт). $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ экенин далилдейбиз. $\angle 2$ жана $\angle 4$ жандаш бурчтар болгондуктан $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ болот. Анда $\angle 2 = \angle 6$ болгондуктан $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ экени келип чыгат.

Башка ички бир жактуу бурчтардын суммасы да 180° ка теңдиги ушундай түрдө далилденет.

Касиет далилденди.

3-касиет. Эгерде ички кайчылаш бурчтар өз ара тең болсо, анда туура келүүчү бурчтар да өз ара тең болушат.

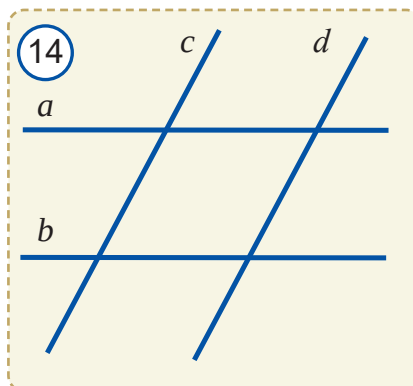
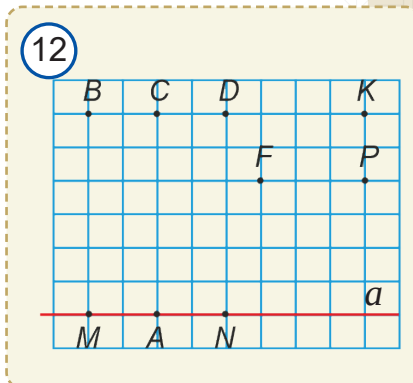
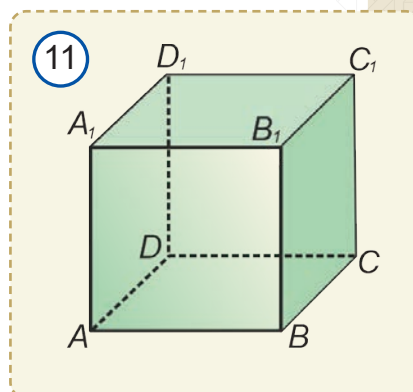
Далил. $\angle 3$ жана $\angle 6$ ички кайчылаш бурчтар болуп, $\angle 3 = \angle 6$ болсун (10-сүрөт). Анда $\angle 3$ жана $\angle 2$ вертикалдуу бурчтар болгондуктан $\angle 3 = \angle 2$ болот.

Демек, туура келүүчү бурчтар $\angle 6$ жана $\angle 2$ тең экен. Башка туура келүүчү бурчтардын жуптарынын теңдиги да ушуга окшош далилденет.

Касиет далилденди.

Темага тиешелүү суроолор

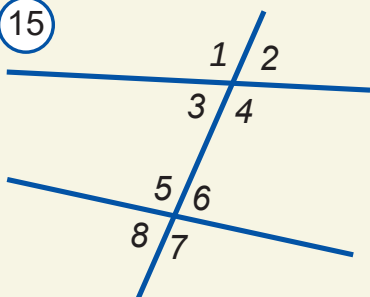
1. Кандай түз сызыктар параллель болушат?
2. Берилген түз сызыкта жатпоочу чекит аркылуу ушул түз сызыкка параллель болгон канча түз сызык жүргүзүү мүмкүн?
3. Класска көз сал жана параллель кесиндилерди аныкта.
4. A жана B түз сызык үчүнчү – C түз сызык менен кесишкенде кандай бурчтардын жуптары пайда болот?
5. Кесилишпөөчү эки кесиндини параллель кесиндилер десе болобу? Кесилишпөөчү эки шооланычы?
6. Эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бурчтардын кандай касиеттерин билесиң?
7. 11-сүрөттөгү кубдун өз ара параллель кырларын аныкта.
8. 12-сүрөттө дептердин чакмагынан пайдаланып төмөнкүлөрдү аныкта:
 - A түз сызыкка перпендикуляр жана A чекиттен өтүүчү түз сызык дагы кайсы чекиттен өтөт?
 - A түз сызыкка параллель жана F чекиттен өтүүчү түз сызык дагы кайсы чекиттен өтөт?
 - A түз сызыкка параллель жана K чекиттен өтүүчү түз сызык дагы кайсы чекиттерден өтөт?
9. 12-сүрөттө дептердин чакмагынан пайдаланып төмөнкү ырастоолордун туура экендигин текшер: а) $AB \perp a$; б) $BM \perp a$; в) $KP \perp a$; г) $FK \parallel a$; д) $BC \parallel a$; е) $KP \parallel a$.
10. Усталар 13-сүрөттө берилген “салмоор” деп аталуучу аспаптан кандай пайдаланат?



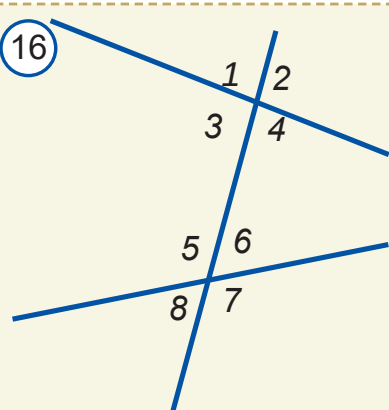
Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Түз сызык сызып, анда A , B жана C чекиттерди белгиле. Сызгыч жана үч бурчтуктуу сызгыч менен A чекиттен, B чекиттен жана C чекиттен өтүүчү жана бири-бирине параллель болгон түз сызыктарды өткөр.
2. 14-сүрөттөгү параллель түз сызыктардын жуптарын жаз.
3. Үчүнчү түз сызыкка параллель болгон эки түз сызыктын өз ара параллель болушун көрсөт.
4. Эгерде түз сызык параллель түз сызыктардын бирин кесип өтсө, экинчисин да кесип өтөбү? Жообунду негизде.

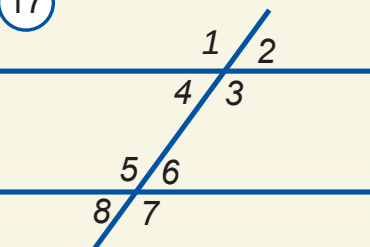
15



16



17



5. Тик бурчтуктун карама-каршы жактары өз ара параллель экенин көрсөт.

6. Баракка эки түз сызык сызылат. Эгерде барак бул сызыктар бойлой кыркылса, канча бөлүк пайда болот.

7. Баракка эки түз сызыкты барак бул сызыктар бойлой кыркылса үч бөлүк пайда болгондой кылып кырк.

8. 15-сүрөттөгү бурчтардан кайсылары вертикаль жана кайсылары жандаш бурч болот?

9. Эгерде 16-сүрөттө: а) $\angle 4 = \angle 8 = 63^\circ$; б) $\angle 1 = \angle 6 = 63^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.

10. Эгерде 17-сүрөттө $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.

11. Эгерде 17-сүрөттө $\angle 1 = \angle 7 = 122^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.

12. Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде пайда болгон бурчтардан бири 82° жана дагы бири 110° болсо, калган бурчтарды тап.

13*. Эгерде эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде пайда болгон бурчтардан бири 32° жана дагы бири 134° болсо, калган бурчтарды тап.

14*. 17-сүрөттө $\angle 3 = \angle 5$ болсо, $\angle 2 = \angle 8$ жана $\angle 4 = \angle 6$ болобу? Жообунду негизде.

15. 17-сүрөттө $\angle 1 = \angle 7$ болсо, $\angle 3 = \angle 5$ жана $\angle 4 = \angle 6$ барабардыктар аткарылабы? Жообунду негизде.

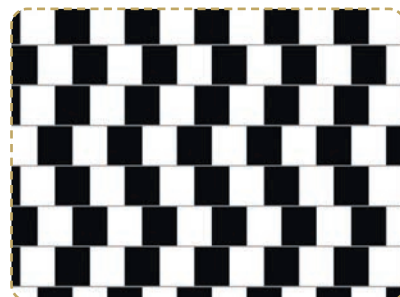
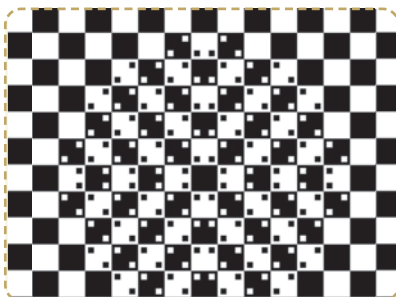
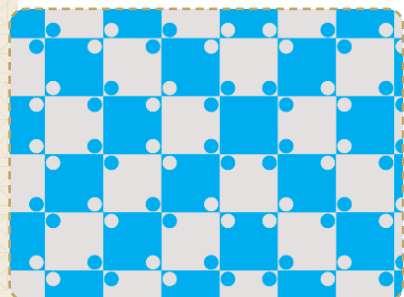
16*. Ички бир жактуу бурчтар өз ара тең болушу мүмкүнбү?

17*. Ички кайчылаш бурчтар өз ара тең болсо, ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка теңдигин көрсөт.

18*. Ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка тең болсо, ички кайчылаш бурчтар өз ара тең болобу?

19. Эгерде эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бир жуп туура келүүчү бурчтар өз ара тең болсо, экинчи жуп туура келүүчү бурчтар да өз ара тең болушун далилде.

Геометриялык иллюзия. Төмөнкү сүрөттөрдөгү горизонталдуу жана вертикалдуу сызыктар өз ара параллелби? Муну сызгыч менен текшерсең, өз көздөрүңө ишенбей таң каласың!

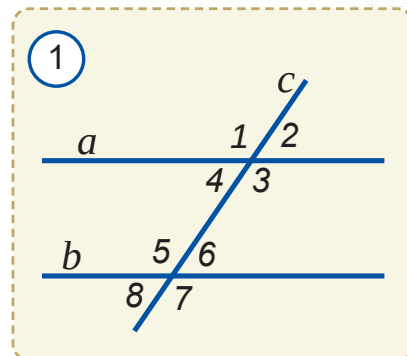


15 ЭКИ ТҮЗ СЫЗЫКТЫН ПАРАЛЛЕЛДИК БЕЛГИЛЕРИ

Активдештирувучу сабак

1-суретте A жана B параллель түз сызыктар жана C кесүүчү берилген. Төмөнкү тапшырмаларды аткар жана суроолорго жооп бер.

1. Бардык ички кайчылаш бурчтардын жуптарын жаз жана аларды транспортирде чене. Ар бир жуп ички кайчылаш бурчтардын градус ченемдери жөнүндө эмне дей аласың?
2. Бардык ички бир жактуу бурчтардын жуптарын жаз жана аларды транспортирде чене. Ар бир жуп ички бир жактуу бурчтардын градус ченемдеринин суммасы жөнүндө эмне дей аласың?
3. Бардык туура келүүчү бурчтардын жуптарын жаз жана аларды транспортирде чене. Ар бир жуп туура келүүчү бурчтардын градус ченемдери жөнүндө эмне дей аласың?
4. Жогоруда аныкталган касиеттер бардык учурда да орундуу болобу?



Эки түз сызыктын параллелдүүлүгүн кандай аныктоо мүмкүн? “Эки түз сызыктын параллелдик белгилери” деп аталган төмөнкү теоремалар бул суроого жооп берет.



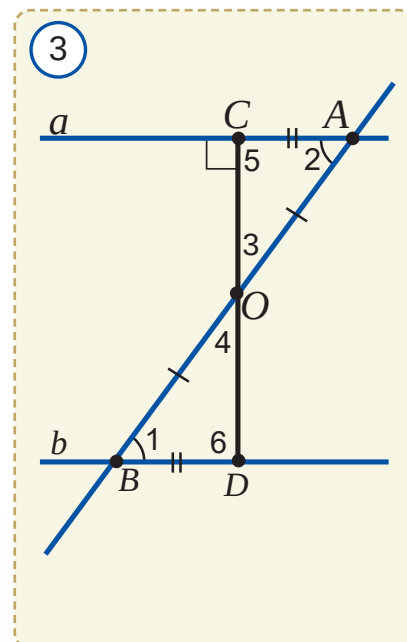
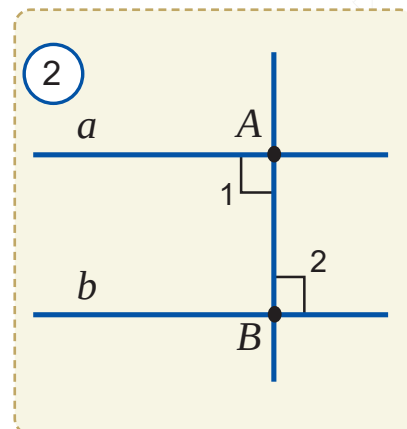
Теорема. Эгерде эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган ички кайчылаш бурчтар тең болсо, анда бул эки түз сызык параллель болот.

Далил. 1. Баштап $\angle 1$ жана $\angle 2$ тик бурч болгон учурду карайбыз (2-сурет). Мында AB түз сызык A жана B түз сызыктарга перпендикуляр болот. Анда A жана B түз сызыктар бир түз сызыкка перпендикуляр болгон эки түз сызык жөнүндөгү теоремага ылайык өз ара параллель болушат (100-беттеги теоремага кара).

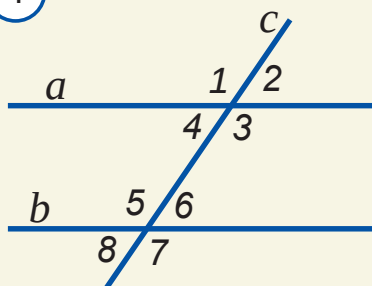
2) Эми $\angle 1$ жана $\angle 2$ тик бурч болбогон учурду карайбыз: AB кесиндинин ортосу ($AO=BO$) O чекиттен A түз сызыкка OC перпендикуляр түшүрөбүз (3-сурет). B түз сызыкка B чекиттен узундугу AC га тең BD кесиндини коёбуз. AOC жана BOD үч бурчтуктарды карайбыз.

Аларда шартка көрө $\angle 1 = \angle 2$, түзүүгө ылайык $AC=BD$ жана $AO=BO$.

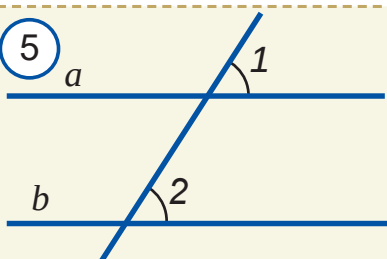
Анда үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисине көрө $\triangle AOC = \triangle BOD$ болот. Демек, $\angle 3 = \angle 4$ жана $\angle 5 = \angle 6$ болот.



4

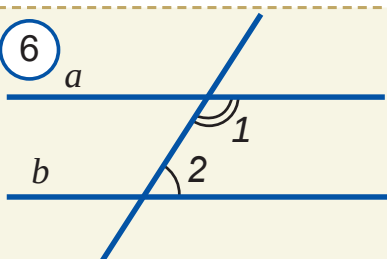


5



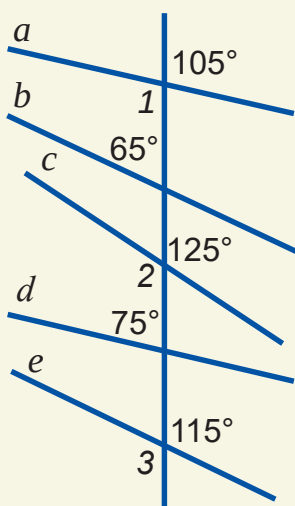
$$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$$

6



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$$

7



$\angle 3 = \angle 4$ экендигинен D чекит CO шооланын уландысында жатышы, б.а. C , O жана D чекиттер бир түз сызыкта жатышы келип чыгат.

$\angle 5 = \angle 6$ экендигинен $\angle 6$ да $\angle 5$ сыяктуу тик бурч экендиги келип чыгат. Ошентип, A жана b түз сызыктар бир CD түз сызыкка перпендикуляр экен.

Демек, алар өз ара параллель болот.

Теорема далилденди.

Маселе. Эгерде 4-сүрөттө $\angle 2 = 55^\circ$ жана $\angle 5 = 125^\circ$ болсо, a жана b түз сызыктар өз ара параллель болобу?

Чыгаруу. $\angle 2$ жана $\angle 4$ вертикаль бурчтар болгондуктан $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$. $\angle 5$ жана $\angle 6$ жанаша болгондуктан $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$. Натыйжада, кайчылаш бурчтар өз ара тең экенин аныктайбыз: $\angle 4 = \angle 6$.

Демек, жогоруда далилденген эки түз сызыктын параллелдик белгисине көрө, a жана b түз сызыктар параллель болот.

Жооп: Ооба.

Теоремадан түздөн-түз келип чыгуучу касиет **натыйжа** дейилет. Мурдагы темада (102-бетте) келтирилген 1-, 2- жана 3-касиеттерден төмөнкү натыйжалар келип чыгат.

1-натыйжа. Эгерде эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган туура келүүчү бурчтар тең болсо, анда бул эки түз сызык параллель болот (5-сүрөт).

2-натыйжа. Эгерде эки түз сызык жана кесүүчү пайда кылган ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка тең болсо, анда бул эки түз сызык параллель болот (6-сүрөт).

Маселе. 7-сүрөттөгү түз сызыктардын кайсылары параллель?

Чыгаруу. Вертикаль бурчтардын теңдигинен $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. a жана b түз сызыктар параллель эмес, анткени $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$.

$a \parallel d$ болот, анткени $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (2-натыйжага кара).

Кудум ушундай $b \parallel e$ болот, анткени $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$.

a , c жана e түз сызыктар өз ара параллель эмес, анткени алардын туура келүүчү бурчтары тең эмес (1-натыйжага кара).

Кудум ушундай b жана d түз сызыктар да параллель эмес, анткени туура келүүчү бурчтар тең эмес: $65^\circ \neq 75^\circ$.

Жооп: $a \parallel d$, $b \parallel e$.

Маселе. 8-сүрөттө $a \parallel b$ болобу?

Чыгаруу. . Вертикаль бурчтардын касиетине көрө $x = 36^\circ$. Анда $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ болот. Ички бир жактуу бурчтардын суммасы $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$.

Демек, 2-натыйжага көрө $a \parallel b$ болот.

? **Темага тиешелүү суроолор**

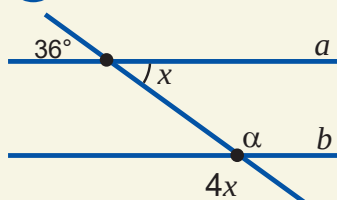
1. Эки түз сызыктын параллелдүүлүгүн кандай аныктоо мүмкүн?
2. Белги деп эмнеге айтылат? Мисал келтир.
3. Эки түз сызыктын параллелдик белгилерин түшүндүр.
4. Натыйжа деп эмнеге айтылат? Мисал келтир.



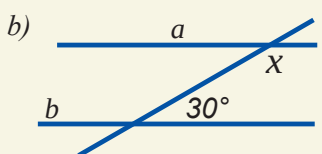
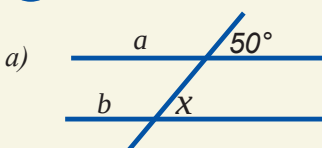
Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. 9-сүрөттө a жана b түз сызыктар параллель болушу үчүн белгисиз бурч канча градус болушу керек?
2. 10-сүрөттө $a \parallel b$ болушун көрсөт.
3. 10-сүрөттө келтирилген маселеге окшош маселе түз жана аны чыгар.
4. 11-сүрөттө $a \parallel b$ болушун көрсөт.
5. 12-сүрөттө $a \parallel b$ болушун көрсөт.
6. 11–12-сүрөттөрдө келтирилген маселелерге окшош маселе түз жана аны чыгар.
7. Эгерде 1-сүрөттө: а) $\angle 1 = 132^\circ$, $\angle 8 = 48^\circ$; б) $\angle 2 = 36^\circ$, $\angle 5 = 144^\circ$ болсо, $a \parallel b$ болобу?
8. Эгерде 1-сүрөттө: а) $\angle 3 = 113^\circ$, $\angle 6 = 77^\circ$; б) $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$ болсо, $a \parallel b$ болобу?
- 9*. 13-сүрөттөгү төрт бурчтуктун кайсы жактары параллель болот?
- 10*. a түз сызык жана анда жатпаган K чекит берилген. K чекит аркылуу төрт түз сызык өткөрүлөт. Бул түз сызыктардан канчасы a түз сызык менен кесилишет?
11. Эгерде 14-сүрөттө: а) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; б) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; в) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ болсо, $\triangle ABC = \triangle EFD$ экенин көрсөт.
12. Эки түз сызыктын кесүүчү менен кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардан бири: а) 32° жана ага тиешелүү болгон бурч болсо 33° ка; б) 47° жана ага тиешелүү бир жактуу болгон бурч болсо 133° ка тең болсо, бул түз сызыктар параллель болобу?

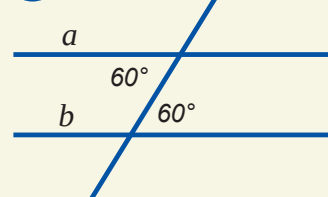
8



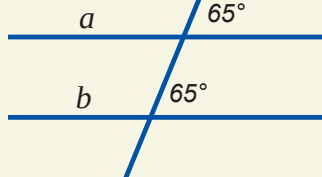
9



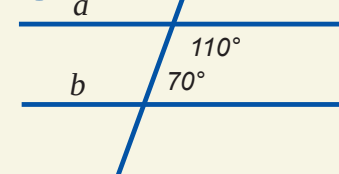
10



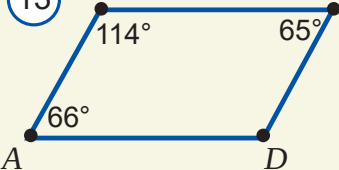
11



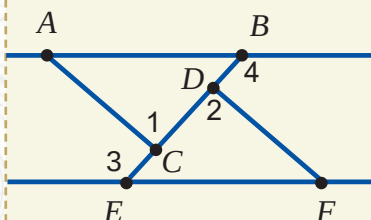
12



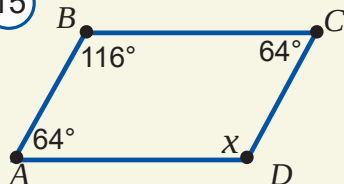
13



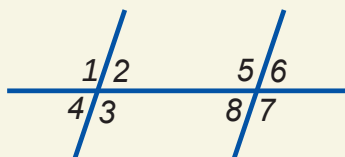
14



15



16



13. 15-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.

14. Эгерде 16-сүрөттө $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.

15. Эгерде 17-сүрөттө $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 8 = 120^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.

16*. a жана b параллель түз сызыктарды c түз сызык менен кесилишүүдөн пайда болгон кайчылаш бурчтардын биссектрисалары параллель экенин көрсөт (18-сүрөт).

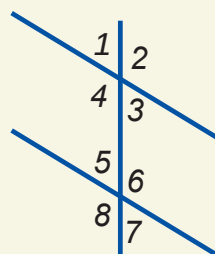
17. 19-сүрөттөрдөгү параллель түз сызыктарды аныкта.

18. 20-сүрөттөрдөгү параллель түз сызыктарды аныкта.

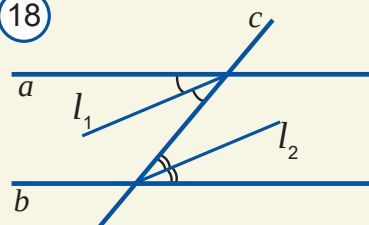
19. 21-сүрөттөрдөгү параллель түз сызыктарды аныкта.

20*. Түз сызыктардын параллелдик белгилерине тиешелүү маселелер түз жана аларды чыгар.

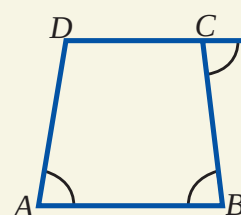
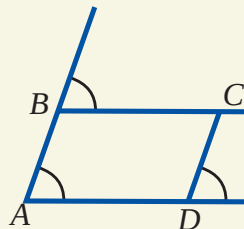
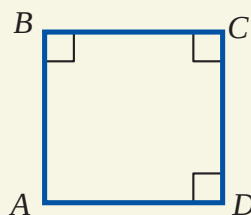
17



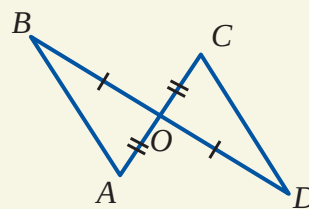
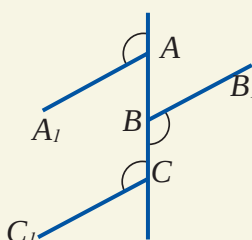
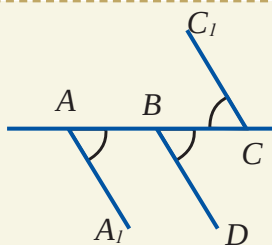
18



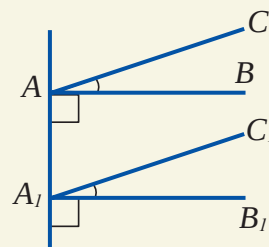
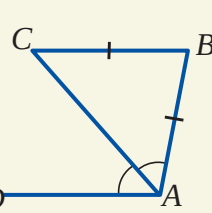
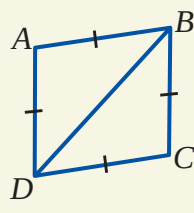
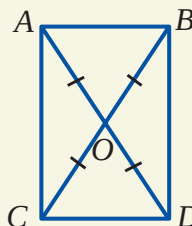
19



20



21



16.1. Тескери теорема

Эгерде теореманын шарты жана жыйынтыктарынын орду алмаштырылса, жаңы далил пайда болот. Эгерде бул далил да туура болсо (б.а. ал далилденсе), ал берилген теоремага **тескери теорема** деп аталат. Берилген теорема болсо **туура теорема** деп да айтылат.

Туура теорема:

Эгерде **А сүйлөм** орундуу болсо, **В сүйлөм** орундуу болот.

Кыскача: $A \Rightarrow B$.

Тескери теорема:

Эгерде **В сүйлөм** орундуу болсо, **А сүйлөм** орундуу болот.

Кыскача: $B \Rightarrow A$.

Мисал. “Эгерде үч бурчтук тең капталдуу болсо, анын негизиндеги бурчтары да тең болот” деген теоремага тескери теорема төмөнкүдөн турат: “Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу тең болсо, ал тең капталдуу үч бурчтук болот”.

1-көнүгүү. Жогоруда келтирилген тескери теорема “үч бурчтуктун тең капталдуу болуу белгиси” деп айтылат. Анын туура экендигин өз алдынча далилде.

Берилген туура теоремага тескери болгон ырастоо ар дайым да орундуу боло бербестигин айтып өтүү керек.

Мисалы, “Эгерде бурчтар вертикаль болсо, алар өз ара тең болушат” деген теоремага тескери “Эгерде бурчтар тең болсо, алар вертикаль болот” деген ырастоо туура эмес.

Эгерде туура жана тескери теореманын ар экөө да туура болсо, бул ырастоолор өз **ара тең күчтүү** деп аталат. Бул кыскача $A \Leftrightarrow B$ түрүндө жазылат.

2-көнүгүү.

1. “Эгерде жамгыр жааса, асманда булут болот” деген ырастоого тескери ырастоону түз. Пайда болгон тескери ырастоонун дайыма эле туура болоорун же болбостугун түшүндүр.

2. Төмөнкү туура теоремаларга тескери теоремаларды жазып чык. Ар бир тескери теоремада туюнтулган ырастоолордун туура же туура эместигин текшер.

- Бир түз сызыкка перпендикуляр болгон эки түз сызык өз ара кесилишпейт.
- Эгерде эки үч бурчтук тең болсо, алардын тиешелүү жактары да тең болот.
- Эгерде жанаша бурчтар өз ара тең болсо, алар тик бурчтуу болушат.
- Бир түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык өз ара параллель болушат.

3. Өз ара тең күчтүү ырастоолорго мисалдар келтир.

16.2. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган бурчтар

Төмөндө эки түз сызыктын параллелдик белгилерине тескери болгон теоремалардын үстүндө токтолобуз.



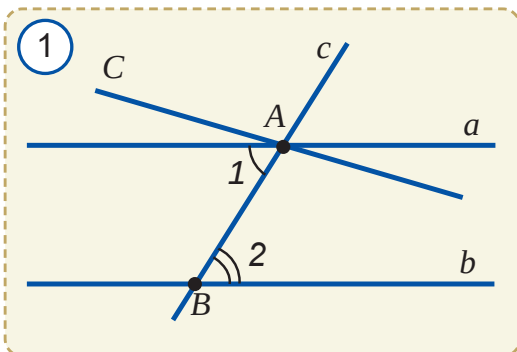
1-теорема. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган кайчылаш бурчтар өз ара тең болушат.



$a \parallel b$, c – кесүүчү (1-сүрөт)



$\angle 1 = \angle 2$



Далил. Тескерисин элестетебиз: $\angle 1 \neq \angle 2$ болсун. AB шоолага $\angle 2$ ге тең болгон CAB бурчун коёбуз. Анда CA жана b түз сызыктарды AB кесүүчү менен кескенде бири-бирине тең (түзүүгө көрө) ички кайчылаш бурчтар $\angle CAB$ жана $\angle 2$ бурчтарга ээ болобуз.

Демек, CA жана b түз сызыктар өз ара параллель. Ошентип, A чекиттен b түз сызыкка параллель болгон эки (CA жана a) түз сызыкка ээбиз. Бул болсо параллелдик аксиомасына каршы. Демек, божомолубуз туура эмес, $\angle 1 = \angle 2$ экен.

Теорема далилденди.

Натыйжа. Эгерде түз сызык параллель түз сызыктардан бирине перпендикуляр болсо, экинчисине да перпендикуляр болот.

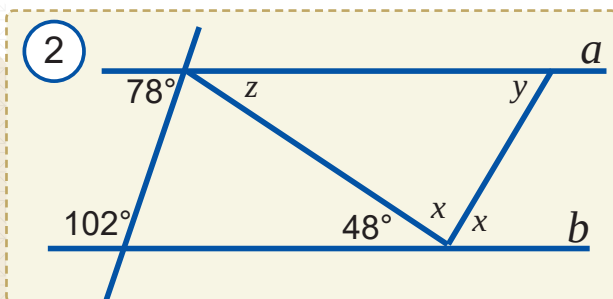
Натыйжа түрүндө келтирилген ырастоонун тууралыгын өз алдыңча текшерип көр.



2-теорема. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган туура келүүчү бурчтар өз ара тең болушат.



3-теорема. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка тең болот. Теоремаларды өз алдыңча далилдөөгө урунуп көр.



Маселе. 2-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

Чыгаруу. Ички бир жактуу бурчтардын суммасы $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$ болгондуктан $a \parallel b$ болот. Демек, 1-теоремага көрө, $z = 48^\circ$ жана $x = y$ болот. $x + x + 48^\circ = 180^\circ$ болгондуктан (жайылган бурчтардын чоңдугу) $x = 66^\circ$. Демек, $y = 66^\circ$.

Жооп: $x = 66^\circ$; $y = 66^\circ$; $z = 48^\circ$.

Маселе. 3-сүрөттө $a \parallel b$, $c \parallel d$. Төмөнкү барабардыктардан кайсылары туура?

- 1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$;
- 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$;
- 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$.

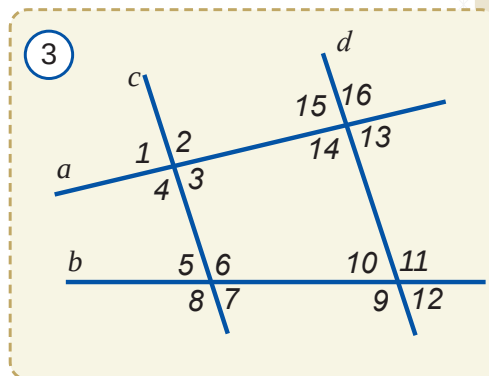
Yechilishi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (вертикаль бурчтардын касиетине көрө), $\angle 2$ жана $\angle 16$ туура келүүчү бурчтар болгондуктан $\angle 2 = \angle 16$. Демек, $\angle 4 = \angle 16$ барабардык туура.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (туура келүүчү бурчтардын касиетине көрө) жана $\angle 7 = \angle 5$ (вертикаль бурчтар). $\angle 5$ жана $\angle 1$ туура келүүчү бурчтар. а b, ошондуктан $\angle 1 \neq \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, б.а. $\angle 1 = \angle 12$ барабардык туура эмес.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (вертикаль бурчтар), $c \parallel d$, $\angle 2$ жана $\angle 15$ ички бир жактуу бурчтар болгондуктан $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$. Демек, $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ барабардык туура.

11) $c \parallel d$ болгондуктан $\angle 7 = \angle 10$ (кайчылаш бурчтар касиетине көрө) жана $\angle 10 = \angle 12$ (вертикаль бурчтар). Демек, $\angle 7 = \angle 12$.

Ошондуктан $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ барабардык $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$ болгондо гана орундуу болот. Калган барабардыктарды ушундай түрдө өз алдынча текшерип чык.



? Темага тиешелүү суроолор

1. Тескери теорема деген эмне? Анын туура теоремадан кандай айырмасы бар?
2. Туура теоремага тескери болгон теорема ар дайым да орундуу болобу?
3. Туура теореманы далилдеп, ага тескери теореманы далилсиз кабыл алса болобу?
4. Берилген теоремага тескери теоремага тескери болгон теорема эмне болот?
5. Эки параллель түз сызык жана кесүүчү пайда кылган ички кайчылаш бурчтар, тиешелүү жана ички бир жактуу бурчтар жөнүндө эмне деш мүмкүн?

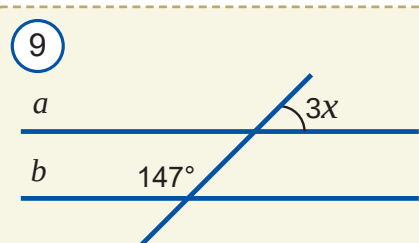
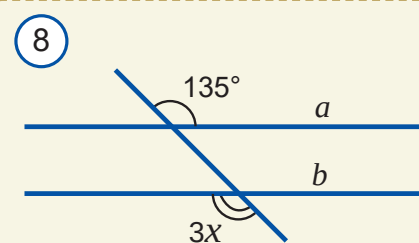
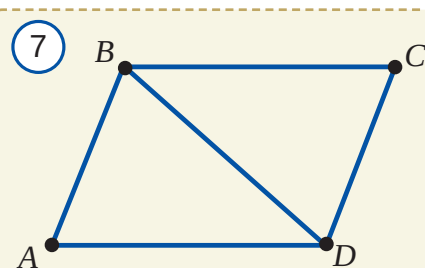
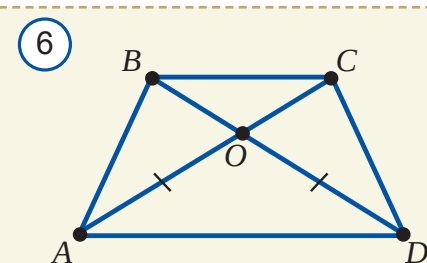
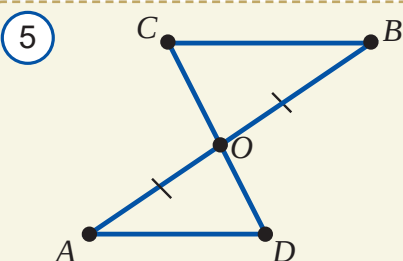
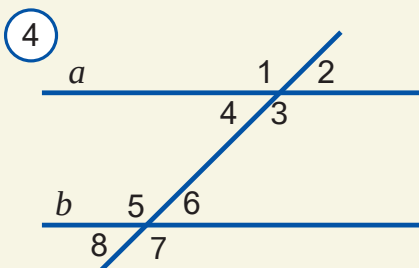
? Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Төмөнкү ырастоолорго тескери болгон ырастоолорду түз, аларды туура болуу же болбостугун аныкта:

- Эгерде сан жөнөкөй сан болсо, ал натуралдык сан болот.
- Эгерде сан 9 га бөлүнсө, ал 3 кө да бөлүнөт.
- Эгерде үч бурчтуктар тең болсо, алардын туура келүүчү бурчтары да тең болот.
- Эгерде окуучунун дене табы жогору болсо, ал ооруп калган болот.
- Эгерде футболчу кызыл карточка алса, оюндан чыгат.
- Эгерде үч бурчтуктун жактары 3, 4 жана 5 ке тең болсо, анын периметри 12 ге тең болот.
- Эгерде автомобилдин бензини болбосо, ал жүрбөйт.

2. Төмөнкү теоремаларга тескери теоремаларды түз жана алардын туура экендигин текшер:

- Эгерде эки түз сызыкты кесүүчү менен кесилишүүсүнөн пайда болгон туура келүүчү бурчтар тең болсо, анда бул түз сызыктар параллель болот.
- Эгерде эки түз сызык үчүнчү түз сызikka параллель болсо, алар параллель болот.
- Эгерде үч бурчтук тең жактуу болсо, анын бардык бурчтары өз ара тең болушат.



3. Үч бурчтуктардын барабардык белгилерине тескери теоремаларды түз. Алар туурабы?

4. 9-сүрөттө $a \parallel b$, $\angle 1 = 135^\circ$. Калган бурчтарды тап.

5. 9-сүрөттө $a \parallel b$, $\angle 2 = 49^\circ$. Калган бурчтарды тап.

6. 10-сүрөттө $BC \parallel AD$, $AO = OB$ экендиги белгилүү.
а) $DO = OC$; б) $\triangle AOD = \triangle COB$ барабардыктарды далилде.

7. 11-сүрөттө $BC \parallel AD$, $AO = OD$ экендиги белгилүү.
а) $BO = OC$; б) $AC = BD$; в) $\triangle AOB = \triangle COD$; д) $\triangle ABD = \triangle ACD$ барабардыктарды далилде.

8. 12-сүрөттө $BC \parallel AD$ жана $AB \parallel CD$ болсо, $\triangle ABD = \triangle CDB$ экенин далилде.

9. 13-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

10. 14-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

11*. ABC жана $A_1B_1C_1$ тар бурчтар берилген. Эгерде $AB \parallel A_1B_1$ жана $BC \parallel B_1C_1$ болсо, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ болушун далилде.

12*. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардан бири тар, экинчиси болсо кең. Бул бурчтардын суммасы 180° ка тең болушун далилде.

Эскертүү. 12–13-маселелерде келтирилген теоремалар “*тиешелүү жактары параллель болгон бурчтардын касиеттери*” деп айтылат.

13. Эгерде 15-сүрөттө $a \parallel b$, $c \parallel d$ жана $\angle 1 = 55^\circ$ болсо, $\angle 2$ жана $\angle 3$ тү тап.

14. Эгерде 15-сүрөттө $a \parallel b$, $c \parallel d$ жана $\angle 3 = 73^\circ$ болсо, $\angle 1$ жана $\angle 2$ тү тап.

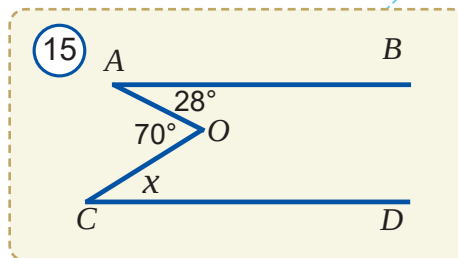
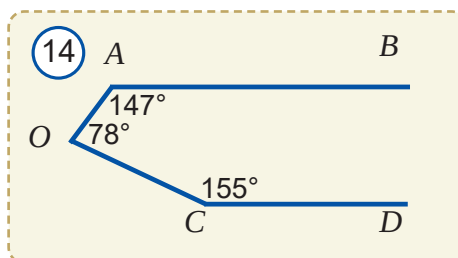
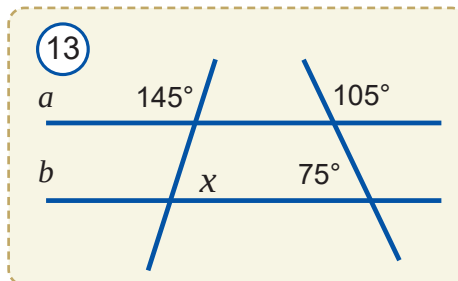
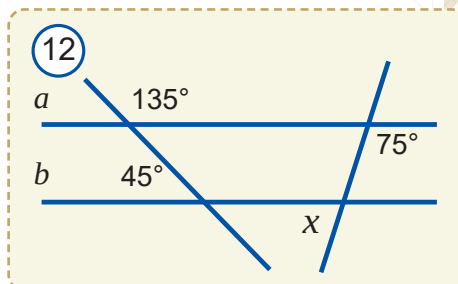
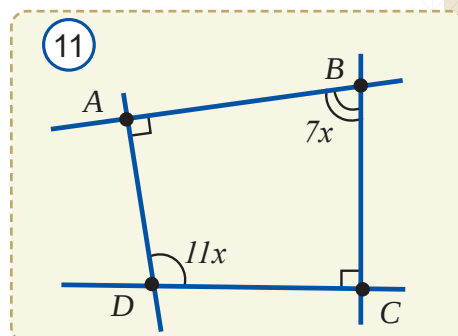
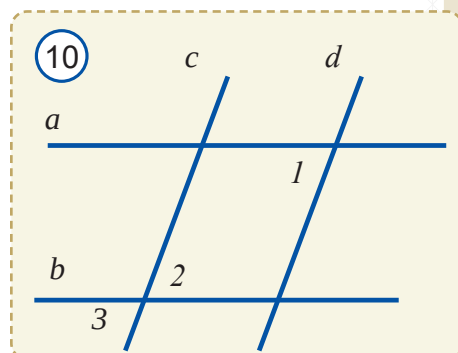
15*. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардын айырмасы 40° ка тең. Бул бурчтарды тап.

16*. ABC тар жана $A_1B_1C_1$ кең бурчтар берилген. Эгерде $AB \perp A_1B_1$ жана $BC \perp B_1C_1$ болсо, $\angle ABC + \angle A_1B_1C_1 = 180^\circ$ болушун далилде.

17*. Тиешелүү жактары перпендикуляр түз сызыктарда жаткан бурчтардан бири тар, экинчиси болсо кең. Бул бурчтардын суммасы 180° ка тең болушун далилде.

Эскертүү. 17–18-маселелерде келтирилген теоремалар “*тиешелүү жактары өз ара перпендикуляр болгон бурчтардын касиеттери*” деп айтылат.

- 18*. 16-сүрөттөгү ABC жана ADC бурчтардын тиешелүү жактары перпендикуляр. Белгисиз бурчтарды тап.
19. ABC бурч 118° ка тең. BCD бурч болсо 62° ка тең. AB жана CD түз сызыктар а) параллель болушу; б) кесилиши мүмкүнбү?
20. ABC бурч 53° ка тең. BCD бурч да 53° ка тең. AB жана CD түз сызыктар а) параллель болушу; б) кесилиши мүмкүнбү?
- 21*. 87-бетте келтирилген Саккери төрт бурчтугунун тик бурчтук экенин далилде.
22. 17-сүрөттөгү x бурчтарды тап.
23. 18-сүрөттөгү x бурчтарды тап.
- 24*. Эки параллель түз сызыктарды кесүүчү кесип өткөндө пайда болгон ички бир жактуу бурчтардын бири башкасынан 24° ка чоң болсо, калган бурчтарды тап.
- 25*. Эки параллель түз сызыктарды кесүүчү кесип өткөндө пайда болгон туура келүүчү бурчтардын суммасы 128° ка тең болсо, калган бурчтарды тап.
- 26*. 19-сүрөттө AB жана CD түз сызыктар параллель болобу?
- 27*. 20-сүрөттө AB жана CD түз сызыктар параллель болушу үчүн x эмнеге тең болушу керек?
- 28*. Эки түз сызыкты кесүүчү кесип өткөндө пайда болгон бурчтардын бешөөсү тар болбосо, алардын баарын тап.
- 29*. Эки түз сызыкты кесүүчү кесип өткөндө пайда болгон бурчтардын алтоосунун суммасы 620° ка тең болсо, алардын баарын тап.
- 30*. Негизи AC кесинди болгон ABC тең капталдуу үч бурчтук берилген. AC жакка параллель болгон түз сызык AB жакты A_1 жана BC жакты C_1 чекитте кесип өтөт. A_1BC_1 үч бурчтук тең капталдуу экенин далилде.
31. ABC бурч 98° ка тең. Анын A жана C чекиттеринен өтүп, жактарына параллель болгон түз сызыктар D чекитте кесилишет. ADC бурчту тап.

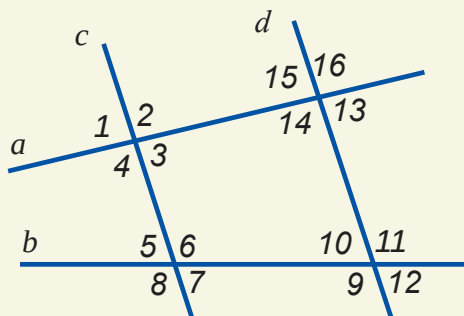


17

ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУ ЖАНА КОЛДОНУУ. БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР

17.1. Чакан топтордо практикалык сабак

1



1-сүрөттө $a \parallel b$, $c \parallel d$ түз сызыктар берилген. Төрт чакан топ түзүлөт жана:

1-топко $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ жана $\angle 4$;

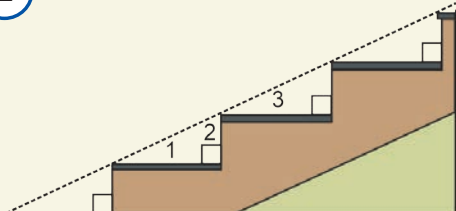
2-топко $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ жана $\angle 8$;

3-топко $\angle 9$, $\angle 10$, $\angle 11$ жана $\angle 12$;

4-топко $\angle 13$, $\angle 14$, $\angle 15$ жана $\angle 16$ лар бөлүп берилет. Топтор кезеги менен өз бурчтарынын чоңдуктарын жарыялайт. Калган топтор бул бурчтарга тиешелүү өз бурчтарынын чоңдуктарын аныктап айтат.

17.2. Иш жүзүндө колдонуу

2



1. Жыгач устачылыкта тепкичтин баскычтары горизонталдуу болушу керек (2-сүрөт). Ошондон келип чыгып, тепкич түрүндө белгиленген бурчтардын арасында кандай катыштар аткарылышын аныкта жана геометриядан үйрөнгөн билимдериңдин негизинде түшүндүр.

3



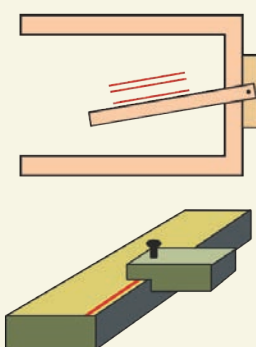
2. Эки сызгычтын тегиздиги 3-сүрөттөгүдөй текшерип көрүлөт. Мында түз сызыктардын кайсы касиетинен пайдаланылат.

3. 4-сүрөттөн пайдаланып, берилген аспаптар менен усталар параллель түз сызыктарды кандай сызууларын өздөштүргөн билимдериңдин негизинде түшүндүр.

4. 5-сүрөттө берилген китеп шкафын бышык кылып жасоодо үч бурчтуктун кайсы касиетинен пайдаланылган?

5. А жана В чекиттерде бекемделген блоктор аркылуу өткөн жипте P_1 жана P_2 телолор илинген (6-сүрөт). P_3 тело болсо ошол жиптин С чекитине илинген болуп, P_1 жана P_2 телолорду тең салмактуулукта сактап турат. $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$ экендиги белгилүү болсо, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ болушун далилде.

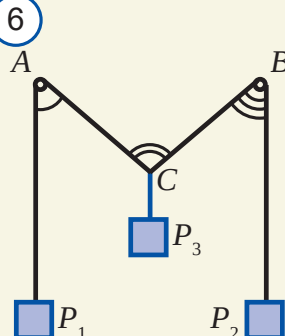
4



5



6



17.3. Билимиңди сынап көр

1. Бош калтырылган жерлерди логикалык туура сөздөр менен толтур.

1. Түз сызыкта жатуучу чекит аркылуу ага перпендикуляр болгон өткөрүү мүмкүн.
2. Эгерде эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон тең болсо, бул түз сызыктар параллель болот.
3. Тегиздиктеги эки түз сызык, алар “параллель түз сызыктар” дейилет.
4. Эки параллель түз сызыктан бирин кесип өткөн түз сызык
5. Түз сызыкта жатпоочу чекит аркылуу ага параллель болгон ... түз сызык өткөрүү мүмкүн.
6. Түз сызыктын каалагандай чекити аркылуу бир гана түз сызык өткөрүү мүмкүн.
7. Тик бурч астында кесилишүүчү түз сызыктар деп аталат.
8. Бир түз сызыкка эки түз сызык өз ара параллель болуп саналат.
9. Эгерде эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтар бул түз сызыктар параллель болот.
10. Параллель түз сызыктарды кесүүчү менен кескенде пайда болгон туура келүүчү бурчтар болот.
11. Параллель түз сызыктарды кесүүчү менен кескенде пайда болгон кайчылаш бурчтар болот.

2. Төмөндө келтирилген сүйлөмдөрдөгү катаны тап жана оңдо.

1. Түз сызыктын бир гана чекитинен ага перпендикуляр түз сызык өткөрүү мүмкүн.
2. Берилген түз сызыкта жатпоочу бир гана чекиттен ушул түз сызыкка перпендикуляр түшүрүү мүмкүн.
3. AB жана AK параллель түз сызыктардын бирине перпендикуляр болгон түз сызык экинчисине да перпендикуляр болот.
4. Эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон кайчылаш бурчтары тең болот.
5. Эгерде эки кесинди кесилишпесе, алар “параллель кесиндилер” деп аталат.
6. Тиешелүү жактары параллель болгон бурчтар тең болот.
7. Эгерде $a \perp b$, $b \perp c$ болсо, $a \perp c$ болот.
8. Тиешелүү жактары перпендикуляр болгон бурчтардын суммасы 180° ка тең.
9. Эгерде эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтар тең болсо, бул түз сызыктар параллель болот.
10. Перпендикуляр түз сызыктарга параллель болгон түз сызыктар өз ара параллель болушат.
11. Эгерде $a \parallel b$, $b \parallel c$ болсо, $a \perp c$ болот.
12. Эгерде $a \parallel b$, $b \perp c$ болсо, $a \parallel c$ болот.

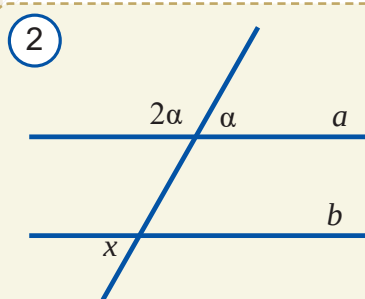
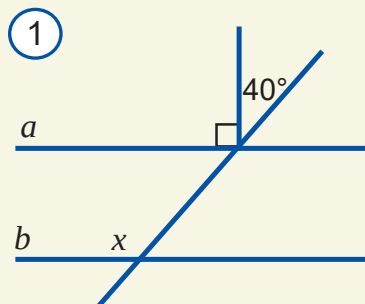
3. Жадыбалда келтирилген касиеттер жана мүнөздөмөлөргө туура келүүчү геометриялык түшүнүктөрдү жаз.

1	Жалпы чекитке ээ болбогон түз сызыктар	
2	Тик бурч астында кесилишет	
3	Чекиттен түз сызыкка бирди гана түшүрүү мүмкүн	
4	Чекиттен түз сызыкка каалаганча түшүрүү мүмкүн	
5	Шарт жана жыйынтык бөлүгү алмашкан	
6	Эки түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болуучу бурчтар	

4. Биринчи мамыда берилген геометриялык түшүнүктөргө экинчи мамыдан тиешелүү касиет же мүнөздөмөнү кой.

Геометриялык түшүнүктөр	Касиети же түшүнүгү
1. Параллель түз сызыктар	А) дайым эле туура эмес.
2. Перпендикуляр түз сызыктар	(В) кесилишпейт.
3. Кесүүчү эки түз сызыкты кескенде	(С) кесилишкенде тик бурчтар пайда болот.
4. Кайчылаш бурчтар	(D) ички кайчылаш бурчтар, тиешелүү жана ички бир жактуу бурчтар пайда болот.
5. Тескери теорема	(E) бир жарым тегиздикте жатат.
6. Ички бир жактуу бурчтар	(F) тең болсо, түз сызыктар параллель болот.

5. Тесттер.



1. Берилген түз сызыкта жатпоочу чекит аркылуу ушул түз сызыкка канча параллель түз сызык өткөрүү мүмкүн?

А) 1; В) 2; С) 4; D) каалаганча.

2. Эгерде $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \perp d$ болсо, төмөнкү жооптордун кайсы бири туура?

А) $a \perp d$, $b \perp d$; В) $a \perp c$, $b \parallel d$; С) $a \parallel c$, $a \perp d$; D) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.

3. Тегиздикте берилген түз сызыкта жатпоочу чекит аркылуу ушул түз сызыкка канча перпендикуляр түз сызык өткөрүү мүмкүн?

А) 1 В) 2 С) 4 D) каалаганча

4. 1-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

А) 100° В) 110° С) 130° D) 140°

5. 2-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

А) 30° В) 45° С) 60° D) 36°

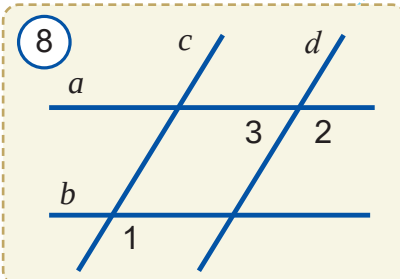
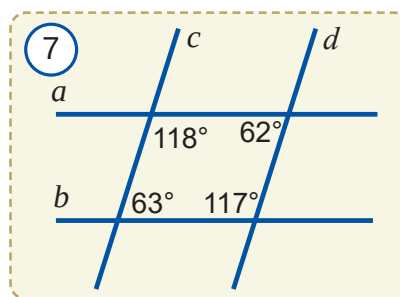
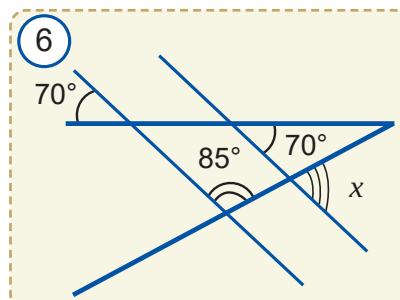
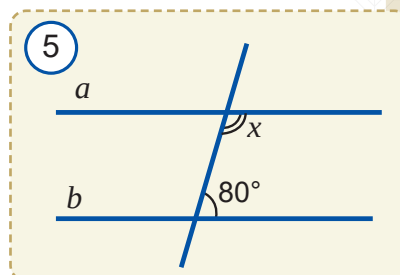
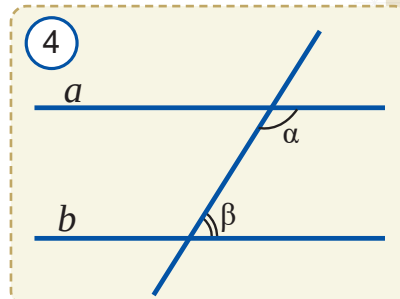
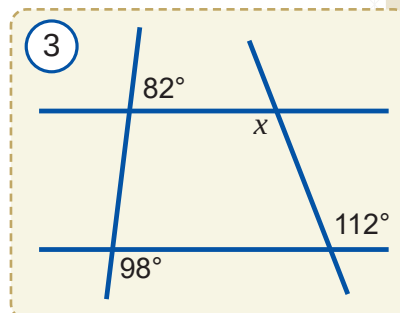
6. x ти тап (3-сүрөт).

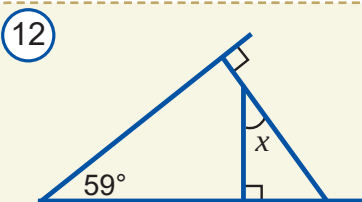
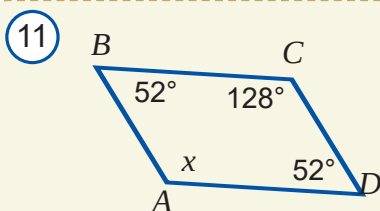
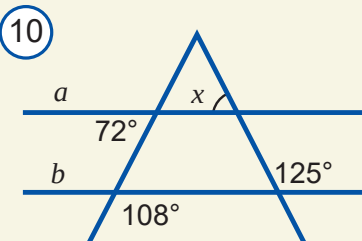
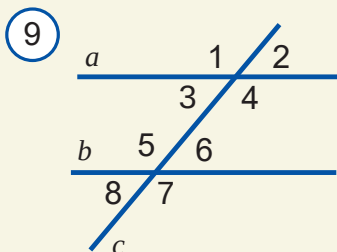
А) 96° В) 108° С) 112° D) 78°

7. 4-сүрөттө $a \parallel b$ жана $\alpha - \beta = 70^\circ$ болсо, α ти тап.
 А) 30° В) 125° С) 75° D) 36°
8. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде канча тең кең бурч пайда болушу мүмкүн?
 А) 3 В) 8 С) 6 D) 4
9. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде пайда болгон бурчтардан бири 97° ка тең. Пайда болгон бурчтардан эң кичинесин тап.
 А) 97° В) 83° С) 77° D) 7°
10. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде көбү менен канча тең тар бурч пайда болот?
 А) 3 В) 4 С) 6 D) 5
11. Эки түз сызык үчүнчү түз сызык менен кесилишкенде көбү менен канча тик бурч пайда болот?
 А) 2 В) 6 С) 8 D) 5
12. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде пайда болгон үч кайчылаш бурчтардын суммасы 290° ка тең. Төртүнчү ички кайчылаш бурчту тап.
 А) 145° В) 110° С) 36° D) 70°
13. 5-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.
 А) 100° В) 80° С) 110° D) 90°
14. 6-сүрөттөгү x бурчту тап.
 А) 105° В) 95° С) 85° D) 75°
15. 7-сүрөттө кайсы түз сызыктар өз ара параллель болот?
 А) $a \parallel b$ В) $a \parallel c$ С) $c \parallel b$ D) $c \parallel d$
16. 8-сүрөттө $a \parallel b$, $c \parallel d$ жана $\angle 1 = 122^\circ$ болсо, $\angle 2$ жана $\angle 3$ тү тап.
 А) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$ В) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$
 С) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 68^\circ$ D) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$

6. Маселелер.

1. 9-сүрөттө $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ болсо, $a \parallel b$ болобу?
2. 9-сүрөттө $\angle 2 = \angle 6$ болсо, $a \parallel b$ болобу?
3. 9-сүрөттө $\angle 1 = \angle 5 = 118^\circ$ болсо, калган бурчтарды тап.
4. 9-сүрөттө $\angle 2 = 71^\circ$ жана $\angle 7 = 119^\circ$ болсо, $a \parallel b$ болобу?





5. 10-сүрөттөгү x бурчту тап.

6. 11-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

7. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде пайда болгон бурчтардан бири 47° ка тең. Ага тиешелүү бурч канча градус болгондо бул эки түз сызык параллель болот?

8. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон кайчылаш бурчтардын суммасы 84° . Калган бурчтарды тап.

9. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон бурчтардан бири экинчисинен 8 эсе чоң. Пайда болгон бардык бурчтарды тап.

10. Эки параллель түз сызыкты кесүүчү менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтардын айырмасы 30° . Бул бурчтарды тап.

11. 12-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.

12. Тиешелүү жактары параллель түз сызыктарда жаткан бурчтардын айырмасы 36° ка тең. Бул бурчтарды тап.

4-текшерүү иши үлгүсү

Үлгүлүү текшерүү иши эки бөлүктөн турат:

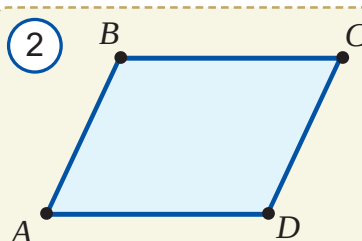
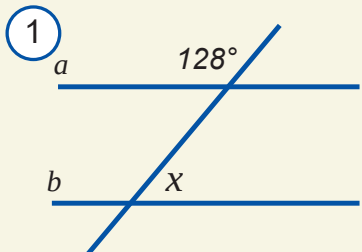
- 1) 101–102-беттеги тесттерге окшош 5 тест;
- 2) төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе “эң жакшы” баа алмакчы болгон окуучулар үчүн кошумча).

1. Эки параллель түз сызык кесүүчү менен кесилгенде пайда болгон бурчтардан бири 34° ка тең. Калган бурчтарды тап.

2. 1-сүрөттө a жана b түз сызыктар параллель болушу үчүн белгисиз бурч канча градус болушу керек?

3. Эгерде 2-сүрөттө $BC \parallel AD$ жана $AB \parallel CD$ болсо, $AB = CD$ экенин далилде.

4. ABC үч бурчтуктун A чокусунан өткөрүлгөн биссектриса BC жакты D чекитте кесип өтөт. D чекиттен өткөрүлгөн түз сызык AC жакты E чекитте кесип өтөт. Эгерде $AE = DE$ болсо, $DE \parallel AB$ экенин далилде.



“GeoGebra”да практикалык тапшырмаларды аткаруу

1. Берилген чоңдуктагы бурчту түзүү

Эки түз сызык тик бурчтуу кесилишсе, алар “перпендикулярдуу түз сызыктар” деп аталат. Алардын сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

- 1) инструменттер панелинде “**Прямые линии**” (“Түз сызыктар”) тобун ачабыз;
- 2) менюдан “**Прямая**” (“Түз сызык”) үстүнө чыккандын сол топчусун басып тандайбыз;
- 3) тегиздикте эки чекит белгилейбиз.
- 4) инструменттер панелинде “**Измерения**” (“Ченемдер”) тобун ачабыз;
- 5) менюдан “**Угол заданной величины**” (“Берилген чоңдуктагы бурч”) үстүнө чыккандын сол топчусун басып тандайбыз;
- 6) пайда болгон терезечеге бурчтун чоңдугун киргизебиз жана “**Enter**” топчусун басабыз. Натыйжада үчүнчү чекит пайда болот;
- 7) бурчтун чокусунан жана чекиттен түз сызык өткөрөбүз. Натыйжада изделип жаткан бурч пайда болот.

2. Бурчтун биссектрисасын түзүү алгоритмин түзүү жана аны сызуу

Жогорудагы алгоритмге окшош бурчтун биссектрисасын түзүү алгоритмин түз жана аны сыз.

3. Көп бурчтук түзүү

Көп бурчтуктун сүрөтүн пайда кылуу үчүн:

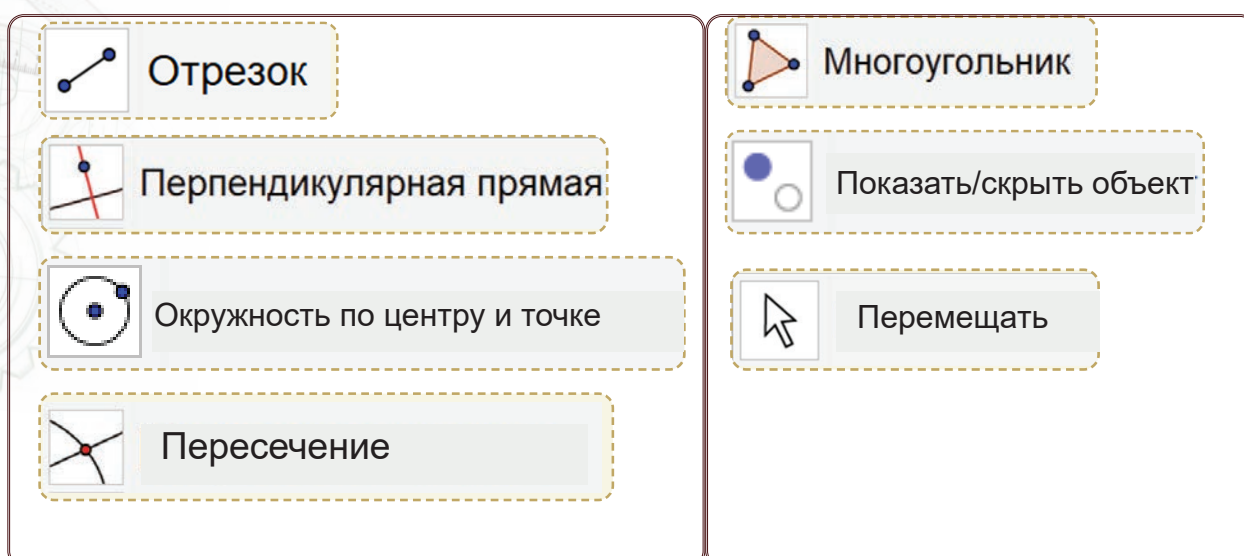
- 1) инструменттер панелинде “**Многоугольник**” (“Көп бурчтук”) тобун ачабыз;
- 2) тегиздикте көп бурчтуктун чокуларын тартип менен белгилейбиз жана дагы биринчи чекитке кайтабыз;
- 3) натыйжада көп бурчтук пайда болот.

4. Томпок көп бурчтук түзүүнүн алгоритмин түзүү жана аны сызуу

Жогорудагы алгоритмге окшош томпок көп бурчтукту түзүү алгоритмин түз жана аны сыз.

5. Квадрат түзүү

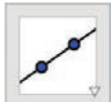
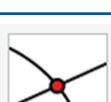
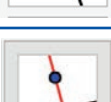
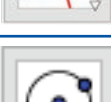
Квадрат түзүү үчүн төмөнкү инструменттер керек болот. Квадрат түзүүдөн мурда программанын ар бир курулмасынан пайдалануу боюнча жоболорун кайтала.

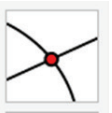
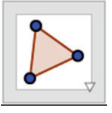


Керектүү компоненттер:

- **GeoGebra**да жаңы терезе ач.
- **GeoGebra** интерфейсин “Настройки” –  “Геометрия” көрүнүшүнө өткөр.
- Жаңы чекит үчүн жөндөөлөрдү өзгөрт.

Квадратты түзүүнүн алгоритми

1		$a=AB$ кесинди жаса.
2		AB кесиндинин B чекитинен өтүүчү b перпендикуляр сызыкты түз.
3		Борбору B чекитте болгон жана A чекиттен өтүүчү c айлана сыз.
4		b перпендикуляр менен c айлананын кесилишүү чекиттери – C жана D ларды түз.
5		AB кесиндинин A чекитинен өтүүчү d перпендикуляр сызыкты сыз.
6		Борбору A чекитте болгон жана B чекиттен өтүүчү e айлананы сыз.

7		d перпендикуляр жана e айлананын кесилишүү чекиттери E жана F терди түз.
8		$ABCE$ көп бурчтукту жаса.
9		Эки айлана жана перпендикуляр сызыктарды жашыруун абалга өткөр.
10		Квадрат туура түзүлгөнүн текшер.
11		Квадраттын түсүн жана көрүнүшүн өзгөрт.

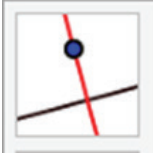
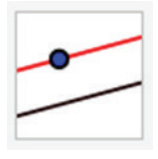
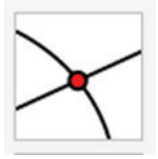
6. Квадратты башка усулда түзүүнүн алгоритмин түз.

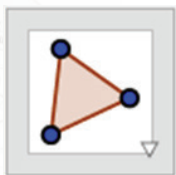
7. Тик бурчтук түзүү.

Керектүү компоненттер:

- Түзүүнү баштоодон мурда тик бурчтуктун касиеттерин эске ал.
- Жаңы **GeoGebra** терезесин ач.
- **GeoGebra** интерфейсин “Настройки” –  “Геометрия” көрүнүшүнө өткөр.
- Жаңы чекит үчүн жөндөөлөрдү өзгөрт.

GeoGebra инструменттер панелиндеги керектүү курулмалар

	Перпендикулярная прямая Эскертүү. Чекит жана түз сызыктын үстүнө басып, ушул чекит аркылуу түз сызика перпендикуляр өткөр.
	Параллельные прямые Эскертүү. Чекит жана түз сызыктын үстүнө басып, ушул чекит аркылуу түз сызика параллель сызык өткөр.
	Пересечение Эскертүү. Графикалык көрүнүштүн үстүнө бас же бар болгон чекиттердин үстүнө басып, тик бурчтук пайда кыл. Дайыма көп бурчтук туюк болушу үчүн биринчи жана акыркы чекитти бириктир. Көп бурчтуктун капталдарын саат жебесине каршы багытта бириктир.



Многоугольник

Эскертүү. Графикалык көрүнүштүн үстүнө бас же бар болгон чекиттердин үстүнө басып, тик бурчтук пайда кыл. Дайыма көп бурчтук туюк болушу үчүн биринчи жана акыркы чекитти бириктир. Көп бурчтуктун капталдарын саат жебесине каршы багытта бириктир.

Тик бурчтук түзүүнүн алгоритми

1	 Отрезок	AB кесинди жаса.
2	 Перпендикулярная прямая	AB кесиндиге B чекит аркылуу өтүүчү перпендикуляр өткөр.
3	 Точка	Перпендикуляр түз сызыкта жаңы C чекитти активдештир.
4	 Параллельная прямая	C чекит аркылуу өтүүчү жана AB кесиндиге параллель түз сызык өткөр.
5	 Перпендикулярная прямая	AB кесиндинин A чекити аркылуу өтүүчү перпендикуляр өткөр.
6	 Пересечение	D кесилишүү чекитин белгиле.
7	 Многоугольник	$ABCD$ көп бурчту түз.
8	 Сохранить	Өзгөрүүлөрдү сакта.
9	 Перемещать	“ Перемещать ” инструментинен пайдаланып тик бурчтук туура түзүлгөнүн текшер.

IV БӨЛҮМ

ҮЧ БУРЧТУКТУН ЖАКТАРЫ МЕНЕН БУРЧТАРЫНЫН АРАСЫНДАГЫ БАЙЛАНЫШТАР

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан кийин, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

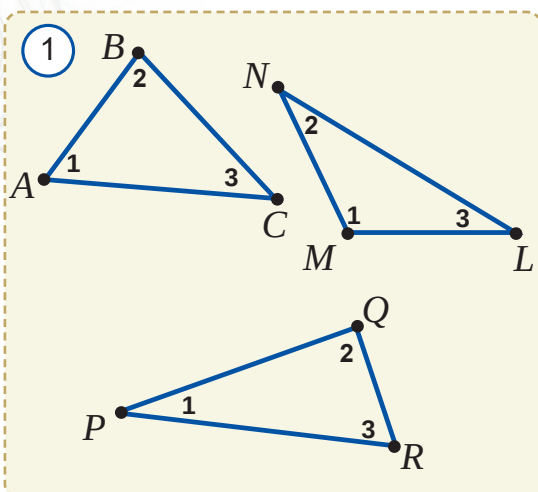
- үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теорема жана аны далилдөө;
- үч бурчтуктун тышкы бурчу жана анын касиети;
- тик бурчтуу үч бурчтуктун касиеттери;
- тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардык белгилери;
- бурчтун биссектрисасынын касиети;
- үч бурчтуктун бурчтары жана жактарынын арасындагы байланышты туюнтуучу катыштар;
- үч бурчтуктун барабарсыздыгы.

Практикалык көндүмдөр:

- үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын практикалык усул менен таба алуу;
- өздөштүргөн теориялык билимдерди, касиеттерди маселелер чыгарууда жана практикалык иштерди аткарууда колдоно алуу.

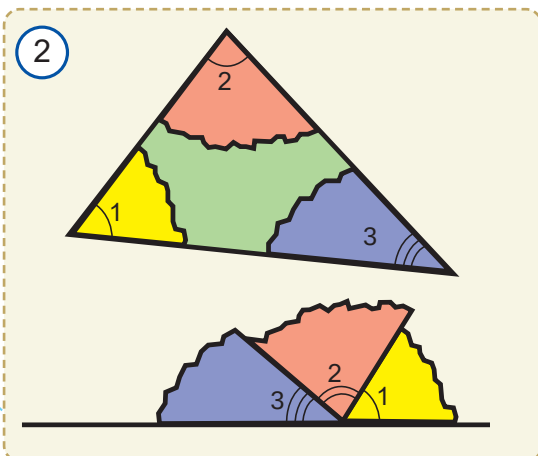


Активдештирүүчү сабак



1. 1-сүрөттө берилген ABC үч бурчтуктун үч бурчун транспортирде чене жана алардын суммасын эсепте. Кудум ушул ишти MNL жана PQR үч бурчтуктар үчүн да аткар. Натыйжалардын негизинде жадыбалды толтур. Кандай касиетти аныктадың? Аны бир сүйлөм менен туюнт.

Үч бурчтуктар	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
$\triangle ABC$				
$\triangle MNL$				
$\triangle PQR$				



2. Бир барак кагазга каалагандай ABC үч бурчтукту сыз жана бурчтарын 1, 2 жана 3 цифралары менен белгиле. Анын бурчтарын 2-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып жыртып ал жана жанаша кой. Мындан кандай жыйынтык чыгаруу мүмкүн?

Эми геометриянын эң маанилүү теоремаларынан бири – үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теореманы далилдейбиз.

18.1. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы



Теорема. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка тең.

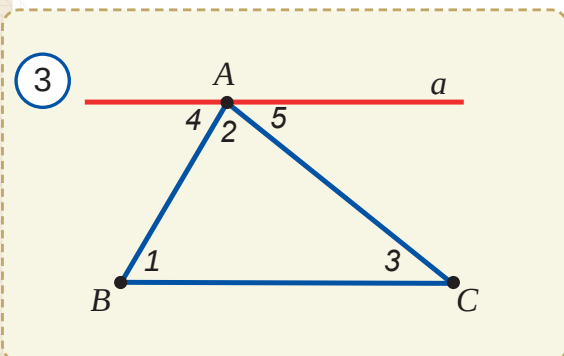


$\triangle ABC$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Далил. ABC үч бурчтуктун ички бурчтарын тиешелүү түрдө $\angle 1$, $\angle 2$ жана $\angle 3$ менен белгилейбиз (3-сүрөт). А чокудан BC жакка параллель a түз сызык өткөрөбүз жана $\angle 4$ жана $\angle 5$ бурчтарды белгилейбиз.



$\angle 1 = \angle 4$, анткени бул бурчтар a жана BC параллель түз сызыктарды AB кесүүчү менен кескенде пайда болгон кайчылаш бурчтар болуп саналат.

$\angle 3 = \angle 5$, анткени бул бурчтар a жана BC параллель түз сызыктарды AC кесүүчү менен кескенде пайда болгон кайчылаш бурчтар болуп саналат.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$, анткени бул бурчтар жалпы чокуга ээ жана жайылган бурчту түзөт. Пайда болгон бул үч барабардыктан $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, б.а. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ту пайда кылабыз.

Теорема далилденди.

1-натыйжа. Ар кандай үч бурчтуктун кеминде эки тар бурчу бар.

Далил. Тескерисин элестетебиз, б.а. үч бурчтуктун бир гана бурчу тар болсун. Анда анын калган эки бурчу кең бурч болуп, алардын суммасы 180° тан чоң болот. Бул болсо жогоруда далилденген үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теоремага ылайык болушу мүмкүн эмес. Демек, божомолубуз туура эмес.

Натыйжа далилденди.

2-натыйжа. Ар кандай үч бурчтуктун бирден ашык тик же кең бурчу болушу мүмкүн эмес.

Бул натыйжаны далилдөөнү өз алдынча аткар.

1-маселе. 4-сүрөттөгү белгисиз бурч – x ти тап.

Чыгаруу. $\triangle ABC$ тең капталдуу үч бурчтук болгондуктан $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$. Вертикаль бурчтар касиетине көрө, $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$.

Шартка көрө, $\triangle CED$ да тең капталдуу. Ошондуктан $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$. Анда үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теоремага көрө, $\triangle CDE$ де: $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$ же $x = 100^\circ$.

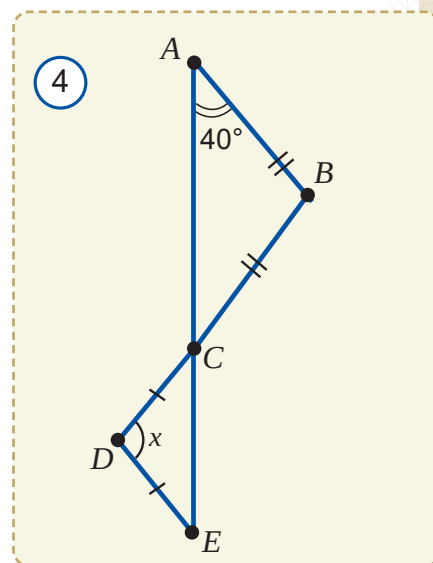
Жооп: 100° .

2-маселе. Үч бурчтуктун ички бурчтары 2:3:7 сыяктуу катышта. Алардын градус ченемин тап.

Чыгаруу. Шартка көрө, үч бурчтуктун ички бурчтарын $2x$, $3x$ жана $7x$ деп белгилейбиз. Анда үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теоремага көрө, $2x + 3x + 7x = 180^\circ$ барабардыкка ээ болобуз. Андан $x = 15^\circ$ экенин табабыз:

$2x = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$, $3x = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$ жана $7x = 7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$.

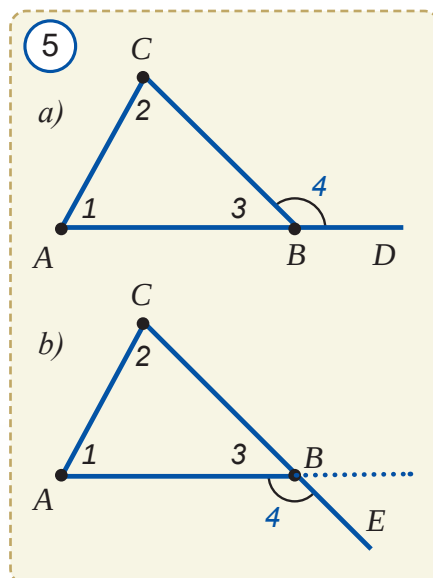
Жооп. Үч бурчтуктун ички бурчтары 30° , 45° жана 105° ка тең.

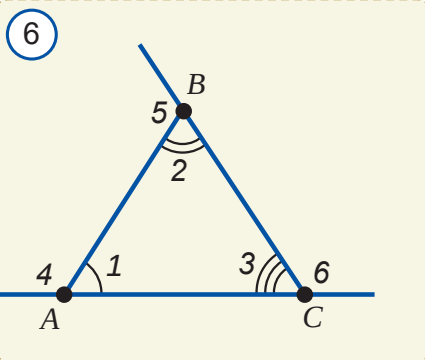


18.2. Үч бурчтуктун касиети

Үч бурчтуктун ички бурчуна жанаша болгон бурч үч бурчтуктун **тышкы бурчу** деп аталат.

5-сүрөттө ABC үч бурчтуктун B бурчуна сырткы болгон CBD жана ABE бурчтар берилген. Маалым болгондой, бул бурчтар вертикаль болгондуктан өз ара тең болушат. Калган A жана C бурчтардын тышкы бурчтарын сызып көрсөт.



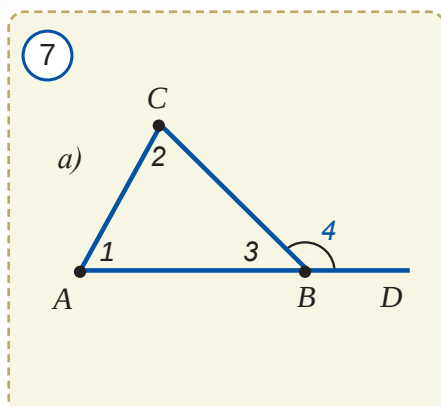


Үч бурчтуктун бурчтарын анын тышкы бурчтарынан айырмалоо үчүн *ички бурчтар* деп да атайбыз.

Геометриялык изилдөө

6-сүрөттөгү ABC үч бурчтуктун бардык ички жана тышкы бурчтарын транспортирде чене жана төмөнкү бурчтардын (ар бир тышкы бурч жана ага жанаша жатпаган ички бурчтардын суммасынын) чоңдуктарын өз ара салыштыр: а) $\angle 4$ жана $\angle 2 + \angle 3$; б) $\angle 5$ жана $\angle 1 + \angle 3$; в) $\angle 6$ жана $\angle 1 + \angle 2$.

Салыштыруунун натыйжасында кандай жыйынтыкка келдиң. Аны болжолдуу ырастоо көрүнүшүндө туюнт.



Теорема. Үч бурчтуктун тышкы бурчу үч бурчтуктун ага жанаша жатпаган эки ички бурчтарынын суммасына тең.



$\triangle ABC$, $\angle 4$ – тышкы бурч (7-сүрөт)



$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$$

Далил. 7-сүрөткө кайрылабыз. Анда жанаша жаткан бурчтардын касиетине $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.

Үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теоремага көрө, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

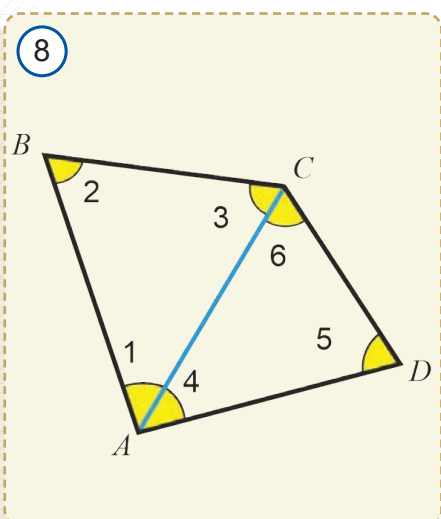
Бул эки барабардыктан $\angle 1 + \cancel{\angle 2} + \cancel{\angle 3} = \angle 3 + \angle 4$, б.а. $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ барабардыкты пайда кылабыз.

Теорема далилденди.

Бул теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат.

Натыйжа. Үч бурчтуктун тышкы бурчу ага жанаша жатпаган ички бурчтардын ар биринен чоң.

Анын туура экендигин өз алдыңча түрдө текшер.



Маселе. Төрт бурчтуктун бурчтарынын суммасы 360° ка тең экенин далилде.

Чыгаруу. Каалагандай ABCD төрт бурчтук сызабыз. А жана С чекиттерди туташтырып, аны эки үч бурчтукка бөлөбүз.

Ар бир ABC жана ADC үч бурчтуктардын ички бурчтарынын суммасы 180° ка тең (8-сүрөт):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

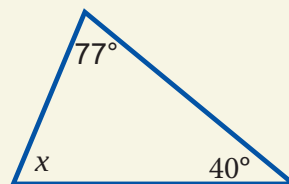
$$\begin{aligned} \angle A &= \angle 1 + \angle 4 \text{ жана } \angle C = \angle 3 + \angle 6 \text{ болгондуктан} \\ \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$

Темага тиешелүү суроолор

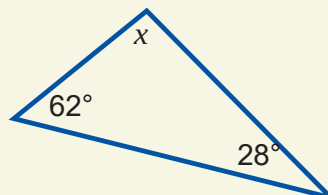
1. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы жөнүндөгү теореманы айт жана сүрөттө түшүндүр.
2. Үч бурчтуктун көбү менен канча бурчу тик болушу мүмкүн?
3. Үч бурчтуктун эки жагы үчүнчү жакка перпендикуляр болушу мүмкүнбү?
4. Үч бурчтуктун канча бурчу кең болушу мүмкүн?
5. Бурчтары: а) 5° , 55° , 120° ; б) 46° , 150° , 4° ; в) 100° , 20° , 50° ; д) 25° , 35° , 100° болгон үч бурчтук барбы?
6. Үч бурчтуктун тышкы бурчу деген эмне?
7. Үч бурчтуктун кең тышкы бурчтары: а) 1; б) 2; в) 3 болушу мүмкүнбү?
8. Үч бурчтуктун бир чокусундагы ички жана тышкы бурчтары өз ара тең болушу мүмкүнбү?
9. Үч бурчтуктун көбү менен канча тышкы бурчу тар болушу мүмкүн?

9

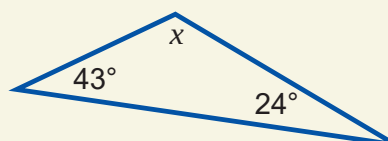
а)



б)



в)



д)

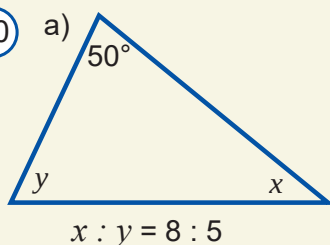


Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

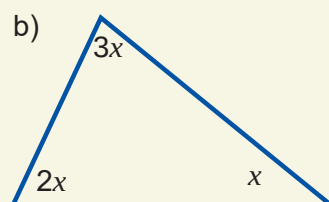
1. Эгерде үч бурчтуктун эки бурчу: а) 60° жана 40° ; б) 70° жана 85° ; в) 90° жана 45° ; д) 105° жана 30° болсо, анын үчүнчү бурчун тап.
2. 9-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.
3. Үч бурчтук эки бурчунун суммасы 78° ка тең. Үчүнчү бурчун тап.
4. 10-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

10

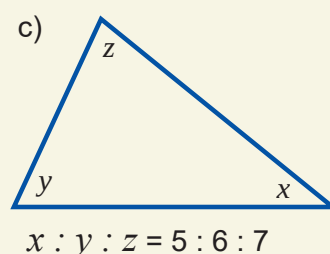
а)



б)



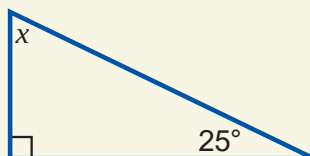
в)



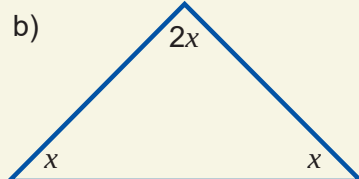
5. 11-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

11

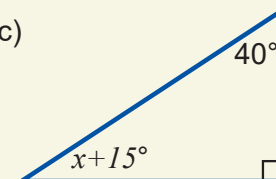
а)



б)

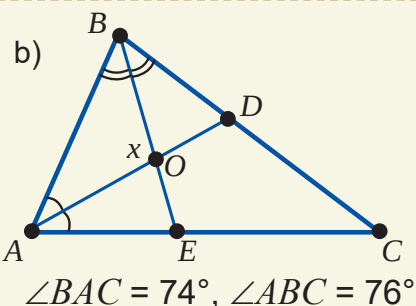
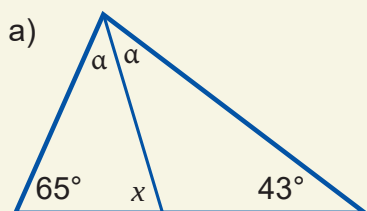


в)

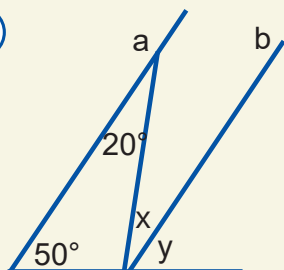


6. 12-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

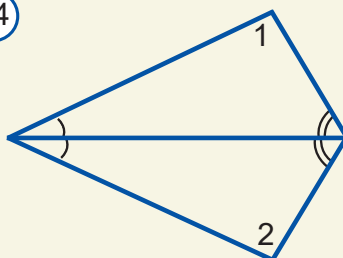
12



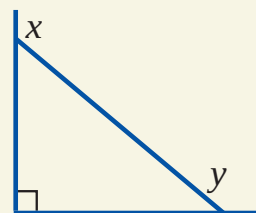
13



14



15



7. 13-сүрөттө $a \parallel b$. x жана y ти тап.

8. 14-сүрөттө $\angle 1 = \angle 2$ экенин далилде.

9. 15-сүрөттө $x + y$ ти тап.

10*. Үч бурчтуктун бурчтары α , β , γ үчүн $\alpha = (\beta + \gamma)/2$ болсо, α ны тап.

11. Тең жактуу үч бурчтуктун бурчтарын тап.

12. Тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтарын тап.

13. Эгерде тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтарынан бири а) 50° ; б) 60° ; с) 105° болсо, анын бурчтарын тап.

14. Үч бурчтуктун эки тышкы бурчу 120° жана 135° болсо, ички бурчтарын тап.

15. Үч бурчтуктун ички бурчтарынан бири 30° ка, тышкы бурчтарынан бири 60° ка тең. Үч бурчтуктун калган ички бурчтарын тап.

16. 16-сүрөттөрдөгү белгисиз бурчту тап.

17. 17-сүрөттөрдөгү белгисиз бурчту тап.

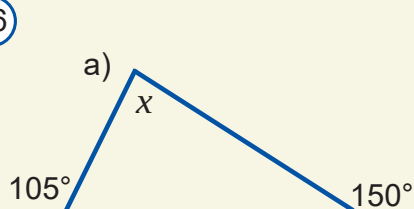
18*. Үч бурчтуктун тышкы бурчтарынын суммасын эсепте.

19. Үч бурчтуктун эки ички бурчунун ченемдеринин катышы 5:9 сыяктуу, үчүнчү ички бурчу ушул бурчтардын кичинесинен 10° ка кичине. Үч бурчтуктун ички бурчтарын тап.

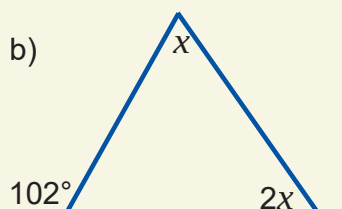
20. Эгерде 18-сүрөттөрдө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

21. Үч бурчтуктун 108° туу тышкы бурчуна жанаша жатпаган ички бурчтарынын катышы 5:4 сыяктуу. Ушул ички бурчтарын тап.

16



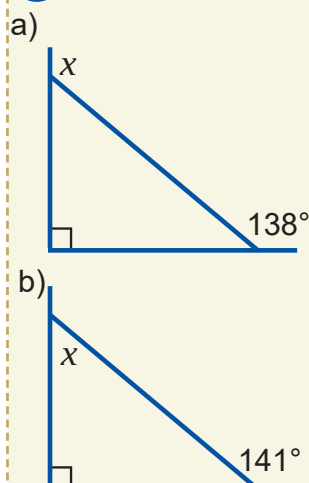
b)



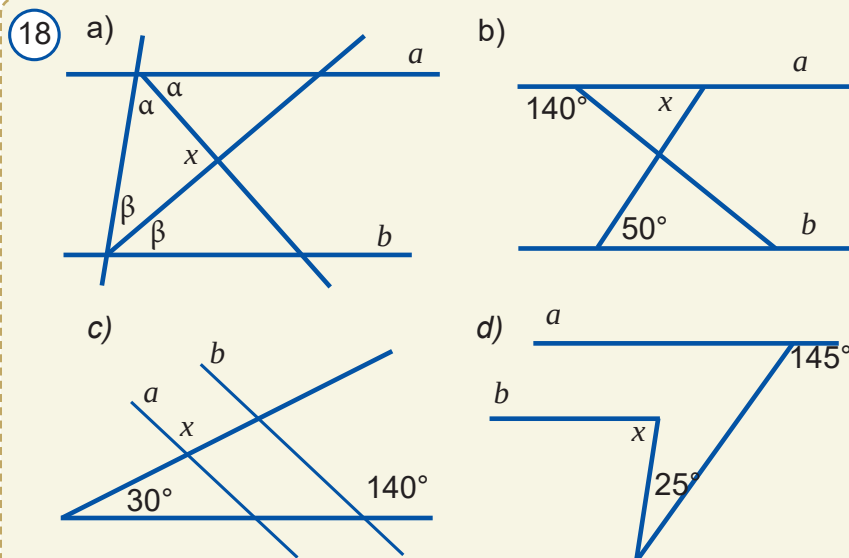
c)



17



18



22*. 19-сүрөттө берилген беш бурчтуктун бурчтарынын суммасын тап.

23. 20-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.

24. Эки бурчу тең болгон үч бурчтуктун тең капталдуу экенин көрсөт.

25. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир бурчу: а) 120° ; б) 70° . Анын калган бурчтарын тап.

26. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтарынан бири а) 15° ; б) 75° болсо, калган бурчтары канчага тең?

27. Эки үч бурчтуктун бардык тиешелүү жактары өз ара параллель болсо, алардын туура келүүчү бурчтары тең болушун далилде.

28. Эгерде 21-сүрөттө $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE жана FC биссектрисалар болсо, AOB жана EOC бурчтарды тап.

29. 22-сүрөттөгү белгисиз – x бурчту тап.

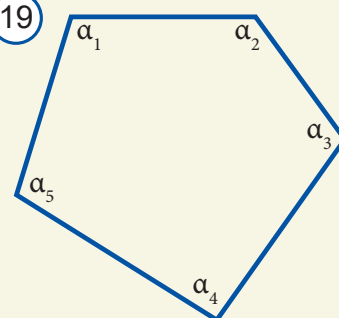
30. 23-сүрөттөгү белгисиз – x бурчту тап.

31. Эки үч бурчтуктун бардык тиешелүү жактары өз ара перпендикуляр болсо, алардын туура келүүчү бурчтары тең болобу? Жообунду негизде.

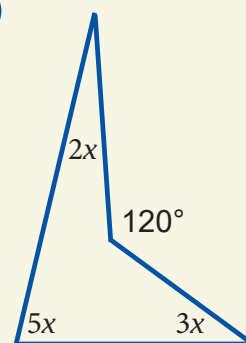
32. Кандайдыр бир үч бурчтукту бир гана түз сызык бойлой кыркып эки тар бурчтуу үч бурчтук пайда кылуу мүмкүнбү? Жообунду негизде.

33. ABC үч бурчтукта $\angle A + \angle B = 110^\circ$ жана $\angle B + \angle C = 100^\circ$. Анын ички бурчтарын тап.

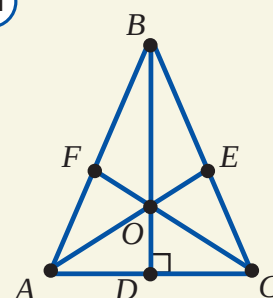
19

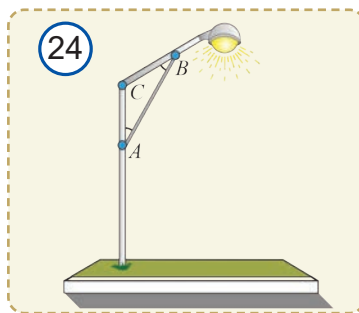
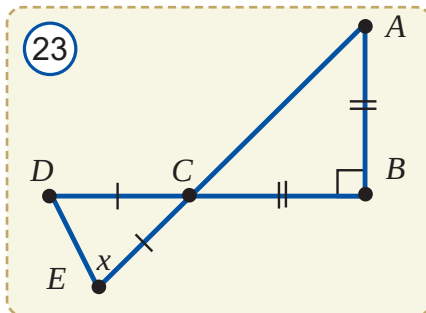
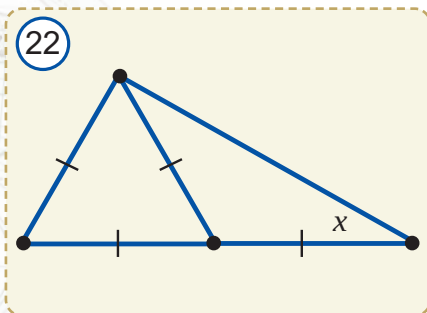


20



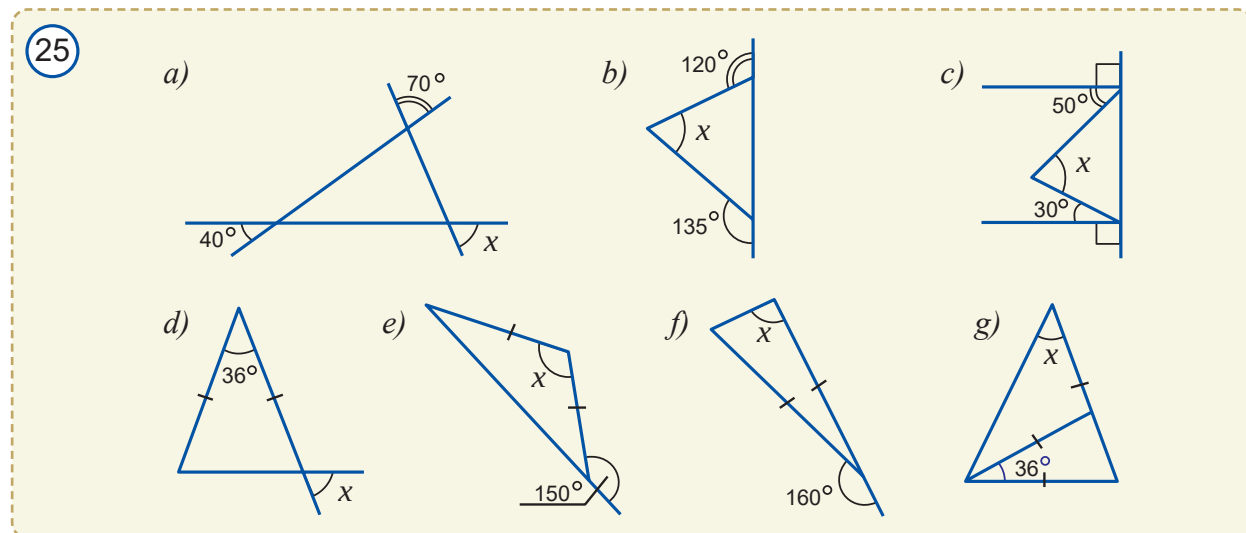
21



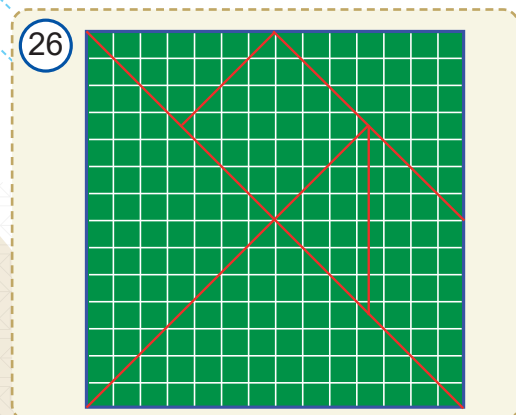


34. 24-сүрөттө берилген стол лампы төмөнкүдөй жасалган: $\angle C = 110^\circ$ жана $\angle A = \angle B$. A жана B бурчтардын градус ченемин тап. Эмне деп ойлойсуң, неге ал дал ушундай формада жасалган?

35. 25-сүрөттөгү белгисиз бурчту тап.

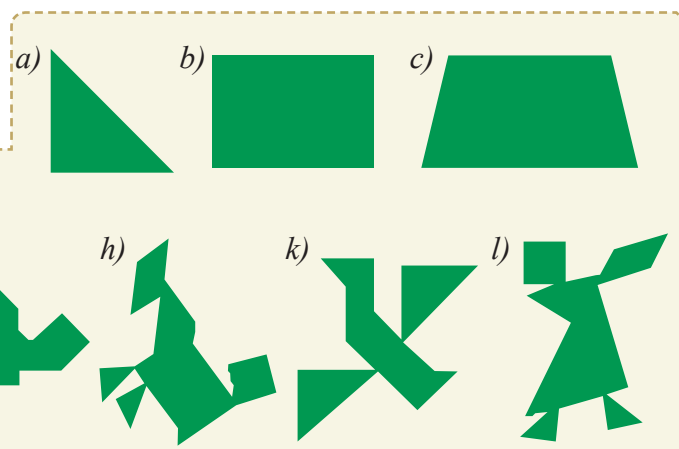


Геометриялык баш катырма



“Танграм” аттуу кытай оюнчугун жаса. Ал үчүн квадратты калың кагазга сыз жана 26-сүрөттө көрсөтүлгөндөй жети бөлүккө бөлүп, кыркып ал.

Кийин “Танграм” бөлүктөрүнүн баарынан пайдаланып, 27-сүрөттө берилген фигураларды пайда кыл.



19 ТИК БУРЧТУУ ҮЧ БУРЧТУКТАР

19.1. Тик бурчтуу үч бурчтуктун касиеттери

Эстетип өтөбүз, тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу тик (90°), калган эки бурчу тар бурчтардан турат. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунун тушундагы жагы *гипотенуза*, калган эки жагы болсо *катет* деп аталат. Тик бурчтуу үч бурчтуктун кээ бир касиеттерин көрүп чыгалы.



1-касиет. Тик бурчтуу үч бурчтуктун эки тар бурчтарынын суммасы 90° ка тең.

Чындыгында, үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка тең. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу 90° ка тең. Ошондуктан анын калган эки бурчунун суммасы $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ка тең болот.



2-касиет. Тик бурчтуу үч бурчтуктун 30° туу бурчунун тушундагы катети гипотенузасынын жарымына тең.

Далил. Айталы, 1-сүрөттө берилген ABC тик бурчтуу үч бурчтук берилген болуп, анда $\angle ACB = 90^\circ$ жана $\angle ABC = 30^\circ$ ка тең болсун. Анда $\angle BAC = 60^\circ$ болот.

$AC = \frac{AB}{2}$ экенин көрсөтөбүз.

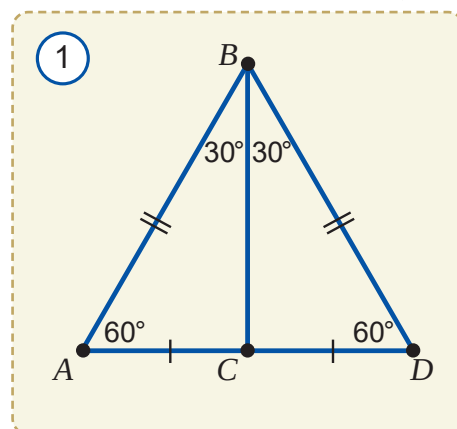
Берилген үч бурчтукка тең DBC үч бурчтукту 1-сүрөттө көрсөтүлгөндөй кылып түзөбүз. Натыйжада бардык бурчтары 60° ка тең болгон ABD үч бурчтукка ээ болобуз.

Демек, ABD үч бурчтук тең жактуу. Алсак, $AB = AD$ болот. Бирок:

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

$$\text{Ошентип, } AB = 2AC, \text{ б.а. } AC = \frac{AB}{2}.$$

Касиет далилденди.



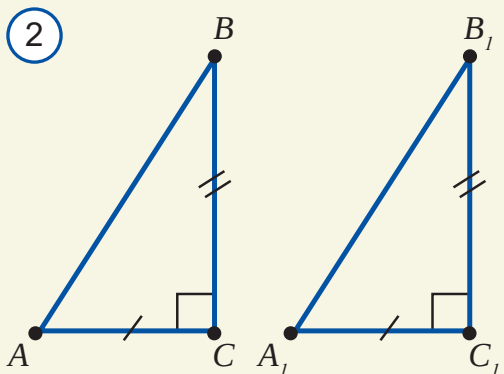
3-касиет. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттеринин бири гипотенузанын жарымына тең болсо, бул катет 30° туу бурчтун тушунда жатат.

Бул касиет 2-касиетке тескери ырастоо болуп, аны өз алдынча далилде.

19.2. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардык белгилери

ABC жана $A_1B_1C_1$ тик бурчтуу үч бурчтуктар берилген болсун. Бул үч бурчтуктардын бирден бурчу тик болгондуктан бул бурчтар дайыма өз ара тең. Ошондуктан тик бурчтуу үч бурчтуктар үчүн үч бурчтуктардын барабардык белгилери кыйла жөнөкөйлөшөт.

Тик бурчтуу үч бурчтуктар үчүн эки катет боюнча (КК белги), катет жана тар бурч боюнча (КБ белги), гипотенуза жана тар бурч боюнча (ГБ белги) жана гипотенуза жана катет боюнча (ГК белги) сыяктуу барабардык белгилерин келтиребиз.



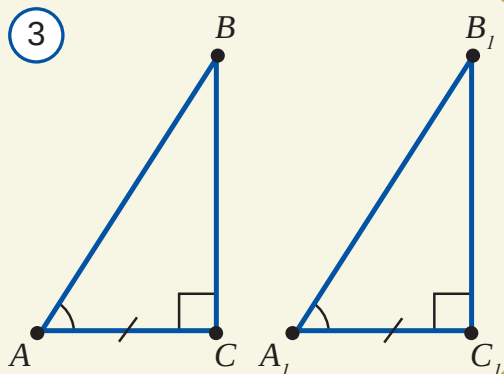
Теорема. КК белги. Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттерине тиешелүү түрдө тең болсо, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат (2-сүрөт).

Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисинен түздөн-түз келип чыгат.



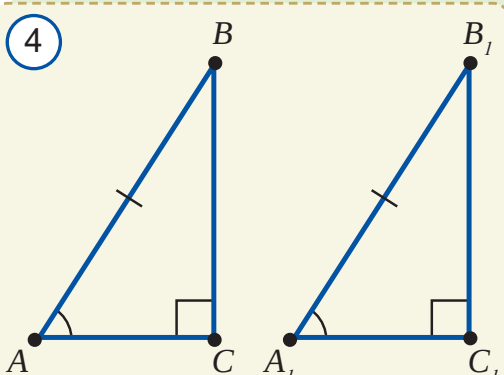
Теорема. КБ белги. Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун катети жана ага жанаша жаткан тар бурчу экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун катети жана ага жанаша жаткан тар бурчуна тең болсо, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат (3-сүрөт).

Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисинен түздөн-түз келип чыгат.



Теорема. ГБ белги. Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана бир тар бурчу экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана бир тар бурчуна тең болсо, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат (4-сүрөт).

Бул белги үч бурчтуктардын барабардыгынын ЖБЖ белгисинен түздөн-түз келип чыгат.



Теорема. ГК белги. Бир тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана бир катети экинчи тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана бир катетине тең болсо, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат.

Кел, бул белгини далилдейли.

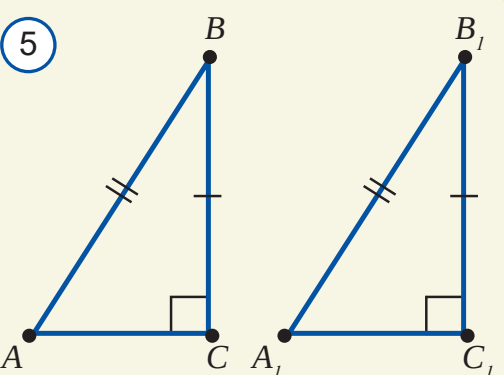
ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктар берилген (5-сүрөт) жана аларда $\angle C = 90^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ болсун.

Анда $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ экенин көрсөтөбүз..

Далил. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктардын экиден жактары өз ара тең: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Эгерде ABC жана $A_1B_1C_1$ бурчтарынын теңдигин көрсөтсөк, ЖБЖ белгисине

көрө, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат.

Ал үчүн $A_1B_1C_1$ үч бурчтукту ABC үч бурчтук менен BC жана B_1C_1 катеттер үстү-үстүнөн түшө тургандай кылып жанаша коёбуз (6-сүрөт).

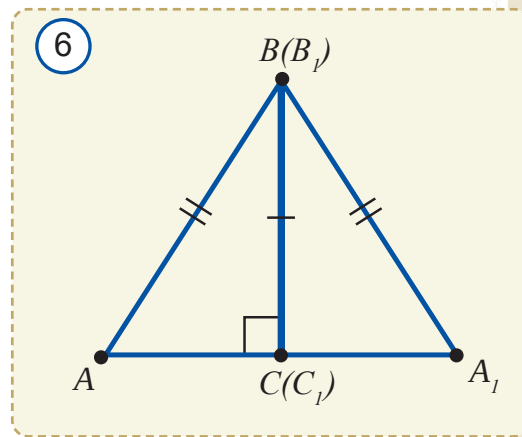


Анда $\angle C$ жана $\angle C_1$ тик бурч болгондуктан CA жана C_1A_1 шоолалар жайылган бурчту түзөт, б.а. A , C , C_1 жана A_1 чекиттери бир түз сызыкта жатат.

Натыйжада ABA_1 тең капталдуу үч бурчтук болот.

Бирок тең капталдуу үч бурчтукта негизге түшүрүлгөн бийиктик биссектриса да болот (83-беттеги теореманын жыйынтыгына көрө). Демек, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

Теорема далилденди.

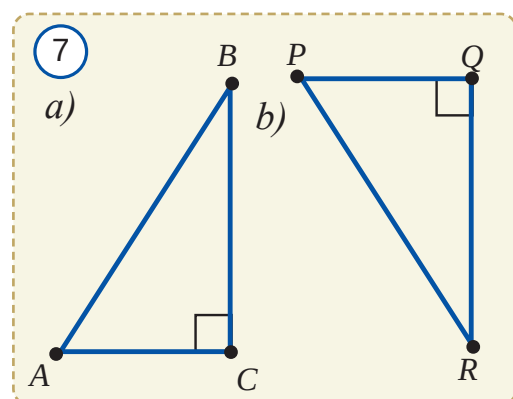


? **Темага тиешелүү суроолор**

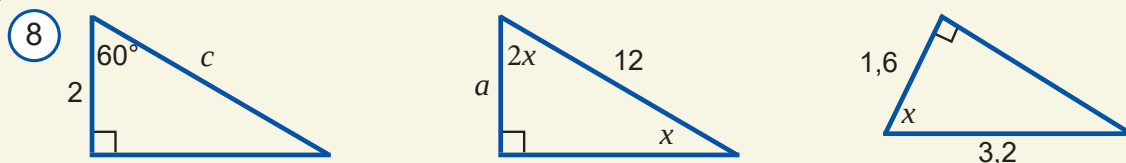
1. Тик бурчтуу үч бурчтуктун жактары кандай аталат?
2. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчтарынын суммасы канчага тең?
3. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтарынан кандайдыр бири кең болушу мүмкүнбү?
4. Тик бурчтуу үч бурчтуктун канча бийиктиги бар?
5. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчтарынын суммасы 120° ка тең болушу мүмкүнбү? Неге?
5. Тик бурчтуу үч бурчтуктун 30° туу бурчунун тушундагы катети менен гипотенузасынын арасында кандай байланыш бар?
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын касиеттерин ата жана түшүндүр.
7. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилерин айт жана түшүндүр.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бир катети жана бир бурчу тиешелүү түрдө тең болсо, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушабы?
9. Тик бурчтуу ABC үч бурчтукта $\angle A + \angle B = \angle C$ болсо, анын катеттерин жана гипотенузасын айт.

⚙️ **Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу**

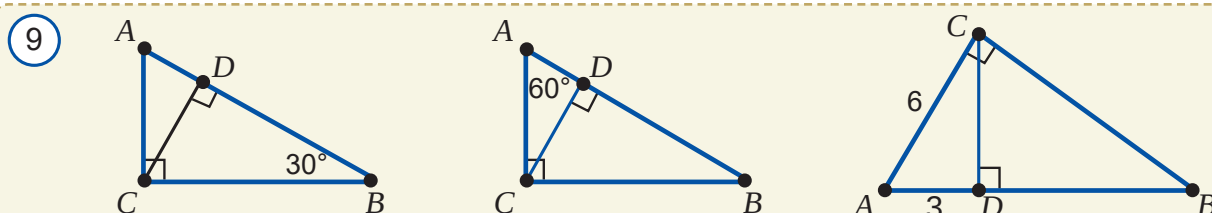
1. 7a-сүрөттөгү ACB тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана катеттерин жаз. Бул үч бурчтуктун кайсы жагы узун: а) AB же BC ; б) AB же AC ?
2. 7b-сүрөттөгү PQR тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана катеттерин жаз. Бул үч бурчтуктун кайсы жагы узун: а) PR же PQ ; б) PR же QR ?
3. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир тар бурчу 23° болгон тик бурчтуу үч бурчтукка тең. Бул үч бурчтуктун бурчтары кандай болушу мүмкүн?



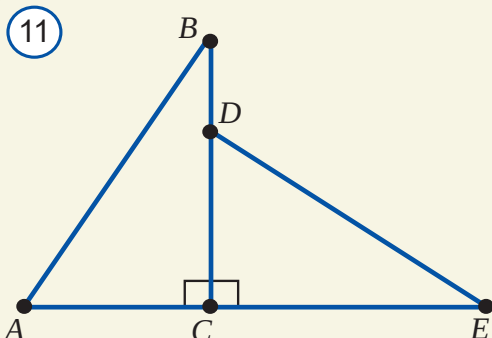
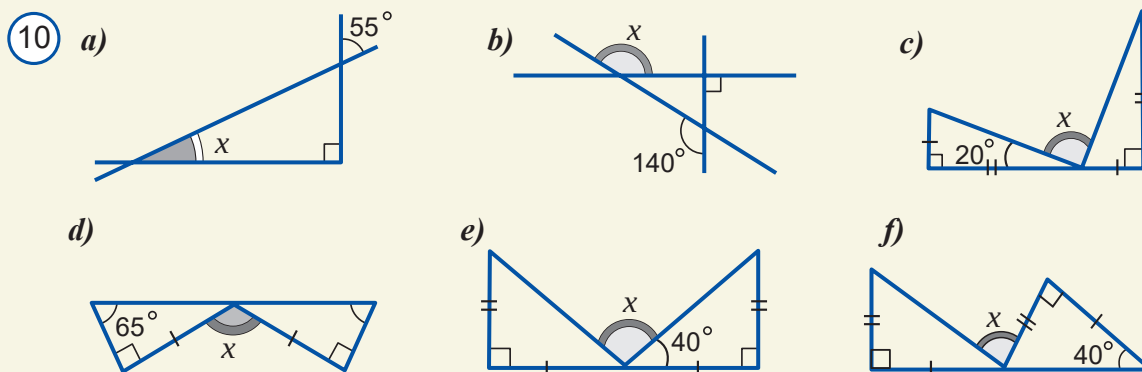
4. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир бурчу: а) 78° ; б) 43° . Калган бурчтарын тап.
5. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар бурчтарынан бири 30° , гипотенузасы 34 ка тең. Бул үч бурчтуктун бурчтарын жана катеттеринен бирин тап.
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы 14 кө, катеттеринен бири 7 ге тең. Бул үч бурчтуктун бурчтарын тап.
7. 8-сүрөт: а) $c=?$; б) $a=?$; в) $x=?$.



8. 9-сүрөт: а) $AB=20$, $AD=?$; б) $AB=18$, $BD=?$; в) $BD=?$.



9. 10-сүрөттөгү белгисиз бурчтарды тап.



10. Эгерде 11-сүрөттө: а) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$; б) $BC = DE$, $AB = CE$; в) $AC = CD$, $BC = CE$; е) $AB = DE$ болсо, $\triangle ACB$ жана $\triangle DCE$ үч бурчтуктар өз ара тең болушабы?
11. Тик бурчтуу ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда A жана A_1 тик бурчтар, BD жана BD_1 биссектрисалар жана $\angle B = \angle B_1$, $BD = BD_1$ болсо, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ экенин далилде.



Теорема. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн медианасы гипотенузанын жарымына тең.

ABC тик бурчтуу үч бурчтукта AB – гипотенуза жана CD – медиана, б.а. $AD=DB$ болсун (1-сүрөт). $CD = \frac{AB}{2}$ экенин далилдейбиз.

Далилдөө. Каалагандай түзүүлөрдү ишке ашырабыз: CB жагынын B чекитинен перпендикуляр чыгарабыз. Анда E чекитти $AC=EB$ кылып белгилейбиз жана CE кесиндини түзөбүз.

ABC жана EBC тик бурчтуу үч бурчтуктарга карайбыз. Аларда CB катет жалпы жана түзүүгө көрө $AC=EB$. Анда тик бурчтуу үч бурчтуктардын КК белгисине көрө, бул үч бурчтуктар өз ара тең болушат. Алсак, $\angle ABC = \angle ECB$ болот.

Бул CDB үч бурчтук тең капталдуу жана $CD=DB$ экенин билдирет.

Бирок шартка көрө, $DB = \frac{AB}{2}$.

Мындан $CD = \frac{AB}{2}$ экендиги келип чыгат.

Теорема далилденди.

Маселе. 2-сүрөттөгү ABC үч бурчтук тең капталдуу экенин далилде.

Чыгаруу. $\triangle AED = \triangle BFD$, анткени алардын гипотенузалары жана бирден тар бурчтары тең. CE жана CF – тик бурчтуу үч бурчтуктар. $ED=FD$ жана CD гипотенуза жалпы болгондуктан тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардыгынын ГК белгисине көрө, $\triangle CED = \triangle CFD$. Демек, $\triangle ADC = \triangle BDC$, б.а. $AC=BC$ жана $\triangle ABC$ тең капталдуу.

Бурчтун биссектрисасынын касиети

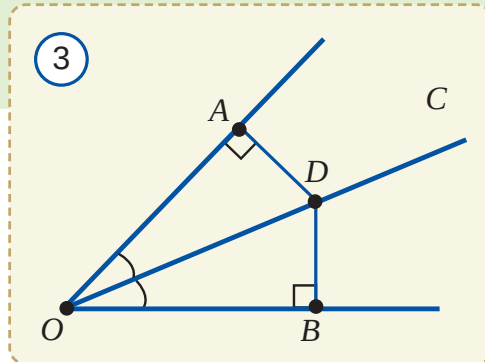
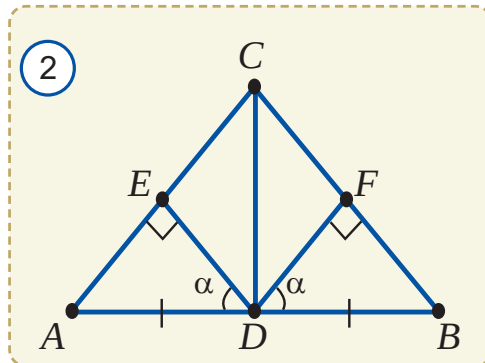
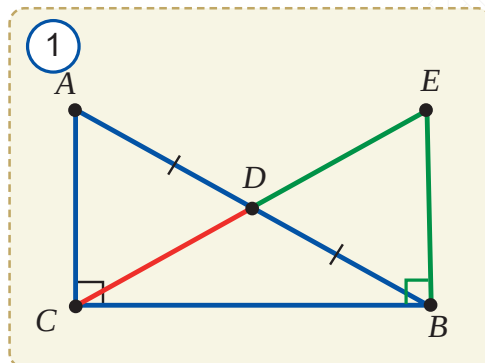
Эсинде болсо, чекиттен түз сызыкка чейинки аралык деп чекиттен түз сызыкка түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугуна айтылган эле.



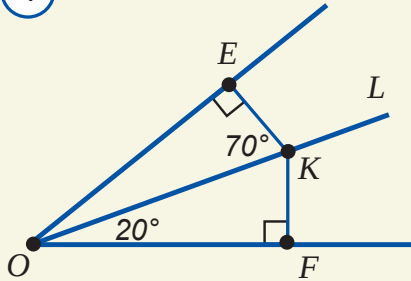
Теорема. Бурчтун биссектрисасынын каалагандай чекитинен бурчтун жактарына чейинки аралыктар өз ара тең болушат.

Далил. Айталы, O бурч жана анын биссектрисасы OC берилген болсун (3-сүрөт). OC биссектрисада каалагандай D чекит алабыз жана берилген бурчтун жактарына DA жана DB перпендикулярлар түшүрөбүз.

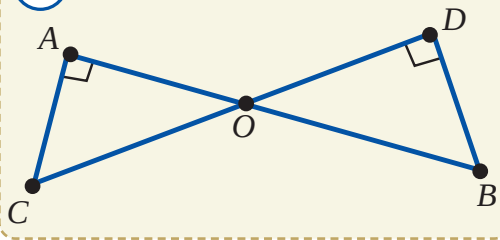
OAD жана OBD тик бурчтуу үч бурчтуктарда:



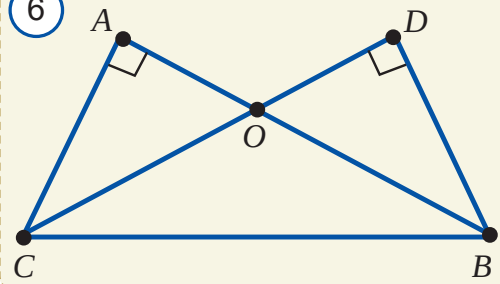
4



5



6



1) $\angle AOD = \angle BOD$ шартка кўра;

2) OD – жалпы гипотенуза.

Тик бурчтуу уч бурчтуклардын барабардыгын ГБ белгисине кўра, $\triangle OAD = \triangle OBD$. Алсак, $DA = DB$.

Теорема далилденди.

Маселе. EOF бурчтун OL биссектрисасида K чекит алынган (4-сўрёт). Эгерде $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ жана $\angle KOF = 20^\circ$ болсо, а) EOK жана OKF бурчларды; б) EOF жана EKF бурчларды тап.

Чыгаруу. 1. Жогоруда кўрүлгөндөй $\triangle EOK = \triangle FOK$.

Ошондуктан $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$ жана $\angle OKF = \angle OKE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

2. $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$,

$\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

Жооп: а) 20° жана 70° ; б) 40° жана 140° .



Темага тиешелүү суроолор

1. Тик бурчтуу уч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн медианасы гипотенузанын кандай бөлүгүн түзөт?
2. Бурчтун биссектрисасынын касиетин айт жана түшүндүр.



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Эгерде 5-сўрөттө: а) $OC = OB$; б) $AC = BD$; в) $AO = OD$; г) $AC = OD$; д) $\angle OCA = \angle OBD$ болсо, OAC жана ODB уч бурчтуктар өз ара тең болобу?
2. Эгерде 6-сўрөттө: а) $AC = BD$; б) $OA = OD$; в) $\angle OCB = \angle OBC$; г) $BC = OD$; д) $\angle ACB = \angle DBC$ болсо, BAC жана CDB уч бурчтуктар тең болобу?
3. ABC уч бурчтукта BD бийиктик түшүрүлгөн. Эгерде $AD = DC$ болсо, ABC уч бурчтуктун тең капталдуу экенин далилде.
4. Тар бурчтуу ABC уч бурчтукта AA_1 жана CC_1 бийиктиктер тең. $\angle BAC = \angle BCA$ барабардыкты далилде.
5. Бурчтун биссектрисасынын каалагандай чекити анын жактарынан тең алыста жайгашканын далилде.
6. AOB бурчунун биссектрисасында алынган чекиттен OA шоолага чейинки аралык 7 см болсо, ушул чекиттен OB шоолага чейинки аралыкты тап.
7. O бурч жана анын биссектрисасында C чекити берилген. Эгерде $\angle O = 60^\circ$ жана $OC = 14$ см болсо, C чекиттен бурчтун жактарына чейинки аралыкты тап.
- 8*. Тең капталдуу тик бурчтуу уч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн бийиктик гипотенузанын жарымына теңдигин көрсөт.

9. AOB бурчтун ичинде N чекити алынган. Эгерде $AN=BN$, $OA \perp AN$ жана $OB \perp BN$ болсо, N чекити AOB бурчтун биссектрисасында жатышын далилде.

10*. 7-сүрөттө чакмактуу кагазга сызылган бурчтун бир бөлүгү берилген. Кагаздын бурч чокусу жайгашкан бөлүгү жыртылып кеткен. A жана B чекиттери бурчтун жактарынан тең алыста экени маалым. Бурчтун биссектрисасын кандай түзүү мүмкүн?

11. 8-сүрөттө берилген беш бурчтуктун бурчтарынын суммасын тап.

12. 9-сүрөттө берилген кубдун сыртында жайгашкан үч бурчтуктун цифраланган бурчтарынын суммасын тап.

13. ABC тик бурчтуу үч бурчтукта C тик бурч жана $AB=12$ жана $CD=DB$ болсо, CD ны тап (10-сүрөт).

14. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузага түшүрүлгөн медианасы 8 см . Эгерде үч бурчтуктун бир бурчу 60° ка тең болсо, бул бурчка жанаша жаткан жактарды тап.

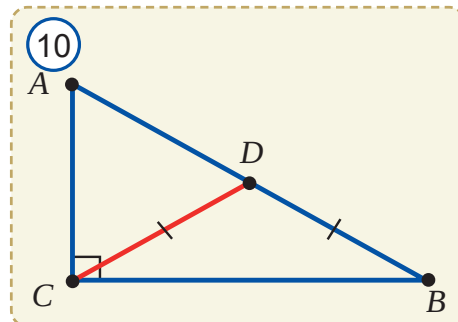
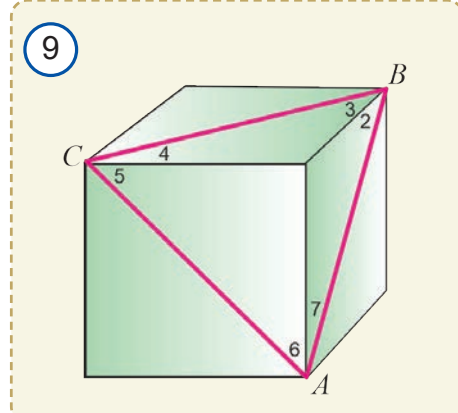
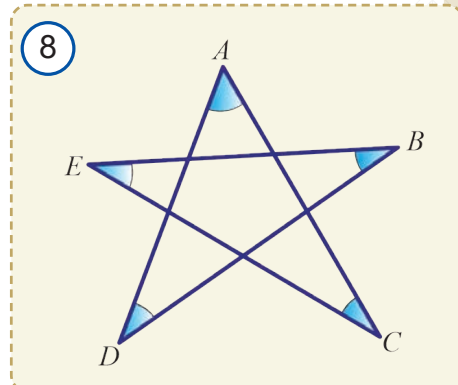
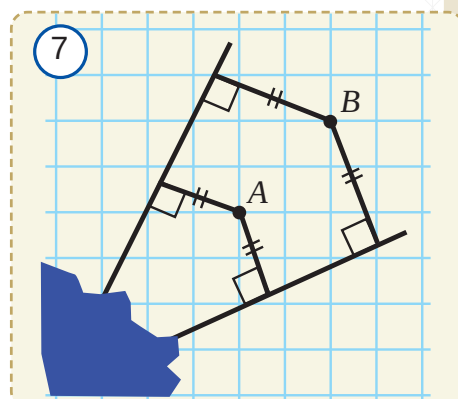
15*. Үч бурчтуктун эки биссектрисасы кесишкен чекити үч бурчтуктун үч жагынан тең алыста болушун далилде.

16*. Тең капталдуу ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктардын AC жана A_1C_1 негиздери жана негиздерге түшүрүлгөн BD жана B_1D_1 бийиктиктери өз ара тең. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ барабардыкты далилде.

17*. Тең капталдуу ABC үч бурчтукта AC негиз жана AD жана BE бийиктиктер 50° туу бурч астында кесилишет. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.

18*. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бирден катети жана гипотенузага түшүрүлгөн бийиктиги боюнча теңдигин далилде.

19*. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын бирден катети жана гипотенузага түшүрүлгөн биссектрисасы боюнча теңдигин далилде. Белгилүү болгондой, математикалык сүйлөм анык, жетиштүү толук жана ошону менен бирге кыска, ашыкча сөздөрсүз болушу керек. Төмөнкү сүйлөмдөрдөгү ашыкча сөздөрдү аныктап көрчү.



Геометрияда тактык жана кыскалык

1. Тик бурчтуу үч бурчтуктун эки тар бурчтарынын суммасы 90° ка тең.
2. Эгерде тик бурчтуу үч бурчтукта катет гипотенузанын жарымына тең болсо, анын тушунда жатуучу тар бурч 30° ка тең болот.
3. Эң аз жактуу көп бурчтук: а) айлананын борборунан өтүүчү хорда; б) негизи каптал жагына тең болгон тең капталдуу үч бурчтук.

21

ҮЧ БУРЧТУКТУН ЖАКТАРЫ ЖАНА БУРЧТАРЫНЫН АРАСЫНДАГЫ КАТЫШТАР

21.1. Үч бурчтуктун жактары жана бурчтарынын арасындагы катыштар



Теорема. Үч бурчтуктун чоң жагынын тушунда чоң бурч жатат.

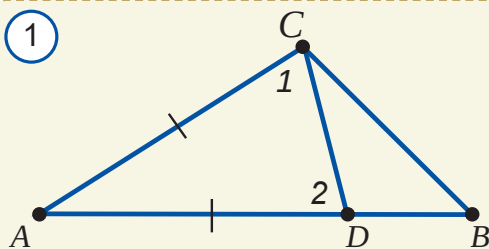


$\triangle ABC$, $AB > AC$ (1-сүрөт)



$\angle C > \angle B$

①



Далилдөө. AB шооланы сызабыз жана ага AC жакка тең AD кесиндини коёбуз. $AB > AD$ болгондуктан D чекити AB кесиндиге тиешелүү болот. Демек, CD шоола C бурчтун ички багытында жатат жана C бурчту эки бурчка бөлөт. Ушуга көрө, $\angle C > \angle 1$.

ACD үч бурчтукту тең капталдуу кылып түзгөнүбүз үчүн $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 2$ CDB үч бурчтуктун тышкы бурчу болгондуктан $\angle 2 > \angle B$.

Бул бөлүп көрсөтүлгөн үч байланыштан $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, б.а. $\angle C > \angle B$ экенин алабыз.

Теорема далилденди.

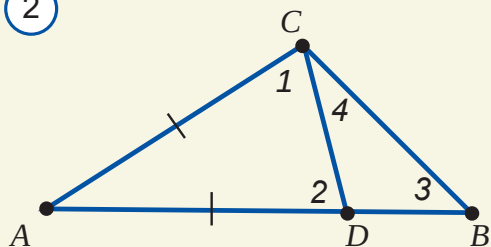
Демек, бул теоремага тескери теорема да орундуу.



Тескери теорема. Үч бурчтуктун чоң бурчунун тушунда чоң жак жатат.

Бул теореманын далилин өз алдынча аткар.

②



1-натыйжа. Тең капталдуу үч бурчтукта тең жактардын тушунда тең бурчтар жатат.

Анын туура экендигин мурда да далилдеген элек.

1-маселе. 2-сүрөттө берилген маалыматтардан пайдаланып $\angle 1 > \angle 3$ экенин далилде.

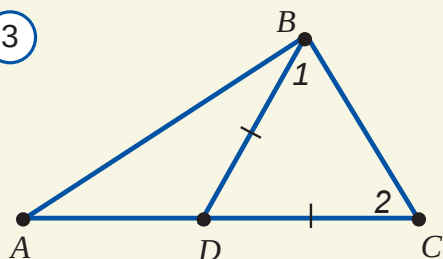
Чыгаруу. $\angle 2 > \angle 3$ экендиги айкын, анткени $\angle 2$ BDC үч бурчтуктун тышкы бурчу болуп, тышкы бурчтун касиетине көрө, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ жана $\angle 4 > 0$.

ACD тең капталдуу үч бурчтук болгондуктан $\angle 1 = \angle 2$. Демек, $\angle 1 > \angle 3$ болот.

2-маселе. 3-сүрөттө берилгендерден пайдаланып $AB < AC$ экенин көрсөт.

Чыгаруу. BDC – тең капталдуу үч бурчтук (анткени $BD = DC$). Демек, $\angle 1 = \angle 2$ болот. $\angle 1 < \angle ABC$ болгондуктан $\angle 2 < \angle ABC$. Чоң бурчтун тушунда чоң жак жаткандыктан $AB < AC$ болот.

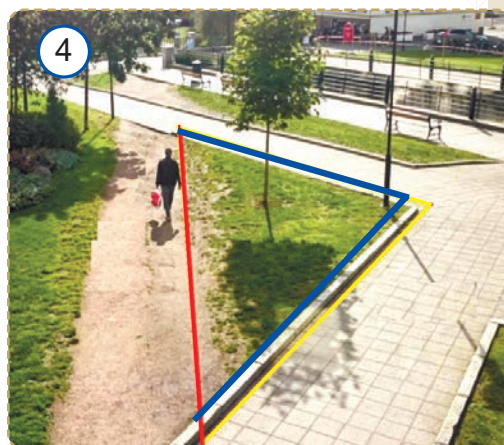
③



21.2. Үч бурчтуктун барабарсыздыгы

Активдештирүүчү суроо.

Адамдар шаар көчөлөрүндө тротуар калып, чөптөрдүн үстүнөн жүрүп калтырган издерге көзүң түшкөн болсо керек (4-сүрөт). Адатта алар шашып турганда жолдорун кыскартуу үчүн ушундай жол тутат жана өздөрү билбеген түрдө “үч бурчтуктун барабарсыздыгы” деп аталган үч бурчтуктун геометриялык касиетинен пайдаланышат. Бул кандай касиет? Төмөндө сөз ушул жөнүндө болот.



Үч бурчтуктун каалаган бир жагы калган эки жагынын суммасынан кичине.



$\triangle ABC$ (1-сүрөт)

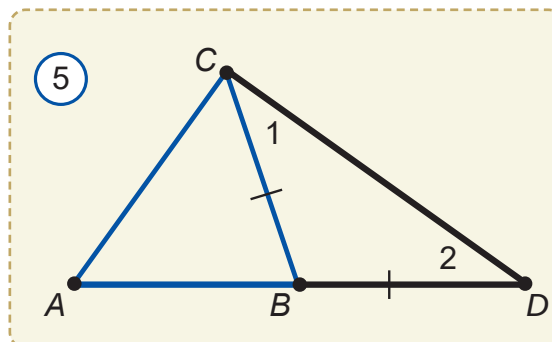


$AC < AB + BC$

Далилдөө. AB түз сызыкка BC кесиндиге тең BD кесиндини коёбуз жана C жана D чекиттерди туташтырабыз (5-сүрөт). Натыйжада BCD тең капталдуу үч бурчтук пайда болот. Анда $\angle 1 = \angle 2$, анткени $BC = BD$. Фигурадан маалым болгондой, $\angle ACD > \angle 1$.

Анда $\angle ACD > \angle 2$, анткени $\angle 1 = \angle 2$.

Бул бурчтар ACD үч бурчтукка таандык. Эми чоң бурчтун тушунда чоң жак жатышын эсепке алсак, $AC < AD$ барабарсыздыкка ээ болобуз. Анда $AC < AB + BD$, анткени $AD = AB + BD$. Андан $BD = BC$ экенин эсепке алсак, $AC < AB + BC$ ны пайда кылабыз.



Теорема далилденди.

Бул теоремадан төмөнкү натыйжа келип чыгат.

2-натыйжа. Бир түз сызыкта жатпаган каалагандай үч – A , B жана C чекити үчүн $AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$ жана $BC < AB + AC$ барабарсыздыктар орундуу.

Бул барабарсыздыктардын ар бири **үч бурчтуктун барабарсыздыгы** деп аталат. Эгерде A , B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатса, жогорудагы барабарсыздыктардан бири барабардыкка айланат, калгандары болсо туура бойдон калат.

Мисалы, бул чекиттер бир түз сызыкта жатып, A чекити B жана C чекиттеринин арасында жатса, $AC = AB + BC$, $AB < AC + BC$ жана $BC < AB + AC$ катыштар орундуу болот.

3-натыйжа. Үч бурчтуктун каалаган бир жагы калган эки жагынын узундуктарынын айырмасынан чоң.

Чындыгында да, $AB < AC + BC$ көрүнүштөгү үч бурчтуктун барабарсыздыктарынан бирин алып, төмөнкү фигура алмаштырууларды аткарабыз: $AB - AC < BC$ же $BC > AB - AC$

Кудум ушул жол менен $AC < AB + BC$ барабарсыздыктан $BC > AC - AB$ барабарсыздыкты пайда кылабыз. $BC > AB - AC$ жана $BC > AC - AB$ барабарсыздыктардан $BC > |AB - AC|$ болот.

Ошентип, **үч бурчтуктун каалагандай жагы калган жактарынын суммасынан кичине жана айырмасынын модулуна чоң болот.**

Маселе. Үч бурчтуктун эки жагы 0,7 жана 1,9. Эгерде үчүнчү жагы бүтүн сан экендиги белгилүү болсо, аны тап (6-сүрөт).

Чыгаруу. Берилген үч бурчтуктун эки жагы белгилүү: 0,7 жана 1,9.

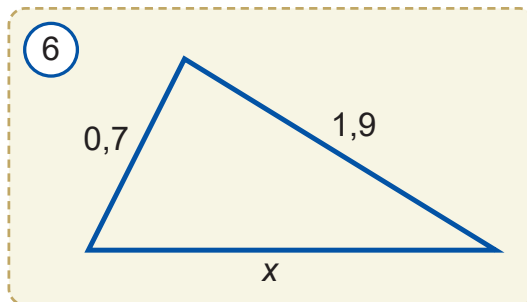
Үчүнчү жагын үч бурчтуктун барабарсыздыгынан пайдаланып табабыз: 1) $x + 0,7 > 1,9$ же $x > 1,2$; 2) $1,9 + 0,7 > x$ же $x < 2,6$.

Бул эки барабарсыздыктан $1,2 < x < 2,6$ ны пайда кылабыз.

x – бүтүн сан, $x = 2$ маани гана бул кош барабарсыздыкты канааттандырат.

Демек, үч бурчтуктун белгисиз жагы 2 ге тең.

Жооп: 2.



Темага тиешелүү суроолор

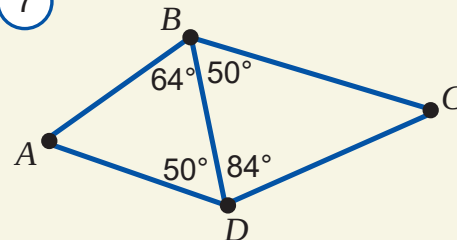
1. Үч бурчтуктун чоң бурчу 60° тан кичине болушу мүмкүнбү? Үч бурчтуктун кичине бурчу 60° тан чоң болушу мүмкүнбү?
2. ABC үч бурчтукта: а) $AB < BC < AC$; б) $AB = AC < BC$ болсо, үч бурчтуктун бурчтарын салыштыр. А бурч кең болушу мүмкүнбү?
3. Үч бурчтуктун кең бурчунун тушунда кичине жак жатышы мүмкүнбү?
4. Үч бурчтуктун барабарсыздыгынын мазмуну эмнеден турат?
5. Үч бурчтуктун барабарсыздыгы кандай маселелерди чыгарууда колдонулат?
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы узунбу же катети?

Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

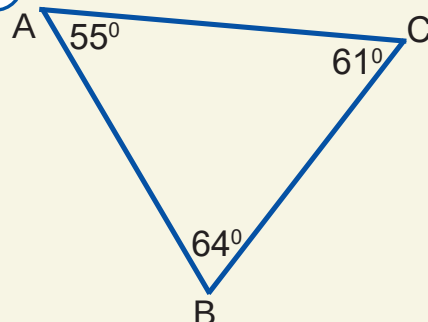
1. ABC үч бурчтукта $\angle A > \angle B > \angle C$ болсо, үч бурчтуктун эң узун жагын аныкта.
2. ABC үч бурчтукта $\angle A = \angle B < \angle C$ болсо, үч бурчтуктун эң кичине жагын аныкта.
3. ABC үч бурчтукта $AB = BC > AC$ болсо, үч бурчтуктун: а) эң чоң; б) эң кичине бурчун аныкта.
4. ABC үч бурчтукта $AB > BC > AC$ болсо, үч бурчтуктун: а) эң чоң; б) эң кичине бурчун аныкта.
5. Узундуктары а) 2 м, 2 м жана 3 м; б) 1 дм, 2 дм жана 3 дм болгон кесиндилерден үч бурчтук түзүү мүмкүнбү?
6. Узундуктары: а) 12 см, 23 см жана 35 см; б) 45 м, 22 м жана 33 м болгон кесиндилерден үч бурчтук түзүү мүмкүнбү?
7. Жактары: а) 2; 3; 4; б) 2; 2; 4; в) 3,6; 1,8; 5; г) 56; 38; 19 болгон үч бурчтук барбы?
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун жактары: а) 7 жана 3; б) 10 жана 5; в) 8 жана 5 болсо, үчүнчү жагын тап.
9. Үч бурчтуктун периметри 34 дм. Анын бир жагы: а) 16 дм; б) 17 дм; в) 18 дм болушу мүмкүнбү? Неге?
10. Үч бурчтуктун периметри 12 ге тең. Анын бир жагы: а) 5; б) 6; в) 8 ге тең болушу мүмкүнбү? Неге?

- 11*. ABC үч бурчтукта: а) $BC=9$, $AC=8$, $AB=7$; б) $BC=9$, $AC=8$; $AB=8$; в) $BC=9$, $AC=9$, $AB=8$ болсо, анын эң чоң жана эң кичине бурчтарын аныкта.
12. Эгерде а) $\angle A=25^\circ$, $\angle B=100^\circ$; б) $\angle A=40^\circ$, $\angle B=100^\circ$; в) $\angle A=60^\circ$, $\angle B=60^\circ$ болсо, ABC үч бурчтуктун жактарын өз ара салыштыр.
13. Үч бурчтуктун каалаган жагы анын калган эки жагынын айырмасынан чоң болушун далилде.
14. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 25 см, бир жагы экинчи жагынан 4 см ашык жана тышкы бурчтарынан бири тар болсо, үч бурчтуктун жактарын тап.
- 15*. Узундуктары 2, 3, 4, 5 жана 6 га тең кесиндилерден канча түрдүү үч бурчтук түзүү мүмкүн?
16. Тегиздиктеги үч A , B , C чекиттери үчүн $AB+BC \geq AC$ барабарсыздык аткарылса, AB , BC жана AC кесиндилер кандай геометриялык фигураны туюнтат?
- 17*. Үч бурчтуктун медианасы үч бурчтуктун жарым периметринен (периметринин жарымынан) кичине экенин далилде.
18. ABC үч бурчтукта $AB=12$ см, $BC=10$ см, $CA=7$ см болсо, үч бурчтуктун эң чоң жана эң кичине бурчтарын тап.
19. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы бурчу 62° болсо, анын кайсы жагы чоң болот? 58° болсочу?
20. ABC үч бурчтукта: а) $\angle A > \angle B > \angle C$; б) $\angle A = \angle B < \angle C$ болсо, үч бурчтуктун жактарын салыштыр.
21. Тең жактуу үч бурчтуктун эки биссектрисасы кесилишкенде пайда болуучу бурчтарды тап.
- 22*. ABC үч бурчтукта $AB > BC$ жана $\angle A=60^\circ$ болсо, B бурч кандай маанилерди кабыл алышы мүмкүн?
- 23*. Үч бурчтуктун α , β жана γ бурчтары үчүн $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ катыштар орундуу болсо, бул кандай үч бурчтук болот?
- 24*. 7-сүрөттөн эң чоң жана эң кичине кесиндилерди көрсөт. Жообунду түшүндүр.
25. 8-сүрөттөгү үч бурчтуктун эң кичине жагын тап.
26. Мындай үч бурчтуктар барбы? Маселенин берилиши туурабы (9-сүрөт)?
27. Периметри 20 см, бир жагы экинчи жагынан 2 см узун, үчүнчү жагынан болсо 4 см кыска үч бурчтук барбы?

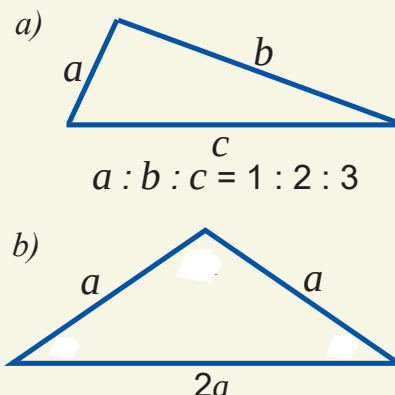
7



8

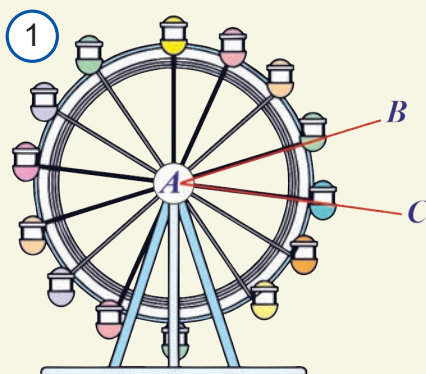


9



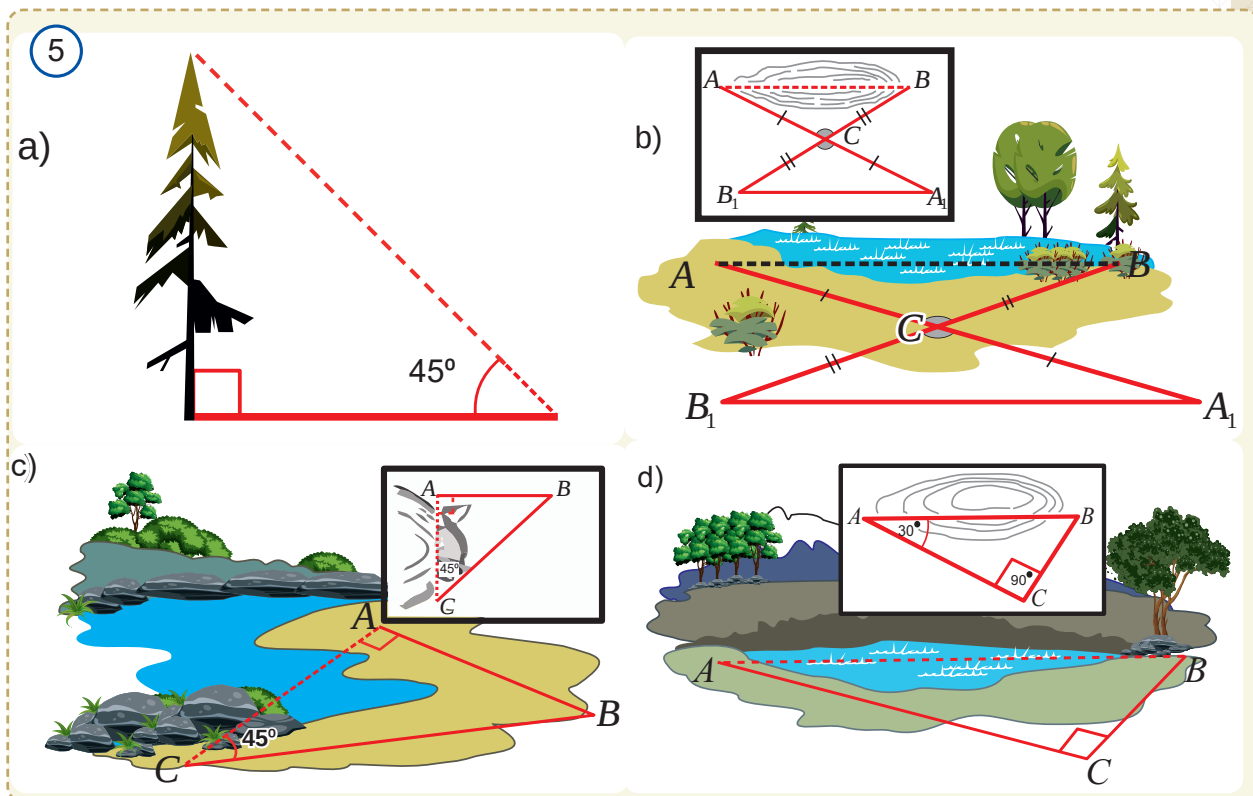
22

ИШ ЖҮЗҮНДӨ МАШЫГУУ ЖАНА КОЛДОНУУ. БИЛИМИҢДИ СЫНАП КӨР



22.1. Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. Адам үч бурчтук түрүндөгү талааны көздөй аракеттенип, алгачкы турган жерине кайтып келсе, ал жалпы канча градуска бурулган болот? Эгерде квадрат түрүндөгү талааны көздөй аракеттенсечи?
2. 1-сүрөттө суу тегирмени берилген. Тегирмендин бир бөлүгү ABC үч бурчтук түрүндө болуп, анда $\angle A = 30^\circ$, $AB = AC$. $\angle B$ жана $\angle C$ ны тап.
3. Зымдын бөлүгүнүн узундугу бүтүн сантиметрлерде ченелет. Андан үч бурчтук жасалат. Үч бурчтуктун бир жагы 1 см, экинчи жагы 10 см. Үч бурчтуктун үчүнчү жагынын узундугу канча болот?
4. Кагазга бурч сызып, анын учун жыртып сал. Бул бурчтун биссектрисасын түзүүгө болобу?
5. Баракты бүктөө аркылуу параллель түз сызыктарды пайда кылса болобу?
6. 2-сүрөттө берилген "Stop" жол белгисинин формасы жактары тең болгон сегиз бурчтук көрүнүшүндө. Анын ички жана сырткы бурчтарынын суммасын тап.
7. 3-сүрөттө берилген автомобиль дөңгөлөгүнүн бир секторунун градус ченемин тап.
8. Узундукту ченөө куралы – бүктөмө метр (4-сүрөт) менен кандай үч бурчтуктарды түзө аласың?
9. Бул бөлүмдө өздөштүргөн билимиңдин негизинде 5-сүрөттө берилген дарак, көл жана аскалардын түздөн-түз ченеп болбогон узундугун аныктоо алгоритмин түз жана негизде.
10. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардык белгисинен пайдаланып, 6-сүрөттө берилген дарыянын кеңдигин аныктоо үчүн аткарылган түзүү ишин түшүндүр жана дарыянын кеңдигин табуу ыкмасын сүрөттө.
11. Куруучулар түз сызыктуу туннелди бир эле убакытта тоонун эки жагынан баштап казып келишти (7-сүрөт). Ченөөлөр $\angle A_1 = 50^\circ 10'$, $\angle B_1 = 48^\circ 20'$ жана $\angle C = 80^\circ 5'$ экенин көрсөтсө, куруучулар туура багытты тандаганбы?



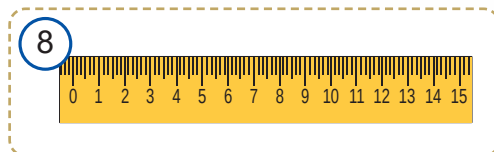
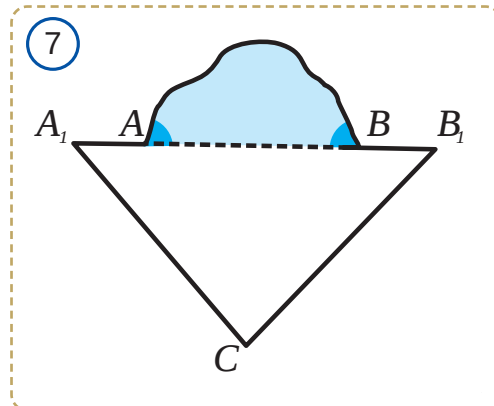
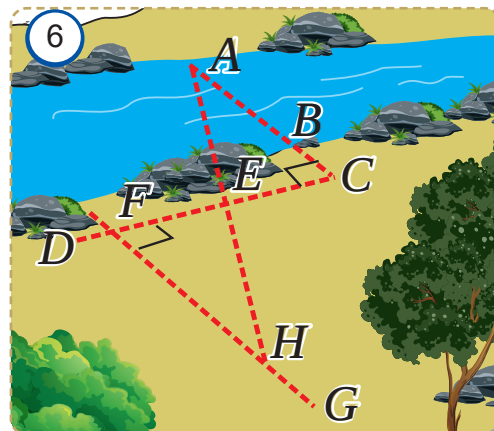
Кызыктуу геометрия

1. 8-сүрөттө берилген эки жактуу, б.а. ар эки жактан пайдаланып түз сызык сызуу мүмкүн болгон адаттагы окуу сызгычынан пайдаланып:

- берилген бурчту эки бирдей бөлүккө бөл;
- берилген кесиндини эки бирдей бөлүккө бөл;
- берилген бурчтан эки эсе чоң бурч жаса;
- берилген кесиндиден эки эсе узун кесинди жаса;
- түз сызыктын чекитине перпендикуляр түшүр;
- берилген түз сызгычка параллель жана берилген чекиттен өтүүчү түз сызыкты сыз;
- берилген чекиттен берилген түз сызгычка перпендикуляр түшүр.

2. Квадратты бир гана:

- бир жагы;
- диагоналы;
- эки карама-каршы жактарынын ортосу;
- эки коңшулаш жактарынын ортосу;
- бир жагы жана борбору;
- борбору жана бир жагында берилген эки чекитине карата кандай тикелөө мүмкүн?



22.2. Билимиңди сынап көр

1. Сүйлөмдөгү бош орундарды логикалык жактан туура сөздөр менен толтур.

1. Үч бурчтуктун ички бурчуна “үч бурчтуктун сырткы бурчу” деп аталат.
2. Үч бурчтук 180° ка тең.
3. Эки бурчунун суммасы 90° ка тең болгон үч бурчтук болот.
4. Үч бурчтуктун сырткы бурчу ага жанаша жатпаган га тең.
5. Эгерде үч бурчтуктун бир бурчу кең болсо, калган эки
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бурчтары болбойт.
7. Үч бурчтуктун ар бир жагы калган жактарынын суммасынан
8. Эки тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасы жана өз ара барабар болсо, бул үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери барабар болсо, ал..... болот.
10. Тик бурчтуу үч бурчтуктун гипотенузасына түшүрүлгөн..... ошол гипотенузанын жарымына тең.
11. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети..... болсо, ал 30° туу бурчтун тушунда жатат.
12. Бурчтун жактарынан бирдей аралыкта алыстаган чекит ошол бурчтун жатат.

2. Төмөндө келтирилген сүйлөмдөрдө ката болсо, аларды тап жана оңдо.

1. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын гипотенузасы жана бирден бурчу тиешелүү түрдө барабар болсо, бул үч бурчтуктар барабар болот.
2. Үч бурчтуктун ички жана сырткы бурчтарынын суммасы 180° ка тең.
3. Үч бурчтуктун сырткы бурчу эки ички бурчтарынын суммасына барабар.
4. Үч бурчтуктун чоң жагынын тушунда тар бурч, чоң бурчунун тушунда кичине жагы жатат.
5. Үч бурчтуктун ар бир жагы калган жактарынын айырмасынан аз.
6. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бир гана бийиктиги бар.
7. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети гипотенузасынын жарымына тең.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктун бийиктиги гипотенузанын жарымына тең.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктардын гипотенузалары өз ара барабар болсо, бул үч бурчтуктар өз ара барабар болушат.
10. Үч бурчтуктун ички бурчу анын калган эки ички бурчунун суммасынан ар дайым кичине болот.
11. Үч бурчтуктун сырткы бурчтары ар дайым кең болот.
12. Тик бурчтуу үч бурчтардын бийиктиги анын тик бурчтуу чокусунда кесилишет.
13. Бурчтун жактарынан бирдей аралыкта жайгашкан чекиттер бурчтун биссектрисасында жатат.
14. Бурчтун биссектрисасы бурчтун жактарынан бирдей аралыкта жайгашкан чекиттердин геометриялык ордуна турат.

3. Жадыбалда келтирилген касиеттер жана мүнөздөмөлөргө дал келүүчү геометриялык түшүнүктөрдү жаз.

1	Ички бурчтарынын суммасы 180° ка тең	
2	Тар бурчтарынын суммасы 90° ка тең	
3	Жактары кесиндилерден турат	
4	Үч бурчтуктун жактарынын арасындагы байланыш	
5	Гипотенузанын жарымына тең	
6	Үч бийиктиги да бир чокуда кесилишет	
7	Катеттен ар дайым чоң	
8	Чекиттери бурчтун жактарынан тең алыстаган	

4. Тесттер.

1. Эгерде үч бурчтуктун бурчтары 2:3:4 сыяктуу катышта болсо, анын бурчтарын тап.

A) 20° , 30° , 40° B) 40° , 60° , 80° C) 36° , 54° , 90° D) 18° , 27° , 36°

2. Эгерде үч бурчтуктун бурчтары 3:2:1 сыяктуу катышта болсо, анын түрүн аныкта.

A) тар бурчтуу B) кең бурчтуу
C) тик бурчтуу D) аныктап болбойт

3. Эгерде үч бурчтуктун бир тышкы бурчу тар болсо, анын түрүн аныкта.

A) тар бурчтуу B) кең бурчтуу
C) тик бурчтуу D) аныктап болбойт

4. Эгерде үч бурчтуктун бир бурчу анын калган экинчи бурчунун суммасынан чоң болсо, анын түрүн аныкта.

A) тар бурчтуу B) кең бурчтуу
C) тик бурчтуу D) аныктап болбойт

5. Кайсы үч бурчтуктун бийиктиги анын бир чокусунда кесилишет?

A) тең капталдуу үч бурчтук
B) тең жактуу үч бурчтук
C) тик бурчтуу үч бурчтук
D) мындай үч бурчтук жок

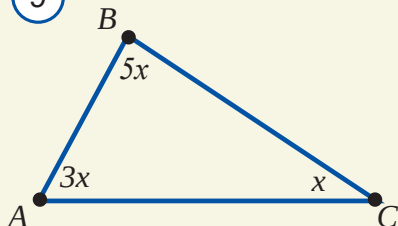
6. ABC үч бурчтуктун A чокусундагы тышкы бурчу 120° ка, C чокусундагы ички бурчу болсо 80° ка барабар. B чокусундагы тышкы бурчту тап.

A) 120° B) 140° C) 160° D) 40°

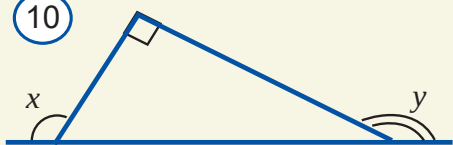
7. Үч бурчтуктун тышкы бурчтарынан бири 120° ка, ошол бурчка жанаша жатпаган ички бурчтарынын айырмасы 30° ка барабар. Үч бурчтуктун ички бурчтарынын чоңун тап.

A) 70° B) 75° C) 85° D) 90°

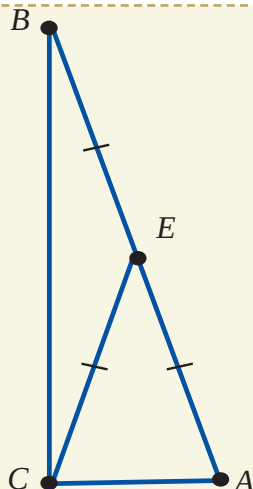
9



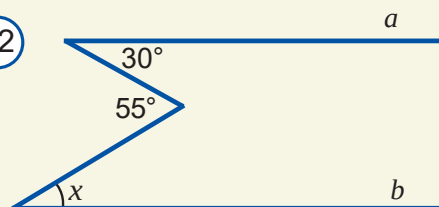
10



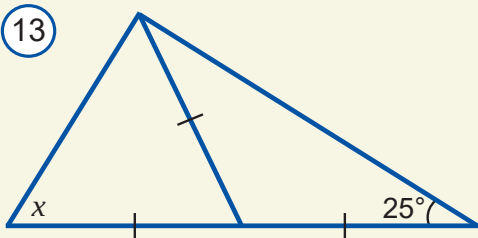
11



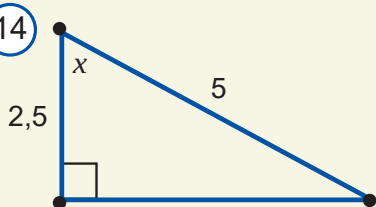
12



13



14



8. Үч бурчтуктун эки бурчунун маанилеринин катышы 1:2 сыяктуу. Үчүнчү бурчу ушул бурчтардын кичинесинен 40° ка чоң. Үч бурчтуктун кең бурчун тап.

A) 105° B) 75° C) 80° D) 90°

9. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 48 ге тең. Анын жактарынын бири 12 ге тең болсо, калган жактарын тап.

A) 18; 12 B) 16; 16 C) 18; 24 D) 18; 18

10. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан биссектриса жана бийиктик чыккан, алардын арасындагы бурч 24° ка барабар. Үч бурчтуктун тар бурчун тап.

A) 21° B) 24° C) 36° D) 16°

11. 9-сүрөттөгү $\angle A$ ны тап.

A) 10° B) 20° C) 60° D) 100°

12. Узундуктары 3, 5, 7 жана 11 ге тең кесиндилерден канча түрдүү үч бурчтук түзүү мүмкүн?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6

13. 10-сүрөттөгү $x + y$ ти тап.

A) 90° B) 180° C) 270° D) аныктап болбойт.

14. 11-сүрөттөгү $\angle BCA$ ны тап.

A) 90° B) 96° C) 144° D) 84°

15. 12-сүрөттө $a \parallel b$ болсо, x ти тап.

A) 35° B) 45° C) 25° D) 20°

16. 13-сүрөттөгү x ти тап.

A) 60° B) 55° C) 65° D) 70°

17. 14-сүрөттөгү x ти тап.

A) 30° B) 45° C) 15° D) 75°

18. Узундугу 2 см, 3 см, 4 см жана 5 см болгон кесиндилерден канча үч бурчтук түзүү мүмкүн?

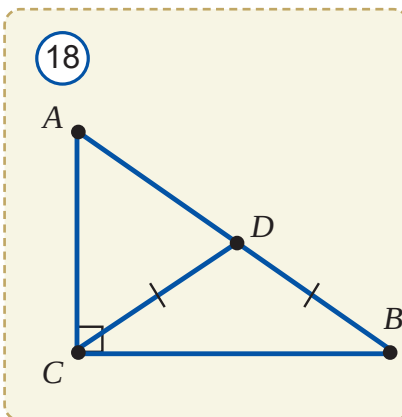
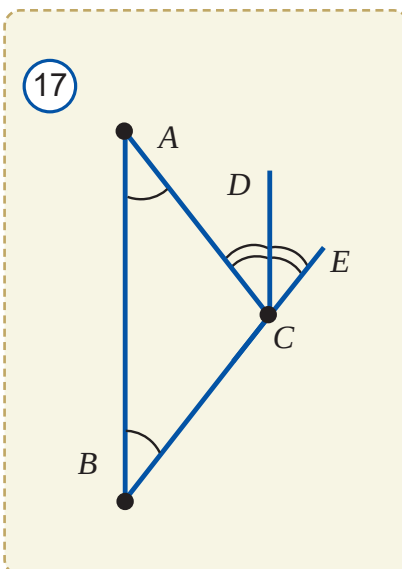
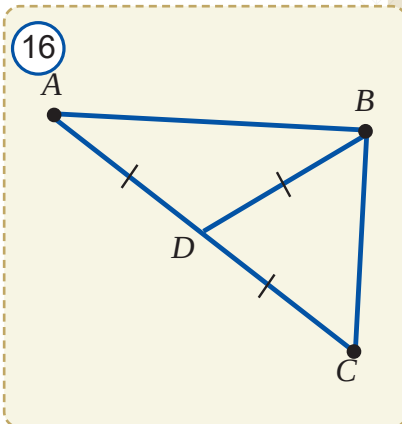
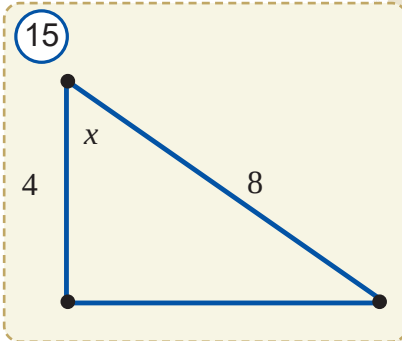
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

19. Үч бурчтуктун каалаган жагы анын калган экинчи жагынын айырмасынан

A) чоң B) кичине C) барабар D) чоң же барабар болот.

5. Маселелер.

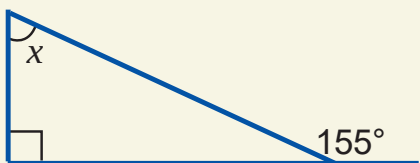
1. Түзүүчүлөрүнүн узундугу 1 м, 2 м, 4 м, 8 м жана 16 м болгон туюк сызык түзүүгө болобу?
2. Эгерде үч бурчтуктун жактары бүтүн сандар болуп, периметри 15 ке тең болсо, анын жактарын аныкта.
3. Үч бурчтуктун бийиктиги анын жактарынан дайыма эле кичине болобу?
4. Чоң жагы 36 га барабар болгон үч бурчтуктун бурчтары 1:2:3 сыяктуу катышта болсо, үч бурчтуктун кичине жагын тап.
5. Үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн бийиктик анын каптал жактары менен 27° жана 36° бурчтарды пайда кылат. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.
6. Тик бурчтуу ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда A жана A_1 тик бурчтар, BD жана B_1D_1 биссектрисалар жана $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ болсо, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ экенин далилде.
7. 15-сүрөттөгү x ти тап.
8. 16-сүрөттөгү $\angle ABC$ ны тап.
9. 17-сүрөттө $AB \parallel CD$ экенин далилде.
10. Тең капталдуу үч бурчтуктун бир бурчу 100° ка барабар. Үч бурчтуктун калган бурчтарын тап.
11. Эгерде тең капталдуу үч бурчтуктун бурчтарынын бири 60° ка барабар болсо, бул үч бурчтук тең капталдуу боло алабы?
12. Негизи AC жана B бурчу 36° ка барабар болгон тең капталдуу ABC үч бурчтуктун AD биссектрисасы өткөрүлгөн. CDA жана ADB үч бурчтардын тең капталдуу экенин далилде.
13. Биринчи үч бурчтук 60° жана 38° бурчтарга, экинчи үч бурчтук болсо 38° жана 82° бурчтарга ээ. Бул үч бурчтуктар барабар болушу мүмкүнбү?
14. 18-сүрөттө $BD = CD = 10$ болсо, AB ны тап.



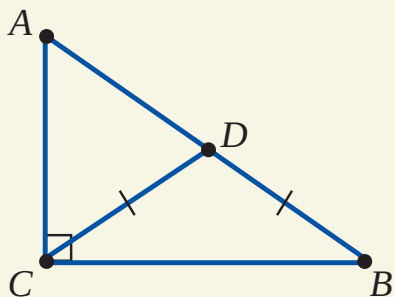
15. Үч бурчтуктун периметри жактарынан 14 см, 16 см жана 24 см чоң болсо, үч бурчтуктун эң чоң жагын тап.
16. Тик бурчтуу ABC үч бурчтуктун тик бурчунун чокусунан CD бийиктик түшүрүлгөн. Эгерде а) $A = 24^\circ$; б) $A = 70^\circ$ болсо, CDB бурчту тап.
17. Тең капталдуу үч бурчтуктун биринчи тышкы бурчу 70° ка барабар. Анын ички бурчтарын тап.
18. ABC үч бурчтуктун A жана C чокуларынан түшүрүлгөн бийиктик N чекитте кесилишет. Эгерде $\angle A = 50^\circ$ жана $\angle C = 84^\circ$ болсо, ANC бурчун тап.
19. ABC үч бурчтукта BD медиана AC жактарынын жарымына барабар. Үч бурчтуктун B бурчун тап.
20. Периметри 23 м, биринчи жагы экинчи жагынан 2 м ге кыска, үчүнчү жагынан болсо 1 м ге узун үч бурчтук барбы?
21. ABC үч бурчтукунда A бурчу B бурчунан 3 эсе кичине, C бурчунан болсо 15° ка чоң. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.
- 22*. Үч бурчтуктун экинчи бийиктиги экөөнүн кесилишүүчү чекитинде тең экиге бөлүнбөстүгүн далилде.
- 23*. Үч бурчтукту төрт параллель түз сызык кесип өтөт. Алардын бири үч бурчтуктун чокусунан кеңдигин далилде.

5-текшерүү иштин үлгүсү

1



2



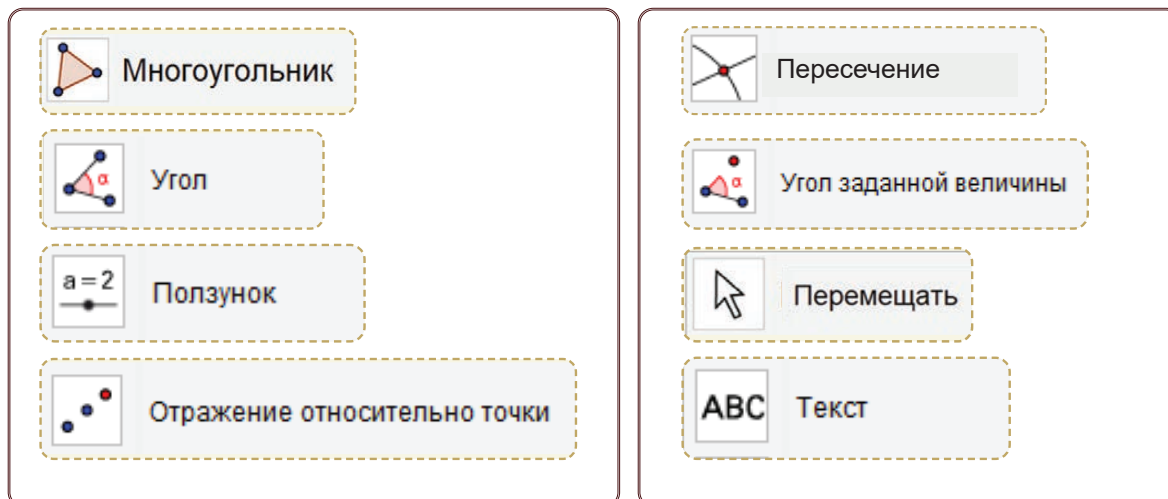
Үлгүлүү текшерүү иш эки бөлүктөн турат:

1. 145-беттеги тесттерге окшогон 5 тест;
2. Төмөнкү маселелерге окшогон 3 маселе (4-маселе “эң жакшы” баа алууну каалаган окуучулар үчүн кошумча).
1. Белгисиз бурчту тап (1-сүрөт).
2. Үч бурчтуктун тышкы бурчу 120° болуп, ага жанаша жатпаган ички бурчу 1:2 катышта болсо, үч бурчтуктун бурчтарын тап.
3. Эгерде 2-сүрөттө $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = BD$ жана $AB = 24$ см болсо, CD кесиндини тап.
4. ABC үч бурчтук BD биссектрисасы AC жактары 100° бурч астында кесилишет. Эгерде $BD = DC$ болсо, үч бурчтуктун бурчтарын тап.

Практикалык тапшырмалар

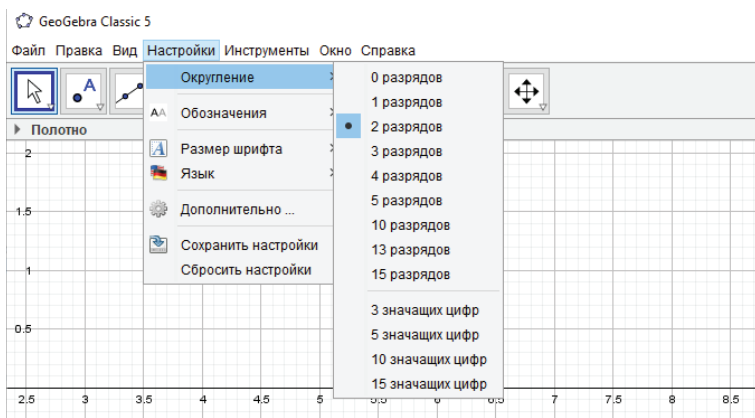
Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын визуалдаштыруу

Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын визуалдаштыруу үчүн төмөнкү инструменттер керек болот.

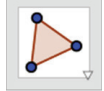
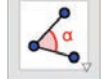


Керектүү компоненттер:

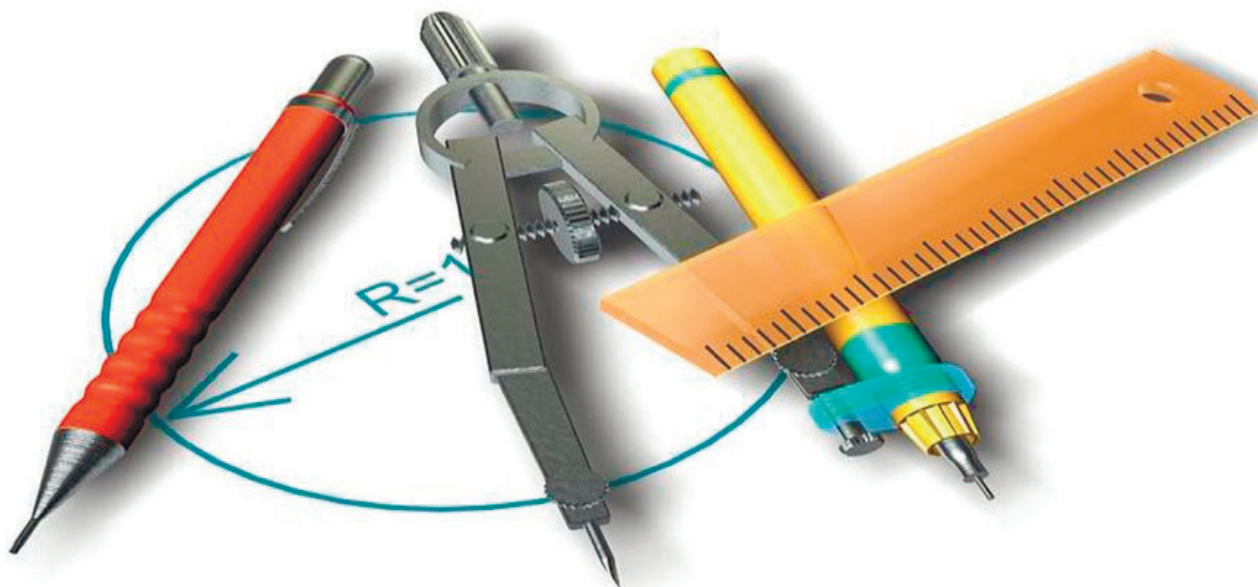
- **GeoGebra**да жаңы терезе ач.
- **GeoGebra** интерфейсин “Настройки” –  “Геометрия” көрүнүшүнө өткөр.
- “Вид” менюсу аркылуу “Строка ввода” (Киритүү сабы) аянтын активдештир.
- “Настройки” менюсунан “Округление – 0 разрядов”, б.а. сандын ондук бөлчөгүн тегеректөөнү белгиле.



Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын визуалдаштыруу алгоритми

1		Каалагандай ABC үч бурчтуктун чыкканды саат стрелкасына каршы багытта аракеттендирүү аркылуу түз.
2		ABC үч бурчтуктун α , β жана γ бурчтарын белгиле.

3		δ бурч үчүн 0° тан 180° аралыкта 10° кадам менен жылдырып (ползунок) пайдалан.
4		ε бурч үчүн 0° тан 180° аралыкта 10° кадам менен жылдырып (ползунок) пайда кыл.
5		AC кесиндинин ортосу – D жана AB кесиндинин ортосу – E чекиттерди пайдалан.
6		Үч бурчтукту D чекити айланасында δ бурчка бур (саат жебеси багытында).
7		Үч бурчтукту E чекити айланасында ε бурчуна бур (саат жебесинин багытына каршы)
8		Эки δ жана ε менен сүргүчтөрдү (ползунок) 180° ка өзгөрт.
9		$A' C' B'$ бурчту ζ пайдалан.
10		$C' B' A'$ бурчту η пайдалан.
11		Объектин үстүндө чычкандын оң топчусун бас жана контекст менюдан “Свойства” буйругун танда. Объектин түсү, көрүнүшү, сызыктын калыңдыгы сыяктууларды үйрөнүп чык.
12		Үч бурчтуктун ички бурчтарын сүрөттөөчү динамикалык текстти пайдалан. Мисалы, $\alpha =$ “Объекты” бөлүмүнөн α ны танда.
13		“Ввод” – киргизүү катарына $\text{sum} = \alpha + \beta + \gamma$ ны киргизүү аркылуу үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасын эсепте.
14		Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы динамикалык тексттин көрүнүшүнөн сүрөттө: $\alpha + \beta + \gamma =$ текстти киргизүү, андан кийин “Панель объектов” аянтындагы $\text{sum}=180^\circ$ үстүнө басуу.
15		Үч бурчтуктун бурчтары жана анын аталышы, түсү жана көрүнүшүн өзгөрт.



V БӨЛҮМ

ГЕОМЕТРИЯЛЫК ТҮЗҮҮГӨ КАРАТА МАСЕЛЕЛЕР

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан кийин, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

- циркуль жана жөнөкөй сызгыч менен геометриялык түзүүгө карата маселелерди чыгарууда амал кылуучу атайын эрежелер;
- геометриялык түзүүгө карата маселелерди чыгаруу баскычтары.

Практикалык көндүмдөр:

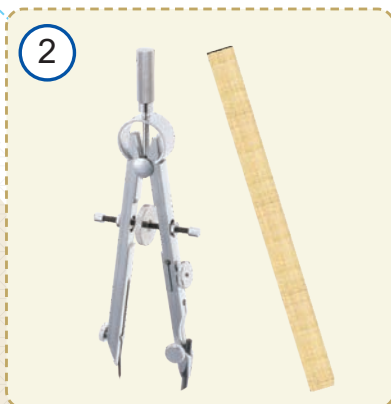
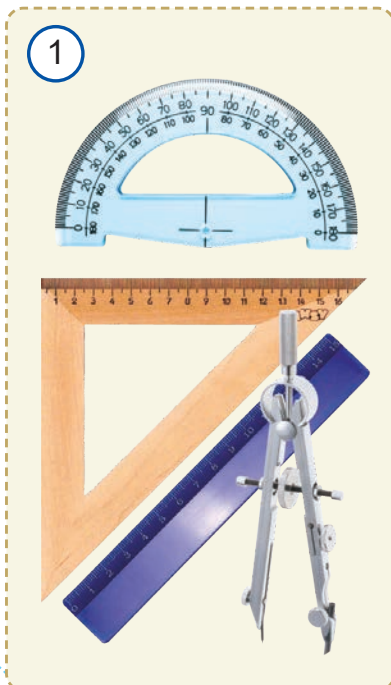
- сызгыч жана циркулдан туура пайдалануу;
- берилген бурчка барабар бурчту түзүү;
- бурчтун биссектрисасын түзүү;
- перпендикуляр түз сызыктарды түзүү;
- кесиндини тең бөлүккө бөлүү;
- берилген элементтерге карата үч бурчтарды түзүү.

23

ЦИРКУЛЬ ЖАНА СЫЗГЫЧ МЕНЕН ГЕОМЕТРИЯЛЫК ТҮЗҮҮГӨ ТИЕШЕЛҮҮ МАСЕЛЕЛЕР

23.1. Геометриялык түзүүгө тиешелүү эрежелер

Түзүүгө тиешелүү маселелерди бир гана жөнөкөй сызгыч жана циркуль аркылуу чыгаруу логикалык ой жүгүртүү жөндөмүн өстүрөт. Бул усул Байыркы Грецияда искусство даражасына жеткен эле. Ушул убакытка чейин түрдүү аспаптар менен ар түрдүү геометриялык фигураларды түзүп келдик. Мисалы, сызгыч менен түз сызык, шоола, кесинди, үч бурчтук жана башка фигураларды сызып келдик. Сызгыч жана транспортер менен түрдүү бурчтарды түздүк. Циркуль менен болсо айлана жана жааларды сүрөттөдүк (1-сүрөт).



Белгилүү болгондой, көптөгөн геометриялык фигураларды бир гана **жөнөкөй сызгыч** жана **циркуль** (2-сүрөт) менен түзүү мүмкүн экен. Жөнөкөй сызгыч дегенде масштабдуу бөлүктөргө ээ болбогон жана бир жактуу түз сызгычты түшүнөбүз.

Ошондуктан геометрияда бул эки аспап менен түзүүгө тиешелүү маселелер өзүнчө бөлүп көрсөтүлөт. Бул эки аспаптан пайдалануунун атайын эрежелери бар.

Алардын жардамында төмөнкү иштерди гана аткарууга уруксат берилет:

Жөнөкөй сызгыч менен төмөнкүлөрдү гана сызуу мүмкүн:

- каалагандай түз сызык;
- белгилүү бир чекиттен өтүүчү түз сызык;
- эки чекиттен өтүүчү түз сызык.

Циркуль менен төмөнкүлөрдү гана жасоо мүмкүн:

- каалагандай айлана сызуу;
- борбору берилген чекитте болгон каалагандай радиустуу айлана сызуу;
- белгилүү радиустуу, борбору болсо каалагандай чекитте болгон айлана сызуу;
- борбору берилген чекитте, радиусу берилген кесиндиден турган айлана сызуу;
- берилген кесиндиге барабар кесиндини түз сызыкка анын белгиленген чекитинен баштап ар эки багытта коюу мүмкүн.

Башка ар кандай геометриялык түзүүлөр ушул амалдарга келтирилет. Түзүүгө тиешелүү маселелерде геометриялык фигураны түзүү жолун, усулун табуу гана талап кылынбастан, о.э, пайда болгон геометриялык фигура чындап эле берилген шарттарды канааттандыраарын негиздөө, б.а. далилдөө да керек болот.

Ошондуктан түзүүгө карата кээ бир татаал маселелерди чыгарууну баяндоо жараяны узун болушу мүмкүн. Ошондуктан түзүүгө тиешелүү маселелердин ичинен негизги, таяныч маселелерин бөлүп алабыз жана аларды чыгаруу жараянын толук далили менен көрсөтөбүз.

Татаал маселелерди чыгарууда мындай маселелерге туш келсек, кыскартуу үчүн аларга толук түшүндүрмө бербейбиз.

23.2. Геометриялык түзүүгө карата негизги маселелер

Берилген бурчка тең бурч жасоо

Түзүү. A бурч берилген. Ага тең бурч түзөбүз, б.а. O шоолага (3-сүрөт) A бурчуна барабар бурч коёбуз.

1-кадам. Борбору A чекитте болгон каалагандай айлана сызабыз (3-4-сүрөт). Бул айланада берилген A бурчтун жактарын B жана C чекиттерде кесип өтөт.

2-кадам. Радиусу сызылган айлананын радиусуна барабар жана борбору O чекитте болгон айлана сызабыз (4-сүрөт). Бул айлананын O шооласы менен кесилишүүчү чекитти D менен белгилейбиз.

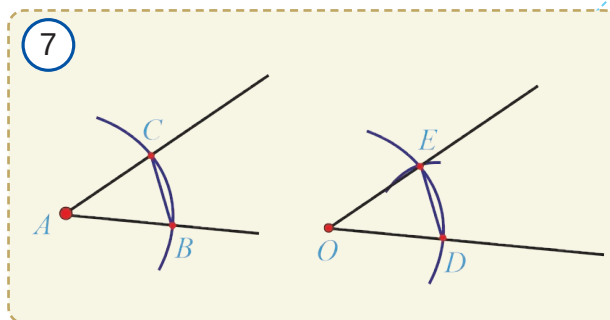
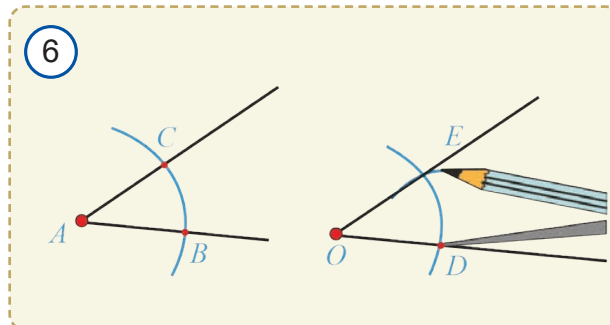
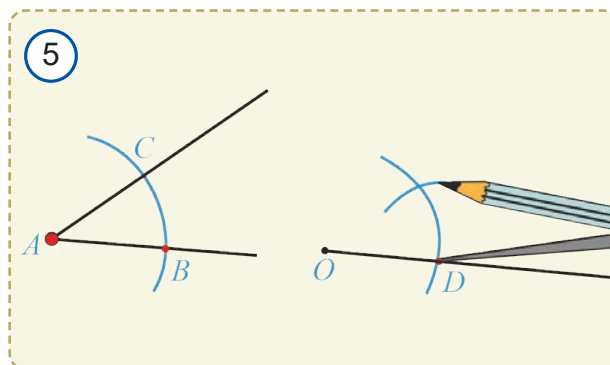
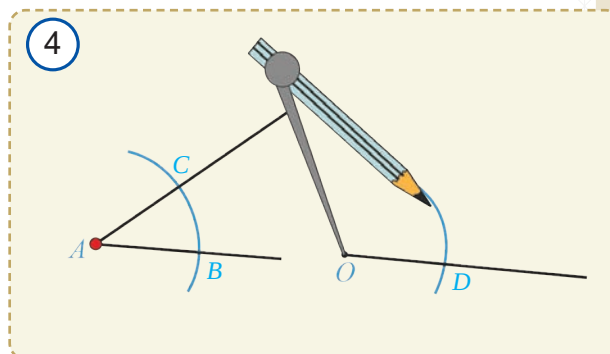
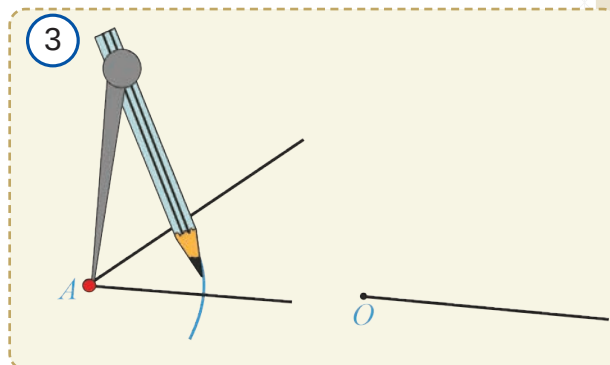
3-кадам. Борбору D чекитте, радиусу болсо BC га барабар болгон үчүнчү айлананы сызабыз (5-сүрөт). Анын экинчи айлана менен кесилишүүчү чекиттеринен бирин, мындайча айтканда, жогорку жарым тегиздикте жатканын E менен белгилейбиз (6-сүрөт).

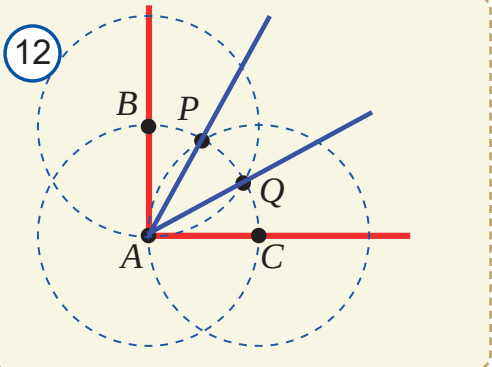
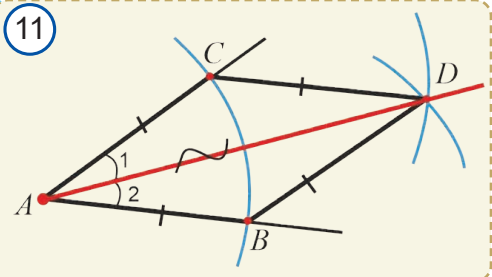
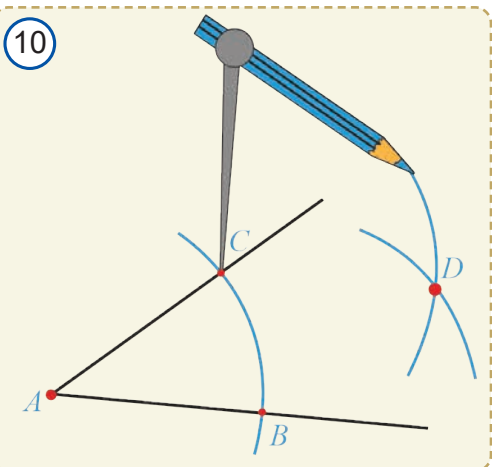
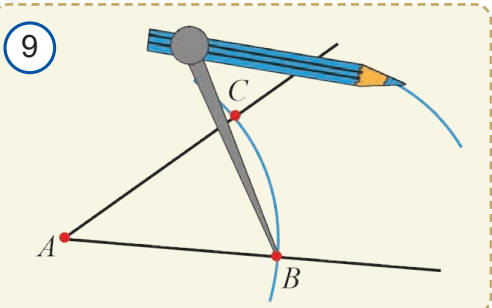
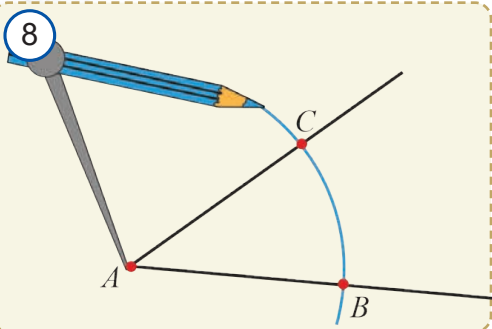
4-кадам. OE шооласын өткөрөбүз (6-сүрөт). Пайда болгон EOD бурчу O шоолага коюлган, берилген A бурчуна барабар бурч болот.

Негиздөө. 7-сүрөттө берилген ABC жана ODE үч бурчтуктарда түзүүгө карата: $AB=OD$, $AC=OE$ жана $BC=DE$.

Демек, үч бурчтуктар барабардыгынын ТТТ белгисине көрө: $\triangle ABC = \triangle ODE$. Демек, $\angle DOE = \angle A$.

Эскертүү. Бул маселе эки чыгарылышка ээ болуп, чечими 3-баскычта O шооласы жаткан түз сызык бөлүп турган кайсы жарым тегиздик алынышына байланыштуу болот.





2. Бурчтун биссектрисасын түзүү

Айталы, $\angle A$ бурчу берилген болсун. Бул бурчту барабар эки бөлүккө бөлүү, б.а. анын биссектрисасын түзүү үчүн төмөнкүдөй жол тутулат:

Түзүү.

1-кадам. Борбору A чекитте болгон каалагандай радиустуу айлана сызылат (8-сүрөт) жана анын бурчтун жактары менен кесилишкен чекиттери B жана C белгиленет.

2-кадам. Радиусту өзгөртпөй, борборлору B жана C чекитинде болгон эки айлана сызылат (9-сүрөт). Бул эки айлананын кесилишүүсүнөн пайда болгон D чекити белгиленет (10-сүрөт).

3-кадам. A жана D чекитинен өтүүчү AD шооласы жүргүзүлөт (10–11-сүрөттөр).

AD шоола – берилген бурчтун биссектрисасы болот.

Негиздөө. $\triangle ABD$ жана $\triangle ACD$ үч бурчтуктарында (11-сүрөт)

- 1) түзүүгө карата $AB = AC$;
- 2) түзүүгө карата $BD = CD$;
- 3) AD – жалпы жагы.

Үч бурчтуктардын барабардыгынын ТТТ белгисине карата, $\triangle ABD = \triangle ACD$. Демек, $\angle BAD = \angle CAD$.



Маселе. Берилген тик бурчту барабар үч бөлүккө бөл.

Чыгаруу. $\angle A$ тик бурч берилген болсун. Анын чокусун борбор кылып, каалагандай радиустуу айлана сызабыз (12-сүрөт). Айлананын тик бурчтун жактарын B жана C чекиттен кесип өтсүн. Радиусун өзгөртпөстөн борбору B жана C чекиттерде жайгашкан дагы эки айлана сызабыз. Бул айланалар биринчи айлана менен кесилишкен чекиттерден тик бурчтун ичинде жатканын P жана Q менен белгилейбиз. AP жана AQ шоолаларын сызабыз. Бул шоолалар берилген тик бурчту үч барабар бурчка бөлөт. Бул ырастоонун тууралыгын өз алдынча негизде.

Эскертүү. Берилген каалагандай бурчту үчкө бөлүү маселеси өтө байыркы жана атактуу маселе болуп, бул жөнүндө көптөгөн аалымдар баш катырышкан. XIX кылымга келип гана айрым бурчтар эске алынбастан, адатта бурчту барабар үч бөлүккө бөлүүгө болбостугу далилденген. Мисалы, 60° туу бурчту барабар үч бөлүккө бөлүп болбойт. Албетте, сөз жөнөкөй сызгыч жана циркуль менен так түзүү жөнүндө жүрүп жатат. Бул аспаптар менен өтө чоң тактыкта жакындаштырып түзүү же башка аспаптардан пайдаланып так түзүү аткарылышы мүмкүн.

3. Берилген түз сызыкка перпендикуляр түз сызык түзүү

Берилген a түз сызыкка анын O чекитинен өтүүчү перпендикуляр түз сызыкты түзөбүз.

Түзүү.

1-кадам. O чекитти борбор кылып каалагандай айлана сызабыз. Ал берилген түз сызыкты A жана B чекиттерде кесип өтсүн (13-сүрөт).

2-кадам. A жана B чекиттерин борбор кылып, радиусу AB га тең айланаларды сызабыз (14–15-сүрөттөр). Бул айланалардын кесилишүүчү чекиттеринен бирин P деп белгилейбиз.

3-кадам. P жана O чекиттеринен өтүүчү OP түз сызыгын түзөбүз (15–16-сүрөт).

OP түз сызыгы берилген a түз сызыгына анын O чекитинен өтүүчү перпендикуляр болот.

Негиздөө. AOP жана BOP үч бурчтуктарына карайбыз. Аларда түзүүгө карата:

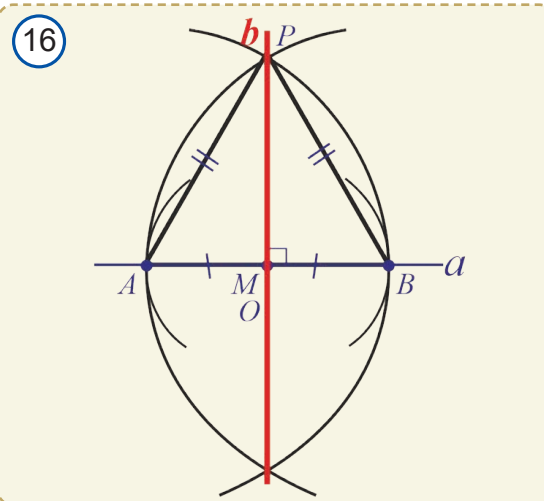
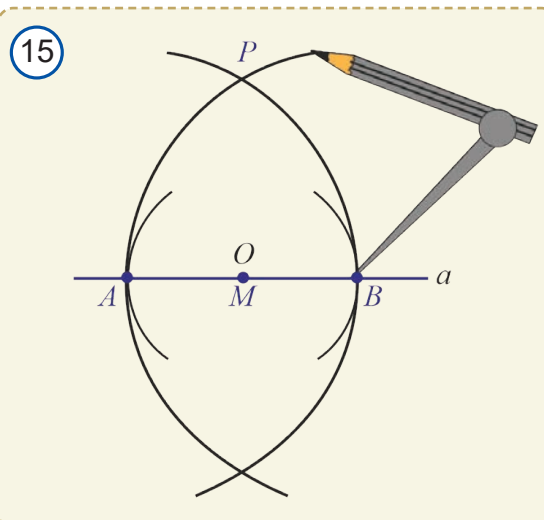
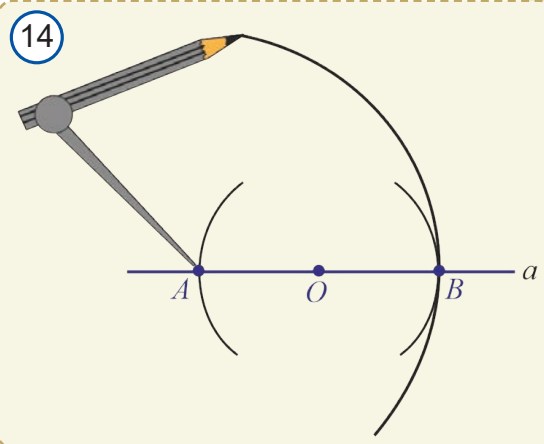
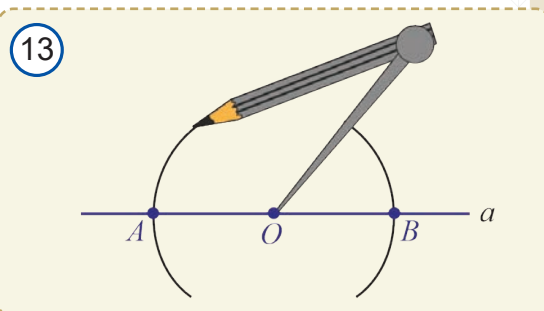
- 1) $AO = BO$;
- 2) $AP = BP$;
- 3) PO болсо жалпы жак.

Демек, үч бурчтуктар барабардыгынын ТТТ белгисине ылайык: $\triangle AOP = \triangle BOP$. Анда, $\angle AOP = \angle BOP$.

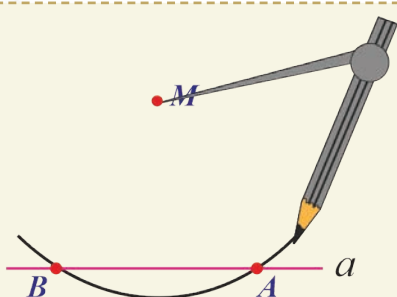
Бирок $\angle AOP + \angle BOP = 180^\circ$.

Мындан $\angle AOP = \angle BOP = 90^\circ$ экени келип чыгат.

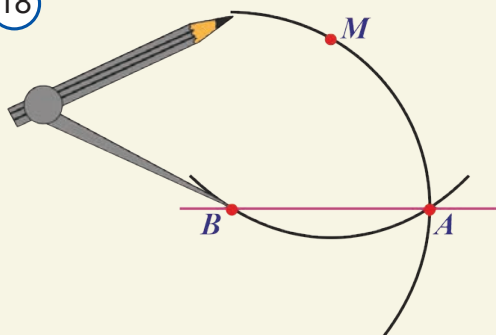
Демек, чындап эле $OP \perp a$.



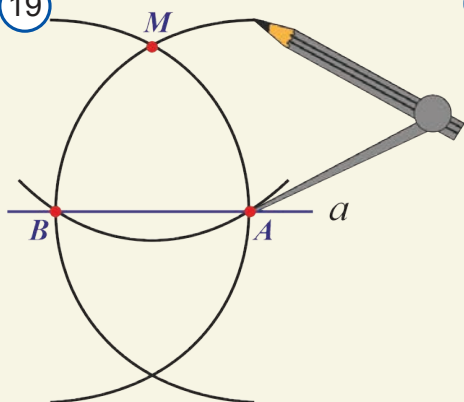
17



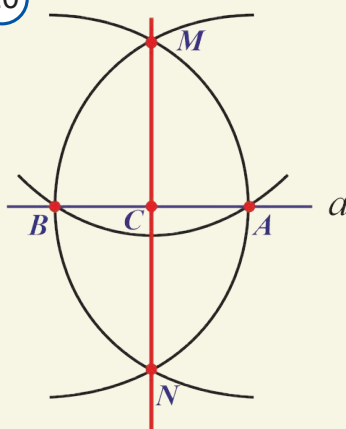
18



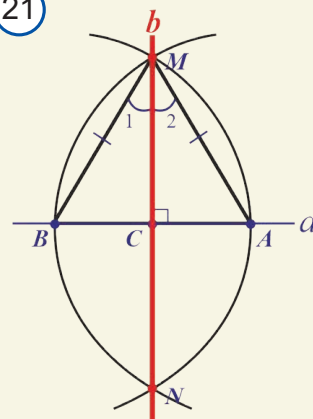
19



20



21



4. Берилген түз сызikka анда жатпаган чекиттен перпендикуляр түшүрүү

Берилген a түз сызikka анда жатпаган M чекиттен өтүүчү перпендикулярдуу түз сызикты түзөбүз.

Түзүү. 1-кадам. Борбору M чекитинде болгон, a түз сызыгын кесип өтүүчү каалагандай айлана сызабыз. Ал берилген түз сызикты A жана B чекиттерде кесип өтсүн (17-сүрөт).

2-кадам. Борборлору A жана B чекитинде болгон, радиусу биринчи сызылган айлананын радиусуна барабар болгон айланаларды сызабыз (18–19-сүрөттөр). Бул айланалардын кесилишүү чекиттеринин бири M чекити болот. Экинчисин N менен белгилейбиз (20-сүрөт).

3-кадам. M жана N чекиттеринен өтүүчү түз сызык сызабыз. MN берилген a түз сызыгына перпендикулярдуу жана анда жатпаган M чекиттен өтүүчү түз сызык болот.

Негиздөөнү 21-сүрөттүн негизинде өз алдыңча аткар.

Бул маселени чыгарып, a түз сызыгынан сырттагы чекит аркылуу a түз сызыгына перпендикуляр түз сызык өткөрүүгө болот деген жыйынтыкка келебиз. Мындан 14-сабакта келтирилген теореманын натыйжасынан төмөнкү теореманын туура экени келип чыгат.



Теорема. Түз сызикта жатпаган чекит аркылуу бул түз сызikka перпендикулярдуу болгон бир гана түз сызык жүргүзүүгө болот.

5. Берилген кесиндини барабар эки бөлүккө бөлүү

Түзүү. Айталы, AB кесиндиси берилген болсун. Бул кесиндини барабар экиге бөлүүчү чекитти табуу үчүн төмөнкүдөй жол тутулат:

1-кадам. Радиусу берилген AB кесиндисине барабар болгон, борборлору A жана B чекиттеринде болгон эки айлана сызылат (22-сүрөт).

2-кадам. Айланалар кесилишкен P жана D чекиттери кесинди менен туташтырылат (23-сүрөт). PD түз сызык менен AB кесинди кесилишкен чекит O берилген кесиндинин ортосу болот.

O чекит чындыгында да AB кесиндинин ортосу болоорун өз алдынча негизде.

6. Берилген кесиндинин орточо перпендикулярын түзүү

Түзүү. AB кесиндиси берилген болсун. Борборлору A жана B чекитинде болгон AB радиустуу айлана сызабыз (24-сүрөт). Бул айланалар P жана D чекиттеринде кесилишет жана түзүүгө карата:

$AP=AD=BP=BD$ болот.

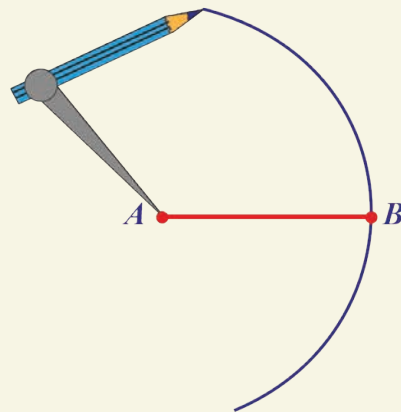
PD түз сызыгын өткөрөбүз.

Бул түз сызык AB кесиндисинин орточо перпендикуляры болот.

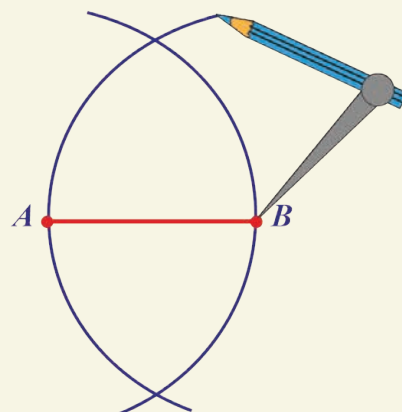
Негиздөө. P жана D чекиттери AB кесиндисинин чокуларынан бирдей алыстыкта жаткандыктан ушул кесиндинин ортосунан өтүүчү перпендикулярда жатат.

Демек, бул чекиттерден өтүүчү түз сызык берилген кесиндинин орточо перпендикуляры болот.

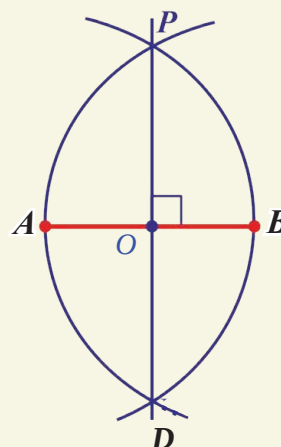
22



23



24

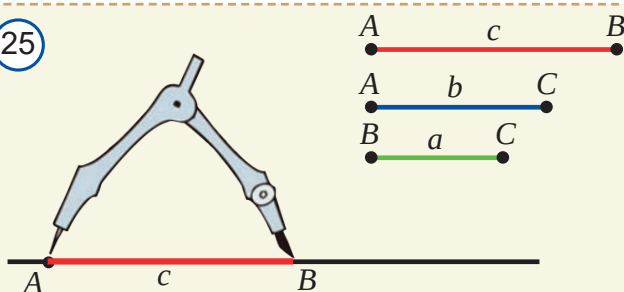


Геометриялык баш катырма

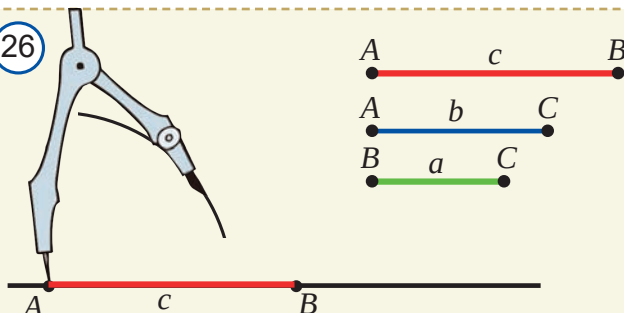
Алмазбек айлана сызып болгондон кийин, анын борборун калемде белгилөөнү унутканын байкап калды. Өчөшкөндөй, дептерде циркулдун изи да калбаган. Бирок айлананын радиусу 12 см экени анын эсинде эле. Бул маалыматтан пайдаланып, бир гана циркуль менен сызылган айлананын борборун табууга болобу?

7. Үч бурчтукту берилген үч жагына карата түзүү

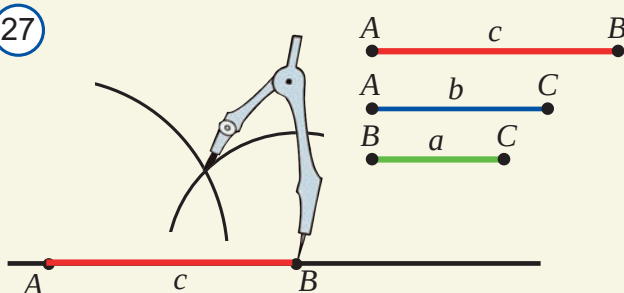
25



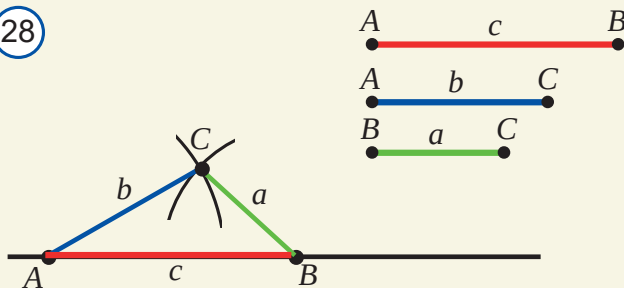
26



27



28



Айталы, 25-сүрөттө берилгендей, узундуктары тиешелүү түрдө a , b жана c га барабар кесиндилер берилип, c алардын эң чоңу болсун. Жактары тиешелүү түрдө $AB = c$, $BC = a$ жана $AC = b$ болгон үч бурчтукту түзүү үчүн төмөнкүдөй жол тутабыз:

1-кадам. Каалагандай түз сызык сызабыз. Түз сызыкка узундугу c га барабар болгон AB кесиндини циркуль менен бөлүп алабыз (25-сүрөт).

2-кадам. A жана C чекиттеринин арасындагы аралык b га барабар болушу керек. Мындан пайдаланып борбору A чекитинде, радиусу b га барабар болгон айлана сызабыз (26-сүрөт).

3-кадам. B жана C чекиттеринин арасындагы аралык болсо a га барабар болушу керек. Мындан пайдаланып, борбору B чекитинде, радиусу a га барабар болгон дагы бир айлана сызабыз (27-сүрөт).

4-кадам. Бул айланалардын кесилишкен чекитин C менен белгилейбиз. C чекитин A жана B чекиттери менен туташтырабыз (28-сүрөт). Түзүүгө байланыштуу: $AC = b$ жана $BC = a$ болот. Андан пайда болгон ABC үч бурчтугунун жактары тиешелүү түрдө a , b жана c га барабар болот.

Талдоо. Түзүүдөн белгилүү болгондой, эгерде 2- жана 3-кадамда түзүлгөн айланалар кесилишкенде гана чечим бар болот. Ал үчүн $a + b > c$ болушу керек.

Эскертүү. Бул ыкмадан пайдаланып, берилген үч бурчтукка барабар үч бурчтукту да түзүүгө болот. Мында a , b жана c кесиндилеринин узундугу циркульдун учун берилген үч бурчтуктун тиешелүү учуна коюу менен аныкталат.

Ошондой эле, 1-пункттагы берилген бурчка барабар бурчту түзүү маселесин жогорудагы ыкманын жардамында чечүүгө болот. Ал үчүн берилген A бурчунун жактарына тиешелүү түрдө B жана C чекиттери тандалып, ABC үч бурчтугу пайда кылынат. Кийин жогоруда келтирилген ыкма менен ушул үч бурчтукка барабар үч бурчтук түзүлөт. Үч бурчтуктар барабар болгондуктан алардын тиешелүү бурчтары да барабар болот.

23.3. Геометриялык түзүүгө байланыштуу татаал маселелерди чыгаруу

Геометриялык түзүүгө байланыштуу маселелерди чыгаруу процесси *талдоо*, *түзүү*, *негиздөө* жана *изилдөө* сыяктуу баскычтардан турат.

Геометриялык түзүүгө байланыштуу маселелерди чыгаруунун баскычтары	
1. Талдоо баскычы	Түзүлүүчү фигуранын болжолдуу чиймеси сызылат. Анын элементтери жана маселенин шартында берилген элементтердин арасындагы байланыштар аныкталат. Геометриялык фигураны сызуу планы түзүлөт.
2. Түзүү баскычы	Геометриялык фигурар түзүлгөн планга ылайык түзүлөт.
3. Негиздөө баскычы	Түзүлгөн фигура маселенин бардык шарттарын канааттандырышы далилденет.
4. Изилдөө баскычы	Маселенин чечиминин бар экени, чечимдердин саны аныкталат же чечимдин жоктугу, б.а. мындай фигураны түзүү мүмкүн эместиги көрсөтүлөт.

Эгерде маселе жөнөкөй болсо, түзүү баскычында башка кээ бир баскычтар оозеки аткарылат. Кээ бир учурларда изилдөө баскычы тереңирээк, 8–9-класстарда өтүлүүчү билимди талап кылса аны убактылуу түшүрүп калтырабыз.

Маселе. Тең капталдуу үч бурчтукту анын негизине жана негизге түшүрүлгөн бийиктикке карай түз (29-сүрөт).

Түзүү. $AB=c$ негиз жана $CD=h_c$ бийиктик түзүлүүчү ABC тең капталдуу үч бурчтуктун берилген элементтери болсун (30-сүрөт).

1. Талдоо баскычы. Айталы, ABC үч бурчтугу түзүлгөн болсун. Анын AB негизи берилгендиктен A жана B чокуларынын орду анык. C чокусунун ордун тапсак, маселе чечилет. Белгилүү болгондой, CD бийиктиги тең капталдуу үч бурчтуктун негизинин ортосуна түшөт.

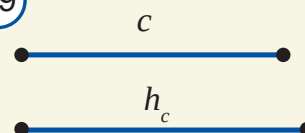
Демек, берилген AB негизинин ортосу D чекитин таап, ушул чекиттен негизине перпендикуляр түшүрсөк жана перпендикуляр D чекитинен баштап берилген бийиктик кесиндисин ажыратсак, C чекитинин ордун тапкан болобуз.

2. Түзүү баскычы: а) берилген AB кесиндинин ортосу D чекитин аныктайбыз; б) D чекитинен өтүүчү жана AB кесиндиге перпендикулярдуу түз сызыкты өткөрөбүз; в) перпендикулярга D чекитинен баштап h_c бийиктиктин кесиндисин коёбуз; г) C чекитин A жана B чекиттери менен туташтырабыз.

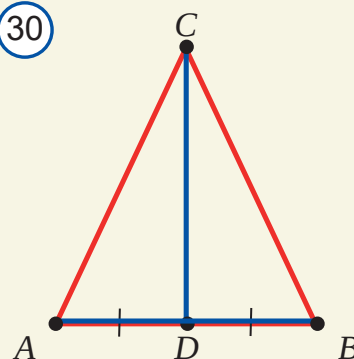
3. Негиздөө баскычы. Пайда болгон ABC үч бурчтугунун негизи жана бийиктиги берилген кесиндилерге барабар жана ал тең капталдуу, анткени анын бийиктиги негизине перпендикулярдуу. Демек, түзүлгөн үч бурчтук изилденген үч бурчтуктан турат.

4. Изилдөө баскычы. Каалагандай кесиндинин ортосуна жалгыз перпендикуляр түшүрүү үчүн маселе бир гана чечимге ээ болот.

29



30





Темага тиешелүү суроолор

1. Түзүүгө байланыштуу маселелерди чыгарууда жөнөкөй сызгыч жана циркуль менен кандай иштерди аткарууга болот?
3. Эмне себептен түзүүгө байланыштуу маселелерди чыгарууда аткарылган түзүүлөрдү негиздөө зарыл?
4. Геометриялык түзүүлөргө байланыштуу негизги маселелерди санап чык.
5. Геометриялык түзүүгө байланыштуу татаалырак маселелерди чыгаруунун кандай баскычтары бар?



Практикалык сабак жана изилдөөлөр

1. а) 30° ; б) 60° ; в) 15° ; д) 120° ; е) 45° туу бурчтар берилген. Жөнөкөй сызгыч жана циркульдун пайдаланып аларга барабар бурчтарды түз.
2. а) 75° ; б) 90° ; в) 135° туу бурчтар берилген. Жөнөкөй сызгыч жана циркульдун пайдаланып, аларга барабар бурчтарды түз.
3. $\angle A = \alpha$ жана $\angle B = \beta$ бурчтар берилген ($\alpha > \beta$). Өлчөмү: а) 2α ; б) $\alpha - \beta$; в) $2\alpha + \beta$ болгон бурчтарды түз.
4. 45° жана 30° бурчтар берилген. Өлчөмү: а) 15° ; б) 75° ; в) 105° ; д) 120° болгон бурчтарды түз.
5. Бурч сыз жана аны төрт бирдей барабар бурчка бөл.
6. Жөнөкөй сызгыч жана циркульдун жардамында: а) 90° ; б) 60° ; в) 30° туу бурчтарды барабар эки бөлүккө бөл.
7. 45° туу бурчту үч барабар бурчтарга бөл.
- 8*. 36° туу бурч берилген. Циркуль жана жөнөкөй сызгычтын жардамында 99° туу бурч жаса.
- 9*. 54° туу бурч берилген. Циркуль жана жөнөкөй сызгычтын жардамында бул бурчту барабар үч бөлүккө бөл.
10. Кесиндини барабар бирдей эки бөлүккө бөлүүнүн кандай ыкмасын билесиң? Кесинди сыз жана аны барабар бирдей эки бөлүккө бөл.
11. Түз сызыкта A жана B чекиттери берилген. BA шоолада B чекиттен баштап ушул сыяктуу BC кесиндисин койгондо, $BC = 2AB$ болсун.
12. A жана B чекиттери берилген. Циркульден гана пайдаланып ушул сыяктуу C чекитин жасаганда, $AC = 3AB$ болсун.
13. a жана b узундуктагы кесиндилер берилген: ($a > b$). а) $a + b$; б) $a - b$ узундуктагы кесиндилерди түз.
14. Узундугу 12 см жана 5 см болгон кесиндилер берилген. Узундугу а) 17 см ; б) 7 см ; в) 12 см ; д) 22 см ; е) 29 см болгон кесиндилерди түз.
- 15*. A жана B чекиттеринен бирдей алыстаган жана a түз сызыкка жаткан чекитти тап.
16. Сызгычтын гана жардамында a түз сызыгында жатпаган M чекити аркылуу a түз сызыгына параллель болгон b түз сызыгын өткөр.
17. Берилген кесиндини бирдей барабар төрт бөлүккө бөл.
18. Төмөнкүлөргө ылайык, ABC үч бурчтун сыз: а) $AB = 3$; $BC = 5$; $\angle B = 45^\circ$; б) $AB = 9$; $BC = 5$; $AC = 12$; в) $AB = 22$; $\angle A = 30^\circ$; $\angle B = 56^\circ$.

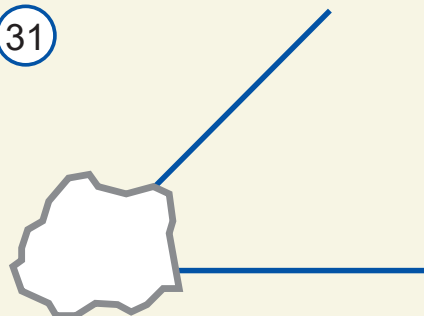
19. Төмөнкүлөргө көрө ABC үч бурчтугун түз: а) $AB=7$; $BC=3$; $\angle B=38^\circ$; б) $AB=3$; $BC=8$; $AC=6$; в) $AB=9$; $\angle A=90^\circ$; $\angle B=50^\circ$.
20. Жактары $a=3\text{ см}$, $b=8\text{ см}$ жана $c=9\text{ см}$ болгон үч бурчтук түз.
21. а) Жактары $a=3\text{ см}$, $b=4\text{ см}$ жана $c=7\text{ см}$ болгон үч бурчтукту түзүүгө болобу? б) Үч бурчтук түзүү үчүн анын a , b жана c жактары кандай шарттарды канааттандырышы керек?
22. Берилген чоң жагы жана тар бурчу боюнча тик бурчтуу үч бурчтук сыз.
23. Үч бурчтук сыз. Анын бийиктигин түз.
24. Берилген үч бурчтуктун медианаларын түз.
25. Тик бурчту кандай түзүү мүмкүн?
26. Берилген түз сызыкка параллель түз сызык сыз.
27. Негизи жана ага түшүрүлгөн бийиктиги боюнча тең капталдуу үч бурчтук түз.
- 28*. Эки жагы жана алардын арасындагы бурчу боюнча үч бурчтук түз.
- 29*. Берилген жак боюнча квадрат түз.
- 30*. Бир жагы жана ага жанаша бурчтары боюнча үч бурчтук түз.
- 31*. Гипотенузасы жана катети боюнча тик бурчтуу үч бурчтук түз.
- 32*. Бир жагы жана ага жанаша бурчу ошол жагына түшүрүлгөн бийиктикке карата үч бурчтук түз.
- 33*. Бир жагы жана ага жанаша жаткан бурчу калган эки жагынын суммасы боюнча үч бурчтук түз.
- 34*. Бир жагы жана ага жанаша жаткан бурчу калган эки жагынын айырмасы боюнча үч бурчтук түз.



Геометриялык баш катырма

Шахжахан атасынын кол жазмаларынын ичинен 31-сүрөттө берилгендей чийме таап алды. Тилекке каршы, бул бурчтун бир бөлүгүнө сыя төгүлүп, өчүп кетиптир. Шахжахан бул бурчтун биссектрисасын түзө алабы?

31



1. Тесттер

1. Кесиндилердин узундугу a , b жана c лардын кайсы баалуулугунда бул кесиндилерден үч бурчтук түзүүгө мүмкүн эмес?

- A) $a = 1, b = 2, c = 3$ B) $a = 2, b = 3, c = 4$
C) $a = 3, b = 4, c = 5$ D) $a = 6, b = 4, c = 3$

2. Геометриялык түзүмдөрдү аткаруу үчүн кайсы окуу куралдарынан пайдаланууга уруксат берилген?

- A) Транспортир B) Транспортир, сызгыч
C) Циркуль, сызгыч D) Циркуль, транспортир

3. Геометриялык түзүүлөрдү аткарууда сызгычтан кандай тапшырмаларды аткарууга уруксат берилген?

- A) Кесиндини ченөөгө
B) Кесинди, түз сызык чийүүгө
C) Чекиттен өтүүчү жана берилген түз сызгычка перпендикуляр түз сызыкты болжолдоп чийүүгө.
D) Кесиндини өлчөп, анын ортосун табууга.

2. Маселелер.

1. a жана b узундуктагы кесиндилер берилген: ($a > b$). а) $2a + 3b$; б) $2a - b$ узундуктагы кесиндилерди түз.

2. Бир жарым тегиздикте түзүү ишин аткарып, берилген кесиндини барабар эки бөлүккө бөл.

3. Бир гана үч бурчтуу сызгычтан пайдаланып берилген кесиндини барабар эки бөлүккө бөл.

4. AB кесиндинин ортосун түздөн-түз аныктоого болбосо, анын ортосунан өтүүчү перпендикуляр түзүүгө мүмкүнбү?

5. $\angle A = \alpha$ жана $\angle B = \beta$ бурчтар берилген: ($\alpha > \beta$). Өлчөмү: а) 3α ; б) $\alpha + 2\beta$; с) $3\alpha + \beta$ болгон бурчтарды түз.

6. Жөнөкөй сызгыч жана циркулдун жардамында: а) 124° ; б) 68° ; с) 46° туу бурчтарды барабар эки бөлүккө бөл.

7. Эгерде айланадан сырттагы чекиттен айлананын эң жакын жана алыс чекиттерине чейинки аралыктар тиешелүү түрдө 2 см жана 10 см болсо, айлананын радиусун тап.

8. Берилген гипотенуза боюнча тең капталдуу тик бурчтуу үч бурчтук түз.

9*. Узундугу $a+b$, $b+c$ жана $a+c$ кесиндилер берилген. Жактары a , b , c болгон үч бурчтук түз.

10*. Эки катет боюнча тик бурчтуу үч бурчтук түз.

11. a түз сызык жана үч бурчтук берилген. Бир жагы A да жаткан жана берилген үч бурчтукка барабар болгон үч бурчтук түз.

12. Түз сызык сыз жана анда жатпаган чекит белгиле. Ошол чекиттен өтүүчү жана ошол түз сызгычка перпендикуляр түз сызык түз.

13. Түз сызык сыз жана анда жатпаган чекит белгиле. Ошол чекиттен өтүүчү жана ошол түз сызгычка параллель түз сызык түз.

6-контролдук иштин үлгүсү

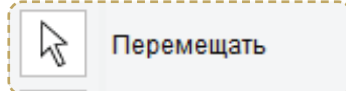
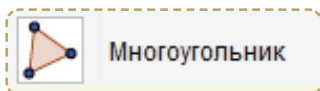
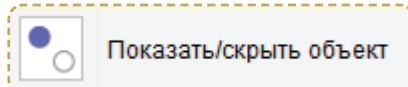
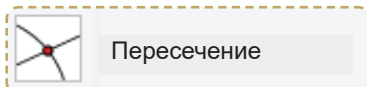
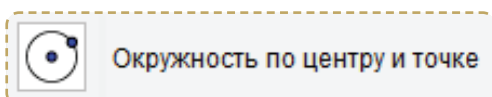
Үлгүлүү контролдук иши эки бөлүктөн турат:

1. Теориялык – 5 тест.
2. Төмөнкү маселелерге окшош 3 маселе (4-маселе “эң жакшы” баа алууну каалаган окуучулар үчүн кошумча).
 1. 120° туу бурч берилген. Циркуль жана сызгыч жардамында ага барабар бурч түз.
 2. Жактары $a = 5$ см, $b = 6$ см жана $c = 7$ см болгон үч бурчтук түз.
 3. 2-маселеда курулган үч бурчтуктун A жагына медиана өткөр.
 4. Үч бурчтукту анын негизи, бир жагы жана негизге түшүрүлгөн бийиктигине байланыштуу түз.

“GeoGebra”да практикалык тапшырмаларды аткаруу

1. Үзгүлтүксүз алты бурчтук түзүү

Үзгүлтүксүз алты бурчтук түзүү үчүн төмөнкү аспаптар керек болот.



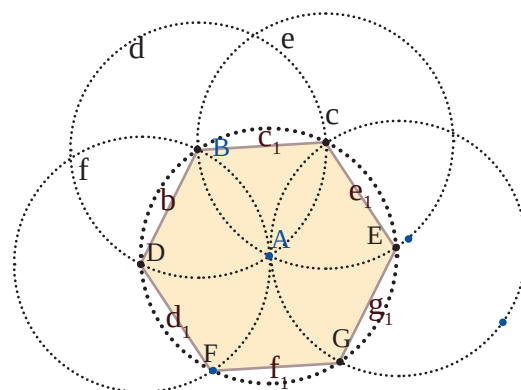
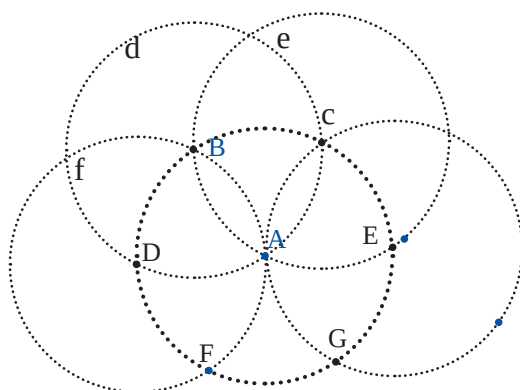
Керектелүүчү компоненттер:

- **GeoGebra**да жаңы терезе ачуу.
- **GeoGebra** интерфейсин “Настройки” –  “Геометрия” көрүнүшүнө өткөр.
- Жаңы чекит үчүн орнотууларды өздөштүр.

Үзгүлтүксүз алты бурчтук түзүү алгоритми

1		Борбору A чекитте жана B чекиттен өтүүчү c айлананы сыз.
2		Борбору B чекити жана A чекиттен өтүүчү жаңы d айлананы сыз.
3		c жана d айланалар кесилишүү чекиттери C жана D ны, б.а. үзгүлтүксүз алты бурчтун учун белгилейбиз.

4		Борбору C чекити жана A чекиттен өтүүчү жаңы e айлананы сыз
5		e жана c айланалар кесилишүүчү чекитинде үзгүлтүксүз алты бурчтун E учуну белгилейбиз.
6		Борбору D чекити жана A чекиттен өтүүчү жаңы f айлананы сыз.
7		f жана c айланалар кесилишүү чекитинде үзгүлтүксүз алты бурчтун F учун белгилейбиз.
8		Борбор E чекити жана A чекиттен өтүүчү жаңы g айлананы сыз.
9		g жана c айланалар кесилишүүчү чекитинде үзгүлтүксүз алты бурчтун G учун белгилейбиз.
10		Үзгүлтүксүз $FGECBD$ алты бурчтукту түз.
11		Айланаларды жашыруун түрдө өткөр.
12		Алты бурчтун ички бурчтарын көрсөт.
13		Алты бурчтун туура түзүлгөнүн көрсөт.



Тапшырма. Алты бурчтун түзүлүш процессин түшүндүрүп бер.

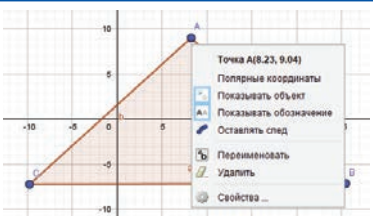
Айлана радиусу кандай болушу керек жана эмне үчүн? Жообунду айт.

2. Геометриялык түшүнүк жана маалыматтарды визуалдаштыруу

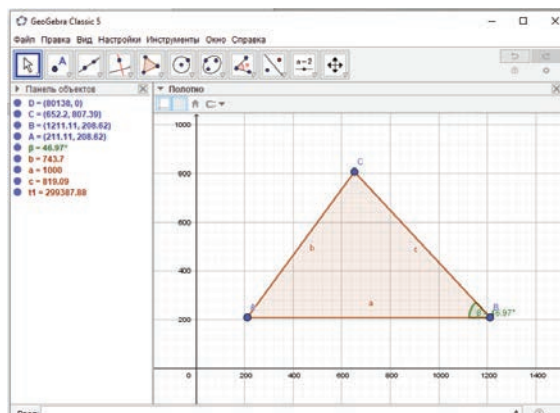
1-тапшырма

Теорема. *Үч бурчтуктун сырткы бурчу ага кошуна болбогон эки ички бурчтардын суммасына барабар.*

Теореманы **GeoGebra**дан пайдаланып визуалдаштырабыз. Төмөндөгү келтирилген амалдардын ырааттуулугун аткар.

	ABC үч бурчтукту түз.
	AB нурду өткөр.
	Үч бурчтуктун A жана C ички бурчтарын, ошондой эле, B сырткы бурчун белгиле.
	$\beta = \alpha + \gamma$ – үч бурчтуктун эки ички бурчтарынын суммасын сүрөттөөчү динамик текстти пайдалан. Мисалы, $\beta =$ “Объекты” бөлүмүнөн α жана γ ти танда.
	Үч бурчтуктун бурчтары жана аталышынын түсү жана көрүнүшүн өзгөрт. Объект үстүндө чычкандын оң басыкын басып, “Свойства” ...буйругун танда.

Натыйжада төмөнкү көрүнүштөгү динамик чийме пайда болот. Мында үч бурчтуктун формасы өзгөрүшү мүмкүн, бирок B сырткы бурч ар дайым A жана C ички бурчтарынын суммасына барабар болот.



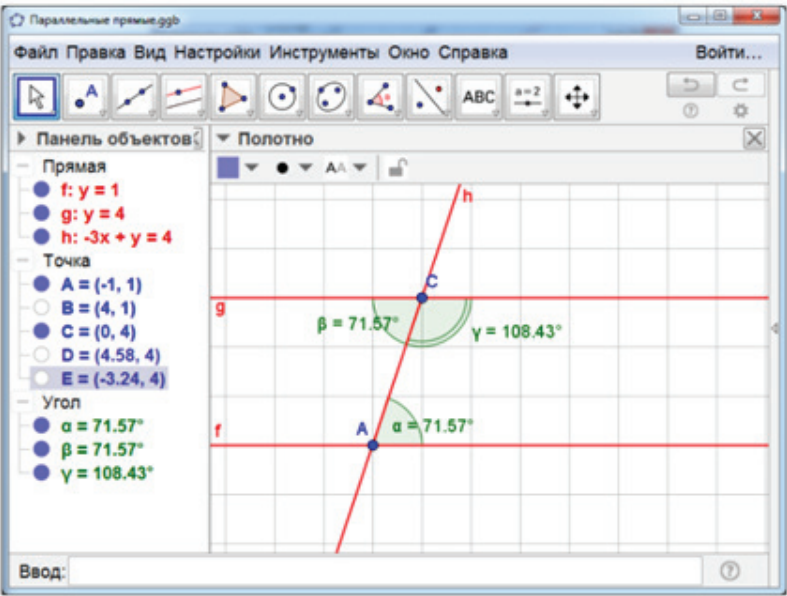
2-тапшырма

Теорема. Эки параллель түз сызык жана кесинди пайда кылган бир жактуу бурчтардын суммасы 180° ка барабар болот.

Теореманы **GeoGebra** дан пайдаланып визуалдаштырабыз. Төмөндө келтирилген амалдардын ырааттуулугун аткар.

	AB түз сызыкты өткөр.
	C чекитти танда жана ал аркылуу AB түз сызikka параллель түз сызык өткөр.
	A жана C чекиттери аркылуу параллель сызыктарын кесүүчү h түз сызыгын өткөр.
	Ички бир жактама жана ага кошуна бурчтарды белгиле.
Точка A(8.23, 9.04) Полярные координаты Показывать объект Показывать обозначение Оставлять след Переименовать Удалить Свойства ...	Түз сызыктар жана бурчтардын түсү жана көрүнүшүн өзгөрт. Объект үстүндө чычкандын оң баскычын басып, “ Свойства ” буйругун танда.

Натыйжада төмөнкү көрүнүштөгү динамик чийме пайда болот. Мында келүүчү жана параллель чиймелер ордун өзгөртүүгө болот, бирок кесилишүүчү сызык пайда кылган ички бир жактуу бурчтардын суммасы ар дайым 180° ка барабар болот.





VI БӨЛҮМ

КАЙТАЛОО

Бул бөлүмдү үйрөнүп чыккандан кийин, төмөнкү билим жана практикалык көндүмдөргө ээ болосуң:

Билим:

- геометриялык маселелерди чечүүнүн баскычтары;
- геометриялык маселелердин түрлөрү;
- маселелерди чыгарууда кездешүүчү кээ бирки типтүү каталар.

Практикалык көндүмдөр:

- геометриялык маселелерди түрлөргө ажыратуу жана чыгаруу баскычтарына карата иш-чараларды уюштуруу;
- маселелерди чыгарууда кездешүүчү каталардын алдын алуу;
- планиметрия боюнча жылдык жыйынтыктоочу контроль ишине даяр болуу.

25.1. Геометриялык маселелерди чыгаруу баскычтары

Геометриялык маселелерди чыгарууда төмөнкүлөргө көңүл бөлүү керек:

1) геометриянын негизги түшүнүктөрүн, алардын касиеттерин жакшы билүү жана эсте сактоо;

2) түрдүү геометриялык фигуралардын касиеттери жөнүндөгү теоремаларды далилдөө ыкмаларын өздөштүрүү;

3) берилген геометриялык маселелердин маанисин түшүнүү.

Адатта геометриялык маселелерди чыгаруу процесси төмөнкү баскычтардан турат:

1-баскыч: маселени түшүнүү. Бул баскычта маселенин шарты жана жыйынтыгы өзүнчө бөлүп алынат. Эмнелер берилген, эмнени табуу, далилдөө же түзүү керектиги аныкталат. Маселеге тиешелүү чийме сызылат. Чийме чоң жана даана болушу керек. Берилген бардык маалыматтар чиймеде белгиленет.

2-баскыч: пландаштыруу. Бул баскычта маселени чыгаруу усулу тандалат. Аны колдоо үчүн кандай кошумча маалыматтар зарылдыгы аныкталат. Жардамчы фигуралар сызылат.

3-баскыч: чыгаруу. Бул баскычта маселе түздөн-түз, берилген пландын негизинде чыгарылат.

4-баскыч: текшерүү. Бул баскычта маселенин табылган чечими түздөн-түз текшерилет. Чыгаруу процессине сын көз менен каралат. Эгерде ката аныкталса, ал оңдолот. Оңдоонун мүмкүнчүлүгү болбосо, маселени чыгаруунун башталгыч баскычына кайтылат жана бардык иш аракеттер башынан аткарылат.

Маселе чыгарууну үйрөнүү үчүн көбүрөк маселе чыгаруу керек!

**Маселеге тиешелүү чиймени туура сызуу –
маселенин жарымын чыгарууга барабар.**

Геометриялык маселелер коюлушу жана маанисине карап үч түрдүү болушу мүмкүн:

1) эсептөөгө карата маселелер;

2) далилдөөгө карата маселелер;

3) түзүүгө карата маселелер.

Геометриялык маселелерди чыгаруу кандайдыр бир геометриялык форманын касиетин үйрөнүүдөн турат, активдүүлүктөн эмес. Ал туура ойлонууга, логикалык ой жүгүртүүгө жана алардын негизинде туура, акылдуу чечимдерди кабыл алууга, жыйынтык чыгаруу чеберчилигин жана көндүмдөрүн калыптандырат. Мындай чеберчилик жана көндүмдөр математикада гана эмес, күндөлүк турмушта кездешүүчү көйгөйлөрдү чечүүдө жардам берет.

Албетте, маселени чыгаруу бул бир гана туура жоопту табуу дегени эмес. Маселелерди чыгаруу учурунда белгилүү касиеттерди, теоремаларды жана алардын натыйжаларын колдоно билүү, түрдүү ыкмалардан пайдалануу зарыл болот.

Төмөнкү маселелерди чыгаруу жараянын күзөтөбүз.



Маселе. Учтары тең жактуу үч бурчтуктун жактарынын ортолору болгон үч бурчтуктун тең жактуулугун далилде.



$\triangle ABC$ – тең жактуу, K – AB жак ортосу,
 N – BC жак ортосу, L – AC жак ортосу



$\triangle KNL$ – тең жактуу

1. Маселени түшүндүрүү баскычы.

Маселенин шарттары негизинде чийме сызып алабыз (1-сүрөт).

2. Пандаштыруу баскычы. Тең жактуу үч бурчтуктун касиетинен жана үч бурчтуктун ТБТ белгисинен пайдаланабыз.

3. Чыгаруу баскычы. Шартка көрө,

$LA=AK=KB=BN=NC=CL$ жана $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$. Анда $\triangle LAK$ нын AL , AK жактары жана A бурчу $\triangle KBN$ нын BK , BN жактары жана B бурчтарына жана $\triangle NCL$ нын CN , CL жактары жана C бурчтарына шайкеш түрдө тең.

Айталы, $\triangle LAK=\triangle KBN=\triangle NCL$. Анда бул үч бурчтуктардын үчүнчү жактары да өз ара тең болушат: $KL=KN=NL$.

Демек, $\triangle KNL$ – тең жактуу.

4. Текшерүү баскычы.

Маселенин чыгаруу процессин дагы бир жолу текшерип, анда ар бир ой жүгүртүү логикалык жактан туура алып барылганын текшеребиз.

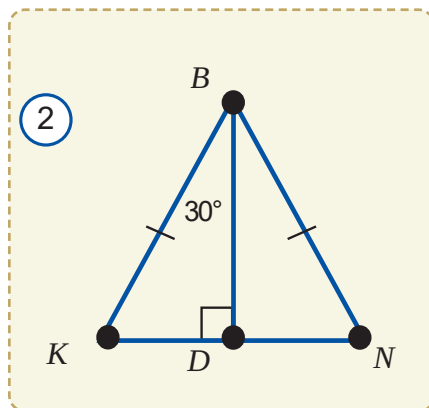
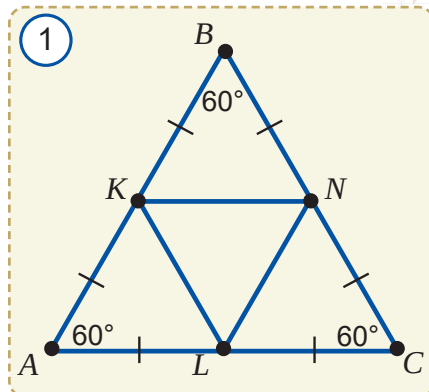
Бул маселени башка ыкмада да чыгаруу мүмкүн. Мында учундагы бурчу 60° болгон тең капталдуу үч бурчтуктун касиетинен пайдаланабыз. $\triangle KBN$ тең капталдуу үч бурчтуктун BD бийиктигин түшүрөбүз (2-сүрөт). BD биссектриса да болгону үчүн $\angle KBD=60^\circ:2=30^\circ$ жана $\angle BKD=\angle BND=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ болот.

Демек, $\triangle KBN$ тең жактуу үч бурчтук экен. Бул жол менен $\triangle KAL$ жана $\triangle NCL$ дер да тең жактуу үч бурчтуктар экени аныкталат жана $BK=KN=NL=LK$ экени белгилүү болот. Мындан болсо $\triangle KNL$ нын тең жактуу үч бурчтук эле эмес, о.э, $\triangle KNL=\triangle KBN=\triangle NCL=\triangle KAL$ экени да белгилүү болот.

25.2. Эсептөөгө карата маселелер

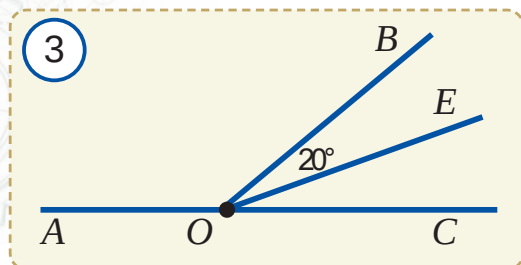
Эсептөөгө карата маселелер арифметик жана алгебралык маселелерге окшоп кетет. Түрдүү геометриялык формулалар жардамында, берилген сандуу чоңдуктар негизинде ырааттуу эсептөөлөр жүргүзүлөт жана издеген (сан) чоңдук табылат.

Бул маселелерде көп учурда чиймени туура чийүү жана керектүү белгилөөлөрдү киргизүү ишти бир топ жеңилдетет.





1-маселе. Кошуна бурчтардан биринин биссектрисасы экинчи бурчтун жактарынын бири менен 20° туу бурч пайда кылат. Ушул бурчтарды тап.

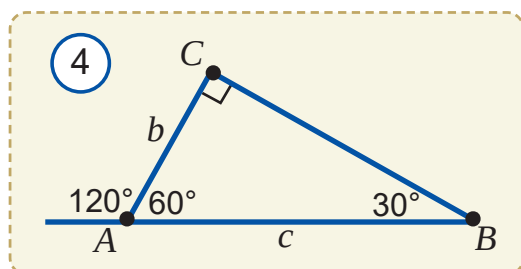


Чыгаруу. Маселенин шартын чиймеде сунуш кылабыз (3-сүрөт). Мындан OE биссектриса тар бурчтун биссектрисасы экени белгилүү болот. Демек, $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ болот.



2-маселе. ABC тик бурчтуу үч бурчтукта $\angle C$ – тик бурч, A ичиндеги сырткы бурч 120° га тең. Эгерде $AC + AB = 18$ см болсо, үч бурчтуктун гипотенузасын тап.

Чыгаруу. Маселе шартка жараша чиймени сунуш кылабыз (4-сүрөт). Үч бурчтуктун сырткы бурчтун аныктамасынан $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$ экенин аныктайбыз. $AC = b$, $AB = c$ болсун. Анда $b + c = 18$. Тар бурчу 30° ка тең болгон тик бурчтуу үч бурчтуктун касиетине жараша, $c = 2b$ болот. Мындан $b + c = b + 2b = 18$, б.а. $b = 6$. Анда $c = 12$ экени белгилүү болот.



Жооп: 12.



3-маселе. ABC үч бурчтукта $AB = 1$, A бурчтун биссектрисасы B учунан түшүрүлгөн медианага перпендикуляр. Эгерде BC жагынын узундугу бүтүн сан менен белгиленсе, үч бурчтуктун периметрин тап.

Чыгаруу. Маселенин шартын чиймеден сүрөттөйбүз (5-сүрөт):

$AK = KC$. $AN \perp BK$. $\triangle ANB = \triangle ANK$ экенин аныктайбыз, себеби AN катет жалпы жана бирден бурчтары тең (катет жана ага жабышкан тар бурч боюнча). Мындан болсо $AB = AK = KC = 1$, б.а. $AC = 1 + 1 = 2$ экени белгилүү болот.

$BC = x$ – бүтүн сан, үч бурчтуктун барабарсыздыгы боюнча, $2 + 1 > x$ жана $x + 1 > 2$ же

$x < 3$ жана $x > 1$, б.а. $1 < x < 3$ болушу керек. 1 менен 3 түн арасында бир бүтүн сан бар: 2.

Демек, $BC = 2$ жана $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Жооп: 5

25.3. Далилдөөгө карата маселелер

Далилдөөгө карата маселелер өзүнө жараша кичинекей теоремалар болуп саналат. Аларды чыгаруу маселеде келтирилген ырастоону далилдөөдөн турат. Мисалы, төмөнкү маселелерге карайбыз.



1-маселе. Кошуна бурчтардын биссектрисалары өз ара перпендикуляр экенин далилде.



$\angle AOC$ жана $\angle BOC$ – коңшу бурчтар,
 OO_1 жана OO_2 – биссектрисалар (6-сүрөт)



$OO_1 \perp OO_2$.

Далилдөө. OO_1 жана OO_2 биссектрисалар бөлгөн бурчтарды тиешелүү түрдө (1-сүрөттө берилгендей) α жана β деп белгилейбиз. Анда $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ же $\alpha + \beta = 90^\circ$, б.а. $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ$.

Демек, $OO_1 \perp OO_2$. Ушуну далилдөө керек болчу.



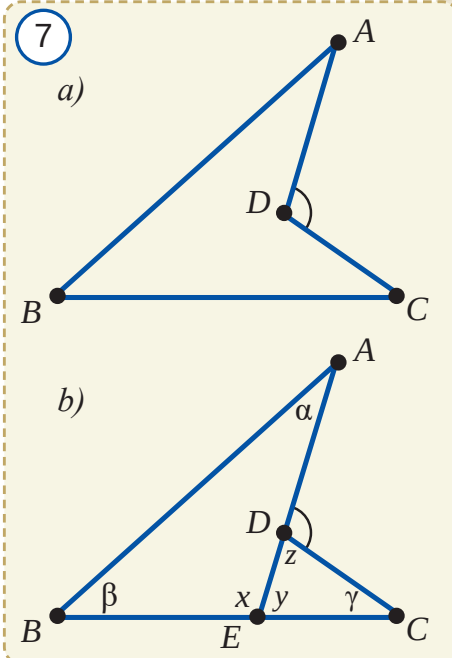
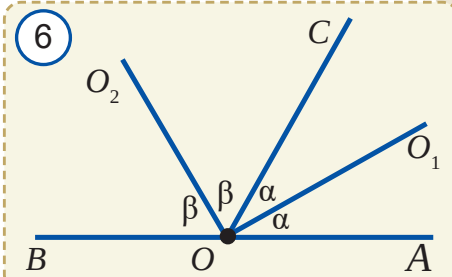
2-маселе. 7а-сүрөттө берилген $ABCD$ төрт бурчтукта $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ экенин далилде.

Далилдөө. AD түз сызыктын BC жактары менен кесилишкен чекитин E менен белгилейбиз (AD жактарын улантабыз) жана бурчтар үчүн зарыл белгилөөлөрдү киргизебиз (7b-сүрөт). Белгилүү болгондой, $\alpha + \beta + x = 180^\circ$ жана $y + z + \gamma = 180^\circ$. Бул барабардыктарды кошуп, $\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$ барабардыкка ээ болобуз. Кошуна бурчтун касиетине жараша, $x + y = 180^\circ$ болгону үчүн $\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ$ же $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D$, б.а.:

$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C$ болот.

Барабардык далилденди.

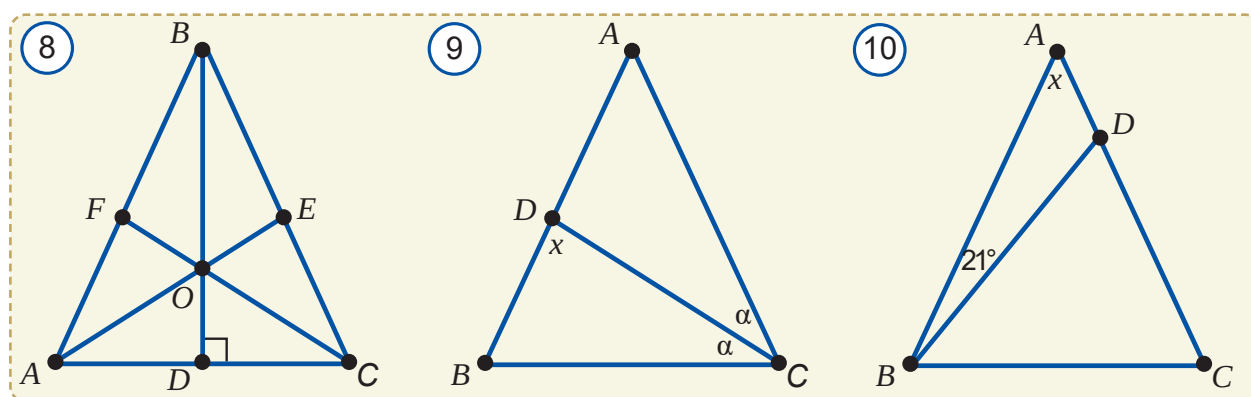
Жогорудагы эки маселени даяр чийменин негизинде иштедик, 2-маселеде кошумча түзүү жана зарыл белгилөөлөрдү ишке ашырдык, бул болсо маселени оңой чечүүгө жардам берди.



Иш жүзүндө машыгуу жана колдонуу

1. AB кесиндисинин узундуктары $1 : 2 : 3 : 4$ сыяктуу катыштагы кесиндилерге (бул ырааттуулукта) бөлүнгөн. Эгерде четки кесиндилердин ортолорунун арасындагы аралык 15 см ге тең болсо, AB кесиндинин узундугун тап.
2. $\angle ABC = 160^\circ$ болгон бурчтун учунан ушул бурчтун жактарынын арасында жаткан BO жана BE шоолалар түшүрүлгөн. Эгерде BO шоола берилген бурчту тең экиге, BE шоола болсо $3 : 5$ сыяктуу катышта болсо, OBE бурчун тап.
3. AOB бурч OC шоола аркылуу бири экинчисинен 30° ка чоң болгон эки бурчка бөлүнгөн. Берилген бурч биссектрисасы менен OC шоола арасындагы бурчту тап.
4. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчу 30° га тең. Бул үч бурчтуктун каптал жактары жана экинчи каптал жактарына түшүрүлгөн бийиктиги арасындагы бурчту тап.

5. Үч бурчтуктун бир сырткы бурчу 100° , ага кошуна болбогон бурчтар катышы $2:3$ сыяктуу. Үч бурчтуктун бурчтарын тап.
6. A, B, C, D чекиттер көрсөтүлгөн тартипте бир түз сызыкта жатат жана $AB=BC=1$, $CD=2$. K чекит BC кесилишинде ушундай жол менен жайгашкан, ал BC жана AD кесиндилер бир түрдүү катыштагы бөлүктөргө бөлөт: $BK:KC=AK:KD$. Бул катыштарды тап.
7. Үч бурчтуктун эки бурчунун биссектрисалары кесилүүдөн пайда болгон бурч 128° ка тең. Үч бурчтуктун үчүнчү бурчун тап.
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун чокусундагы бурчу 96° ка тең. Негизиндеги бурчтардын биссектрисалары кесилишүүсүнөн пайда болгон тар бурчту тап.
9. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан биссектриса жана бийиктик чыгарылып, алардын арасындагы бурч 24° ка тең. Үч бурчтуктун калган бурчтарын тап.
10. Эгерде 8-сүрөттө $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE жана FC биссектрисалар болсо, AOB , EOC бурчтарды тап.



11. Эгерде 9-сүрөттө $AB=AC$, $AD=DC$ болсо, x ти тап.
12. Эгерде 10-сүрөттө $AB=AC$, $BD=BC$ болсо, x ти тап.
13. Үч бурчтуктун бир бурчу өзүнө кошуна болбогон сырткы бурчтардын айырмасына барабар. Бул үч бурчтуктун тик бурчтуу үч бурчтук экенин далилде.
14. Бир бурчу 150° болгон тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги чокуларынан түшүрүлгөн бийиктиги тең болушун далилде.
15. Тең жактуу үч бурчтуктун медианалары кесилиш чекитинде $2:1$ катышта болушун далилде.
16. Тең капталдуу үч бурчтуктун ичиндеги сырткы бурчунун биссектрисасы үч бурчтуктун негизинде параллель болушун далилде.
17. 16-маселеге тескери теореманы келтир жана аны далилде.
18. Тең жактуу үч бурчтуктун каалагандай эки медианасы 60° туу бурч астында кесилишүүсүн далилде.
- 19*. Үч бурчтуктардын барабардыгын алардын эки жагы жана үчүнчү жагына түшүрүлгөн медианасы боюнча далилде.
- 20*. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарда BM жана B_1M_1 медианалар өткөн. Эгерде $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$ жана $BM=B_1M_1$ болсо, $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ экенин далилде.
- 21*. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында AD , A_1D_1 – биссектрисалар. Эгерде $AB=A_1B_1$, $BD=B_1D_1$ жана $AD=A_1D_1$ болсо, $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ экенин көрсөт.
22. ABC жана $A_1B_1C_1$ үч бурчтуктарында BH жана B_1H_1 бийиктиктер өткөн. Эгерде $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$ жана $BH=B_1H_1$ болсо, $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ болушун далилде.

23*. Үч бурчтуктун эки бийиктиги тең болсо, анын тең капталдуу үч бурчтук экенин далилде.

24*. 11-сүрөттө $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$ экенин далилде.

25*. 12-сүрөттө $\alpha < \beta < \gamma$ экенин далилде.

26. Эки параллель түз сызык жана кесинди пайда кылган ички кайчылаш бурчтардын биссектрисалары параллель болушун далилде.

27. Үч бурчтуктун каалаган бир жагы анын калган экинчи жагынын айырмасынан чоң болушун далилде.

28. Үч бурчтуктун α , β жана γ бурчтары үчүн $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ туюнтмалар орундуу болсо, бул кандай үч бурчтук болот?

29. Берилген эки чекиттен өтүүчү айлана сыз. Маселенин канча чечими бар?

30. ABC үч бурчтуктун AA_1 жана BB_1 биссектрисалары O чекитте кесилишет. Эгерде : а) $\angle AOB = 136^\circ$; б) $\angle AOB = 111^\circ$ болсо, ACB бурчун тап.

31. 13-сүрөттөгү кубда $BD = 6$ болсо, BE , DE , AC кесиндилер жана $\angle BED$ ны тап.

32. Периметри 42 см болгон ABC үч бурчтуктун медианасы анын периметри 33 см жана 35 см болгон эки үч бурчтукка бөлүнөт. Медиананын узундугун тап.

33. Тик бурчтуу үч бурчтук тар бурчтарынын биссектрисалары кандай бурч астында кесилишет?

34. 14-сүрөттө $\angle 1 = \angle 2$ экенин далилде.

35. MN жана NM нурларынын жалпы бөлүгү кандай фигура болот?

36. Айлананын өз ара перпендикуляр диаметрлерин түз.

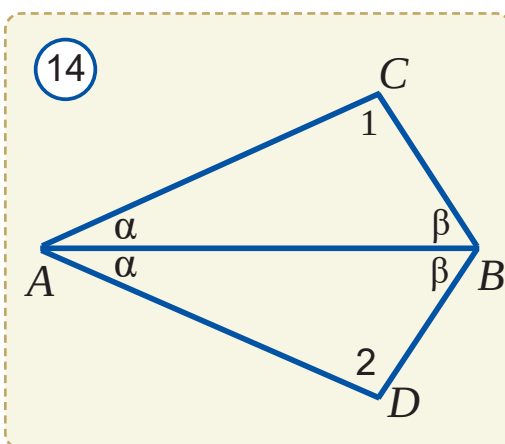
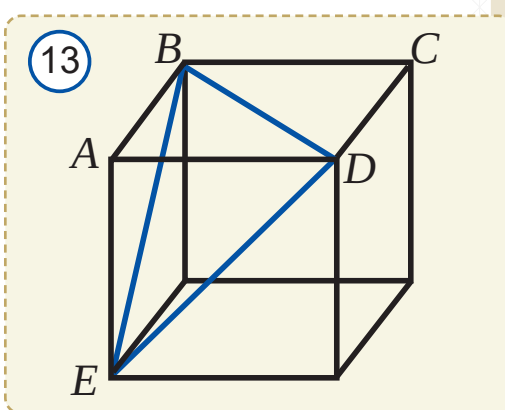
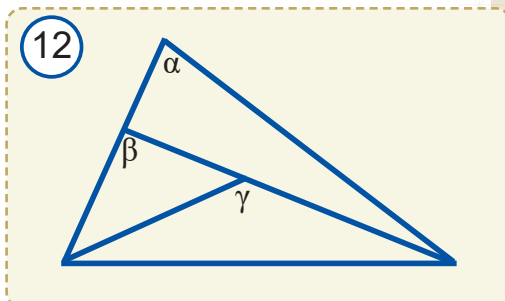
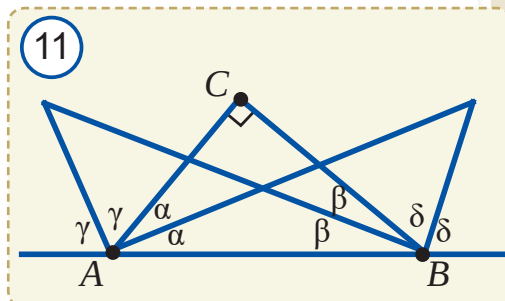
37. Кошуна бурчтардан бири экинчисинен 4 эсе аз болсо, ушул бурчтардын чоңун тап.

38. Эки түз сызыктын кесилишүүсүнөн пайда болгон бурчтардын катышы $7 : 3$ кө тең. Ушул бурчтардын кичинесин тап.

39. A , B жана C чекиттер бир түз сызыкта жатат.

BC кесиндинин узундугу AC кесиндинин узундугунан 3 эсе чоң, AB кесиндинин узундугу болсо BC узундугунан $3,6 \text{ см}$ га кыска. AC кесиндинин узундугун тап.

40. Эки түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип өткөндө сырткы ички бир жактуу бурчтарынын суммасы 180° ка тең болсо, бул түз сызыктардын өз ара параллель экенин далилде.



1. Геометриялык диктант. Мааниси боюнча сүйлөмдөрдү толтур.

1. Тегиздикте ... аркылуу бир түз сызык жүргүзүү мүмкүн.
2. Бурчтун ... бурчту эки өз ара тең бурчка бөлүп турат.
3. Кесиндинин ортосу аны эки ...бөлүп турат.
4. Тегиздикте түз сызыкка тиешелүү болгон ... да, тиешелүү болбогон ... да бар.
5. Эгерде үч бурчтук тең капталдуу болсо, ... бурчтары тең болот.
6. Эки тең үч бурчтуктардын тиешелүү ... жана тиешелүү ... тең болот.
7. Тең жактуу үч бурчтуктун ар бир ... градусуна тең.
8. Тик бурчтуу үч бурчтуктун тар ... 90° ка тең.
9. Жайылган бурчтун биссектрисасы аны эки ...бурчка бөлүп турат.
10. Үчүнчү түз сызыкка параллель болгон эки түз сызык ... болот.
11. Бир түз сызыкка перпендикуляр болгон эки түз сызык ... болот.
12. Параллель түз сызыктарды кесинди менен кескенде пайда болгон ички бир жактуу бурчтар ... болот.
13. Кесиндинин учтары тең... кесиндинин орто перпендикулярында жатат.
14. Айланадагы чекиттер айлана борборунан тең... .

2. Төмөндөгү келтирилген сүйлөмдөрдө ката болсо, аны тап жана оңдо.

1. Тегиздикте эки чекит аркылуу эки түз сызык өткөрүү мүмкүн.
2. Тик бурч 180° ка тең болот.
3. Жанаша жаткан бурчтар өз ара тең болушат.
4. Вертикаль бурчтардын суммасы 180° ка тең.
5. Үч бурчтуктун чокусу менен ушул чокусунун карама-каршы жагынын ортосун туташтырган кесинди “үч бурчтуктун биссектрисасы” дейилет.
6. Үч бурчтуктун периметри деп анын бурчтарынын суммасына айтылат.
7. Үч бурчтук жактарынын суммасы 180° ка тең.
8. 90° ка тең бурч астында кесилишкен түз сызыктар “параллель” дейилет.
9. Параллель түз сызыктар бир чекитте кесилишет.
10. Айлананын диаметри анын радиусуна тең.
11. Тик бурчтуу үч бурчтуктун катеттери тең болсо, анын кичине бурчу 30° ка тең болот.
12. Тең капталдуу үч бурчтуктун ар бир бурчу 60° ка тең.
13. Бурчтун биссектрисасында жаткан чекиттер бурчтун чокуларынан тең алыстыкта жатат.

3. Берилген касиетке ээ болгон геометриялык фигураны оң тилкедеги тиешелүү сапка жаз.

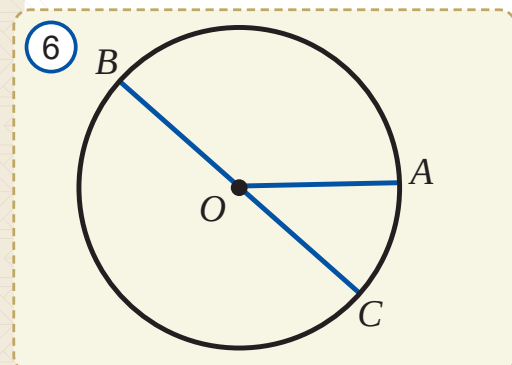
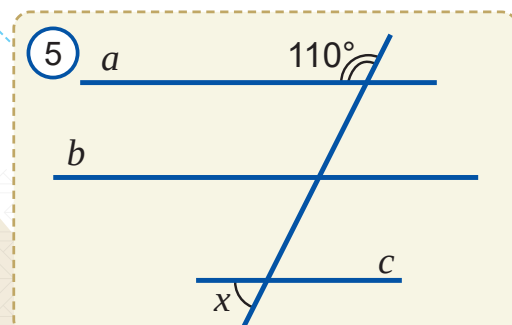
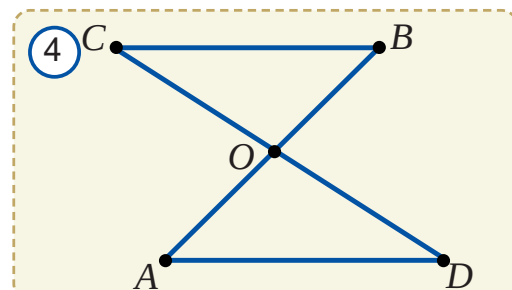
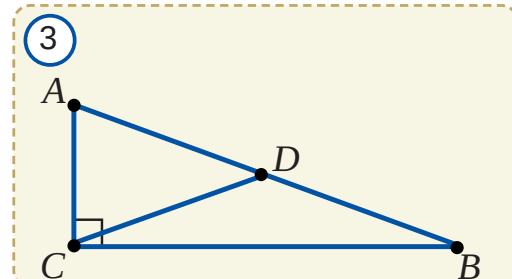
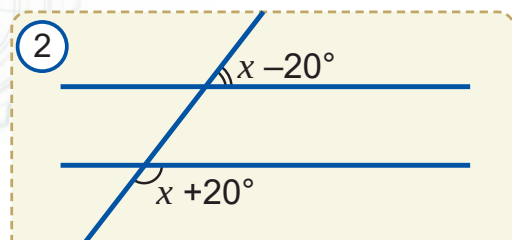
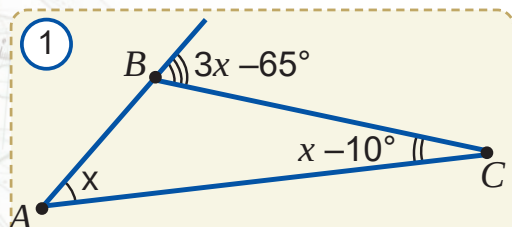
1.	Узундугу 5 см	
2	Чекит жана учтары ушул чекиттерде болгон эки шооладан турат	
3	Кесилишпөөчү түз сызыктар	
4	Чокусунан чыккан бийиктиги да, медианасы да биссектрисасы болот	
5	Бардык жактары тең үч бурчтук	
6	Эки жагы тең үч бурчтук	
7	Бурчту эки тең бурчка бөлөт	
8	Эки катети бар	
9	Эки бурчунун суммасы 90° тан чоң болгон үч бурчтук	

4. Биринчи сапта берилген геометриялык түшүнүктөргө экинчи саптан тиешелүү касиет же чечмелөөлөрдү киргиз.

Геометриялык түшүнүктөр	Касиет же чечмелөөлөр
1. Перпендикуляр түз сызыктар	(А) белгилүү узундукка ээ
2. Тең жактуу үч бурчтук	(В) эки бурчу тең
3. Айлана	(С) гипотенузанын жарымына тең
4. Бурч биссектрисасындагы чекит	(D) чокусу менен карама-каршы жагынын ортосун туташтырат
5. Үч бурчтук бийиктиги	(E) биринчи ички бурчуна жанаша жатат жана калган экинчи бурчунун суммасына тең
6. 30° туу бурчтун тушундагы катет	(F) кесилишпейт
7. Медиана	(G) 90° туу бурч астында кесилишет
8. Үч бурчтуктун сырткы бурчу	(H) жактары тең
9. Тең капталдуу үч бурчтук	(I) чекиттери борборунан тең алыстыкта
10. Кесинди	(J) анын жактарынан тең алыстыкта жатат
11. Параллель түз сызыктар	(K) бир чокусунан өтөт жана бир жагына перпендикуляр

5. Тесттер.

- Берилген чекиттен берилген түз сызыкка параллель кылып канча түз сызык өткөрүү мүмкүн?
 А) 1 В) 2 С) 3 D) 4
- Жайылган бурч канча градуска тең?
 А) 90° В) 90° тан чоң С) 90° тан кичине D) 180°



3. 1-сүрөттөгү $\angle BCA$ бурчун тап.

A) 25° B) 35° C) 45° D) 55°

4. 2-сүрөттөгү x ти тап.

A) 80° B) 90° C) 100° D) 70°

5. Эгерде ABC үч бурчтугунда $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ жана $AC = 10$ см болсо, AB гипотенузаны тап.

A) 10 см B) 12 см C) 15 см D) 20 см

6. ABC үч бурчтугунда $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (см). Эгерде ABC үч бурчтуктун периметри 23 см болсо, үч бурчтуктун кичине жагын тап.

A) 3 см B) 5 см C) 7 см D) 9 см

7. Жанаша жаткан бурчтардын бири экинчисинен үч эсеге чоң. Бул бурчтардын айырмасын тап.

A) 45° B) 60° C) 75° D) 90°

8. Айлананын радиусу 3,2 см. Анын диаметрин тап.

A) 3,2 B) 5,2 C) 6,4 D) 1,6

9. ABC – тик бурчтуу үч бурчтук (3-сүрөт), $\angle C = 90^\circ$, CD – медиана. $\angle BDC = 130^\circ$ болсо, $\angle A$ ны тап.

A) 45° B) 65° C) 75° D) 85°

10. ABC тең капталдуу үч бурчтуктун ичиндеги B бурчу 80° ка тең. Анын A ичиндеги сырткы бурчун тап.

A) 130° B) 120° C) 110° D) 100°

11. Эгерде $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ болсо, төмөнкү жооптордон кайсы бири туура?

A) $a \parallel c$ B) $b \perp d$ C) $a \parallel d$ D) $b \parallel c$

12. Эгерде 4-сүрөттө $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ см жана $AO + OC = 7$ см болсо, AOD үч бурчтугунун периметрин тап.

A) 5 см B) 7 см C) 12 см D) 17 см

13. Эгерде 5-сүрөттө $a \parallel b$ жана $b \parallel c$ болсо, $x = ?$

A) 60° B) 70° C) 80° D) 90°

14. ABC үч бурчтукта $\angle A = 50^\circ$ жана $\angle B = 70^\circ$ болсо, анын чоң жагын аныкта.

A) AB B) BC C) AC D) аныктап болбойт.

15. Эгерде 6-сүрөттө O айлана борбору, $AO = 4$ см болсо, BC кесиндисинин узундугун тап.

A) 4 см B) 5 см C) 2 см D) 8 см

16. 7-сүрөттө берилген үч бурчтуктун кичине бурчун тап.

A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

17. Үч бурчтуктун бир бийиктиги анын периметрлерин 25 см жана 29 см болгон үч бурчтуктарга бөлүнөт. Эгерде берилген үч бурчтук периметри 40 см болсо, анын бийиктигин тап.

A) 10 см B) 7 см C) 5 см D) 9 см

18. 120° ка тең бурчка кошуна бурчтардын суммасын тап.

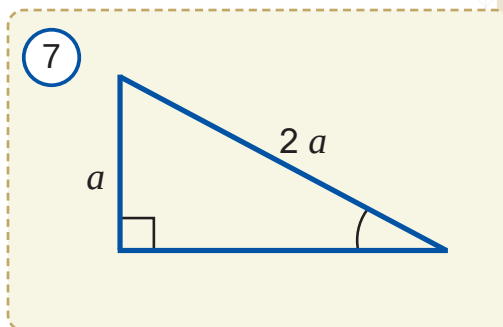
A) 30° B) 45° C) 180° D) 120°

19. ABC үч бурчтуктун C бурчу 70° ка тең болсо, A жана B бурчтары биссектрисаларынын арасындагы бурчту тап.

A) 55° B) 60° C) 65° D) 75° .

20. $ABCD$ тик бурчтуктун A жана D чокусунан чыккан биссектрисалар BC жактарын 3 тең бөлүккө бөлөт. Эгерде тик бурчтуктун жактары бүтүн сандардан турса, $AB = 5$ болсо, анын периметрин тап.

A) 20 B) 30; C) 40 D) 80.



6. Маселелер

1. Тең капталдуу ABC үч бурчтугунун чокусунан AB негизине өткөрүлгөн биссектрисасы аны эки үч бурчтукка ажыратат. Бул үч бурчтуктардын барабардыгын далилде.
2. Периметри 30 см болгон үч бурчтуктун бир жагы экинчи жагынан 2 см чоң, үчүнчү жагынан болсо 2 см кичине. Үч бурчтуктун чоң жагын тап.
3. Үч бурчтуктун негизине түшүрүлгөн медианасы аны периметри 18 см жана 24 см ге тең эки үч бурчтукка бөлөт. Берилген үч бурчтуктун кичине каптал жагы 6 см ге тең. Үч бурчтуктун чоң каптал жагын тап.
4. Үч бурчтуктун 5 ке тең болгон бийиктиги анын периметри 18 жана 26 болгон эки үч бурчтукка бөлөт. Берилген үч бурчтуктун периметрин тап.
5. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри $7,6\text{ см}$ ге, негизи болсо 2 см ге тең. Жактарын тап.
6. AB жана CD түз сызыктар O чекитте кесилишет. BOC жана AOD бурчтарынын суммасы 194° ка тең. AOC бурчун тап.
7. ABC үч бурчтугунда A бурч C бурчуна тең, AD бийиктик болсо BC жактары тең экиге бөлүнөт. Эгерде $BD = 7,8\text{ см}$ болсо, AC ны тап.
8. Тең капталдуу үч бурчтуктун капталына түшүрүлгөн бийиктиги менен экинчи капталынын арасындагы бурч 20° ка тең. Үч бурчтуктун негизиндеги бурчун тап.
9. B бурчунун биссектрисасында жаткан D чекитинин бурчунун жактарына DA жана DC перпендикуляр өткөрүлгөн. $DA = DC$ экенин далилде.
10. Эгерде A , B жана C чекиттер бир түз сызыкта жатып, $AC = 7\text{ м}$ жана $BC = 9\text{ м}$ болсо, AB кесиндинин узундугун тап.
11. Жанаша жаткан бурчтардын бири экинчисинен 18° кичине. Ушул бурчтарды тап.
12. Эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип өткөндө пайда болгон бурчтардын бири 55° ка тең. Калган бурчтарын тап.

13. A , B жана C чекиттери бир түз сызыкта жатат. Эгерде $AB = 2$ см, $BC = 3$ см жана $AC = 5$ см болсо, B чекит AC кесиндиге тиешелүү болобу? Жообунду негизде.
14. A чекит BC түз сызыктын B жана C чекиттери арасында жатат. Эгерде $BC = 15$ см, AC кесинди болсо AB кесиндисинен 3 см ге кыска болсо, AB кесиндинин узундугун тап.
15. Жанаша жаткан бурчтардын бири экинчисинен 5 эсе чоң болсо, ушул бурчтардын чоңун тап.
16. Эки түз сызыктын кесилишинен пайда болгон бурчтардын катышы 5:4 кө тең. Бурчтардын кичинесин тап.
17. A , B жана C чекиттер бир түз сызыкта жатат. BC кесиндинин узундугу AC кесиндинин узундугунан 2 эсе кичине, AB кесиндинин узундугу болсо BC узундугунан 5,3 см ге узун. AC кесиндинин узундугун тап.
18. Тең капталдуу үч бурчтуктун ички бурчу 42° ка тең. Негизиндеги бурчтардын биссектрисалары кесилишүүсүнөн пайда болгон тар бурчту тап.
19. Эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык кесип өткөндө пайда болгон бурчтардын бири 109° ка тең. Калган бурчтарын тап.

7. Татаал маселелер

1. Жерден Күнгө чейинки аралык болжол менен 149 500 миң км, Жерден Күнгө чейинки аралык 400 миң км болсо, Күндөн Айга чейинки аралык: а) Айдын; б) Күндүн толук тутулган учурда канчаны түзөт?
2. C чекити AB кесиндинин ортосу. AB кесиндиден D чекитин тап, $DA = 1,5 (DB + DC)$ болсун.
3. Жанаша жаткан бурчтардын бири алардын айырмасынан 4 эсе чоң. Бул бурчтарды тап.
4. D чекити ABC үч бурчтуктун ички бөлүгүндө жайгашкан. ABC бурчу ADC бурчунан кичине экенин көрсөт.
5. Берилген тар бурчтан 25° ка чоң болгон бурчту түз.
6. Үч бурчтуктун периметри анын бир жагынан a га, экинчи жагынан b га жана үчүнчү жагынан c га чоң. Үч бурчтуктун периметрин тап.
7. Үч бурчтуктун медианаларынын суммасы анын периметринен кичине, бирок анын жарым периметринен чоң экенин далилде.
8. Каалагандай үч бурчтукту бир канча тең капталдуу үч бурчтуктарга бөлүүгө мүмкүндүгүн далилде.
9. Эгерде BB_1 кесинди ABC үч бурчтуктун биссектрисасы болсо, $AB > AB_1$ жана $BC > B_1C$ экенин далилде.
10. AB жана CD кесиндилер O чекитте кесилишет. Эгерде $AC=AO=BO=BD$ болсо, $OC=OD$ экенин далилде.
11. Үч бурчтуктун бийиктиги кесилиш чекитинде тең экиге бөлүнүшү мүмкүнбү?
12. A , B , C жана D чекиттери тегиздикте, $AB=BC=CA$ жана $DA=DB=DC$ түрүндө жайгашкан. ADB бурчунун градус өлчөмүн тап.
13. 8-сүрөттөгү AB жана CD кесиндилери өз ара параллель болобу?

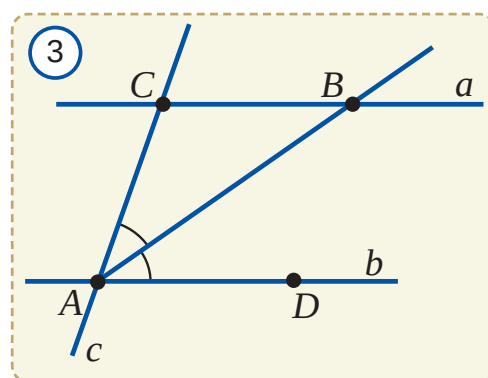
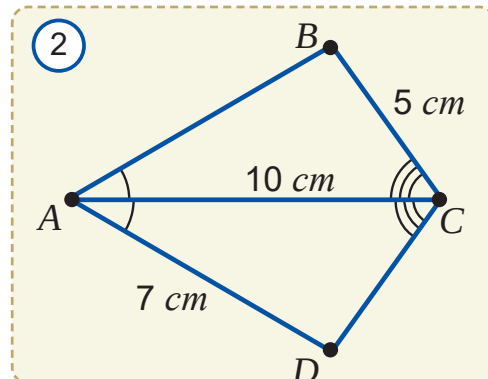
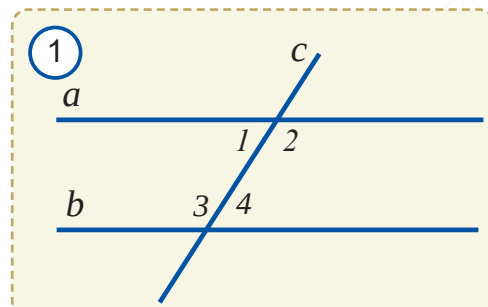
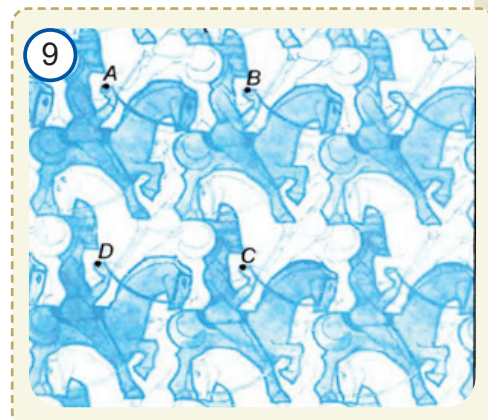
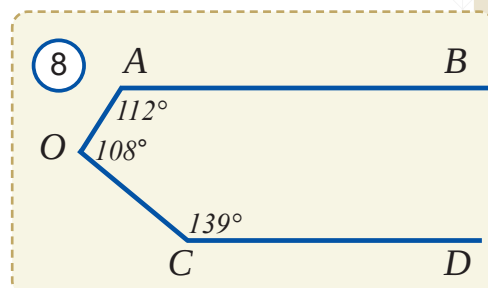
14. Кең бурчтун градус өлчөмү α га тең. Анын жактарына перпендикуляр эки шоола өткөрүлгөн. Бул шоолалардын өз ара градус өлчөмү β га тең бурч пайда кылат. $\alpha + \beta = 180^\circ$ экенин далилде.
15. 9-сүрөттө келтирилген атчандардын элеси тең фигуралардан турат. Эгерде $ABCD$ аянты S ке тең болгон төрт бурчтук болсо, бир атчан адамдын аянтын тап.
16. ABC тең капталдуу үч бурчтукта $AB=AC$, M чекит – AB жагынын ортосу, N чекити болсо AC жагынын ортосу. N чекиттен чыккан перпендикуляр AB жакты L чекитте, M чекиттен чыккан перпендикуляр AC жакты K чекитте кесип өтөт: $MK \perp AB$ жана $NL \perp AC$. $\angle NLK = \angle MKL$ экенин далилде.

Жыйынтыктоочу текшерүү иши

Жыйынтыктоочу текшерүү иши эки бөлүмдөн турат. Биринчи бөлүмдө өткөн сабактарда өтүлгөн геометриялык диктант жана тест суроолоруна окшогон 5 диктанттык суроолор жана 10 тестти чыгаруу сунуш кылынат. Текшерүү ишинин экинчи бөлүмүндө төмөнкү вариантта берилген маселелерге окшош 6 маселе берилиши мүмкүн.

Жыйынтыктоочу жазма текшерүү ишинин үлгүсү

- Эгерде 1-сүрөттө $a \parallel b$ жана $\angle 1 = 45^\circ$ болсо, $\angle 2$, $\angle 3$ жана $\angle 4$ тү тап.
- ABC үч бурчтукунда $\angle A = 32^\circ$, B бурчу A бурчунан 12° ка кичине болсо, C бурчуна сырткы болгон бурчту тап.
- 2-сүрөттө берилген маалыматтардын негизинде
 - $\triangle ABC = \triangle ADC$ экенин далилде;
 - ACD үч бурчтуктун периметрин тап.
- 3-сүрөттө $a \parallel b$ жана $AB - CAD$ бурчунун биссектрисасы, $AC = 7 \text{ см}$. BC кесиндинин узундугун тап.
- Тик бурчтуу үч бурчтуктун тик бурчунан түшүрүлгөн бийиктиги анын биссектрисасы болот. Бул үч бурчтуктун бурчтарын тап.
- Берилген бурчка тең бурчту жана анын биссектрисасын түз.



7-КЛАСС ҮЧҮН ГЕОМЕТРИЯГА ТИЕШЕЛҮҮ НЕГИЗГИ МААЛЫМАТТАР

1



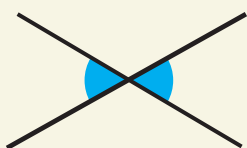
Жандаш жана вертикаль бурчтар

Жандаш бурчтардын суммасы 180° ка тең (1-сурет).

Жандаш бурчтардын биссектрисалары өз ара перпендикулярдуу.

Вертикаль бурчтар тең (2-сурет).

2



Үч бурчтуктар

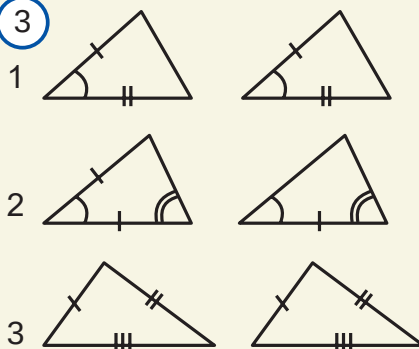
Үч бурчтуктардын барабардыгынын белгилери (3-сурет):

1) (ТБТ) эки жагы жана алардын арасындагы бурчка тиешелүү;

2) (ВТВ) жак жана ага жанаша жаткан эки бурчка тиешелүү;

3) (ТТТ) үч жагына тиешелүү.

3



Тең капталдуу үч бурчтуктар

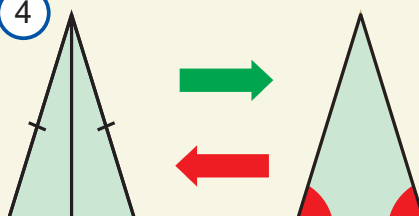
Тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурчтары тең болот (4-сурет).

Эгерде үч бурчтуктун эки тең бурчу болсо, ал тең капталдуу үч бурчтук болот (4-сурет).

Тең капталдуу үч бурчтуктун ичинен негизине түшүрүлгөн биссектриса анын бийиктиги жана медианасы болот.

Эгерде үч бурчтуктун бийиктиги анын биссектрисасы же медианасы болсо, бул үч бурчтук тең капталдуу болот.

4



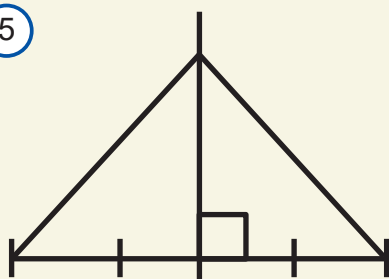
Кесиндинин орточо перпендикулярынын касиети

Кесиндинин орточо перпендикулярынын каалаган чекити ушул кесиндинин учунан тең аралыктарда жайгашат (5-сурет).

Эгерде чекит кесиндинин учунан тең аралыкта жайгашкан болсо, ал кесинди орточо перпендикулярда жатат.

Орточо перпендикуляр – кесиндинин учунан тең аралыкта жайгашкан чекиттердин геометриялык орду болуп саналат.

5



Параллель түз сызыктар

Үчүнчү түз сызыкка параллель эки түз сызык өз ара параллель болушат.

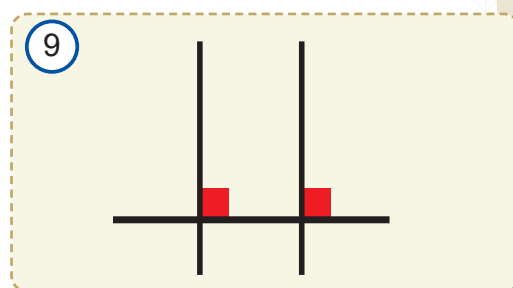
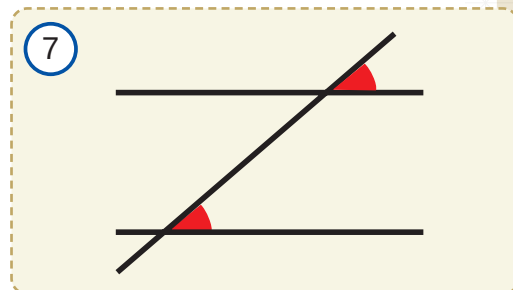
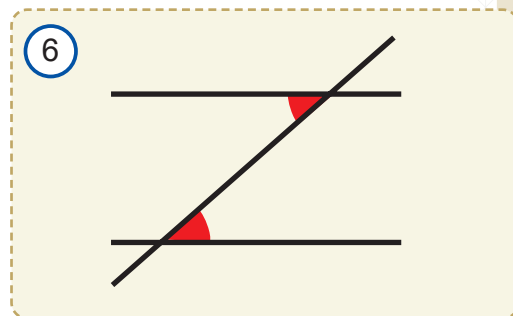
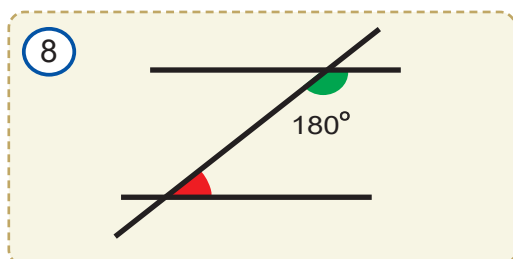
Эгерде ички кайчылаш бурчтар тең болсо, анда түз сызыктар параллель жана тескерисинче (6-сүрөт).

Эгерде туура келүүчү бурчтар тең болсо, анда түз сызыктар параллель жана тескерисинче (7-сүрөт).

Эгерде ички бир жактуу бурчтардын суммасы 180° болсо, анда түз сызыктар параллель жана тескерисинче (8-сүрөт).

Үчүнчү түз сызыкка перпендикуляр эки түз сызык бири-бирине параллель болот (9-сүрөт).

Параллель сызыктардын бирине перпендикуляр болгон түз сызык алардын экинчисине да перпендикуляр болот.



Үч бурчтуктун жактары менен бурчтарынын арасындагы байланыштар

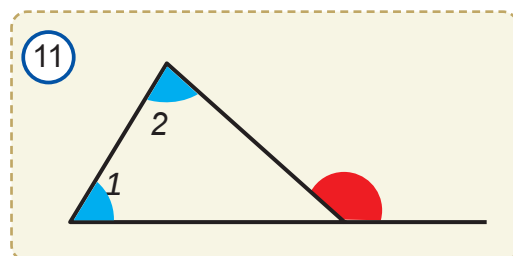
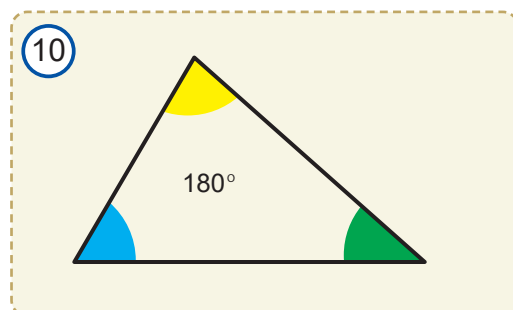
Үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180° ка тең (10-сүрөт).

Үч бурчтуктун сырткы бурчу ага жанаша жатпаган эки ички бурчтун суммасына барабар (11-сүрөт).

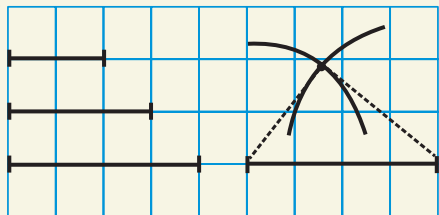
Үч бурчтуктун сырткы бурчу ага жанаша жатпаган ар кандай ички бурчтан чоң.

Үч бурчтуктун каалаган жагы анын калган эки жагынын суммасынан кичине.

Үч бурчтуктун чоң бурчунун тушунда чоң жагы, чоң жагынын тушунда болсо чоң бурч жатат.



12



Тик бурчтуу үч бурчтуктар

Тик бурчтуу үч бурчтуктун эки тар бурчунун суммасы 90° ка тең.

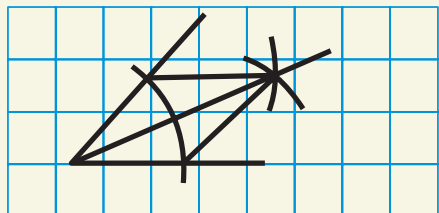
Тик бурчтуу үч бурчтуктун 30° бурчунун тушунда жаткан катет гипотенузанын жарымына тең.

Тик бурчтуу үч бурчтуктун катети гипотенузадан кичине.

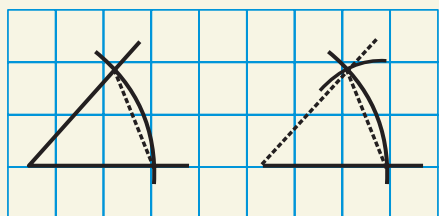
Тик бурчтуу үч бурчтуктардын барабардык белгилери:

- 1) (КК) эки катети боюнча;
- 2) (КБ) катет жана ага жандаш тар бурчу боюнча;
- 3) (ГБ) гипотенуза жана тар бурчу боюнча;
- 4) (ГК) катет жана гипотенузасы боюнча.

13



14



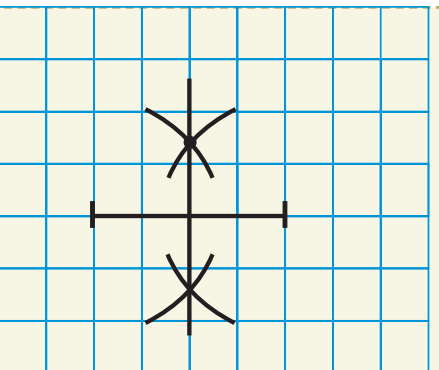
Бурчтун биссектрисасынын касиети

Бурчтун биссектрисасынын каалаган чекити бурчтун жактарынан тең аралыкта жайгашкан.

Эгерде бурчтун ички бөлүгүндөгү чекит бурчтун жактарынан тең аралыкта жайгашкан болсо, ал бурчтун биссектрисасында жатат.

Биссектриса – бурчтун жактарынан тең аралыкта жайгашкан бурчтун ичиндеги чекиттердин геометриялык орду.

15



Түзүүгө тиешелүү негизги маселелер

Үчүнчү жакка тиешелүү үч бурчтук түзүү (12-сүрөт);

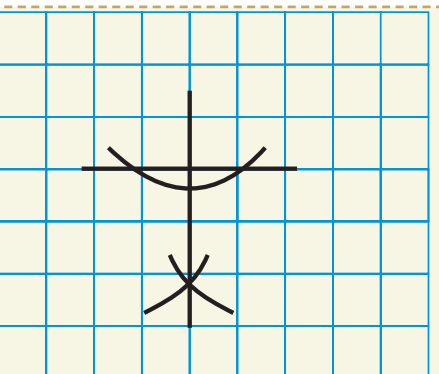
Бурчтун биссектрисасын түзүү (13-сүрөт);

Берилген бурчка тең бурчту түзүү (14-сүрөт);

Кесиндинин ортосун түзүү (15-сүрөт);

Берилген түз сызыкка перпендикуляр түз сызыкты түзүү (16-сүрөт).

16



10 дон 99 га чейинки натуралдык сандардын квадраттарынын таблицасы									
Ондук Бирдик	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
4	196	576	1156	1936	2916	4036	5476	7056	8836
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801

Грек алфавити

Жазылышы	Окулушу
$A \alpha$	альфа
$B \beta$	бетта
$\Gamma \gamma$	гамма
$\Delta \delta$	дельта
$E \varepsilon$	эпсилон
$Z \zeta$	дзета
$H \eta$	эта
$\Theta \theta$	тета
$I \iota$	йота
$K \kappa$	каппа
$\Lambda \lambda$	лямбда
$M \mu$	мю
$N \nu$	ню

Жазылышы	Окулушу
$\Xi \xi$	кси
$O \omicron$	омикрон
$\Pi \pi$	пи
$\rho \rho$	ро
$\Sigma \sigma$	сигма
$T \tau$	тау
$Y \upsilon$	эпсилон (ипсилон)
$\Phi \phi$	фи
$\chi \chi$	хи
$\Psi \psi$	пси
$\Omega \omega$	омега

Жооптор жана көрсөтмөлөр

1

2. а) $\begin{cases} O \in a \\ O \in b \end{cases}$ Кесишүүчү түз сызыктардын ар бирине тиешелүү чекит алардын кесишүүчү чекити болот жана ал бирөө гана; б) чекиттер түз сызыкка гана тиешелүү. B жана E чекиттери түз сызыкка гана тиешелүү; с) F, H, G, K чекиттери түз сызыкка тиешелүү эмес. 3. а) $\begin{cases} O \in a \\ O \in b \end{cases}$ чекит түз сызыкка да, $O \in b$ түз сызыкка да тиешелүү, б.а. алардын кесишүүчү чекити болот; б) чекит түз сызыкка гана тиешелүү. в) $\begin{cases} A \notin a \\ A \notin b \end{cases}; \begin{cases} C \notin a \\ C \notin b \end{cases}; \begin{cases} D \notin a \\ D \notin b \end{cases}; \begin{cases} E \notin a \\ E \notin b \end{cases}$ $A; C; D; E$ чекиттер a туура сызыкка да түз сызыкка тиешелүү эмес. 4. а) A, O, E чекиттери a түз сызыкка тиешелүү; б) D жана O чекиттери b туура сызыкка тиешелүү; в) O чекит a туура сызыкка да, b туура сызыкка да тиешелүү; г) $A; E$ чекиттер a туура сызыкка тиешелүү, b туура сызыкка тиешелүү эмес; д) D чекиттер b түз сызыкка тиешелүү, a түз сызыкка тиешелүү эмес; е) B жана C чекиттери a түз сызыкка да, b түз сызыкка тиешелүү эмес. 5. A чекит AB га да, AC га да тиешелүү. 6. 1 даана же чексиз көп. 7. Жатпайт. 8. а) каалаганча; б) 1; в) 1 же 3. 9. 2, 3, 4. 10. 2, 7. 11. 6 түз сызык. Бул түз сызыктар тегиздикти 12 бөлүккө бөлүп турат. 12. а) 3; б) 6. 13. 6; 10. 14*. Мүмкүн эмес.

2

1. 6. 2. 6: $AB, BC, CD; AC; AD; BD$. 3. Толуктоочу шоолалар: 1) AB жана AE ; 2) AC жана AF ; 3) AD жана AH . 4. а) C чекиттинен чыккан шоолалар: CA, CD, CB, CM, CN ; толуктоочу шоолалар: CA жана CD же CA жана CB ; б) D чекитинен чыккан шоолалар: DC, DA, DB, DQ, DP ; толуктоочу шоолалар: DC жана DB же DA жана DB . 5. 4, 6. 7. а) b жана d, p жана q, n жана u ; б) 2 жана 5; 6 жана 9. 8. 3 жана 14; 4 жана 10; 6 жана 9; 5 жана 12. 9*. а) 2; б) 3; в) 4; г) 11. 10. 2; 4; 7; 11. 11. Ооба. 12. 5; 13. 29 бөлүккө бөлүнөт. 14. 26,8 см. 15. 1 бирдик; 2 бирдик; $\frac{1}{2}$ бирдик; $\frac{2}{3}$ бирдик; 16. 4 см; 5 см; 6,5 см; 1 см; 2,5 см; 1,5 см. 17. а) 6,6; б) 1; в) 9. 18. 12,8 см. 19. 0,8. 21. 2 учур болушу мүмкүн. B чекити AC кесиндиде болсо, $AC=800$ м. C чекити AB кесиндиде болсо, $AC=400$ м. 22. 5. 23. 46 см. 24. а) 24 см; б) 14 см. 25. 5. 26. а) 2; б) 1. 27. а) 4 см; б) 1,6 см; в) 0,4 см; г) 2,6 см. 28. 26. 29. $CD = \frac{AB}{2} + 46$ см. 31. а) 5 см; б) 7,8 м; в) 2,8 км. 32. а) 70 см; б) 186 дм; в) 82 м. 33. а) $AC=5$ см; $BC=4$ см; б) $AC=11$ см; $BC=2$ см; в) $AC=10$ см; $BC=1$ см. 35. B чекити A жана C чекиттеринин арасында жатат. 36. а) 5,9 см; б) 9,5 см. 37. а) $3AB$; б) $\frac{3AC}{2}$ в) $\frac{3AE}{4}$ 39. Бир түз сызыктан алынган каалаган үч чекиттин бирөө гана калган экөөнүн арасында жатат. 40. Ар кандай эки чекиттен бир гана түз сызык өтөт.

3

1. а) бурчтун чокусу: N ; бурчтун жактары NM жана NL ; б) бурчтун чокусу: B ; бурчтун жактары: BA жана BO . 2. бурчтары: $\angle BAC, \angle BAD, \angle CAD$; бурчтун чокусу: A ; бурчтун жактары: AB, AC, AD . 3. а) $\angle AOC, \angle COD, \angle BOD, \angle AOD, \angle AOB, \angle COD$. б) $\angle AOB, \angle BOC, \angle COD, \angle DOE, \angle AOE, \angle AOC, \angle AOD, \angle BOD, \angle COE, \angle BOE$. 4. а) ооба; б) жок. 5. 1) $\angle AOC=30^\circ; \angle BOC=30^\circ$. 2) $\angle AOC=88^\circ; \angle BOC=88^\circ$. 6. 1) $24,5^\circ$; 2) $39,5^\circ$; 3) 71° . 7. 1) a жана h ; 2) c, d, e, g ; 3) b жана f . 8. а) ооба; б) ооба; в) жок.

9. а) $87^{\circ}56'$; б) $128^{\circ}29'47''$; в) $1^{\circ}47'29''$. 11. а) 72° ; б) $60^{\circ}19'$; в) $55^{\circ}45'$. 12. 1) $\angle CBF$; 2) $\angle DBF$. 14. $\angle POQ > \angle ABC$. 15. а) ооба; б) жок; в) жок. 16. 176° . 17*. 61° . 18*. а) 90° ; б) 180° . 19. $\angle AOB=60^{\circ}$, $\angle AOC=90^{\circ}$, $\angle AOD=130^{\circ}$, $\angle BOC=30^{\circ}$, $\angle BOD=70^{\circ}$; $\angle COD=40^{\circ}$. Биссектрисалары: 1) 30° ; 2) 45° ; 3) 65° ; 4) 15° ; 5) 35° ; 6) 20° бурчтардан өтөт. 20. 3) 15° ; 2) $22,5^{\circ}$; 5) 30° ; 6) 45° ; 1) 90° ; 4) 135° .

4

7. а) Ташкент жана Фергана шаарларынын ортосундагы аралык 248 км. б) Ташкент жана Термез шаарларынын ортосундагы аралык 444 км. в) Ташкент жана Жызак шаарларынын ортосундагы аралык 126 км. д) Ташкент жана Гүлистан шаарларынын ортосундагы аралык 90 км. е) Ташкент жана Самарканд шаарларынын ортосундагы аралык 183 км. ф) Ташкент жана Каршы шаарларынын ортосундагы аралык 280 км. г) Ташкент жана Навоий шаарларынын ортосундагы аралык 319 км. h) Ташкент жана Үргөнч шаарларынын ортосундагы аралык 704 км. i) Ташкент жана Нукус шаарларынын ортосундагы аралык 777 км. j) Ташкент жана Каракалпакстандын ортосундагы аралык 1019 км. 8. 246 чакырым. 9. 1) 120° ; 2) 6 саат. 10. 1) 38,1 см; 2) 43,18 см; 3) 48,26 см. 11. 1) Жерден Күнгө чейин 149 637 000 км. 2) Венерадан Күнгө чейин 107 803 000 км. 3) Меркурийдан Күнгө чейин 57 924 000 км. 4) Марстан Күнгө чейин 226 869 000 км. 5) Юпитерден Күнгө чейин 777 147 000 км. 6) Сатурндан Күнгө чейин 1 427 183 000 км. 7) Урандан Күнгө чейин 2 868 847 000 км. 8) Нептундан Күнгө чейин 4 498 764 000 км. 12. а) 2235 м; б) 7822,5 м; в) 10 877 м.

1-котролдук иш: 1. $BC=3$ см. 2. $BC=12$ см. 3. $\angle BOC=35^{\circ}$. 4. $\angle O=150^{\circ}$.

5

3. 45° . 4. а) 8; б) 8; в) 8; д) 8. 5. 5 тар; 1 кең. 6. Эки жолу бүгүү аркылуу пайда кылуу мүмкүн. 7. $3^{\circ}00'$, $9^{\circ}00'$. 8. а) 105° ; б) 75° ; в) 105° . 9. а) 30° ; б) 180° ; в) 1° . 10. а) 160° ; б) 90° ; в) 35° ; д) 171° . 11. а) 146° ; б) 71° ; в) 175° ; д) 13° . 12. $\angle AOB=135^{\circ}$, $\angle BOC=45^{\circ}$. 13. $\angle AOB=36^{\circ}$, $\angle BOC=144^{\circ}$. 14. а) жок; б) ооба; в) жок. 15. а) 140° ; б) 137° . 16. а) 45° ; б) 45° ; в) 53° . 17. ооба, эгерде эки бурчу да 90° тан турса. 18. а) 40° ; 140° ; б) 55° ; 125° ; в) 18° ; 162° . 19. 140° , 40° , 140° .

20.	$\angle 1$	34°	62°	48°	19°	175°
	$\angle 2$	146°	118°	132°	161°	5°

21.	$\angle 1$	12°	162°	120°	15°	45°
	$\angle 2$	168°	18°	60°	165°	135°

22. 1) 110° ; 2) 50° ; 3) 50° . 23. 149° ; 2) 59° ; 3) 59° . 24. а) 45° ; 135° ; б) 60° ; 120° ; в) 30° ; 60° ; 90° . 25. а) 75° ; 105° ; б) 100° ; 80° ; в) 108° ; 72° . 26. а) 120° ; б) 80° ; в) 60° ; 60° ; 60° . 27. г) 90° ; 90° ; 90° ; д) 75° ; 105° ; 75° ; е) 46° ; 46° ; 134° . 28. 135° . 29. 135° . 30. а) $\angle 3=\angle 4$; $\angle 9=\angle 10$; б) $\angle 1$ жана $\angle 2$. 31. OC шоола $\angle AOD$ нын; OD шоола $\angle COE$ нын; OE шоола $\angle DOB$ нын; OD шоола $\angle AOB$ нын биссектрисасы болот. 32. А чекити В жана С чекиттери арасында жатат.

6

3. 30° . 5. $AO=1$ см, $AB=2$ см, $AC=1$ см. 6. 13700 км. 7. а) В чекити калган экөөнүн арасында жатат; б) А чекити калган экөөнүн арасында жатат. 8. 90° . 10. Нурлардан OC калган экөөсүнүн арасында жатат. 11. 60° ; 60° . 12. 80° , 100° , 80° , 100° . 13. OE жана OF бир туура сызыкта жатат. 6 – тесттер: 1. Е; 2. D; 3. D; 4. А; 5. Е; 6. В; 7. Е; 8. Е; 9. В; 10. А; 11. А; 12. D; 13. Е; 14. В; 15. А; 16. А; 17. В; 18. Е.

7

2. 90° . 3. 60° . 4. Жок. 5. Мисал 2 чыгарылышка ээ: 1) 65° ; 2) 15° . 6. 15° . 7. а) $\angle AOC=45^{\circ}$; $\angle BOC=45^{\circ}$; б) $\angle AOC=30^{\circ}$; $\angle BOC=30^{\circ}$; в) $\angle AOC=25^{\circ}$; $\angle BOC=25^{\circ}$; д) $\angle AOC=10^{\circ}$; $\angle BOC=10^{\circ}$. 8. $\angle DOE=60^{\circ}$. 9. Жок. 10. Маселе эки чыгарылышка ээ: 1) 0,5 м; 2) 5,9 м. 11. а) $AC=9$ м, $BC=6$ м; б) $AC=7,5$ м, $BC=7,5$ м; в) $AC=6$ м, $BC=9$ м. 13. а) 15; б) 21;

с) 45. **15.** 1,3. **16.** 6. **17.** 4.30 же 7.30. **18.** 6. **19.** $\angle AOB=110^\circ$, $\angle BOC=70^\circ$; б) $\angle AOB=36^\circ$, $\angle BOC=144^\circ$; с) $\angle AOB=112^\circ$, $\angle BOC=68^\circ$; д) $\angle AOB=150^\circ$, $\angle BOC=30^\circ$. **20.** 50° , 130° , 50° , 130° . **21.** а) $C \in AB$; б) $A \in BC$. **22.** а) $x=180^\circ - \alpha$; $y=\alpha$. б) $x=90^\circ$; $y=90^\circ$; с) $x=180^\circ - \alpha$; $y=\alpha$. **23.** а) 6; б) 10; с) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$. **24.** $b_{50} = \frac{2^{49}}{10} \text{ mm}$.

8 **6.** 1, 2, 3, 4, 5, 7 сан белгилери сынык сызык болот. **7.** а) a, b, d, e, g ; б) c, f, h ; с) c, f . **9.** а) түз; б) тар; с) тең капталдуу; д) тең жактуу; е) кең бурчтуу. **10.** а) тик бурчтуу үч бурчтук, б) тар бурчтуу үч бурчтук, с) тең жактуу үч бурчтук, д) тең капталдуу үч бурчтук, е) кең бурчтуу үч бурчтук. **11.** а) 12,2 дм; б) 102,4 м. **12.** а) 139,6 мм; б) 102,4 м. **14.** Ар бир бурчу 60° . **15.** а) 3; б) 3; с) 3. **16.** 1) ABE – тар; 2) ACE, BCE, DCE – түз; 3) BED – тең капталдуу; 4) AED – түрдүү жак. **20.** Бийиктик, биссектриса, медиана жана ички бурчтар. **21.** Тик бурчтуу үч бурчтук. **22.** Ооба. **23.** 3. **24.** 9. **25.** 16. **27.** $\triangle KLM$ – тик бурчтуу үч бурчтук, $ML=5 \text{ см}$. **28.** 18 см; 24 см; 30 см. Бул тик бурчтуу үч бурчтук. **29.** $a=36 \text{ мм}$; $b=48 \text{ мм}$; $c=60 \text{ мм}$.

9 **3.** $AB=BA$; $BC=AC$; $AC=BC$. **4.** $\angle MNL=\angle LMN$; $\angle MLN=\angle LNM$; $\angle NML=\angle MLN$. **5.** $\angle B=80^\circ$; $\angle D=52^\circ$; $\angle F=48^\circ$. **6.** $AB=LM=5$; $BC=MN=8$; $AC=LN=9$. **7.** $x=5$. **12.** е) $\angle D=35^\circ$, $\angle C=62^\circ$. **13.** 85° . **15.** Жок.

10 **1.** 10 см. **2.** $a=12$; $b=8$. **8.** $AB=8 \text{ см}$; $BC=8 \text{ см}$; $AC=11 \text{ см}$.

11 **2.** 4. **3.** $\angle E=\angle N=35^\circ$; $\angle D=\angle L=135^\circ$; $ED=NL=7$. **10.** $AC=BD=7$.

12 **5.** 6. $\triangle ABN=\triangle CAK$; $\triangle ABC=\triangle CNK$; $\triangle BNK=\triangle BCK$; $\triangle BNC=\triangle CKN$; $\triangle BAC=\triangle KAN$; $\triangle BAN=\triangle KAC$. **8.** 3. $\triangle ABD=\triangle ACD$; $\triangle ABC=\triangle BCD$; $\triangle AOB=\triangle COD$. **10.** 10,4 см. **12.** 8 см. **15.** $\angle C_1=90^\circ$, $\angle A_1=30^\circ$, $\angle B_1=60^\circ$. **16.** 10 см, 10 см.

13 **5 – тесттер:** **1.** В; **2.** А; **3.** В; **4.** Е; **5.** D. **6.** А. **7.** D; **8.** А; **9.** В; **10.** D; **11.** А; **12.** В; **13.** А; **14.** В; **15.** D; **16.** А. **6 – мисалдар:** **1.** 1) тең жактуу үч бурчтук; 2) тик бурчтуу үч бурчтук. 3) тар бурчтуу үч бурчтук; 4) тең капталдуу үч бурчтук; 5) кең бурчтуу үч бурчтук. **2.** 1) үч бурчтуктар барабар эмес, ЖБЖ белгисине туура келбейт; 2) үч бурчтуктар барабар, ЖБЖ белгисине ылайык тең; 3) үч бурчтуктар барабар эмес, ЖБЖ белгисине көрө туура келбейт. 4) үч бурчтуктар барабар, ЖБЖ белгисине көрө барабар; 5) үч бурчтуктар барабар, ЖЖЖ белгисине көрө барабар; 6) үч бурчтуктар барабар эмес, ЖБЖ белгисине көрө туура келбейт. **7.** Ооба. **8.** $\triangle ABD=\triangle CAD$; $\triangle AED=\triangle AFD$; $\triangle BED=\triangle CFD$. **11.** 58° . **12.** 48° . **13.** 120° .

3-текшерүү иши: **1.** 10. **3.** $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$, $3\frac{11}{15}$.

14 **2.** $a \parallel b$; $c \parallel d$. **4.** Ооба. **6.** 1) $a \parallel b$, 3 бөлүк пайда болот. 2) $a \nparallel b$, 4 бөлүк пайда болот. **8.** а) вертикаль бурчтар: $\angle 1$ жана $\angle 4$; $\angle 2$ жана $\angle 3$; $\angle 5$ жана $\angle 7$; $\angle 6$ жана $\angle 8$; б) жанаша жаткан бурчтар: $\angle 1$ жана $\angle 2$; $\angle 2$ жана $\angle 4$; $\angle 4$ жана $\angle 3$; $\angle 3$ жана $\angle 1$; $\angle 5$ жана $\angle 6$; $\angle 6$ жана $\angle 7$; $\angle 7$ жана $\angle 8$; $\angle 8$ жана $\angle 5$. **9.** $\angle 1=\angle 6=63^\circ$; $\angle 2=\angle 3=\angle 5=\angle 7=117^\circ$. б) $\angle 2=\angle 3=\angle 5=\angle 7=117^\circ$; $\angle 4=\angle 8=63^\circ$. **10.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=117^\circ$; $\angle 4=\angle 8=63^\circ$. **11.** $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=58^\circ$; $\angle 3=\angle 5=122^\circ$. **12.** 98° , 82° , 98° ; 70° , 110° , 70° . **13.** $\angle 2=148^\circ$; $\angle 3=148^\circ$; $\angle 4=32^\circ$; $\angle 6=46^\circ$; $\angle 7=134^\circ$; $\angle 8=46^\circ$. **14.** $\angle 3=\angle 5$ ички алмашуучу; $\angle 2=\angle 8$ сырткы алмашуучу; $\angle 4=\angle 6$ ички кайчылаш бурчтар барабар. **15.** Теңдемелер аткарылат. **16.** Мүмкүн. **17.** $\angle 1+\angle 8=180^\circ$; $\angle 2+\angle 7=180^\circ$; $\angle 4+\angle 5=180^\circ$; $\angle 3+\angle 6=180^\circ$. **18.** Ички кайчылаш бурчтар өз ара барабар болот.

15 **1.** $x=150^\circ$. **3.** $x=60^\circ$; $y=120^\circ$. **8.** а) ооба; б) ооба. **9.** а) жок; б) ооба. **11.** 1 даанасы кеспиши мүмкүн же баары кесип өтөт. **12.** $AD \parallel BC$. **13.** а) $a \nparallel b$; б) $a \parallel b$. **14.** $x=116^\circ$. **15.** $\angle 2=75^\circ$;

$\angle 3=105^\circ$; $\angle 4=75^\circ$; $\angle 6=75^\circ$; $\angle 7=105^\circ$; $\angle 8=75^\circ$. **16.** $\angle 1=60^\circ$; $\angle 2=120^\circ$; $\angle 4=120^\circ$; $\angle 5=60^\circ$; $\angle 6=120^\circ$; $\angle 7=60^\circ$. **17.** $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75^\circ$. **18.** а) $BC \parallel AD$; $AB \parallel CD$. б) $AD \parallel BC$; в) $AD \parallel BD$

16 1. а) туура эмес; б) туура эмес; в) туура эмес; д) туура эмес; е) туура эмес; ф) туура эмес; г) туура эмес; h) туура эмес. 2. а) туура; б) туура; в) туура. 3. а) туура; б) туура; в) туура. 4. $\angle 2=45^\circ$; $\angle 3=135^\circ$; $\angle 4=45^\circ$; $\angle 5=135^\circ$; $\angle 6=45^\circ$; $\angle 7=135^\circ$; $\angle 8=45^\circ$. 5. $\angle 1=131^\circ$; $\angle 3=131^\circ$; $\angle 4=49^\circ$; $\angle 5=131^\circ$; $\angle 6=49^\circ$; $\angle 7=131^\circ$; $\angle 8=49^\circ$. 9. 45° . 10. $x=11^\circ$. 14. $\angle 2=\angle 3=53^\circ$. 15. $\angle 1=73^\circ$, $\angle 2=73^\circ$. 16. 70° , 110° . 19. 70° , 110° . 20. а) мүмкүн; б) мүмкүн. 21. а) мүмкүн; б) мүмкүн. 23. $x=105^\circ$. 24. $x=35^\circ$. 25. $\angle 1=78^\circ$; $\angle 2=102^\circ$; $\angle 3=78^\circ$; $\angle 4=102^\circ$; $\angle 5=78^\circ$; $\angle 6=102^\circ$; $\angle 7=78^\circ$; $\angle 8=102^\circ$. 26. $\angle 1=64^\circ$; $\angle 2=116^\circ$; $\angle 3=64^\circ$; $\angle 4=116^\circ$; $\angle 5=64^\circ$; $\angle 6=116^\circ$; $\angle 7=64^\circ$; $\angle 8=116^\circ$. 27. жок. 28. $x=42^\circ$. 29. 8 бурчтан 4 төөсү кең бурч болот. Эгерде мындай болбосо, бурчтардын бардыгы 90° ка барабар болот. $a \perp c$; $b \perp c$; $a \parallel b$ болот. 30. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=50^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=130^\circ$. 32. $\angle D=98^\circ$

17 5 – тесттер: 1. А; 2. В; 3. А; 4. D; 5. D; 6. D; 7. D; 8. Е; 9. В; 10. В; 11. D; 12. Е; 13. А; 14. В; 15. Е; 16. А. 6 – мисалдар: 1. Ооба. 2. Ооба. 3. $\angle 4=\angle 7=118^\circ$; $\angle 2=\angle 3=\angle 6=\angle 8=62^\circ$. 4. $a \parallel b$. 5. $x=55^\circ$. 6. 128° . 8. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=42^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=133^\circ$. 9. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=20^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=160^\circ$. 10. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=75^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=105^\circ$. 11. 59° . 12. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=72^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=108^\circ$.

4-текшерүү иши: 1. $\angle 3=\angle 5=\angle 7=34^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=146^\circ$. 2. 52° .

18 1. а) 80° ; б) 25° ; в) 45° ; д) 45° . 2. а) 63° ; б) 90° ; в) 113° ; д) 15° . 3. 102° . 4. а) 80° , 50° ; б) 30° ; 60° ; 90° ; в) 50° , 60° , 70° . 5. а) 65° ; б) 45° ; 90° ; 45° . 6. а) 79° ; б) 105° . 7. $x=20^\circ$, $y=50^\circ$. 9. $x+y=270^\circ$. 10. 60° . 11. 60° , 60° , 60° . 12. 45° , 45° , 90° . 13. а) 65° , 65° ; б) 60° ; 60° ; в) $37,5^\circ$; $37,5^\circ$. 14. 60° , 45° , 75° . 15. 30° , 120° . 16. а) 75° ; б) 34° ; 68° ; в) 50° . 17. а) 128° ; б) 51° . 18. $x+y+z=540^\circ-(\alpha+\beta+\gamma)$. 19. 50° ; 90° ; 40° . 20. а) 90° ; б) 50° ; в) 110° ; д) 60° . 21. 60° ; 48° . 22. 540° . 23. 24° , 36° , 60° . 25. а) 30° , 30° ; б) 55° , 55° . 26. а) 15° , 150° ; б) 75° , 30° . 28. $\angle AOB=122,5^\circ$; $\angle EOC=65^\circ$. 29. 30° . 30. $67,5^\circ$. 31. Ооба. 32. Мүмкүн эмес. 33. $\angle A=80^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=70^\circ$. 34. $\angle A=35^\circ$; $\angle B=35^\circ$. 35. а) 70° ; б) 75° ; в) 80° ; д) 72° ; е) 120° ; г) 80° ; h) 36° .

19 1. а) AB ; б) AB . 2. а) PR ; б) PR . 3. $\angle A=67^\circ$; $\angle B=23^\circ$; $\angle C=90^\circ$. 4. а) 78° ; 12° ; 90° ; б) 47° ; 43° ; 90° . 5. $\angle A=60^\circ$; $\angle B=30^\circ$; $\angle C=90^\circ$; $AC=17$; $BC=17\sqrt{3}$. 6. 60° , 30° , 90° . 7. 1) 4; 2) 6; 3) 60° . 8. а) 5; б) 13,5; в) 9. 9. 1) 35° ; 2) 130° ; 3) 90° ; 4) 130° ; 5) 100° ; 6) 90° . 10. а) Жок; б) жок; в) ооба; е) жок.

20 1. а) болот; б) болот; в) болот; д) болот; е) жок; ф) жок. 2. а) болот; б) болот; в) болот; д) болот; е) жок; ф) болот. 6. 7 см. 7. 7 см, 7 см. 11. 180° . 12. 270° . 13. 6. 14. 8 см. 17. $\angle B=80^\circ$.

21 1. BC ; 2. AB жана BC ($AB=BC$). 3. а) $\angle A$ же $\angle C$; б) $\angle B$. 4. а) $\angle C$; б) $\angle B$. 5. а) Мүмкүн; б) мүмкүн эмес. 6. а) мүмкүн эмес; б) мүмкүн. 7. а) бар; б) жок; в) бар; д) бар. 8. а) 7; б) 10; в) 8 же 5. 9. а) мүмкүн. Үч бурчтуктун эки жагынын суммасы үчүнчү жагынан чоң болушу керек. Барабар да, кичине да болбостугу керек. Болбосо үч бурчтук пайда болбойт; б) мүмкүн эмес. Үч бурчтук пайда болбойт; в) мүмкүн эмес. Үч бурчтук пайда болбойт. 10. а) мүмкүн. Үч бурчтуктун эки жагынын суммасы үчүнчү жагынан чоң болушу керек. Барабар да, кичине да болбостугу керек. Болбосо үч бурчтук пайда болбойт; б) мүмкүн эмес. Үч бурчтук пайда болбойт; в) мүмкүн эмес. Үч бурчтук пайда болбойт. 11. а) эң чоң бурч A , эң кичине бурч C ; б) эң чоң бурч A , эң кичине бурч C же B ; в) эң чоң бурч A же B , эң кичине бурч C . 12. а) $BC < AB < AC$;

б) $BC=AB<AC$; в) $BC=AC=AB$. **14.** 7; 7; 11. **15.** 7. **16.** Үч бурчтук же кесинди. **18.** Эң чоңу $\angle ACB$, эң кичинеси $\angle ABC$. **19.** Негиши, каптал жагы. **20.** а) $BC>AC>AB$; б) $BC=AC<<AB$. **21.** 60° ; 120° ; 60° ; 120° . **22.** $0^\circ<\angle B<60^\circ$. **23.** Тарч бурчтуу үч бурчтук. **24.** Эң чоңу BC , эң кичинеси AB . **25.** Үч бурчтуктун эң кичине жагы BC . **26.** а) үч бурчтук жок. б) үч бурчтук жок. **27.** Үч бурчтук бар эмес.

22

1. 1) 180° ; 2) 360° . **2.** $\angle B=75^\circ$; $\angle C=75^\circ$. **3.** $c=10$ см. **6.** Ички бурчтардын суммасы $\alpha=1080^\circ$ га барабар. Сырткы бурчтардын суммасы $\beta=360^\circ$ га барабар. **7.** 72° . **8.** $a=20$ см, $b=40$ см, $c=40$ см. **9.** а) $\angle A=\angle B=45^\circ$ болгондуктан дарактын узундугу анын көлөкөсүнүн узундугуна барабар; б) $AB=A_1B_1$ болгондуктан AB көлдүн кендиги ошончо болот; в) AB канча узундукта болсо, AC көлдүн узундугу ага барабар болот; д) жардын узундугу $AB=2BC$ болот. **10.** Көлдүн узундугу $AB=AC-CB$ га барабар. **11.** Жакындыштырып, ооба.

4 – тесттер: **1.** В; **2.** С; **3.** В; **4.** В; **5.** D; **6.** В; **7.** В; **8.** В; **9.** Е; **10.** А; **11.** D; **12.** А; **13.** D; **14.** А; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D. **19.** А.

5 – маселелер. **1.** Мүмкүн эмес. **2.** 1) $a=1$; $b=7$; $c=7$. 2) $a=2$; $b=6$; $c=7$. 3) $a=3$; $b=5$; $c=7$. 4) $a=4$; $b=4$; $c=7$. **3.** жок, $h_b>b$; $h_b=a$; $h_b=b$. **4.** 18. **5.** 63° , 63° , 54° . **7.** 60° . **8.** 90° . **10.** 40° , 40° , 100° . **11.** Барабар болот. **13.** Ооба. **14.** 20. **15.** 13. **16.** 1) 24° ; 2) 70° . **17.** 35° , 110° , 35° . **18.** 134° . **19.** 90° . **20.** Ооба. **21.** 39° , 117° , 24° .

5-текшерүү иши: **1.** 65° . **2.** $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$. **3.** 12 см. **4.** $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$.

23

Тесттер: **1.** А; **2.** D; **3.** В.

24

1. 20 см. **2.** 20° . **3.** 15° . **4.** 30° . **5.** 40° ; 60° ; 80° . **6.** 1:2. **7.** 76° . **8.** 42° . **9.** 21° , 69° . **10.** $\angle AOB=122,5^\circ$. **11.** 72° . **12.** 46° . **28.** Тар бурчтуу. **30.** а) 92° ; б) 42° . **31.** 6; 6; 6; 60° . **33.** 45° . **35.** Кесинди. **37.** 144° . **38.** 54° . **39.** 3,6 см.

25

5 – Тесттер: **1.** А; **2.** Е; **3.** D; **4.** В; **5.** Е; **6.** А; **7.** Е; **8.** D. **9.** В. **10.** А. **11.** А; **12.** D; **13.** В; **14.** D; **15.** Е; **16.** А; **17.** В; **18.** Е; **19.** А; **20.** D. **6 – Маселелер:** **2.** 12 см. **3.** 12 см. **4.** 34. **5.** 2,8 см. **6.** 83° . **7.** 15,6 см. **8.** 55° . **10.** 2 м же 16 м. **11.** 81° , 99° . **12.** 125° ; 55° ; 55° ; 125° ; 125° ; 55° ; 55° ; 125° . **13.** Ооба. **14.** 9 см. **15.** 30° , 150° . **16.** 80° , 100° . **17.** 5,3 см. **18.** 69° . **19.** 109° ; 71° ; 71° ; 71° ; 109° ; 109° ; 71° ; 109° ;

7. Татаал маселелер: **1.** а) 149900 миң км. б) 149100 миң км. **2.** D чекит.

3. $\alpha = \frac{540^\circ}{7}$; $\beta = \frac{720^\circ}{7}$. **6.** $P = \frac{a+b+c}{2}$. **11.** Жок. **12.** 120° ; **13.** Жок.

Жыйынтыктоочу текшерүү иши: **1.** 135° , 135° , 45° . **2.** 52° . **3.** б) 22 см. **4.** 7 см.

5. $\angle B=45^\circ$; $\angle C=45^\circ$.

Оқу китебин түзүүдө колдонулган жана кошумча үйрөнүүгө сунушталган оқуу-методикалык адабияттар жана электрондук ресурстар

1. Азамов А., Хайдаров Б. Matematika sayyorasi. Ташкент: O'qituvchi, 1993.
2. Саитов Й. Matematika va matematiklar haqida. Ташкент: O'qituvchi, 1992.
4. Афонина С. И. Matematika va go'zallik. Ташкент: O'qituvchi, 1986.
6. Исмаилов А., Хайдаров Б., Каримов Н., Ш. Исмаилов. Xalqaro tadqiqotlarda o'quvchilarning matematik savodxonligini baholash, metodik qo'llanma. – Ташкент, 2019.
8. Погорелов А. В. Геометрия 7–9, учебник. Москва: Просвещение, 2004.
9. Атанасян С. Геометрия 7–9 классы, учебник. Москва: Просвещение, 2002.
10. Шарыгин Ф. Геометрия 7–9 классы, учебник. Москва: Дрофа, 2000.
11. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. Москва: Наука, 1993.
12. Перельман Я. И. Qiziqarli geometriya, Ташкент: O'qituvchi, 1981.
13. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. Москва: Наука, 1991.
16. Бевз Г. П. и др. Геометрия 7 учебник, Киев: Вежа, 2007.
17. Александров А. Д. Геометрия - 7 учебник, Москва. Просвещение, 2013.
18. Johannes Paasonen Ahaa mathematiikkaa 7, Porvoo-Helsinki-Juva, 1993.
19. Daniel C. Alexander, Elementary geometry for college students. Canada, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.
20. <http://www.uzedu.uz> – Элге билим берүү министрлигинин расмий сайты, маалыматтыкбилимберүү порталы.
21. <http://centeroko.ru>. – Билим берүүнүн сапатын баалоо борборунун (Россия) сайты.
22. <http://www.борбор.tdi.uz> – Билим берүүнүн сапатын баалообуюнча эл аралык изилдөөлөрдү ишке ашыруучу улуттук борбордун сайты.
23. <http://www.avloniy.uz> – А. Авланий атындагы педагогдорду кесиптик өркүндөтүү жана жаңы методикаларга үйрөтүү улуттук-изилдөө институтунун сайты.
24. <http://www.masofa.uz> – А. Авланий атындагы педагогдорду кесиптик өркүндөтүү жана жаңы методикаларга үйрөтүү улуттук-изилдөө институтунун аралыктан окутуу порталы.
25. <http://www.onlinedu.uz> – А. Авланий атындагы педагогдорду кесиптик өркүндөтүү жана жаңы методикаларга үйрөтүү улуттук-изилдөө институтунун “Үзгүлтүксүз кесиптик билим берүү” электрондук платформасы.
26. <http://www.ziyonet.uz> – “Ziyonet” социалдык билим берүү порталы.
27. <http://www.rtm.uz> – Республикалык билим берүү борборунун сайты.
28. <http://dr.rtm.uz> – жаңы оқуу китептер, окуучулар үчүн методикалык колдонмолордун электрондук түрлөрү, презентациялар, мультимедиялык колдонмолор, видеосабактар жана санариптик ресурстар платформасы.
29. <http://www.maktab.uz> – 1–11-класстар үчүн онлайн мектеп жана мектептеги сабактар боюнча видеосабак жана башка материалдардын платформасы.
30. <http://www.stesting.uz> – Окуучулар үчүн “Xalqaro baholash tadqiqotlariga tayyorlanish” электрондук платформасы (өзбек тилинде).
31. <http://www.skillsgrover.uz> – Финляндиянын математиканы үйрөнүү жана окуучулардын билимин баалоо платформасы (өзбек тилинде).
32. <http://www.khanakademy.org> – “Хан академиясынын” аралыктан окутуу сайты (англис тилинде).
33. <http://www.xanakademiya.uz> – математика, информатика, химия, физика, экономика, биология жана астрономия сыяктуу илимдер боюнча видеосабактардын платформасы (өзбек тилинде)
34. <http://www.school.edu.ru> – жалпы билим берүү порталы (орус тилинде).
35. <http://www.problems.ru/> – математикадан маселелерди издөө системасы (орус тилинде).
36. <http://geometry.net/> – алгебра жана геометриядан оқуу материалдары (англис тилинде).
37. <http://mathproblem.narod.ru/> – математик to'garaklar(кружоктор) жана олимпиадалар (rus tilida).
38. <http://www.ixl.com> –аралыктан окутуу, математикадан билим берүү порталы (англис тилинде).
39. <http://www.mathkang.ru> – “Kenguru” эл аралык математикалык сынактын сайты (орус тилинде).
40. <http://www.olimpia.uz> – “Kenguru” эл аралык математикалык сынактын сайты (өзбек тилинде).
41. <http://www.brilliant.org> – математикадан аралыктан билим берүү сайты (англис тилинде).
42. <http://www.geogebra.com> – геометрия жана алгебра сабагынан динамикалык (“жандуу”) чиймелерди түзүүгө мүмкүндүк берген акысыз программа.
43. <http://www.yaklass.ru> – мектеп окуучулары жана мугалимдер үчүн онлайн билим берүү платформасы.
44. www.schulen-ans-netz.de – Германиянын “Интернет мектеби” сайты (немис тилинде).
45. www.studienkreis.de – Германиянын оқуу ийримдеринин сайты (немис тилинде).

O'quv nashri

GEOMETRIYA

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining
7-sinfi uchun darslik
(Qirg'iz tilida)

Которгон – Кайратбек Токтобаев
Корректору – Анваржон Зулпихаров
Техникалык редактору – Акмал Сулайманов
Редактору – Айнура Зулпихорова
Компьютерде беттеген-дизайнер – Санжар Ғофуров
Сүрөтчүсү – Умид Сулайманов

Оригинал-макеттен басууга уруксат берилди __. __. 2022.
Форматы 60x84 1/8. “Arial” гарнитурасы. Офсеттик ыкмада басылды.
Шарттуу басма табагы 22,32. Эсептик басма табагы 15,69.
Нускасы _____. Буйрутма № _____.

Ijaraga berilgen darslik holati ti ko'rsatuvchi jadval

T/r	O'quvchining ismi жана familiyasi	O'quv yili	Darslikning алынғандagi holati	Sinf rahbari-ning imzosi	Darslikning topshiril-gandagi holati	Sinf rahbari-ning imzosi
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Darslik ijaraga berilib, o'quv yili yakunida qaytarib алынғанда yuqoridagi jadval sinf rahbari жағындan quyidagi baholash mezonlariga asosan to'ldiriladi:

Yangi	Darslikning birinchi marotaba foydalanishga berilgandagi holati.
Yaxshi	Muqova бултun, darslikning asosiy qismidan ajralmagan. Barcha varaqlari mavjud, yirtilmagan, ko'chmagan, betlarida yozuv жана chiziqlar жок.
Qoniqarli	Muqova ezilgan, birmuncha chizilib, chetlari yedirilgan, darslikning asosiy qismidan ajralish holati bor, foydalanuvchi жағындan qoniqarli'mirlangan. Ko'chgan varaqlari qayta'mirlangan, айrim betlariga chizilgan.
Qoniqarsiz	Muqovaga chizilgan, yirtilgan, asosiy qismdan ajralgan же бултunlay жок, qoniqarsiz'mirlangan. Betlari yirtilgan, varaqlari yetishmaydi, chizib, bo'yabshlangan. Darslik ti tiklab bo'lmaydi.