GEOMETRIÝA

7

Umumy orta bilim berýän mekdepleriň
7-nji synpy üçin derslik

Özbegistan Respublikasynyň Halk bilimi
ministrligi tarapyndan neşire hödürlenildi

Daşkent – 2022

UO‘K 514(075.3)
KBK 22.14ya72
G 37

Düzüjiler:
Bohodir Haýdarow
Nargiza Taştemirowa
Isak Asrorow

Syn ýazanlar:
Z. R. Babaýewa – Syrderýa welaýatynyň Gülistan şäherindäki 11-nji umumy orta bilim berýän mekdebiň matematika mugallymy.
M. X. Usmanow – Namangan welaýatynyň Halk bilimi dolandyryşynyň ýanyndaky 3-nji ÝDUM matematika mugallymy
A. K. Alibekowa – Daşkent şäheri Şäheri etrabyndaky 180-nji ÝDUM matematika matematika mugallymy

Geometriýa 7-nji synp [Tekst]: derslik / B. Haýdarow, N. Taştemirowa, I. Asrorow − Daşkent: Respublikan tälim merkezi, 2022. − 192 s.

UNICEF-iň Özbegistandaky wekilhanasy bilen hyzmatdaşlykda taýýarlanyldy.

Özbegistan Respublikasynyň Ylymlar akademiýasy W. I. Romanowskiý adyndaky matematika institutynyň netijeleri esasynda kämilleşdirildi.

Original maket we dizaýn konsepsiýasy
Respublikan tälim merkezi tarapyndan taýýarlandy.

Respublikanyň ýörite kitap gaznasynyň serişdeleriniň hasabyndan çap edildi.

Derslikde ulanylan belgiler we olaryň düşündirişi:

– geometrik düşünjäniň kesgitlemesi
– teoremanyň häsiýetnamasy
– aksiomanyň häsiýetnamasy
– tema boýunça soraglar
– işjeňleşdiriji sapak
– mesele çözmegiň nusgasy
– amaly gönükme we ulanma
– geometrik barlag
– taryhy maglumatlar
– geometrik tapmaçalar
– multimedia goşmaçalary
– elektron resurslar

ISBN 978-9943-8375-3-9

SÖZBAŞY

Eziz okuwçylar! *Siz matematikanyň iň özüne çekiji bölümi – geometriýany öwrenmäge girişýärsiňiz. Aşaky synplarda käbir geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri bilen tanşypdyňyz. 7-nji synpda geometrik figuralaryň täsinlik älemine syýahat edip, ony giňişleýin we ulgamly ýagdaýda öwrenmäge girişeris.*

Bizi geometrik figuralar älemi gurşaýar. Geometrik figuralara gündelik durmuşda her ädimde duşýarys. Hakykatdan hem, dörtburçluk şeklindäki äpişge çarçuwasy, gar bölejikleriniň haýran galdyryjy nagyşlary, dürli şekildäki binalar, otluçöpüň gaby, welosipediň tigiri, sabynyň köpürjikleri, güller, agajyň ýapraklary we başga jisimler haýsyda bolsa bir figura eýe.

Diýmek, olar geometriýa bilen baglanyşykly. Şu sebäpli geometriýany bilmek, onuň syrlaryndan habarly bolmak her bir adam üçin ähmiýetlidir.

Geometriýa bilen tanyşlyk iň ýönekeý geometrik figuralary we olaryň häsiýetlerini öwrenmekden başlanýar. Olaryň esasynda özüňiz üçin täze-täze geometrik figuralary we olaryň häsiýetlerini açyş edersiňiz.

Şunuň bilen birlikde, ***geometriýa sizi dogry pikirlenmäge öwredýär, logiki pikir ýöretmek we olaryň esasynda akyla laýyk kararlary kabul etmek, dogry netije çykarmak başarnyklaryny eýelemegiňizde kömek eder****.*

Bu bolsa kämillige ymtylýan her bir ýigit-gyz üçin örän möhüm sypatdyr.

Geometriýany ýöne bir okamak bilen çäklenmän, oňa düşünjek bolmaly. Her bir jümläniň «mańzyny çakmaga» çalşyň. Düşünmeseňiz gaýtadan okaň, çyzgylara ýüzleniň. Mümkin boldukça köpräk mesele çözüň. Çünki her bir çözülen mesele geometriýany öwrenmegiň indiki basgançagyna esas taýýarlaýar. Diňe şonda geometriýa öz syrlaryny size açyp berer.

Siz geometriýa bilen tiz arada ýakyn bolarsyňyz we ol siziň üçin söýgüli hem-de gyzykly bolan predmetlerden birine öwrüljekdigine biz berk ynanýarys.

Awtorlar

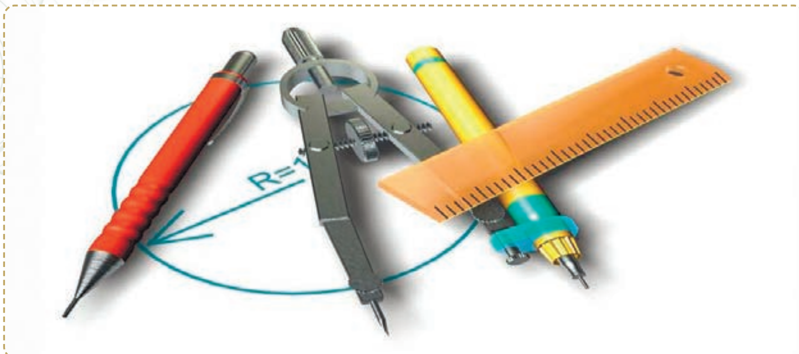
MAZMUNY

I bap. Geometriýanyň başlangyç düşünjeleri

II bap. Üçburçluklar

III bap. Parallel göni çyzyklar

IV bap.Üçburçlugyň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar



V bap. Gurmaga degişli meseleler

VI bap. Gaýtalamak

7-nji synp «GEOMETRIÝA» dersligi üçin tälime degişli oýunlar

7-nji synp «GEOMETRIÝA» dersligi üçin wideodersler

I BAP

BAŞLANGYÇ GEOMETRIK MAGLUMATLAR

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

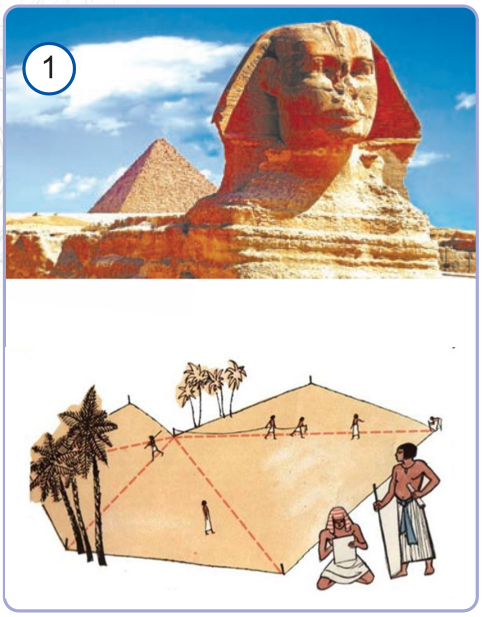
Bilim:

– geometriýanyň taryhyna degişli esasy maglumatlar;
– nokat, göni çyzyk, tekizlik, kesim, şöhle, burç ýaly başlangyç geometrik düşünjeler;
– iň ýönekeý geometrik figuralaryň häsiýetleri;
– geometriýanyň we planimetriýanyň kesgitlemesi;
– töwerek, tegelek we olaryň elementli, kesgitlemeleri;
– göni, ýiti we kütek burçlar;
– goňşy we wertikal burçlar hem-de olaryň häsiýetleri;
– kesgitleme, aksioma, teorema we subut düşünjeleriniň manysy;
– tersini çak edip subut etmegiň usuly.

Amaly başarnyklar:

– iň ýönekeý geometrik figuralary tekizlikde teswirlemek, belgilemek, tanap bilmek we belgilere görä okamak;
– kesimleri şöhlä goýmak, özara deňeşdirmek we olaryň uzynlyklaryny ölçemek;
– burçlary ýarym tekizlige goýmak, deňeşdirmek we olaryň gradus ölçeglerini tapmak;
– geometrik figuralary gurmak we ölçemek işlerinde çyzgyç, sirkul, transportir ýaly okuw gurallaryndan peýdalanyp bilmek.

1 IŇ ÝÖNEKEÝ GEOMETRIK FIGURALAR


1


2


3

1.1. Geometriýanyň peýda bolşy

Geometriýa degişli ilkinji düşünjeler mundan 4-5 müň ýyl öň gadymy Müsürde peýda bolupdyr. Şol wagtlarda Nil derýasynyň suwy her ýyl daşyp, ekin meýdanlaryny ýuwup durupdyr. Şonuň üçin ekinzarlyklary gaýtadan paýlamak we salgydyň mukdaryny kesgitlemek üçin bu meýdanlarda belgilemek we ölçemek işlerini ýerine ýetirmeli bolupdyr *(1-nji surat)*. Gadymy grek alymlary ýer ölçemek usullaryny müsürlilerden öwrenip, ony geometriýa diýip atlandyrypdyrlar. **«***Geometriýa***»** grekçe söz bolup, *geo* –«ýer», *metrio* – «ölçemek» diýen manyny aňladýar.

Geometriýa degişli ilkinji düşünjeler Gadymy Wawilonda hem peýda bolupdyr. Hususan-da, taryhçylar Pifagoryň teoremasy Wawilonda tapylan diýip hasaplaýarlar. Miladydan öňki VII–VI asyrlarda Gadymy Horezmde hem Müsürdäki ýaly Amyderýanyň aşaky böleginde ýer ölçemek işleri ýerine ýetirilipdir.

Gadymy Müsürde äpet piramidalary, köşkleri we ýaşaýyş jaýlaryny gurmakda-da geometriýa zerur bolupdyr. Grekler geometriýadan gurluşykdan daşary, deňizde ýüzende-de peýdalanypdyrlar *(2-nji surat)*. Ynha şeýle amaly zerurlyklar adamy dürli figuralary we olaryň häsiýetlerini öwrenmäge ündäpdir. Gadymy Gresiýanyň ýedi pähimdarlaryndan biri miletli Fales geometriýanyň ilkinji teoremalaryny subut edipdir.

Miladydan öňki IV asyra gelip, geometriýa degişli öwrenilen ençeme düşünjeler we olaryň häsiýetleri toplanypdyr. Grek alymy Platon geometriýada ajaýyp bir kanunalaýyklygy saýgarypdyr: öň öwrenilen, dogrudygy tassyklanan häsiýetlerden logiki pikirlenme, pikir ýöretmek arkaly täze häsiýetleri getirip çykarsa bolar eken. Beýle sapak okuwçylaryň pikirlenme ukybyny artdyrany üçin geometriýa mekdeplerinde esasy ylma öwrülipdir. Hatda Platon akademiýasynyň girelgesine «Geometriýany bilmeýänler üçin bu mekdebe ýol ýok!» diýen şygar asylyp goýlan eken *(3-nji surat)*.

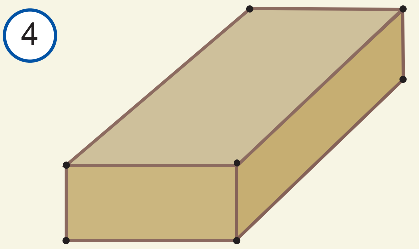
Gadymy grek alymy Ýewklid şol wagta çenli mälim bolan ähli geometrik düşünjeleri we häsiýetleri tertibe getirip, *«Esaslar»* diýilýän kitabynda beýan edipdir. Bu kitap iki müň ýylyň dowamyndamekdepler üçin iň möhüm derslik wezipesini ýerine ýetirýär we ylmyň ösmeginde uly ähmiýete eýe bolupdyr.

Geçmişde ýaşap geçen ähli diýen ýaly alymlar geometriýa bilen meşgullanypdyrlar. Beýik watandaşlarymyz – Muhammet ibn Musa al-Horezmi, Ahmet al-Fergany, Abu Reýhan Biruny, Abu Ali ibn Sina, Omar Haýýam hem Ýewklidiň «Esaslaryny» pugta öwrenip, şu ylmyň ösmegine öz goşantlaryny goşupdyrlar. Gündogar ýurtlarynda geometriýa *handasa* diýlip atlandyrylypdyr we oňa uly üns berlipdir. Bu pikiri, hünarmen (inžener) sözüniň özeni «handasa» ekenligi hem tassyklap dur.

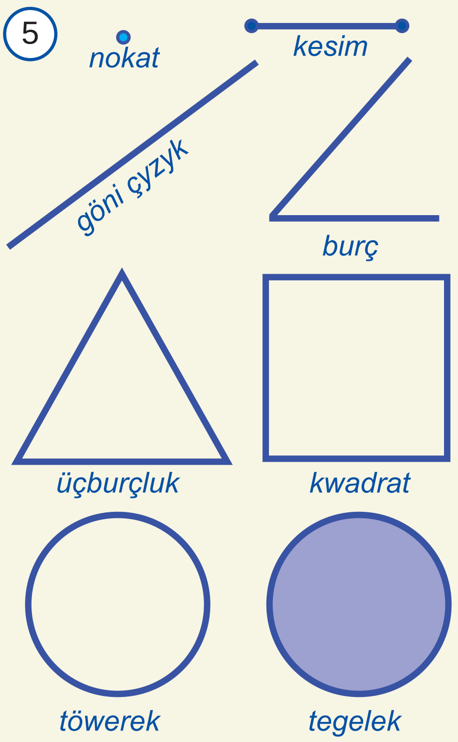
(Ýewklid miladydan öňki III asyr) *– Gadymy grek alymy, geometriýa ylmynyň şekillenmeginde uly orun tutan – «Esaslar» eseri bilen meşhur.*

1.2. Geometriýa giriş

Bizi gurşaýan her bir predmet nähilidir bir şekle eýe. Meselem, kerpiji alalyň. Ol 5-nji synpdan size tanyş gönüburçly parallelepiped şeklindedir *(4-nji surat)*. Onuň 8 depesi bar – bular nokatlar, 12 gyrany bar – bular kesimler, 6 gapdaly bar – bular gönüburçluklar.



Nokat, göni çyzyk, kesim, burç, üçburçluk, kwadrat, tөwerek, kub, şar ýaly ençeme geometrik figuralar bilen siz aşaky synplarda tanşypdyňyz *(5-6-njy suratlar)*.



6-njy suratda şekillendirilen figuralar tebigatdaky dürli jisimleriň geometrik tymsalyndan ybarat. Jisimleri geometrik nukdaýnazaryndan öwrenenimizde olaryň diňe şeklini hasaba alýarys.

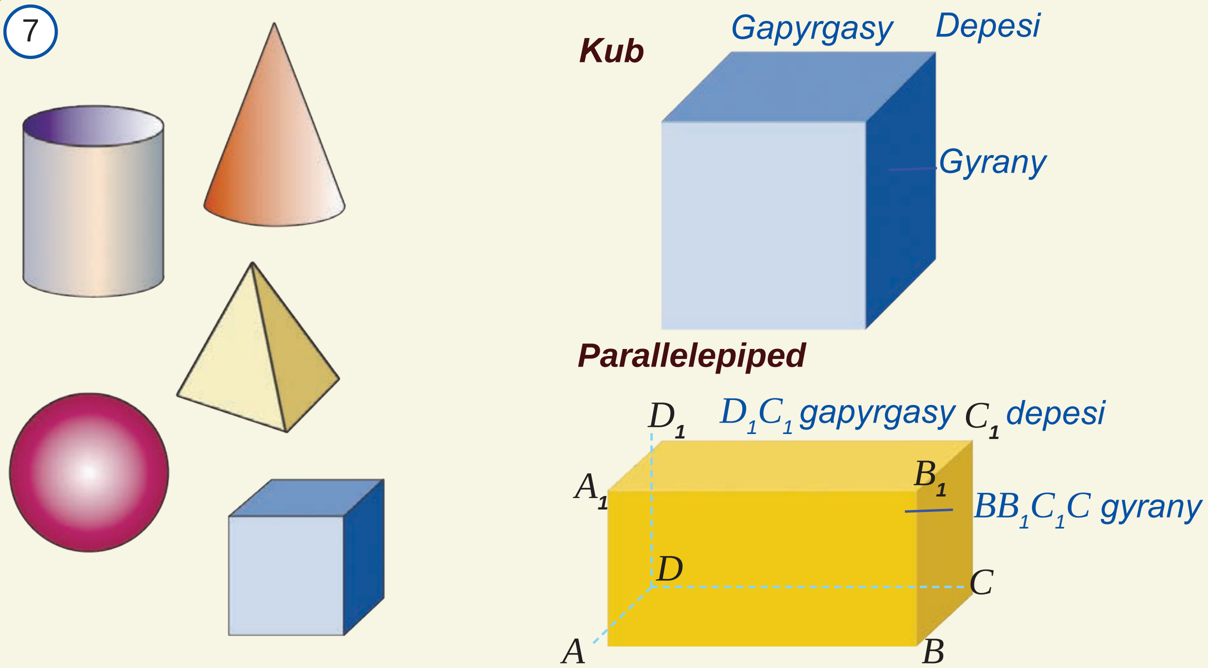
Biz nokat, kesim, burç, üçburçluk ýaly tekiz figuralary depderiň listine çyzyp bilýäris. Kub, piramida, şar ýaly giňişlikleýin geometrik figuralary bolsa çyzyp bilmeýäris. Emma olaryň görnüşini depderde suratlandyryp bileris.

Geometriýa – geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri baradaky ylym.

Planimetriýa geometriýanyň bölümi bolup, ol tekizlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär. Bu figuralara tekiz (ýagny iki ölçegli) figuralar hem diýýäris.

6

7



Giňişlikleýin figuralaryň häsiýetlerini bolsa geometriýanyň *stereometriýa* diýlip atlandyrylýan bölümi öwrenýär. Daş-töweregimizdäki ähli predmetler üç ölçegli bolup, olaryň şekli haýsydyr giňişlikleýin geometrik jisime meňzäp gidýär *(6-njy surat).*

Aşaky synplarda siz şeýle giňişlikleýin (üç ölçegli) jisimler bilen tanşypdyňyz. Stereometriýa kursy liseýlerde we kolležlerde öwrenilýär. Şeýle bolsa-da, bu geometrik figuralaryň käbir planimetriýa degişli aýratynlyklary bolup, biz ýeri gelende olary hem öwreneris.

Şu sebäpli, käbir giňişlikleýin jisimleriň elementleri baradaky maglumatlary gysgaça ýatladyp geçmegi makul bildik *(7-nji surat).*

1.4. Geometriýanyň başlangyç düşünjeleri

Nokat, göni çyzyk we tekizlik – geometriýanyň başlangyç düşünjeleri. Olary kesgitlemesiz kabul edýäris.

Galamyň ujuny kagyza, meli doska degrende galýan yz ýa-da asmandaky ýyldyzlary (*8-nji* *surat*) alyp görse, olar gözümize örän kiçigörünýär, olaryň ölçeglerini hasaba almasaň-da bolýar. *Nokat* – ine şeýle ölçeglerini hasaba almasaň-da bolýan zatlaryň geometrik tymsaly. Ýewklid «Esaslar» diýlip atlandyrylan eserinde nokady hiç bir bölege eýe bolmadyk figura hökmünde getiripdir. Islendik nokatlar toplumy geometrik figura hökmünde garalýar.

Tekiz ýatyrlan demir ýol relsleri *(9-njy surat)*, pürse çekip dartylan elektrik simleri, güýçli çekilen dar simi ýaly jisimleriň geometrik şekli *göni çyzyk* bolýar. Ýagtylyk şöhlesi göni çyzyk boýunça ýaýraýar. Aslynda göni çyzyk çäksiz figuradyr. Biz ony kagyzda, synp doskasynda şekillendirende onuň diňe kiçi bölegini çyzýarys. Ýöne göni çyzygy hemişe iki tarapa-da çäksiz dowam edýän diýip göz öňüne getirmeli *(10-njy surat)*.

Poluň, stoluň üstki bölegi, diwar, depder listiniň üsti, akmaýan köldäki suwuň derejesi *(11-nji surat)* ýalylaryň geometrik şekli *tekizlik* bolýar.

Nokatlar uly latyn harplary $A, B, C, D, ...$, göni çyzyklar kiçi latyn harplary $a,\ b,\ c,\ d,$ ... bilen belgilenýär we *«A nokat», «a göni çyzyk»* diýlip okalýar *(10-njy surat)*.

Tekizlikde nähili göni çyzyk alynsa-da, onda bu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.

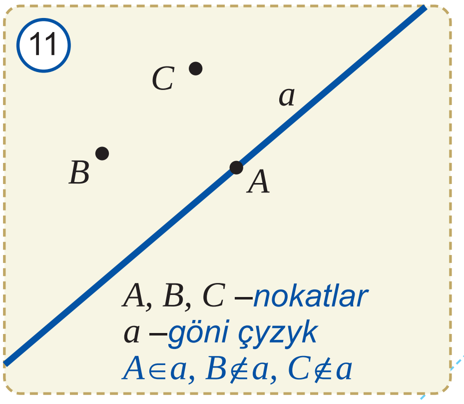
Meselem, 11-njy suratda A nokat a göni çyzyga degişli, B we C nokatlar a göni çyzyga degişli däl. Muny gysgaça $A \in a$ we $B \notin a$, $C \notin a$ ýaly belgileýäris we «A *degişli a*» we «B *degişli däl a*» diýip okaýarys.

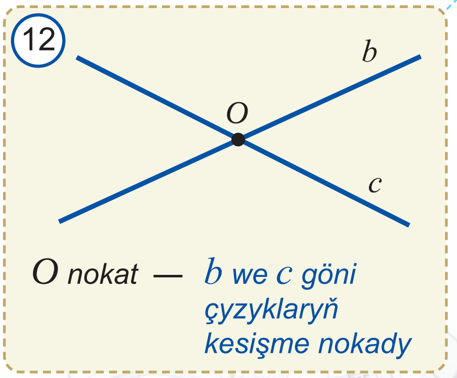
Eger O nokat b göni çyzyga hem, ondan tapawutly bolan c göni çyzyga-da degişli bolsa, b we c göni çyzyklar O nokatda *kesişýär* diýýäris *(12-nji surat)*. O nokat b we c *göni çyzyklaryň kesişme nokady* diýip atlandyrylýar.

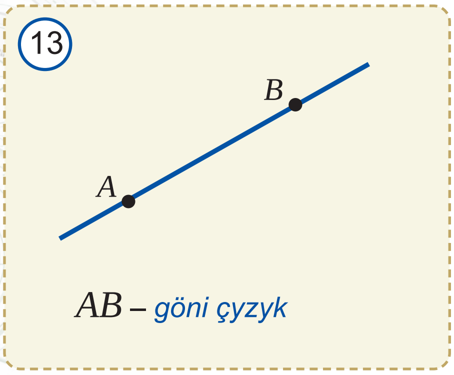
13-nji suratda şekillendirilen göni çyzyk A we B nokatlardan geçýär.

Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçýär.

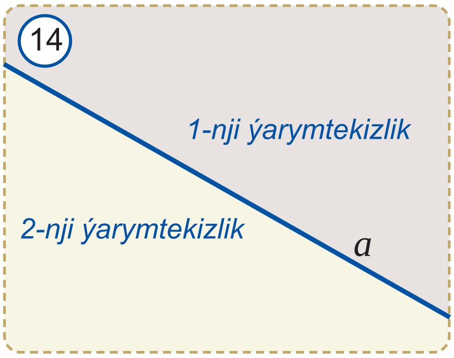
Şu häsiýete görä, göni çyzygyň iki nokady görkezilse, bu göni çyzyk kesgitlenen bolýar. Şonuň üçin göni çyzygy onda ýatýan iki nokadyň kömeginde hem belgilemek mümkin. 13-njy suratda AB *göni çyzyk* şekillendirilen. Edil şu göni çyzyk käte BA göni çyzyk ýaly hem belgilenýär.







AB – göni çyzyk



Her bir göni çyzyk tekizligi iki bölege iki ýarymtekizlige bölýär.

Gorkezilen göni çyzyk ýarymtekizlikleriň ikisine-de degişli diýip seredilýär we olaryň umumy araçägi bolýar (*14-nji surat*).

Ýatlatma. *Gelejekde iki göni çyzyk (iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...) diýlende dürli iki göni çyzyk (iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...) düşünilýär.*

Mesele. Iki a we b göni çyzyk A nokatda kesişýär. a göni çyzyk B nokatdan geçýär. b göni çyzyk hem B nokatdan geçýärmi?

Çözülişi. Ýok, b göni çyzyk B nokatdan geçip bilmeýär. Çünki eger b göni çyzyk hem B nokatdan geçýän bolsa, onda a we b göni çyzyklaryň ikisi-de A we B nokatlardan geçýär. Bu bolsa iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin, diýen häsiýete ters. Şu sebäpli b göni çyzygyň B nokatdan geçmegi mümkin däl.

Şeýdip, göni çyzyklaryň aşakdaky ýene bir möhüm häsiýetini bildik.

Häsiýet. ***Eger iki göni çyzyk kesişse, olar diňe bir nokatda kesişýär.***

Tema boýunça soraglar

1. Geometriýa degişli ilkinji maglumatlar nirede we nähili peýda bolupdyr?

2. Geometriýa sözüniň manysy näme?

3. Geometriýa ylmyny esaslandyran we onuň ösmegine goşant goşan haýsy alymlary bilýärsiňiz?

4. Geometriýa ylmy nämäni öwrenýär?

5. Planimetriýa geometriýanyň nähili bölümi? Stereometriýa näme?

6. Tekizligiň nähili häsiýetlerini bilýärsiňiz?

7. 15-16-njy suratlarda getirilen häzirki zaman binalaryň suratynda nähili geometrik figuralary görýärsiňiz?

8. 17-nji suratda futbol meýdany şekillendirilen. Onda nähili geometrik figuralary görýärsiňiz?

9. 18-nji suratda döwletimiziň gerbindäki tymsal şekillendirilen. Ol nähili geometrik figuralardan düzülen?

Amaly gönükme we ulanma

1⁰. Aşakdaky aňlatmalary okaň we düşündiriň: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; c) $c \in AB$. Bu aňlatmalara laýyk çyzgylary çyzyň.

2⁰. Iki sany kesişýän göni çyzyk çyzyň: a) olaryň ikisine degişli; b) diňe birine degişli; ç) birine-de degişli bolmadyk nokatlary belgiläň. Girizilen belgileriň kömeginde şu gatnaşyklary ýazyň.

3. 19-njy suratdan mümkin boldugyça köpräk nokatlaryň, göni çyzyklaryň, tekizlikleriň we ýarymtekizlikleriň arasyndaky gatnaşyklary anyklaň we olary girizilen belgileriň kömeginde ýazyň.

4. 20-nji suratdan:

a) a göni çyzyga degişli;

b) b göni çyzyga degişli;

ç) her iki göni çyzyga hem degişli;

d) a göni çyzyga degişli, ýöne b göni çyzyga degişli bolmadyk;

e) b göni çyzyga degişli, ýöne a göni çyzyga degişli bolmadyk;

ä) a göni çyzyga-da, b göni çyzyga-da degişli bolmadyk nokatlary anyklaň.

5. A we B nokatlar c göni çyzyga degişli, C nokat bolsa c göni çyzyga degişli däl. AB we AC göni çyzyklar barada näme diýmek mümkin?

6. AB we AK göni çyzyklar näçe sany umumy nokada eýe bolmagy mümkin?

7. Tekizlikde b göni çyzyk çyzyň we onda A nokady belgiläň. b göni çyzykdan tapawutly AB göni çyzygy geçiriň. B nokat b göni çyzykda ýatarmy?

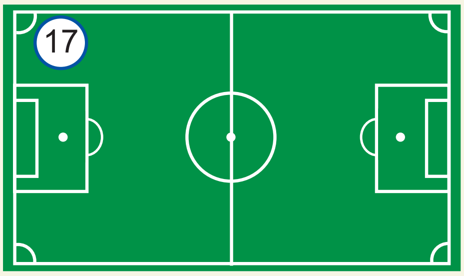
8. Tekizlikde ýatýan islendik: a) bir; b) iki; ç) üç nokatdan geçýän näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy esaslandyryň.

9. Tekizligi: a) bir göni çyzyk näçe sany ýarymtekizlige; b) iki göni çyzyk näçe sany bölege bölýär?

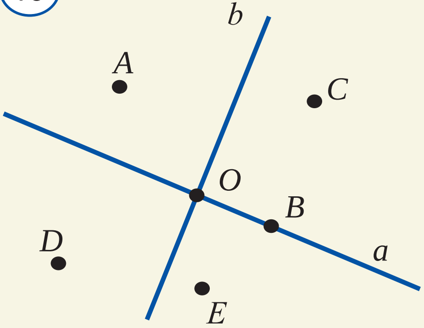
10. AB, BC, AC göni çyzyklary çyzyň. Olar tekizligi näçe bölege böler?

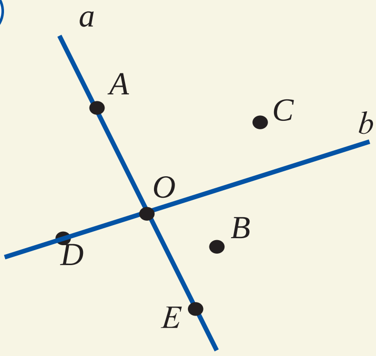
11. Depderiňize A, B, C we D nokatlary belgiläň *(21-nji surat)*. Olaryň ikisinden hem geçýän ähli göni çyzyklary çyzyň. Jemi näçe sany göni çyzyk emele geldi? Bu göni çyzyklar tekizligi näçe bölege bölýär?

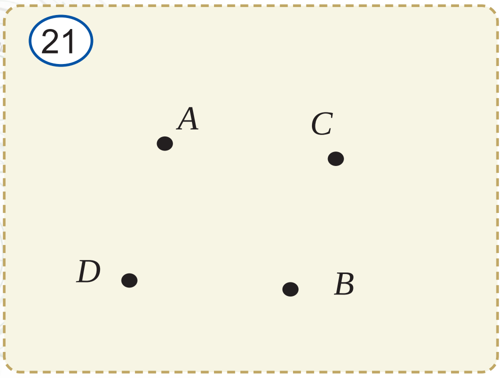
16

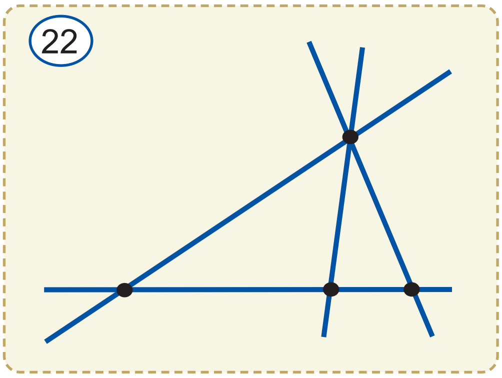

17


18


19


20






12*. Islendik üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan: a) üç; b) dört nokat arkaly şu nokatlary jübüt-jübütden utgaşdyrýan näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin?

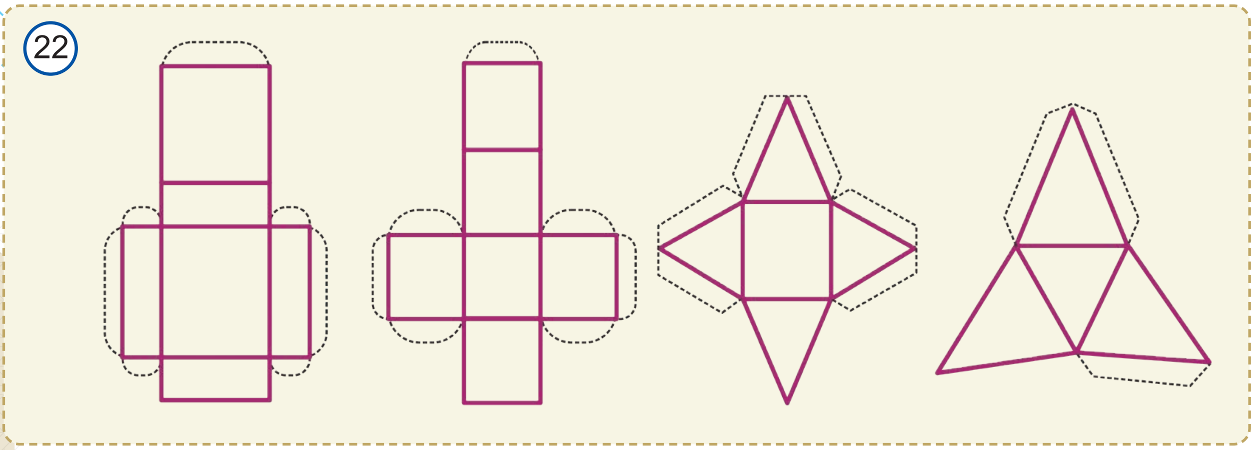
13*. Dört göni çyzygyň ikisi kesişen nokatlar bilen belgilendi. Nokatlaryň sany köpi bilen näçe sany bolýar? Göni çyzyklar bäş sany bolsa nähili?

14*. 22-nji suratda dört göni çyzyk dört nokatda kesişýär. Şeýle çyzgy çyzyň, ýagny olar: a) 5; b) 6 nokatda kesişsin. Dört göni çyzyk üç nokatdan geçmegi mümkinmi?

Amaly gönükme we ulanma

Tekizlikde bäş sany nokady, olaryň ikisi arkaly göni çyzyk geçirende, göni çyzyklar bäş sany bolar ýaly edip ýerleşdiriň.

Giňişlikleýin jisimleri gowy göz öňüne getirmek üçin olaryň modelinden peýdalanmak makul. Giňişlikleýin jisimleriň modelini olaryň ýaýylmasyndan peýdalanyp gurmak mümkin *(22-nji surat)*. Görşüňiz ýaly, giňişlikleýin jisimleriň ýaýylmasy tekiz geometrik figuralardan ybarat. Aşakdaky ýaýylmalardan peýdalanyp, gönüburçly parallelepipediň, kubuň we piramidalaryň modelini guruň.

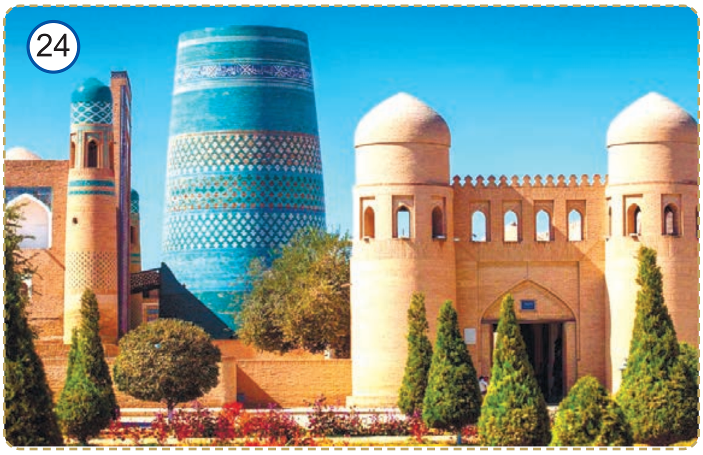


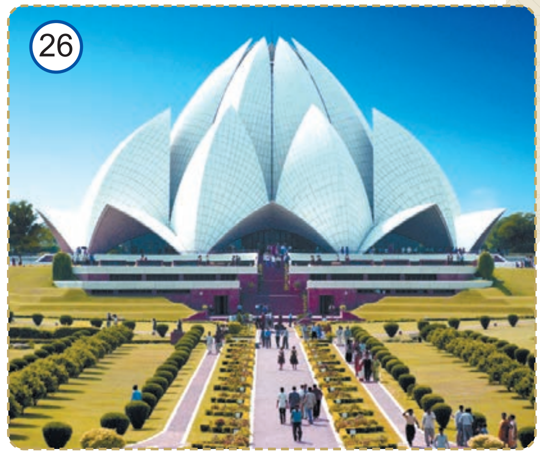
Geometrik täsinlik

Geçmişde gadymy arhitektura ýadygärliklerini guran ata-babalarymyz uly geometrik bilimlere we mümkinçiliklere eýe bolupdyrlar. Muny ýekeje Samarkant şäherindäki Registan meýdanynda gurlan taryhy ýadygärliklerden hem bilmek mümkin (23-nji surat). Bu täsinlikleri gurmakda olar nähili geometrik bilimlerden we başarnyklardan peýdalanypdyr diýip oýlaýarsyňyz?


23


25


24


26


27

Hywa şäherindäki Içangalanyň suratynda (24-nji surat) nähili geometrik figuralary görýärsiňiz?

Täç-Mahal – dünýäniň ýedi täsinliklerinden biri (25-nji surat), Hindistanyň Agra şäherinde Babur Şah-Jahan tarapyndan gurlan gadymy ýadygärlik. Ony guran ussalar geometriýadan kämil bilime eýe bolandyklary aý ýaly aýdyň.

Sidneý şäheriniň opera teatry (26-njy surat) – Awstraliýada gurlan häzirki zaman binagärlik nusgasy. Özüniň ajaýyp geometrik görnüşi bilen üns bererlikdir.

Gözel geometrik göz öňüne getirmeleriň eýesi, yrakly meşhur arhitektor aýal Zaha Hadidiň taslamasy esasynda Hytaýyň paýtagty Pekin şäherinde gurlan «Galaxy Soho» dynç alyş kompleksiniň haýran galdyryjy görnüşinden lezzet alman bolmady (27-nji surat)..

Ahmet al-Fergany

Takmynan 797–875-nji ýyllarda ýaşap döredijilik eden beýik astronom, geograf we matematik alym.

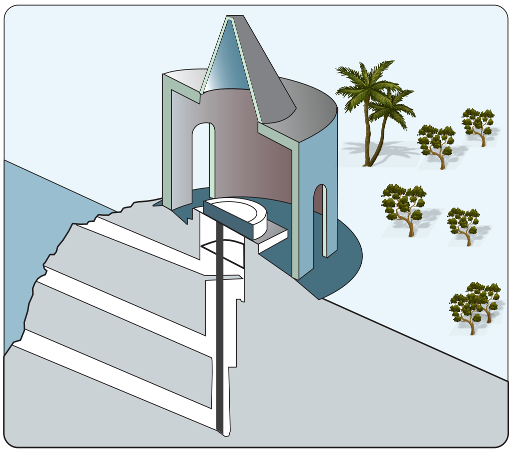
Taryhy maglumatlar

Nili jylawlan ferganaly beýik alym

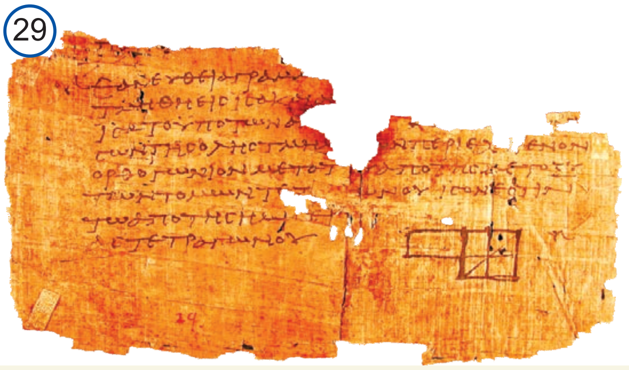
Taryhy maglumatlara görä, ýurdumyzdan ýetişip çykan Ahmet al-Fergany 861-nji ýylda Kair şäheriniň golaýynda Nil derýasyndaky suwuň derejesini ölçeýän «Nilometr» (ýagny «Nil ölçeýji») diýip atlandyrylan desgany gurupdyr (28-nji surat). Ylmy-tehniki we binagärçilik taýdan gaty kämil hasaplanýan hem-de özünde seýrek geometrik çözgütleri jemleýän bu gurluşda alnyp barylan ölçeg işleri uzak wagtlar dowamynda daýhançylyk üçin örän zerur bolan we ol häzire çenli saklanyp galypdyr.

Ahmet al-Fergany özüniň «Usturlob gurmak barada risala» eserinde astronomiýa üçin möhüm häsiýet – Ptolomeýiň teoremasynyň nepis subudyny beripdir. Orta asyr Ýewropa ylmy edebiýatynda ony Alfraganus diýip atlandyrýarlar. Ahmet al-Ferganynyň hormatyna Aýda tapylan krater atlandyrylan we Kair şäherinde heýkel oturdylan.

28



29



Iň Gadymy ylmy eser

28-nji suratda eramyzdan öňki III asyrda ýaşap geçen grek alymy Ahmes tarapyndan papirus ýapragyna ýazylan we bize ýetip gelen ilkinji geometrik figura görkezilen risola getirilen.

2 KESIM. KESIMLERI DEŇEŞDIRMEK WE ÖLÇEMEK

2.1. Kesim we şöhle

Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokadyň diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

Eger a göni çyzykda üç – A, B, C nokatlar alynsa (*1-nji surat*), olaryň diňe biri – B nokat galan ikisi, ýagny A we C nokatlaryň arasynda ýatýar. A we B nokatlar C nokatdan bir tarapda, B we C nokatlar bolsa A nokatdan bir tarapda ýatýar. *Kesim* diýip göni çyzygyň iki nokady we olaryň arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar. 2-nji suratda kesim şekillendirilen. A we B nokatlar *kesimiň uçlary* ýa-da *çetki nokatlary* diýilýär. Olaryň arasyndaky nokatlar bolsa kesimiň *içki nokatlary* diýlip aýdylýar.

Kesim özüniň çetki nokatlarynyň kömeginde AB *kesim* görnüşinde belgilenýär. Edil şu kesimi BA *kesim* diyip ters görnüşinde ýazmak hem mümkin.

Şöhle diýip göni çyzygyň käbir O nokady we ondan bir tarapda ýatýan ähli nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar. O nokat bolsa bu *şöhläniň başlangyjy* ýa-da *başlangyç nokady* diýip atlandyrylýar.

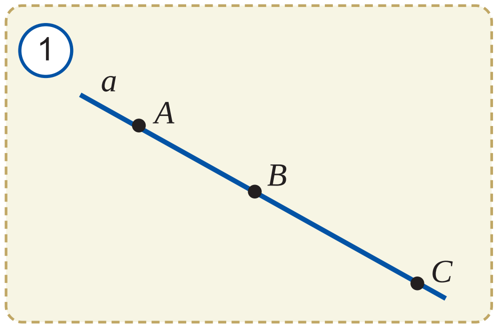
3-nji suratda şöhle şekillendirilen.

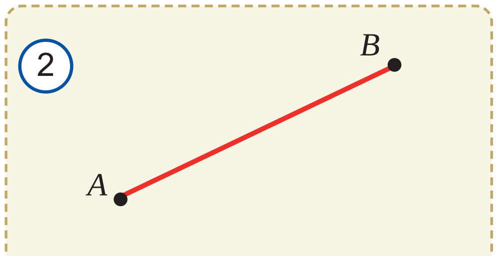
Şöhle O depesi we käbir A nokady arkaly «OA *şöhle*» ýaly belgilenýär *(3-nji surat)*. Şeýle ýazuwda şöhläniň başlangyjy birinji orunda ýazylýar.

Kä halatlarda OA şöhle O *nokatdan çykýan şöhle* diýlip hem aýdylýar.

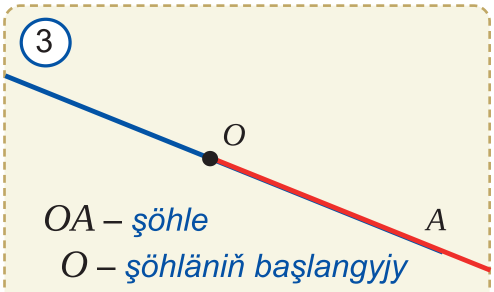
a göni çyzykda ýatýan O nokat bu göni çyzygy iki sany *bir-birini dolduryan şöhlelere* bölýär. 4-nji suratda bir-birini dolduryan OA *we* OB şöhleler şekillendirilen.

Şöhläni ýagtylyk şöhlesiniň geometrik şekli hökmünde garamak mümkin. Gijesine asmana gönükdirilen lazer ýa-da güýçli prožektoryň şöhlesi muňa mysal bolup biler *(5-nji surat)*. «Şöhle» adalgasy şondan gelip çykypdyr.

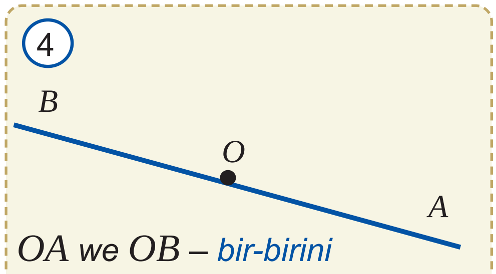




AB – *kesim*
A, B – *kesimiň uçlary*

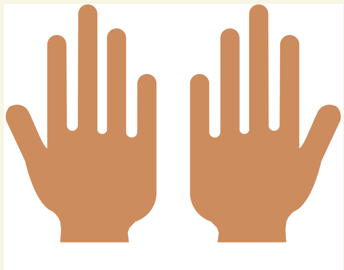


OA – *şöhle*
O – *şöhläniň başlangyjy*

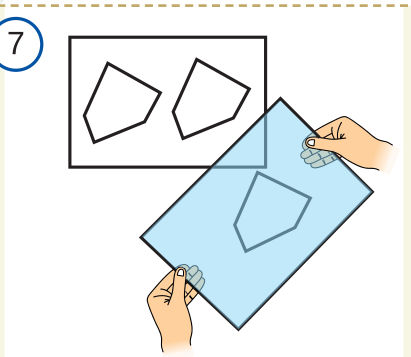


OA we OB – *bir-birini dolduryan şöhleler*

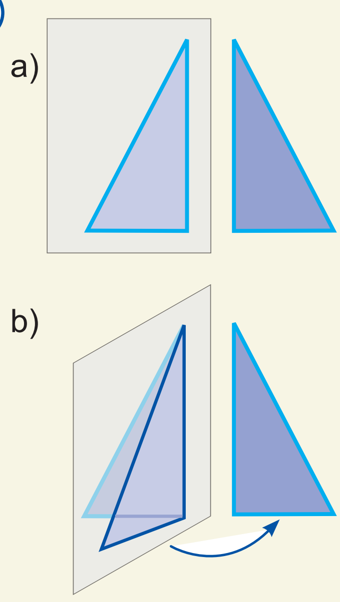
6



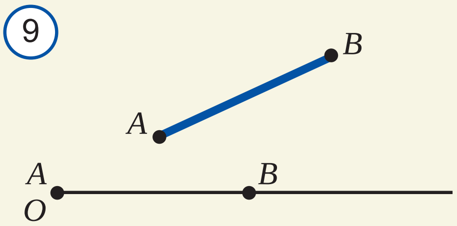
7



8



9



2.2. Kesimleri deňeşdirmek

Işjeňleşdiriji gönükme

1. Daş-töweregiňizden şekli, ölçegleri birmeňzeş bolan zatlara mysallar getiriň.

2. Iki depder listiniň ölçegleri birmeňzeşligini nähili amaly usul bilen anyklamak mümkin?

3. 6-njy suratda çep we sag eliň teswiri berlen. Bu figuralaryň birini ikinjisine doly gabat gelýän edip goýmak mümkinmi? Nädip? Muny öz elleriňiz bilen ýerine ýetirjek boluň.

Deň figuralar diýip birini ikinjisiniň üstüne doly gabat gelýän edip goýmak mümkin bolan figuralara aýdylýar.

Bir geometrik figurany ikinjisiniň üstüne goýmak düşünjesi bilen işjeňleşdiriji gönükmelerde tanyşdyk. Bu düşünjäni amalda aşakdaky ýaly göz öňüne getirmek mümkin. Bir figurany ikinjisiniň üstüne goýmak üçin ilki dury plýonka birinji figuranyň nusgasyny göçürip ülňi alýarys. Soň dury plýonkany tekizlik boýunça süýşürip, birinji figuranyň ülňüsini ikinji figura bilen doly gabat gelýän edip goýmaga çalyşýarys *(7-nji surat)*. Eger figuralar doly gabat gelse, bu figuralar deň bolýar.

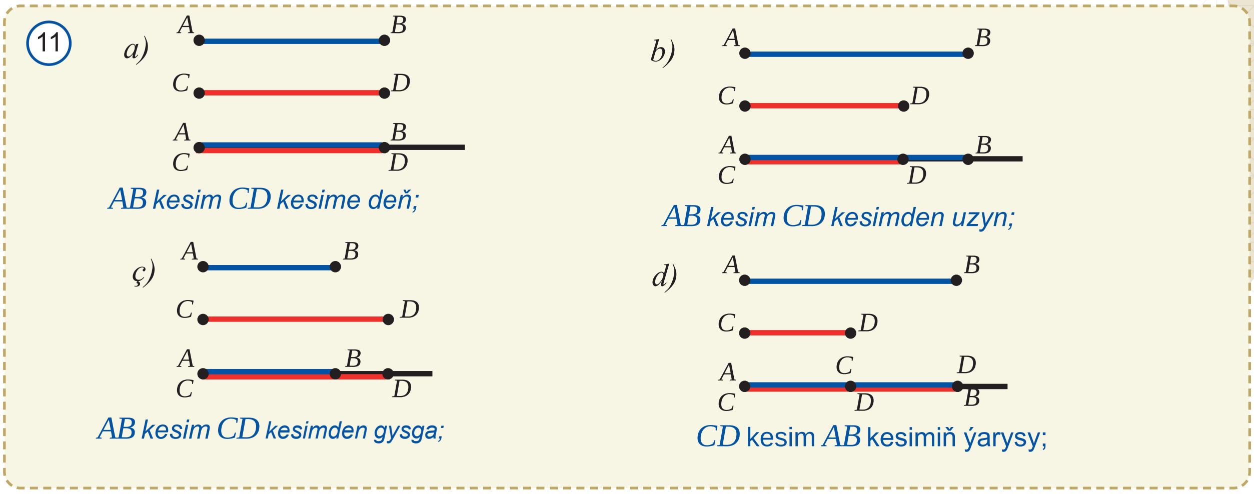
Käte figurany ikinjisine hut üstme-üst goýmak üçin ilki figuranyň nusgasy şekillendirilen dury plýonkany agdaryp almaly bolýar. 8-nji suratda şeýle ýagdaý şekillendirilen.

Başlangyjy O nokatda bolan şöhle we islendik AB kesim berlen bolsun. Görnüşi ýaly, bir ujy şu şöhläniň başlangyjy bilen üstme-üst düşýän, ikinji depesi bolsa şöhlede ýatýan we AB kesime deň bolan kesimi şöhläniň üstüne goýmak mümkin (*9-njy surat*). Şeýle kesim ýeke-täk bolýar we bu amala AB kesimi O şöhlä goýmak diýilýär. Muny indikide gysgaça *kesimi şöhlä goýmak* diýip hem aýdarys.

Birmeňzeş uzynlykdaky tagtalary byçgylap, kesip alnanda hem şeýle edilýär *(10-njy surat).*

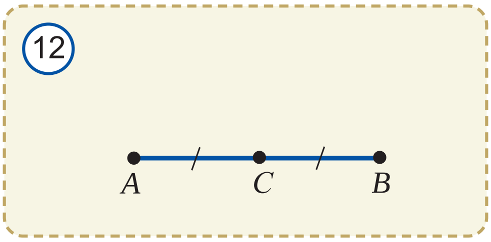
Islendik şöhlä onuň başlangyjyndan başlap berlen kesime deň ýeke-täk kesimi goýmak mümkin.

Iki kesimi özara deňeşdirmek üçin olar bir şöhlä goýulýar. Soň bolsa aşakdaky ýagdaýlardan haýsysynyň bolmagyna seredip, kesimleriň özara deňligi ýa-da uzyn-gysgalygy (ýagny uly-kiçiligi) barada netije çykarylýar *(11-nji surat)*:



Kesimiň ortasy diýip ony özara deň iki kesime bölýän nokada aýdylýar.

12-nji suratda AB kesimiň ortasy bolan C nokat şekillendirilen. Şekilde deň kesimler birmeňzeş sandaky çyzyjaklar bilen belgilenýär.



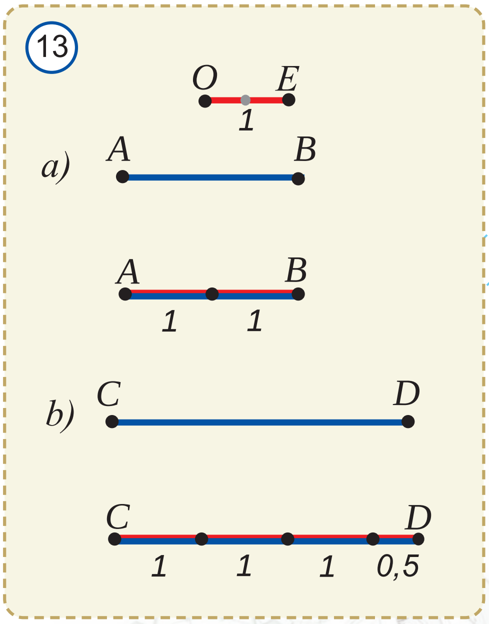
2.3. Kesimiň uzynlygy we onuň häsiýetleri. Kesimleri ölçemek

Kesimleri şöhlesine goýmak arkaly deňeşdirmek onçakly amatly däl. Kesimleriň haýsysy uzyn ýa-da gysgalygyny (ýagny uly ýa-da kiçiligini) olaryň uzynlyklaryny deňeşdirmek esasynda anyklamak hem mümkin.

Käbir kesimi birlik kesim diýip alyp, onuň uzynlygyny 1-e deň diýip kabul edýäris. Galan kesimleriň uzynlyklaryny şu birlik kesimiň uzynlygyna görä kesgitleýäris.

Kesimiň uzynlygy položitel san bolup, ol kesime birlik kesim we onuň böleklerini näçe gezek ýerleşdirmek mümkinligini görkezýär.

Görnüşi ýaly, 13-nji suratdaky OE kesimi birlik kesim diýip alyp, ýagny uzynlygyny 1-e deň diýsek,

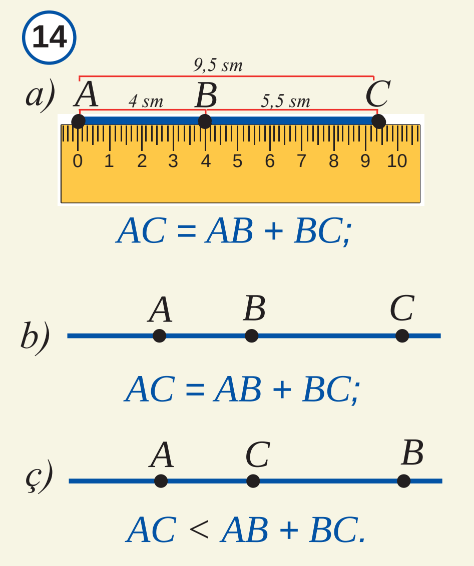


onda AB kesimiň uzynlygy 2-ä deň bolýar. Çünki, AB kesime OE kesim iki gezek ýerleşýär. CD kesimiň uzynlygy 3,5-e deň bolýar. Çünki, bu kesime OE kesim bitinligine üç gezek we onuň ýarysy ýerleşýär.

Islendik kesim noldan tapawutly kesgitli uzynlyga eýe bolup, ol položitel san bilen aňladylýar.

Işjeňleşdiriji gönükme

14-nji a suratda berlen kesimleriň uzynlygy çyzgyjyň kömeginde ölçenen. Bu ululyklar özara aşakdaky formulanyň kömeginde baglananlygyny barlaň.



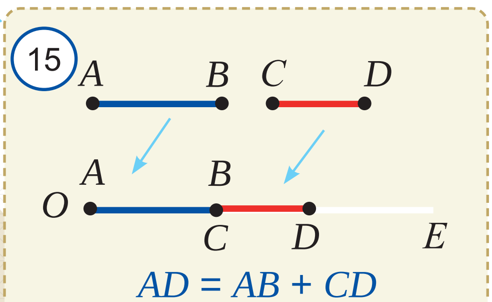
Eger göni çyzykda B nokat A we C nokatlaryň arasynda ýerleşen bolsa, AC kesimiň uzynlygy AB we BC kesimleriň uzynlyklarynyň jemine deň bolýar (14-nji b surat):

$$AC = AB + BC.$$

Eger B nokat AC kesimde ýatmasa, AC kesimiň uzynlygy AB we BC kesimleriň uzynlyklarynyň jeminden kiçi bolýar *(14-nji ç surat)*: $AC < AB + BC$.

Bu deňsizlige indiki baplarda ýene durup geçeris.

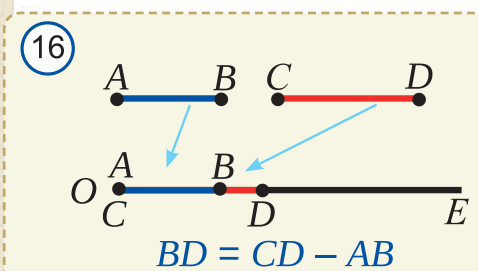
Ýokarda getirilen häsiýet kesimleriň üstünde goşmak we aýyrmak amallaryny anyklamaga mümkinçilik berýär. OE şöhle, AB we CD kesimler berlen bolsun. Ilki OE şöhlä AB kesimi goýýarys . Soň BE şöhlä CD kesimi goýýarys *(15-njy surat)*.



Netijede emele gelen AD kesim AB we CD *kesimleriň jemi* diýip atlandyrylýar we $AD = AB + CD$ deňlik dogry bolýar.

Edil şonuň ýaly, kesimleri bir-birinden aýyrmak amalyny hem girizmek mümkin.

Aýdaly, OE şöhle, AB we CD kesimler berlen hem-de $CD > AB$ bolsun *(16-nji surat)*. OE şöhlä ilki uzyn CD kesimi goýýarys. Soň ýene OE şöhlä AB kesimi goýýarys. Emele gelen DB kesim CD we AB *kesimleriň tapawudy* diýip atlandyrylýar we $BD = CD - AB$ deňlik dogry bolýar.



AB kesimiň uzynlygy A we B nokatlaryň arasyndaky *aralyk* diýlip hem aýdylýar.

Görnüşi ýaly, birmeňzeş uzynlyga eýe kesimler özara deň bolýar.

2.4. Töwerek we tegelek

Bir ýa-da birnäçe sany berlen häsiýetleri kanagatlandyrýan ähli nokatlardan ybarat figura *nokatlaryň geometrik ýerleşişi* diýip atlandyrylýar.

Nokatlaryň geometrik ýerleşişine töwerek we tegelek mysal bolup biler.

Berlen nokatdan deň uzaklykda ýatýan nokatlaryň geometrik ýerleşişine *töwerek* diýip atlandyrylýar. Bu nokat töweregiň *merkezi* diýilýär.

17-nji suratda töwerek şeklindäki «Çarhpelek» göwün göteriji gurluşy getirilen.

Töweregiň islendik nokadyndan onuň merkezine çenli bolan aralyk bolsa töweregiň *radiusy* diýip atlandyrylýar *(18-njysurat)*. Şonuň ýaly-da, töweregiň merkezini onuň islendik nokady bilen utgaşdyrýan kesime-de radius diýýäris.

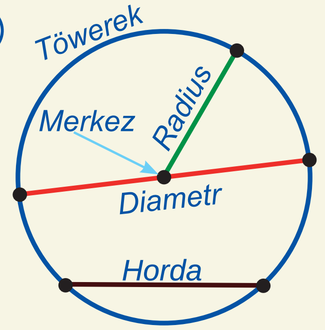
Töweregiň islendik iki nokadyny utgaşdyrýan kesim töweregiň *hordasy* diýip atlandyrylýar. Merkezden geçýän horda bolsa *diametr* diýip atlandyrylýar.

Tegelek diýip tekizlikde berlen nokatdan berlen sandan uly bolmadyk aralykda ýatýan nokatlaryň geometrik ýerleşişine aýdylýar *(19-nji surat)*. Berlen nokat tegelegiň *merkezi*, berlen san bolsa onuň *radiusy* diýip atlandyrylýar.

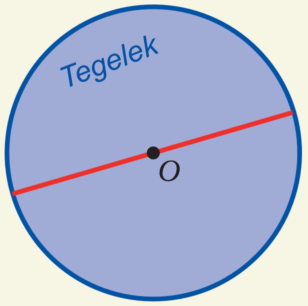
Töweregiň (tegelek) diametri merkezden geçeni üçin ol iki radiusdan ybarat bolýar *(19-nji surat)*. Diýmek, diametriň uzynlygy iki radiusyň uzynlygyna deň.

17

18



19



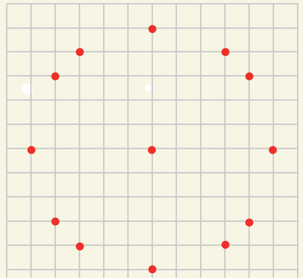
Töweregi gözenekli depderde sirkulsyz çyzmagyň kadalary

- *Gözenek depdere 20-nji suratda görkezilişi ýaly edip nokatlary belgiläň.*
- *Emele gelen 12 nokady yzygider ýaý şekilli çyzyk bilen utgaşdyryp çykyň.*

Netijede merkezi O nokatda bolan töweregiň takmyny teswiri emele gelýär (barlap görüň).

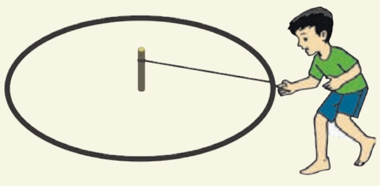
Töwerek sirkulyň kömeginde çyzylýar. Merkezi O nokatda berlen, radiusy AB kesimden ybarat töweregi sirkulyň we ýüpüň kömeginde çyzmak 21- we 22-nji suratlarda görkezilen.

20



21

22

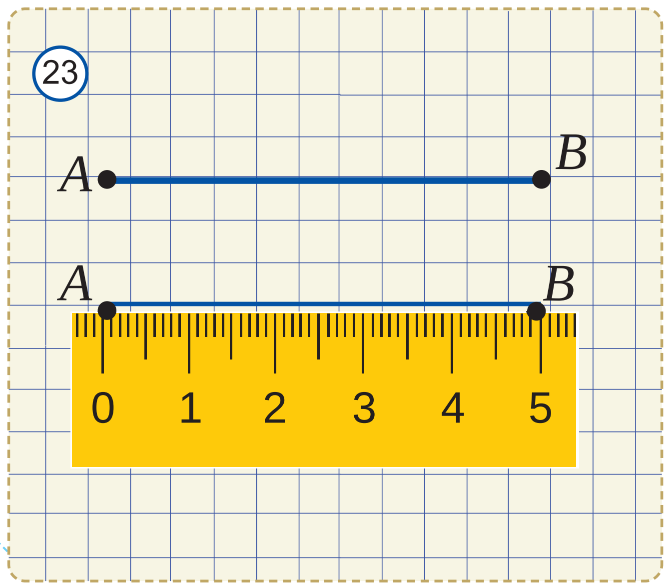


2.5. Uzynlyk ölçeg birlikleri

Gadymdan adamlar uzynlygy ölçände dürli uzynlyk birliklerinden peýdalanyp gelipdirler. Meselem, Orta Aziýada bogun, garyş, gulyç, çakyrym ýaly uzynlyk birlikleri ulanylypdyr. Dürli ölçeg birliklerinden peýdalanmak amatsyzlyklary döredipdir. Şu sebäpli XVIII asyrdan başlap dünýä boýunça halkara uzynlyk ölçeg birligi hökmünde ***metr*** kabul edilen.

Siz uzynlyk nusgasy bolan metr etalony bilen 6-njy synp «Fizika» dersliginde tanşypdyňyz. Ol ýerde metre garanda esli uly ýa-da kiçi uzynlyklary ölçemek üçin peýdalanylýan birlikler hem getirilen. Şol sanda: 1 km = 1 000 m; 1 cm = 0,01 m; 1 mm = 0,001 m. Kesimleriň uzynlygy dürli gurallaryň kömeginde ölçenýär. Olaryň iň ýönekeýi şkalaly, ýagny bölüniş nokatlaryna eýe bolan çyzgyçdyr. Kesimiň uzynlygynyň bahasy saýlanan uzynlyk ölçeg birligine bagly bolýar. Eger uzynlyk birligi hökmünde uzynlygy 1 cm -e deň kesimi alýan bolsak, 23-nji suratda şekillendirilen kesimiň uzynlygy 5 cm-e deň bolýar we AB = 5 cm diýip ýazylýar. Eger uzynlyk ölçeg birligi hökmünde uzynlygy 1 millimetre deň kesimi alýan bolsak, AB = 50 mm bolýar.

23



Kä halatlarda kesimiň uzynlygy ölçeg birligi görkezilmezden ýazylýar. Meselem, AB = 5. Munda AB kesimiň uzynlygy 5 ölçeg birligine deň diýip düşünilýär.

Depderde dürli kesimiň uzynlyklaryny ölçemek üçin millimetrli bölünmelere eýe bolan okuw çyzgyjyndan *(24-nji surat)* peýdalanyp geldiňiz. Doskada kesimleri çyzmak üçin santimetrli bölünmelere eýe mekdep çyzgyjyndan peýdalanylýar. Ýeriň üstünde dürli ölçeg işlerini amala aşyrmak üçin lentaly ölçeg guraly – ruletkadan, meýdanda bolsa hekge – meýdan sirkulyndan peýdalanylýar.

24

Häzirki wagtda inžener-ussalar uzynlygy örän amatly we takyk ölçeýän elektron ruletkalardan peýdalanýarlar *(25-njy a surat)*.

25-njy b suratda diwara çenli, 25-njy ç suratda bolsa pürsüň esasy we depesine çenli bolan aralygy ölçemek prosesi görkezilen. Şu suratlardan peýdalanyp lazerli elektron ruletkanyň nähili işleýşini düşündirmäge synanyşyň.

Mesele. Bir göni çyzykda ýatýan A, B we C nokatlar üçin $AB = 8$ we $BC = 11$ bolsa, AC kesimiň uzynlygyny tapyň.

Çözülişi. Aşakdaky ýagdaýlara üns bereliň:

1. A, B, C nokatlar a göni çyzykda 26-njy *a* suratda şekillendirilen tertipde ýerleşen bolsun.

Kesimler uzynlyklarynyň häsiýetine görä $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19$ bolýar.

2. A, B we C nokatlar a göni çyzykda 26-njy b suratda şekillendirilen tertipde ýerleşen bolsun.

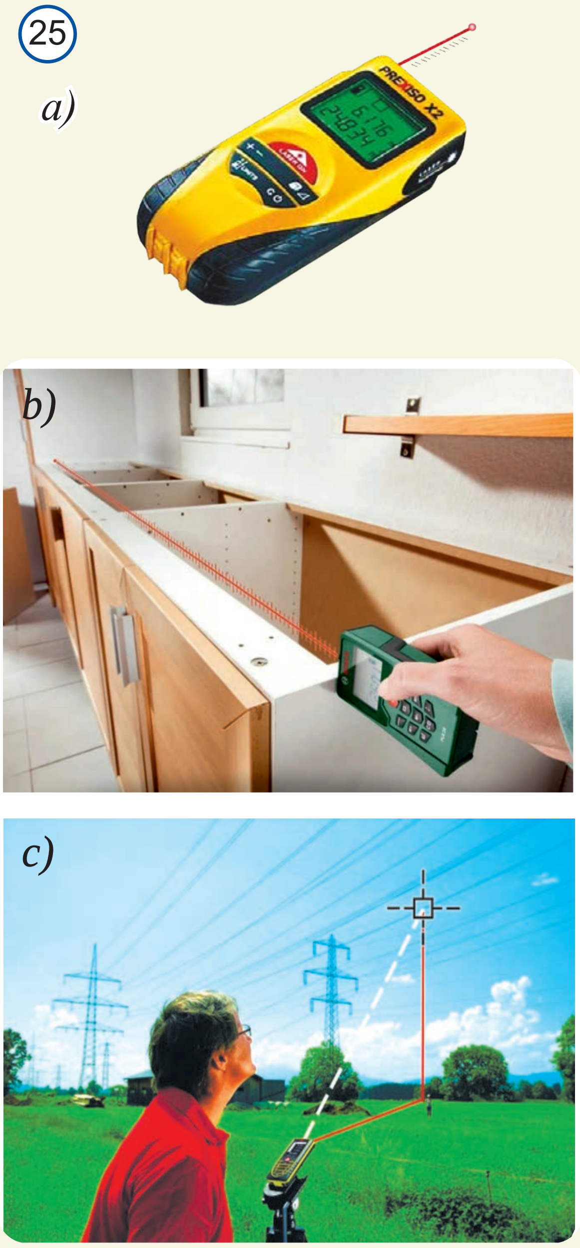
Onda kesimleriň uzynlyklarynyň häsiýetine görä $BA + AC = BC$ ýa-da

$AC = BC - BA = 11 - 8 = 3$ bolýar.

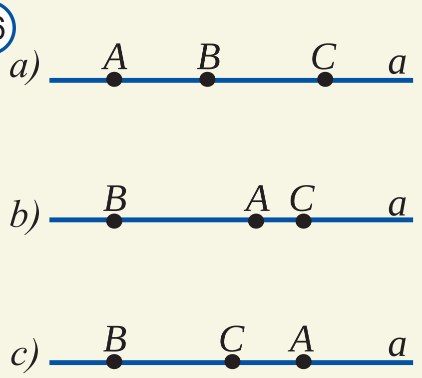
3. C nokat 26-njy ç suratdaky ýaly B we A nokatlaryň arasynda ýerleşip bilmeýär. Çünki $AB < BC$. Diýmek, AC kesimiň uzynlygy nokatlaryň özara ýerleşişine seredip 19-a ýa-da 3-e deň bolýar.

Jogaby: 19 ýa-da 3.

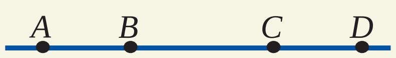
25



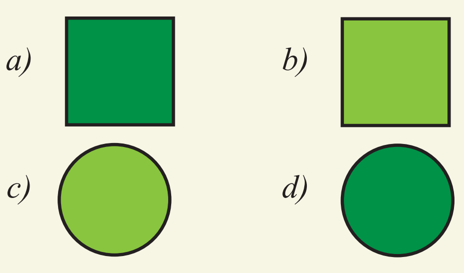
26



27



28



Tema boýunça soraglar

1. 27-nji suratda B nokat haýsy nokatlaryň arasynda ýatyr? Haýsy nokatlar C nokatdan bir tarapda ýatyr?

2. Kesime we şöhlä kesgitleme beriň. Olar nähili belgilenýär?

3. Göni çyzykda C we D nokatlar berlen. CD we DC kesimler üstme-üst düşermi? CD we DC şöhleler nähili?

4. Kesim, şöhle we göni çyzyk bir-birinden nämesi bilen tapawutlanýar?

5. Nähili figuralara özara deň diýýäris?

6. 28-njy suratda haýsy figuralar özara deň?

7. Kesimi şöhlä goýmak, diýende nämäni düşünýärsiňiz?

8. Islendik şöhlä onuň başlangyjyndan başlap berlen kesime deň näçe sany kesimi goýmak mümkin?

9. Kesimler nähili deňeşdirilýär we ölçenýär?

10. Kesimiň ortasy näme?

11. Kesimiň uzynlygynyň esasy häsiýetlerini aýdyň.

12. Kesimleriň jemini we tapawudyny häsiýetlendiriň.

13. Nokatlaryň geometrik ýerleşişi näme?

14. Töwerege we tegelege kesgitleme beriň we olaryň elementlerini aýdyň.

Amaly gönükme we ulanma

1^0. 27-nji suratda näçe sany kesim bar?

2. Üçlary göni çyzykdaky A, B, C, D nokatlarda bolan jemi näçe sany kesim bar? Olary ýazyň.

3. 29-njy suratdaky ähli şöhleleri ýazyň. Olaryň haýsylary bir-birini dolduryar?

4. 30-nji suratda AB göni çyzyk MN we PQ göni çyzyklary degişlilikde C we D nokatlarda kesip geçýär. a) C nokatdan çykýan; b) D nokatdan çykýan we bir-birini dolduryan şöhleleri ýazyň.

5. Bir göni çyzykda ýatýan 2 nokat şu göni çyzykda ýatýan näçe sany şöhläni anyklaýar? 3 sany nokat nähili?

6. 31-nji a suratdaky figurany kagyza ölçeglerini üýtgetmezden çyzyň we gyrkyp alyň. Ony 31-nji b suratdaky figuranyň üstüne goýmak arkaly olary deňeşdiriň.

7. Aşakdaky a) harp; b) sifr belgileriniň haýsylary geometrik figura hökmünde özara deň?

a) **a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q;**

b)

8. 32-nji suratdaky deň figuralary tapyň.

9*. Göni çyzykda ýatýan: a) 1; b) 2; ç) 3; d) 10; e) n sany nokat ony näçe bölege bölýär?

10*. Tekizlikde ýatýan; a) bir; b) iki; ç) üç;

d) dört göni çyzyk ony köpi bilen näçe bölege bölýär?

11*. Göni çyzyk we onda ýatmaýan A, B, C nokatlar berlen. AB kesim berlen göni çyzygy kesip geçýär, AC kesim bolsa kesip geçmeýär. BC kesim bu göni çyzygy kesip geçýärmi?

12. 33-nji suratdaky AB kesimi birlik kesim diýip alyp, galan kesimler uzynlyklaryny tapyň.

13. 34-nji suratdan AB, AC, AD, BC, BD, CD kesimleriň uzynlygyny anyklaň.

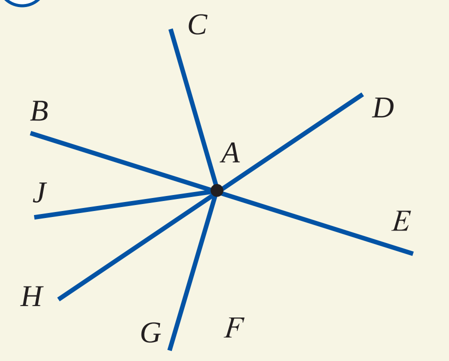
14. 35-njy suratdaky maglumatlardan peýdalanyp nämälimleri tapyň.

15. Eger $B \in AC$, $AB=7{,}2$ cm, $AC=2$ dm bolsa, BC-ni tapyň.

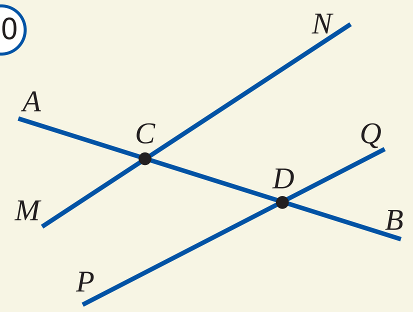
16. Eger $C \in AB$, $D \in AB$, $AB=5$, $AC=2{,}2$ we $BD=3{,}6$ bolsa, CD-ni tapyň.

17. Göni çyzykda göz çeni bilen: a) 3 sm; b) 7 cm; c) 10 cm bolan kesim bölüp aýryň. Soň işi nähili anyk ýerine ýetirendigiňizi çyzgyç bilen barlaň.

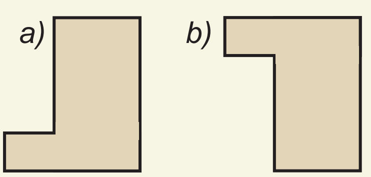
29



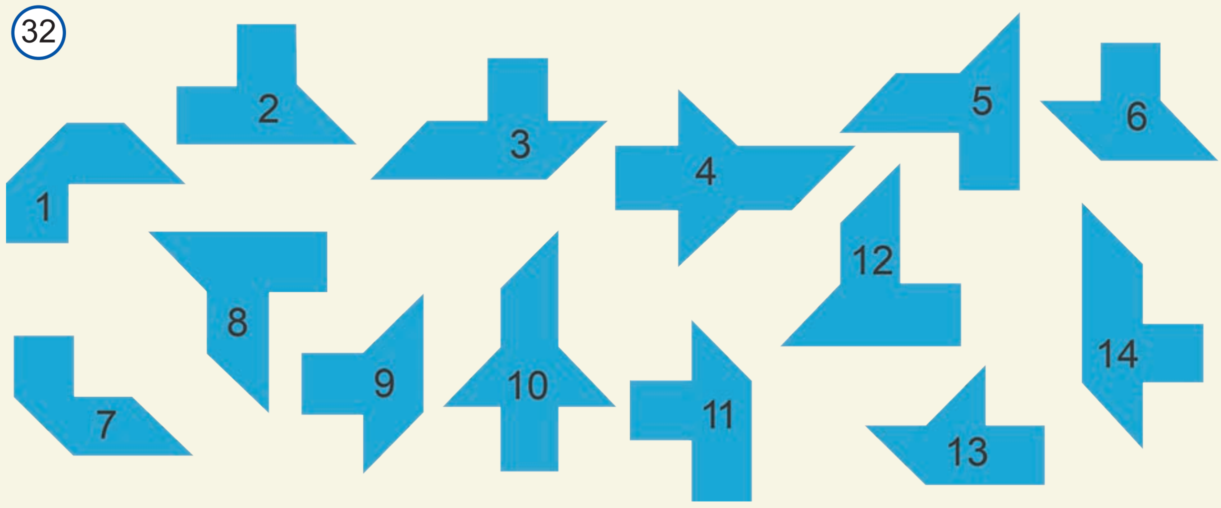
30



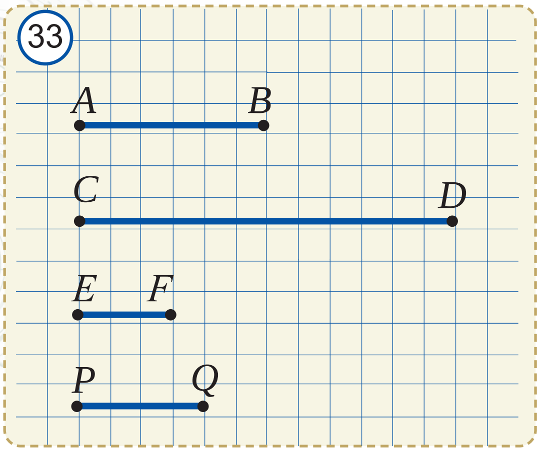
31



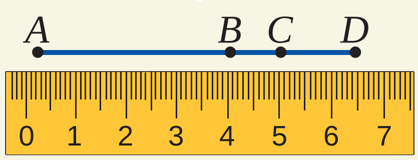
32



33

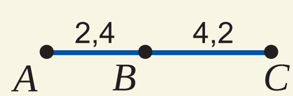


34



35

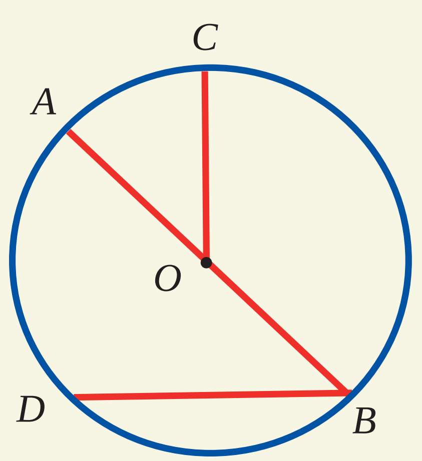
a) AC=?



b) $AB=3$, $AC=2BC$, BC=?

ç) $AB=24$, $BC=AC+6$, AC=?

36



18. Göni çyzykdaky A, B, C nokatlar üçin $AB = 600$ m, $BC = 200$ m bolsa, AC-ni tapyň.

19. 36-njy suratda şekillendirilen töweregiň merkezini, ähli radiuslaryny, diametrini we hordalaryny anyklaň we ýazyň.

20. Töweregiň radiusy 23 cm bolsa, onuň iň uzyn hordasyny tapyň

21. Töweregiň: a) radiusy 12 cm bolsa, diametrini; b) diamerti 28 dm bolsa, radiusyny tapyň.

22. Göni çyzykdaky A, B, C we D nokatlar üçin $AB = 2$, $AC = CB$, $2AD = 3BD$ bolsa, CD-ni tapyň.

23. Merkezi O nokatda bolan töwerek a) OA göni çyzyk; b) OA şöhle bilen näçe sany nokatda kesişmegi mümkin?

24*. Şöhle we uzynlyklary $AB = 1{,}2$ cm, $CD = 2{,}8$ cm bolan kesimler berlen. Bu kesimlerden peýdalanyp şu şöhlä uzynlygy: a) 4 cm; b) 1,6 cm; c) 0,4 cm; d) 2,6 cm bolan kesimleri çyzyň.

25. C nokat AB kesimiň ortasy we CB = 13 bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

26. Özüniň ýarysyndan 46 cm uzyn bolan kesimiň uzynlygyny tapyň.

27. Dersligiňiziň uzynlygyny we inini çyzgyjyň kömeginde ölçäň we olary: a) mm; b) dm; ç) m; d) km-lerda aňladyň.

28. C nokat AB kesimi 1 : 3 gatnaşykda bolýar. Eger AC kesimiň uzynlygy: a) 2,5 cm; b) 3,9 m; ç) 1,4 km bolsa, CB kesimiň uzynlygyny tapyň;

29. D nokat EF kesimi 1 : 2 gatnaşykda bolýar. Eger DE kesimiň uzynlygy: a) 35 cm; b) 93 dm; ç) 41 m bolsa, EF kesimiň uzynlygyny tapyň.

30*. Uzynlygy 9 cm bolan AB kesim çyzyň. AB şöhlede şeýle C nokady belgiläň, ýagny a) $AC - BC = 1$ cm; b) $AC + BC = 11$ cm; ç) $AC + BC = 10$ cm bolsun.

31*. AB kesim berlen. Uzynlygy: a) $2AB$; b) $AB:2$; c) $AB:4$; d) $0{,}75\ AB$ bolan kesimleri guruň.

32*. Göni çyzykdaky A, B, C nokatlar üçin $AB = 5{,}6\ cm$, $AC = 8{,}9\ cm$ we $BC = 3{,}3\ cm$ mälim. A, B, C nokatlaryň haýsysy galan ikisiniň ortasynda ýatýar?

33. C nokat A we B nokatlaryň arasynda ýatýar. Eger: a) $AC = 2{,}5\ cm$, $CB = 3{,}4\ cm$; b) $AC = 5{,}3\ dm$, $CB = 4{,}2\ dm$ bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

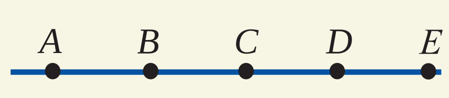
34*. 37-nji suratda AB, BC, CD we DE kesimler özara deň. Eger birlik kesim hökmünde: a) AB; b) AC; c) AE kesim alnan bolsa, AD kesimiň uzynlygyny tapyň.

35. 38-njy suratda Uly Ýedigen ýyldyzlar topary şekillendirilen. Eger bu ýyldyzlary kesimler bilen utgaşdyrsak, susaga meňzeş şekil emele gelýär. «Susagyň» ahyrky iki ýyldyzy emele getiren AB kesimi B nokatdan başlap AB şöhle boýunça 5 gezek goýup çykylsa, Demirgazyk ýyldyzynyň ýakynyna barylýar. Suratdan Demirgazyk ýyldyzynyň nirede ýerleşendigini anyklaň.

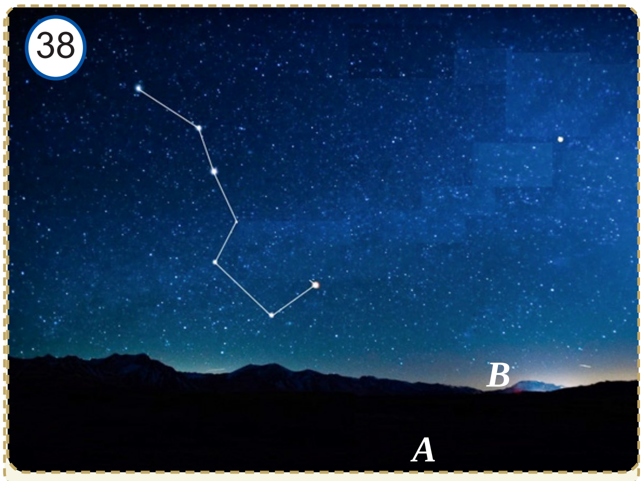
36. 39-njy suratda meýdan şertinde göni çyzyk geçirmek prosesi şekillendirilen. Ondan bagda ýa-da mellekde nahallary bir tekiz ekmekde peýdalanylýar. Bu amaly iş göni çyzygyň haýsy geometrik häsiýetine esaslanandygyny düşündiriň.

37. 40-nji suratda boýagçynyň petige göni çyzyk çyzmak prosesi şekillendirilen. Munuň üçin ýüp hek bilen ak reňke boýalýar. Ýüpüň bir ujy çüýe daňylýar, ikinji ujy bolsa degişli nokada goýulýar. Soň onuň ortasyndan tutup, çekilýär we goýberilýär. Şonda ýüpe ilişen hekiň bölejikleri petige ýapyşyp, göni çyzygy emele getirýär. Edil şeýle usulda diwara hem göni çyzyk çyzmak mümkin. Bu amaly iş göni çyzygyň haýsy geometrik häsiýetine esaslanandygyny düşündiriň.

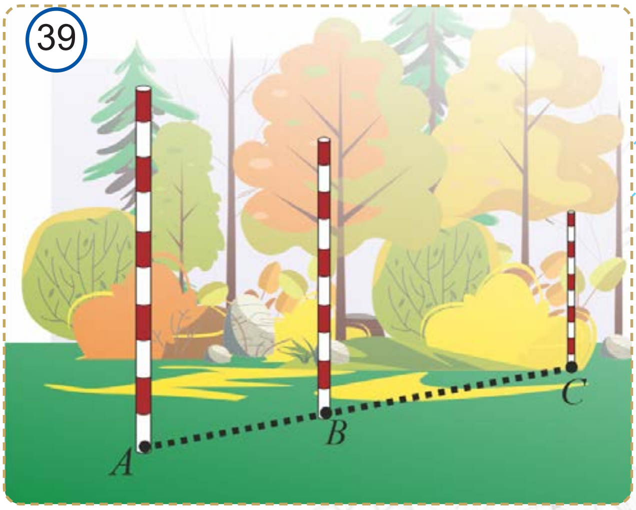
37

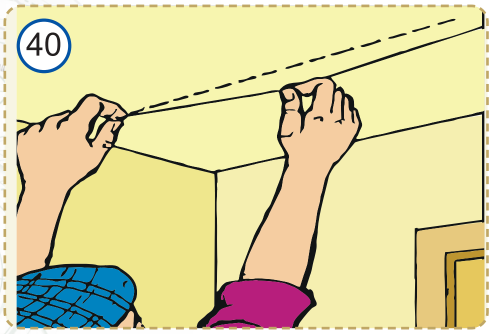


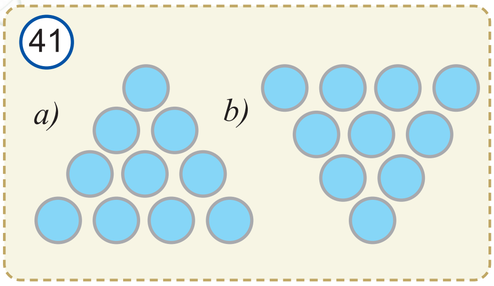
38

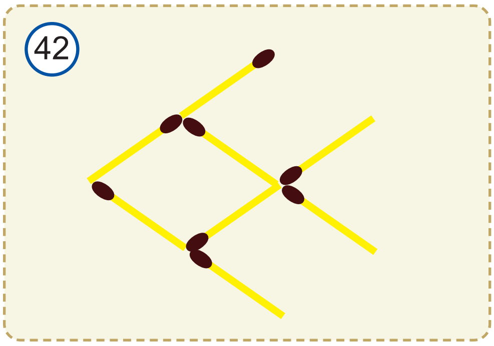


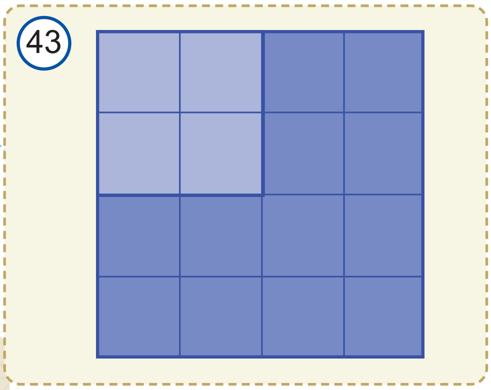
39







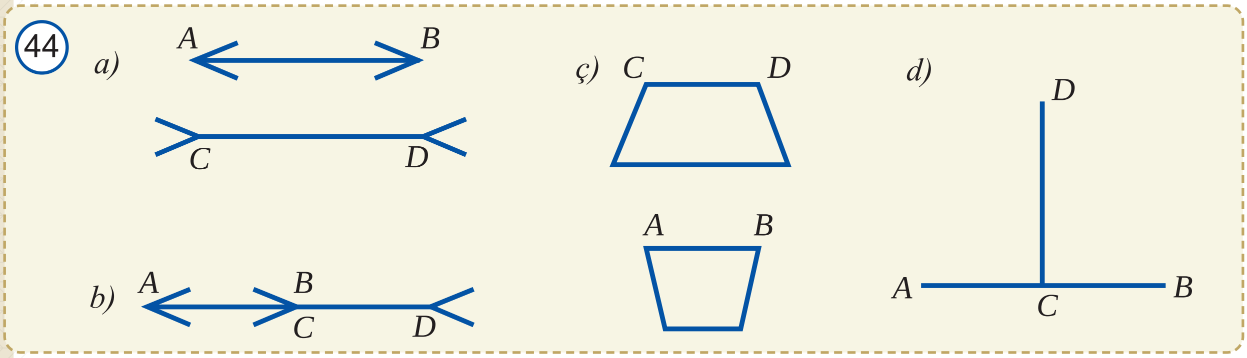




Geometrik tapmaçalar

1. 10 sany birmeňzeş teňňe 41-nji a suratdaky ýaly edip ýygylan. Diňe 3 sany teňňäniň ýerini üýtgedip, olary 41-nji b suratdaky görnüşe getiriň.
2. 42-nji suratdaky 3 çöpüň ýerini üýtgedip, «balygy» yzyna gaýtaryň.
3. Daýhan babanyň kwadrat şeklindäki mellegi bardy. Ol melleginiň çärýek bölegini 43-nji suratda görkezilişi ýaly edip özi üçin galdyrdy. Galan bölegini bolsa birmeňzeş şekildäki deň böleklere bolup, dört ogluna paýlap berdi. Goja bu işi nähili amala aşyrypdyr?
4. 44-nji suratda şekillendirilen AB we CD kesimleri göz çeni bilen özara deňeşdiriň. Soň bu işi çyzgyjyň ýa-da dury plýonkanyň kömeginde ýerine ýetiriň.

Netije. *Geometriýada ölçeg we deňeşdirme işlerini anyk ýerine ýetirmeli. Göz aldamagy mümkin!*



3 BURÇ. BURÇLARY DEŇEŞDIRMEK WE ÖLÇEMEK

3.1. Burç. Burçlary deňeşdirmek

Bir nokatdan çykýan iki şöhleden ybarat figura *burç* diyilýär.

Burçy düzýän şöhleler *burçuň taraplary,* olaryň umumy depesi bolsa *burçuň depesi diýip* atlandyrylýar *(1-nji surat)*. Bu burç $\angle AOB$ ýa-da $\angle BOA$ ýaly belgilenýär we AOB *burç* ýa-da BOA *burç* diýip okalýar. Şeýle ýazuwda burçuň depesi hemişe ortada ýazylýar. Şonuň ýaly-da, bu burç gysgaça $\angle O$ ýaly hem ýazylyp, O *burç* diýip okalmagy mümkin. Çyzgyda burçy bölüp görkezmek üçin käte onuň iki tarapy 1-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýaý şekilli çyzyk bilen utgaşdyryp goýulýar.

Ýazgyn burç diýip taraplary bir-birini dolduryan şöhlelerden ybarat burça aýdylýar.

2-nji suratda ýazgyn burçlar şekillendirilen.

Ýazgyn bolmadyk O burç berlen bolsun. Uçlary şu burçuň taraplarynda bolan käbir AB kesime seredýäris *(3-nji surat).*

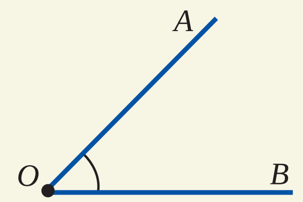
Eger burçuň depesinden çykýan OC şöhle *(3-nji surat)* AB kesimi kesip geçse, bu şöhle *burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär*. Görnüşi ýaly, burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän şöhle burçy iki burça bölýär.

Islendik burç tekizligi iki bölege bölýär *(4-nji surat)*. Tekizligiň burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän käbir şöhle ýatýan bölegi *burçuň içki ýaýlasy*, ikinji bölegi bolsa *daşky ýaýlasy* diýip atlandyrylýar.

Islendik OB şöhle we ýazgyn bolmadyk A burç berlen bolsun*(5 a-njy surat)*. Mälim bolşy ýaly, OB göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýär. A burçy bir tarapy OB şöhle bilen üstme-üst düşýän edip goýmak mümkin. Bu amal burç haýsy ýarymtekizlige ýatyşyna seredip iki usulda ýerine ýetirilýär (*5-nji b, d suratlar)* we *burçy şöhleden ýarymtekizlige goýmak* diýlip aýdylýar.

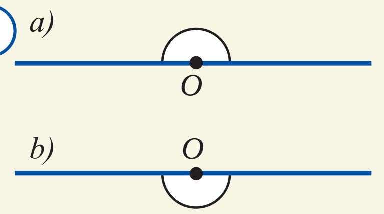
Islendik şöhle we ondan geçýän göni çyzyk emele getiren ýarymtekizliklerden biri berlen bolsun.

1



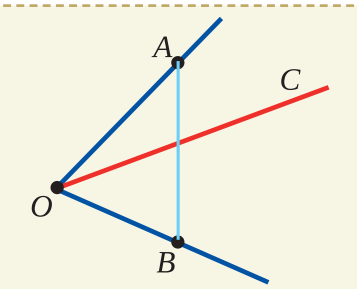
$\angle AOB$ – *AOB burç*
O – *burçuň depesi*
OA, OB – *burçuň taraplary*

2



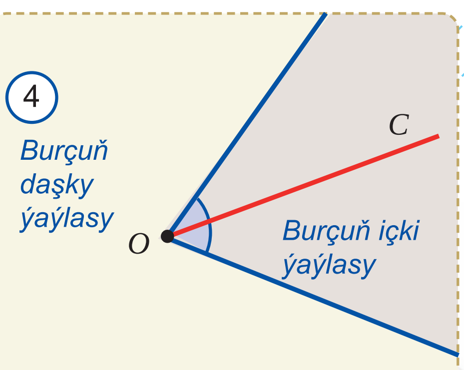
$\angle O$ – *ýazgyn burç*

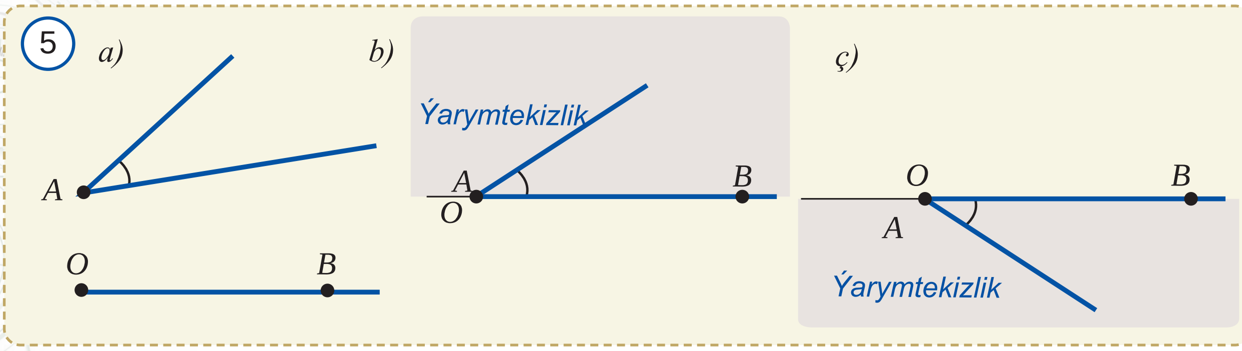
3



OC – *burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän şöhle*

4

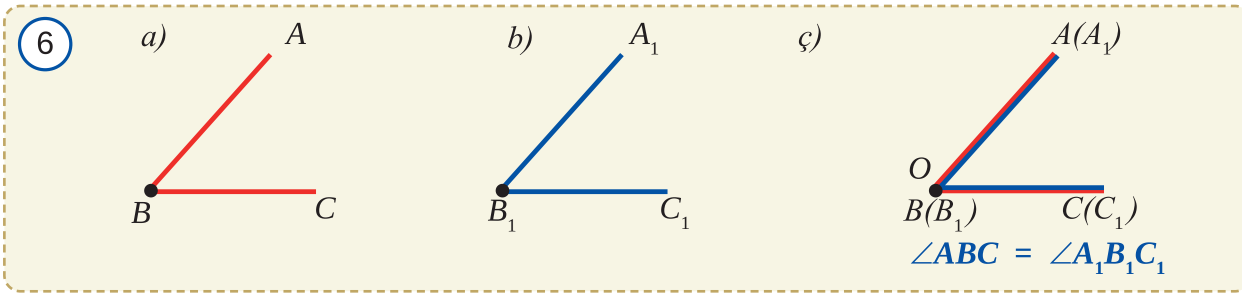




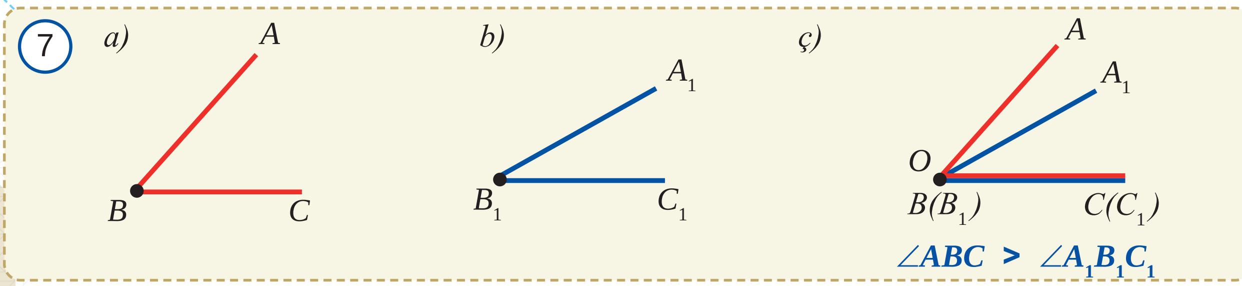
Islendik şöhleden ýarymtekizlige berlen ýazgyn bolmadyk burça deň ýeke-täk burçy goýmak mümkin.

Iki burçy käbir şöhleden kesgitli ýarymtekizlige goýmak arkaly özara deňeşdirmek mümkin. Berlen ABC we $A_1B_1C_1$ burçlary O şöhleden kesgitli ýarymtekizlige goýanymyzda:

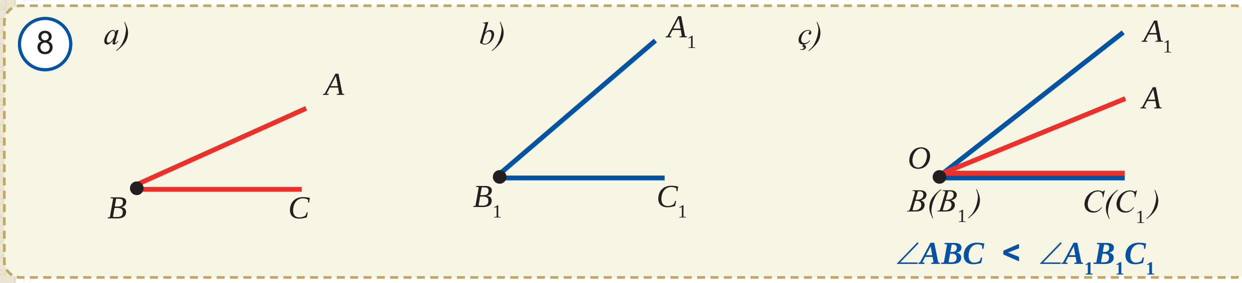
1-nji ýagdaý (6-njy d surat). BA tarap B_1A_1 tarap bilen, BC tarap bolsa B_1C_1 tarap bilen üstme-üst düşse, ABC we $A_1B_1C_1$ burçlar *deň* diýip atlandyrylýar we bu $\angle ABC=\angle A_1B_1C_1$ ýaly ýazylýar (figurada burçlaryň deňligi birmeňzeş sandaky ýaýlar bilen belgilenýär).



2-nji ýagdaý (7-nji ç surat). A_1B_1 tarap ABC burçuň içki ýaýlasynda ýatsa, ABC burç $A_1B_1C_1$ burçdan *uly* diýilýär we bu $\angle ABC>\angle A_1B_1C_1$ ýaly aňladylýar.



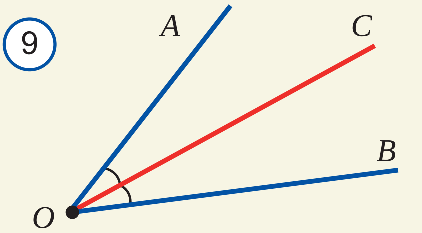
3-nji ýagdaý (8-nji ç surat). AB tarap $A_1B_1C_1$ burçuň içki ýaýlasynda ýatsa, ABC burç $A_1B_1C_1$ burçdan *kiçi* diýilýär we bu $\angle ABC<\angle A_1B_1C_1$ ýaly ýazylýar.



Burçuň depesinden çykyp, ony deň iki burça bölýän şöhlä *burçuň bissektrisasy* diýip atlandyrylýar.

9-njy suratda AOB burçuň OC bissektrisasy şekillendirilen.

9



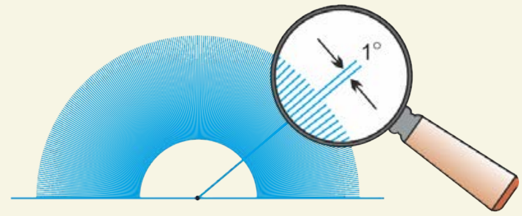
$\angle AOC = \angle COB$

OC – AOB *burçuň bissektrisasy*

3.2. Burçlary ölçemek

Ýazgyn burç özüniň taraplarynyň arasyndan geçýän we depesinden çykýan şöhleler bilen 180 sany deň burça bölünen bolsun *(10-njy surat)*. Bu burçlardan birini ölçeg birligi – *birlik burç* hökmünde almak kabul edilen. Onuň burç ululygy *bir gradus* diýip atlandyrylýar we 1° diýip belgilenýär. Islendik burçuň gradus ölçegini şu birlik esasynda anyklamak mümkin. *Burçuň gradus ölçegi* burçuň içki ýaýlasyna näçe sany birlik burç we onuň bölekleri ýerleşýändigini görkezýär.

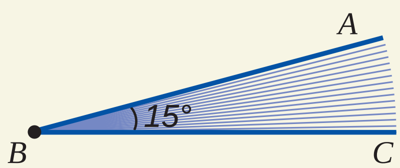
10



1 gradusli burchak

11-nji suratda şekillendirilen ABC burç 15°-a deň. Çünki onuň içki ýaýlasyna 15 sany birlik burç ýerleşýär.

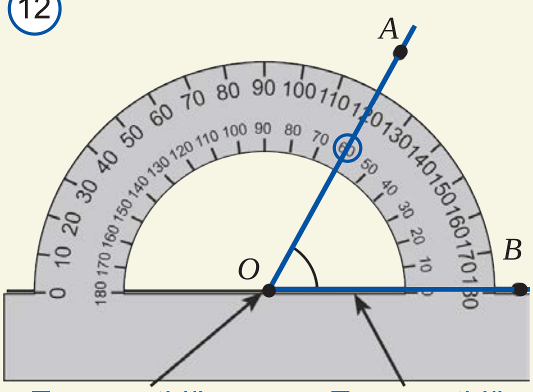
11



Islendik burç kesgitli gradus ölçegine eýe bolup, onuň bahasy položitel san bilen aňladylýar. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180°-a deň.

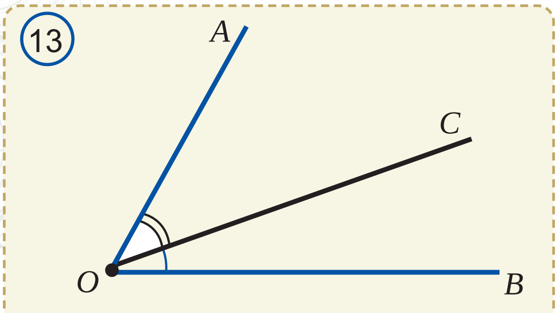
Burçlaryň gradus ölçegi *transportir* diýip atlandyrylýan esbabyň kömeginde ölçenýär. Transportir bilen aşaky synplarda tanşypdyňyz. Onuň şkalaly ýaý şekilli bölegi çyzyjaklar bilen 180 sany deň bölege bölünen bolup, her bir bölek bir gradusy aňladýar. 12-nji suratda transportiriň kömeginde burçy ölçemek prosesi şekillendirilen. Suratdan görşüňiz ýaly, AOB burçuň ululygy 60 gradusa deň we bu $\angle AOB = 60°$ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, birmeňzeş gradus ölçegine eýe burçlar özara deň bolýar we tersine, özara deň burçlaryň gradus ölçegleri hem deň bolýar. Uly burçuň gradus ölçegi hem uly bolýar we tersine.

12



Transportiriň merkezi *Transportiriň esasy*

Burçlary ölçände gradusyň ülüşlerinden hem peýdalanylýar. 1°-yň $\frac{1}{60}$ bölegi *minut*, $\frac{1}{3600}$ bölegi *sekunt* diýip atlandyrylýar we degişlilikde «′» we «″» ýaly belgilenýär. Meselem, ululygy 45 gradus 38 minut 59 sekunda deň burç gradus ölçegi 45°38′59″ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, 1° = 60′, 1′ = 60″.



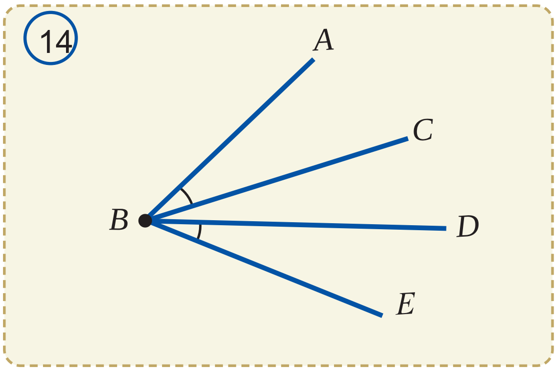
$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$

Aýdaly, AOB burç berlen bolup, onuň taraplary arasyndan geçýän islendik OC şöhle ony AOC we COB burçlara bölsün *(13-nji surat)*. Onda:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Bu häsiýeti aşakdaky ýaly aňlatmak mümkin:

Burçuň gradus ölçegi burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän islendik şöhle bölen burçlaryň gradus ölçegleriniň jemine deň.



1-nji mesele. Eger $\angle ABC = \angle DBE$ bolsa, $\angle ABD = \angle CBE$ bolýandygyny görkeziň *(14-nji surat)*.

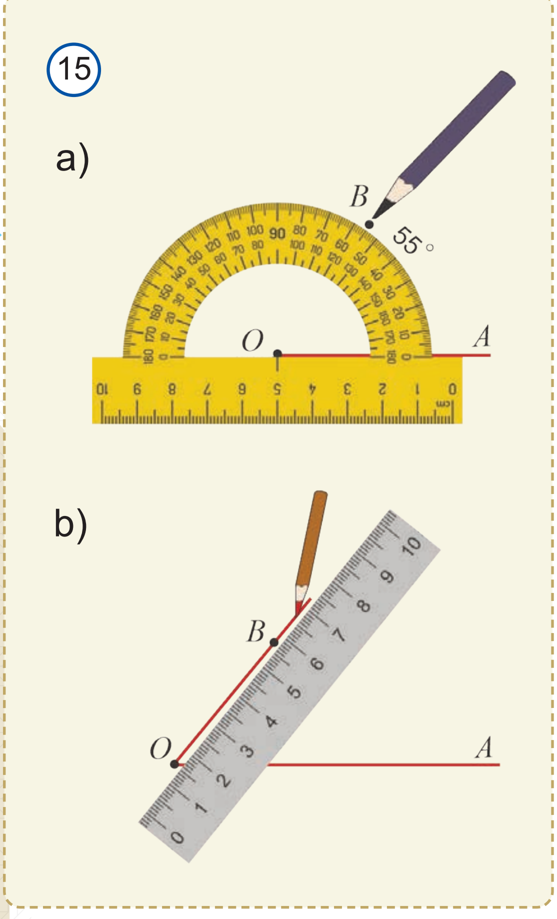
Çözülişi. Berlen $\angle ABC = \angle DBE$ deňligiň iki tarapyna-da $\angle CBD$-ni goşýarys:

$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE.$

Ýöne $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ we

$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$

Diýmek, $\angle ABD = \angle CBE.$



Şöhlä berlen gradus ölçegli burçy goýmagyň amaly kadasy:

1. Islendik OA şöhle çyzyp alynýar.

2. Transportiriň esasyny berlen OA şöhläniň üstüne, merkezini bolsa O nokada 15-nji a suratda görkezilişi ýaly edip goýulýar.

3. Transportiriň şkalasyndan burçuň berlen gradus ölçegini görkezýän bölünmesi tapylýar we onuň garşysyna B nokat goýulýar.

4. O we B nokatlar arkaly şöhle geçirilýär *(15-nji b surat)*. Netijede berlen gradus ölçegli AOB burç emele gelýär.

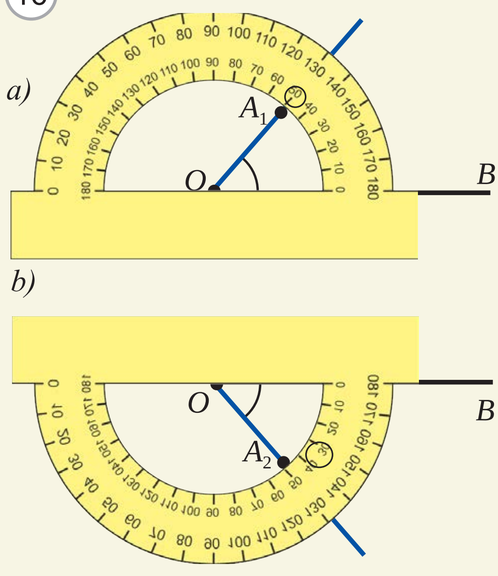
Bu işi ýene nähili ýol bilen amala aşyrmak mümkinligi barada oýlanyp görüň.

2-nji mesele. Berlen OB şöhlä 50°-ly burçy goýuň.

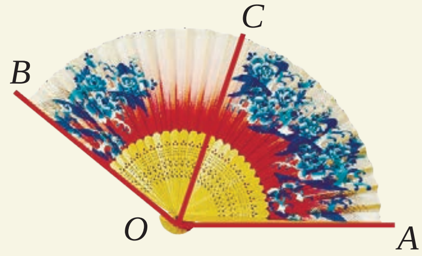
Çözülişi. OB göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýändigi mälim. Transportiriň esasyny OB şöhläniň üstüne, merkezini bolsa O nokada 2 hili usulda goýup, onuň şkalasynda 50°-a gabat gelýän bölünme tapylýar we burçlar gurulýar *(16-njy surat)*.

Diýmek, berlen şöhleden her bir ýarymtekizlige bir sanydan 50°-ly burç goýmak mümkin eken: $\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50°$.

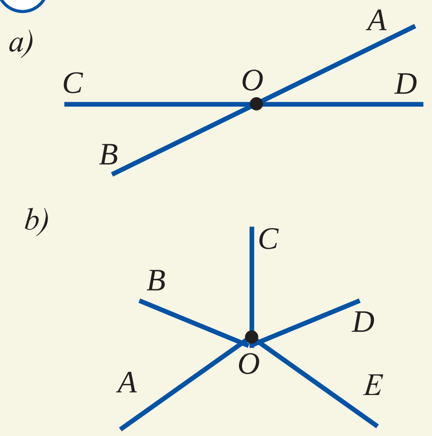
16



17



18

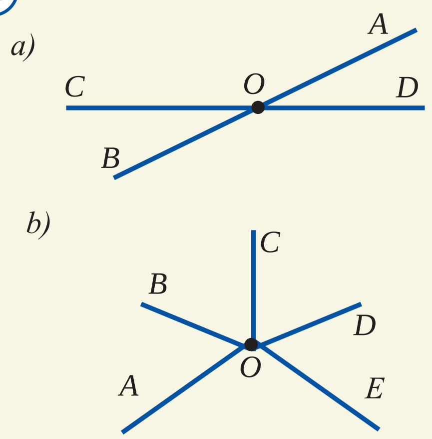


Tema boýunça soraglar

1. *Burç näme we ol nähili belgilenýär?*
2. *Ýazgyn burç näme?*
3. *Burç tekizligi nähili böleklere bölýär?*
4. *Burçy şöhleden kesgitli ýarymtekizlige goýmak diýende nämäni düşünýärsiňiz?*
5. *Haçan burçlar özara deň bolýar?*
6. *Haçan bir burç ikinjisinden uly ýa-da kiçi bolýar?*
7. *Burçuň bissektrisasyna kesgitleme beriň.*
8. *Burçuň gradus ölçegi diýip nämä aýdylýar?*
9. *Ýazgyn burç näçe gradus?*
10. *1° -a deň burç diýende nähili burçy düşünýärsiňiz?*
11. *Iki burçuň gradus ölçegleri deň bolsa, olar deň bolarmy?*
12. *17-nji suratda burçuň gradus ölçeginiň haýsy häsiýeti getirilen?*

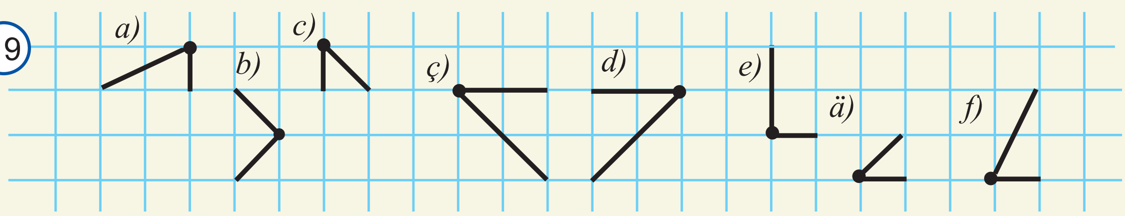
Amaly gönükme we ulanma

18



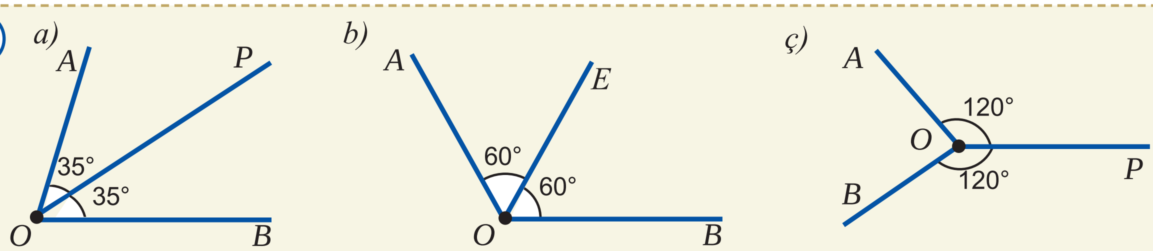
1. a) $\angle MNL$; b) $\angle ABO$ burçy çyzyň. Onuň depesini we taraplaryny ýazyň.
2. Islendik A, B, C we D nokatlary belgiläp, AB, AC we DA göni çyzyklary çyzyň. Emele gelen burçlary, olaryň depelerini we taraplaryny ýazyň.
3. 18-nji suratda şekillendirilen ähli burçlary anyklaň we olary ýazyň.
4. 19-njy suratda şekillendirilen burçlaryň arasyndan deň burçlary anyklaň.

19



5. 20-nji suratda şekillendirilen OP şöhle AOB burçuň bissektrisasy bolýarmy?

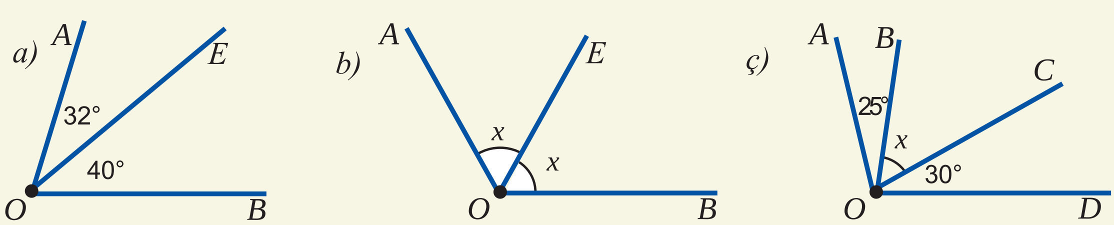
20



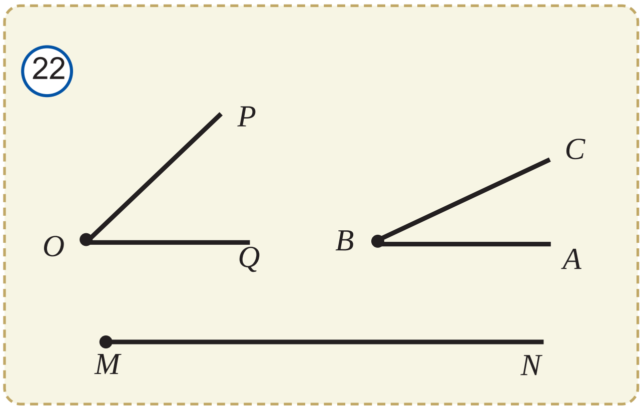
6. 21-nji suratdan peýdalanyp aşakdakylary anyklaň:

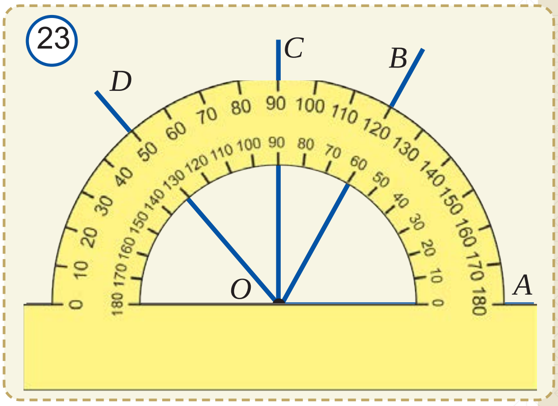
a) $\angle AOB = ?$; b) $\angle AOB = 120^\circ 38'$, $x = ?$; ç) $\angle AOD = 105^\circ 45'''$, $x = ?$

21



7. 22-nji suratdaky POQ we ABC burçlary MN şöhlä goýmak arkaly deňeşdiriň.



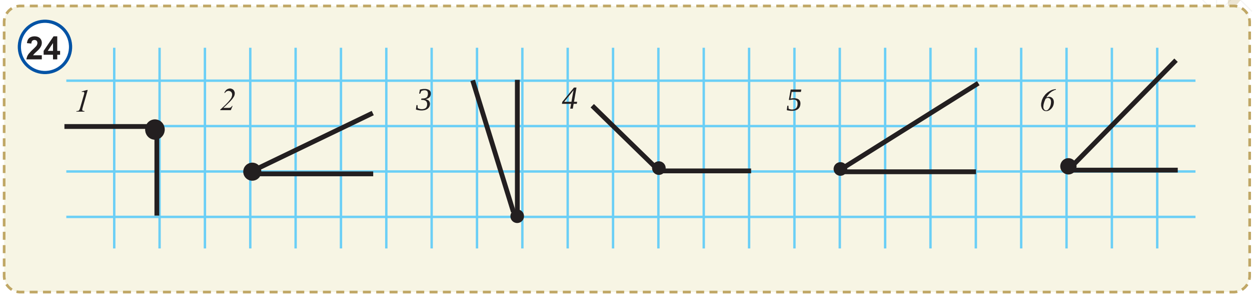


8. 23-nji suratdan peýdalanyp AOB, AOC, AOD, BOC, BOD we COD burçlaryň gradus ölçegini anyklaň hem-de transportiriň kömeginde bissektrisalaryny guruň.

9. Aşakdaky deňlikleriň manysy barmy? a) $\angle AOB = \angle BOA$; b) $\angle AOB = \angle ABO$.

10. Transportir bilen 60° we 176°-ly burçlary, olaryň bissektrisalaryny guruň.

11. Transportiriň kömeginde 49°, 79° we 142°-ly burçlary hem-de olaryň bissektrisalaryny guruň.



12. 24-nji suratda şekillendirilen burçlaryň nomerlerini olaryň gradus ölçeglerini artýan tertibinde ýazyň.

13. Hasaplaň: a) 34°18′+ 53°38′; b) 15°8′38″+113°21′9″; c) 115°8′38″-113°21′9″.

14. Transportiriň kömeginde 10°, 30°, 74°45′, 113°30′ we 165°-ly burçlary guruň.

15*. $\angle A$ we $\angle B$ berlen $\angle A > \angle B$ bolsa, $\angle A + \angle B$ we $\angle A - \angle B$ burçlary guruň.

16*. Berlen AB şöhlä 150°-ly OAB burçy goýuň.

17*. Eger; a) $\angle AOE$=20°, $\angle EOB$=40°, AOB=60°; b) $\angle AOE$=80°, EOB=120°; ç) $\angle AOE > \angle AOB$ bolsa, OE şöhle $\angle AOB$ taraplarynyň arasyndan geçermi?

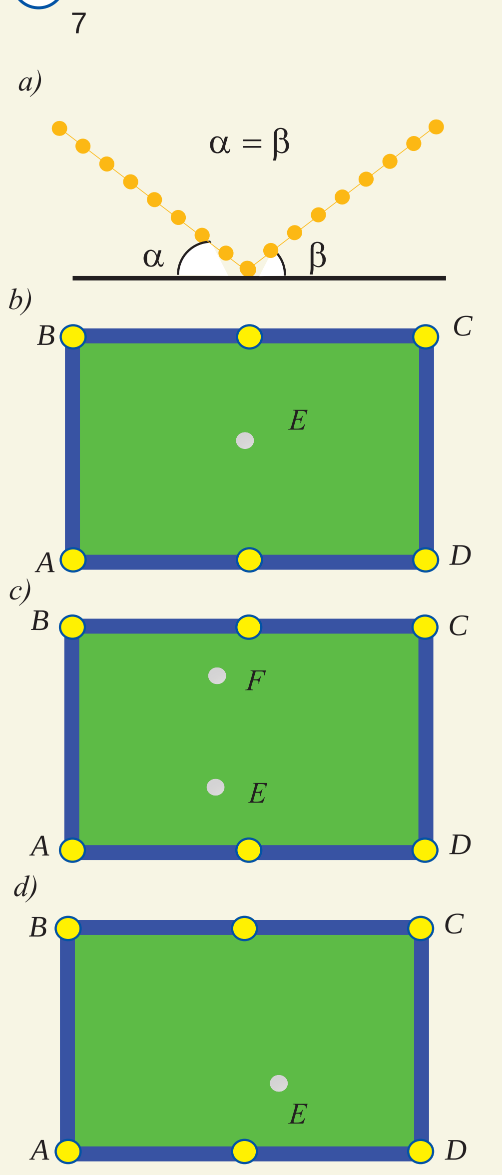
18*. OC şöhle AOB burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär. Eger $\angle AOB = 108^0$, $\angle BOC = 68^0$ bolsa, $\angle AOC$-ni tapyň we bu burçlary transportiriň kömeginde guruň.

19. OT şöhle ROS burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär. Eger $\angle ROT = 37^0$, $\angle ROS = 98^0$ bolsa, $\angle TOS$-ni tapyň we bu burçlary transportiriň kömeginde guruň.

20*. Strelkaly sagatda: a) 3.00; b) 6.00 bolanda, sagat we minut milleri emele getiren burç näçe gradusa deň bolýandygyny anyklaň.

21. Depderiňize şöhle çyzyň we oňa gözüňiz bilen çenäp ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°, 120° we 150° -ly burçlary goýuň. Soňra olary transportiriň kömeginde ölçäň we nähili dogry çyzandygyňyzy barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.

25



26

Amaly gönükme we ulanma

1. Kagyz listine burç çyzyň. Listi eplemek arkaly çyzylan burçdan: a) 2 esse uly; b) 2 esse kiçi; ç) ony göni burça dolduryan burçy emele getiriň.
2. Synp tagtasynda iki burç şekillendirilen. Eliňizde hek we ýüp bar. Olaryň kömeginde burçlary nähili deňeşdirmek mümkin?
3. Ýere göni burç çyzylan. Onuň göni burçdugyny ýüp bilen nähili barlamak mümkin?
4. Ýerda berlen burça deň burçy diňe ýüpüň kömeginde nähili gurmak mümkin?
5. Teňňäniň kömeginde töwerek çyzyň. Bu töweregiň merkezini nähili anyklamak bolar?
6. Bilýard stolunyň üstünde şaryň hereketini synlapdyňyzmy? Ol her gezek stoluň tarapyna urlanda, nähili burç astynda gelip urlan bolsa, şeýle burç astynda tarapdan gaýdýar *(25-nji a surat):*

   a) stoluň merkezinde duran şary käbir ugurda hereketlendiriň we onuň hereket traýektoriýasyny çyzyň *(25-nji b surat)*;

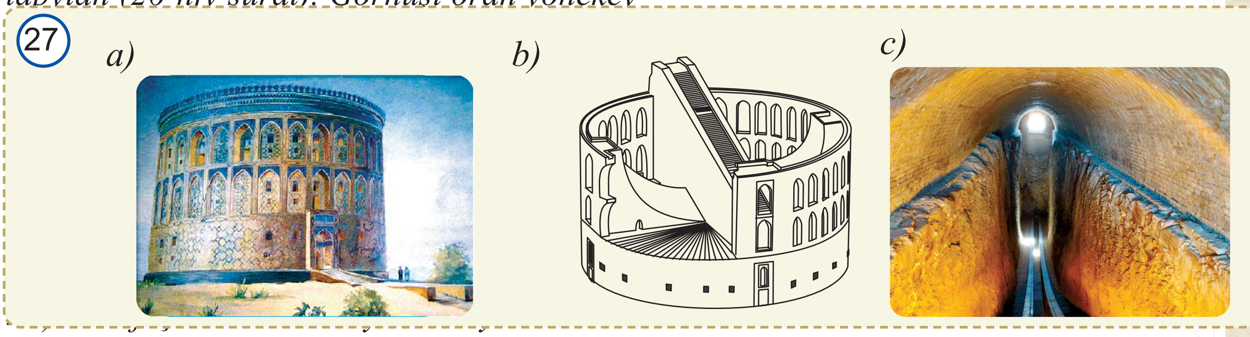
   b) E nokatda duran şaryň AD we AB taraplara urlup, F nokatda duran şara degýän traýektoriýasyny çyzyp görkeziň *(25-nji ç surat)*;

   ç) E nokatda duran şaryň AD, AB we BC taraplaryna urlup, D deşige düşýän traýektoriýasyny çyzyp görkeziň.

Taryhy maglumatlar

Usturlob (astrolýabiýa) – burç ölçeýän esbap bolup, ol gadymy grek astronomy Gipparh tarapyndan miladydan öňki II asyrda oýlanyp tapylan (26-njy surat). Görnüşi örän ýönekeý

27

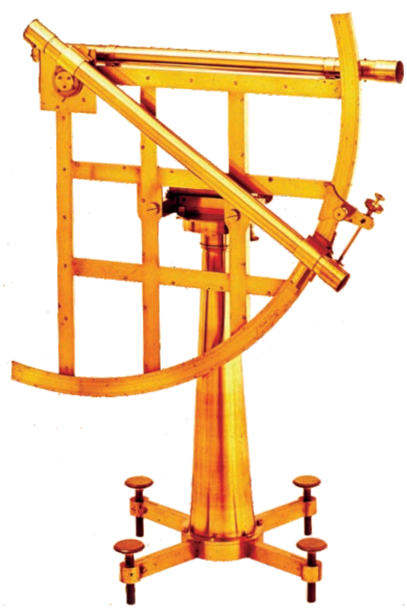


nyp, şu güne çenli ýetip gelen bölegi şekillendirilen. Ulugbek bu gurluşyň kömeginde 1018 sany ýyldyzyň kosmosdaky ýerleşişini haýran galdyryjy takyklykda ölçäp, özüniň «Ziji jadidi Koragany» eserinde getiripdir.

28-nji suratda ýewropaly alymlar teleskop oýlap tapmazyndan öň peýdalanylan kwadrat şekillendirilen. Ol Ulugbegiň kwadratyndan esli kiçi, elbetde.

Häzirki wagtda ýer ölçemek işlerinde ýokary takyklyga eýe bolan elektron teodolit (29-njy a surat) diýen esbap ulanylýar. Onuň kömeginde Ýeriň islendik nokadynda emeli hemra arkaly baglanyp, ölçeg, netijelerini deňeşdirmek we ibermek mümkin (29-njy b surat).

28



29

4 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA

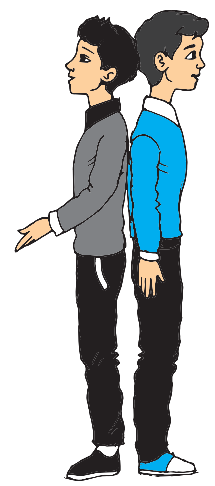
1. Eliňizdäki dersligiň uzynlygyny, inini we galyňlygyny çyzgyjyň kömeginde ölçäň.
2. Eliňizdäki dersligiň bir listiniň galyňlygyny nähili ölçemek mümkin? Çyzgyjyň kömeginde kerpijiň diagonalyny ölçäp bilersiňizmi?
3. Agaç ussalary iki sany tagta uzynlygyny nädip deňeşdirýärler? *(30-njy surat)*
4. Synpdaşlaryňyzyň boýuny çen bilen ölçäň we deňeşdiriň. Boýy iň uzyn synpdaşyňyzy anyklaň *(31-nji surat)*.
5. Garyşyňyzy çyzgyjyň kömeginde santimetrlerde ölçäň. Soň birnäçe predmetleriň ölçeglerini (partanyň inini, uzynlygyny we beýikligini, äpişgäniň we tagtanyň uzynlygyny we inini) garyşlap ölçäň we netijeleri santimetrlerde aňladyň.

30

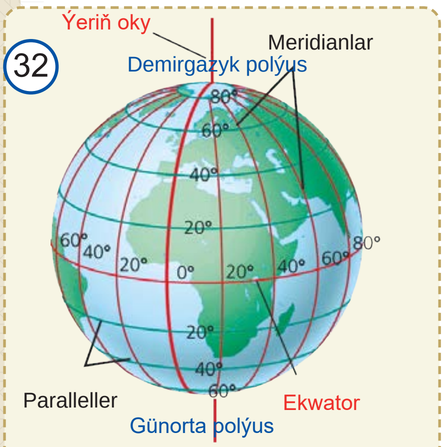
Garyşyňyzyň we ädimiňiziň uzynlygyny ölçäp, ýatda saklaň. Olary bilmek size gündelik durmuşda köp gerek bolýar!

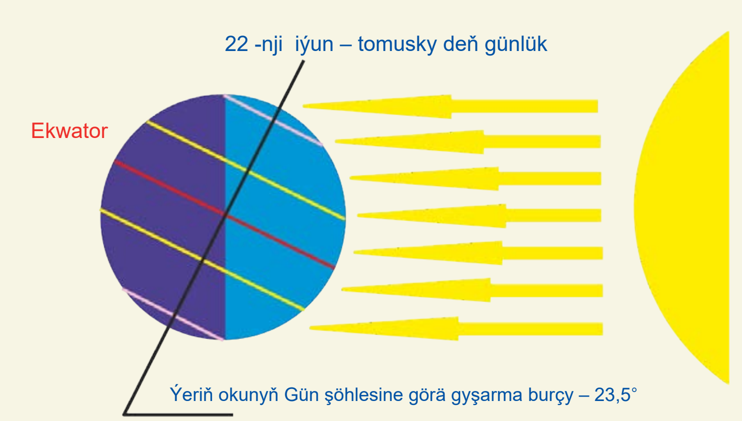
6. 30 santimetrlik çyzgyjyň kömeginde 1 metrlik kesimi nähili gurmak mümkin?
7. Ädimiňiziň uzynlygyny ölçäň. Mekdep binasynyň uzynlygyny we inini, sport meýdançasynyň uzynlygyny we inini ädimläp ölçäň we metrlerde aňladyň.
8. Eger bir milýanyň (çakyrymynyň) 900 m ekeni mälim bolsa, Buhara we Samarkant şäherleriniň arasyndaky aralygy (çakyrymynyň) milýada aňladyň.
9. Ýer şarynyň oky Günden düşýän şöhlä görä 23,5°-a gyşaran ýagdaýda aýlanýar *(32-nji surat)*. Ýer 8 sagatda öz okunyň daşynda näçe gradusa aýlanýar? Ýer näçe sagatda öz okunyň daşynda 90°-a öwrülýär?
10. Özbegistanyň kartasyndan berlen masştaba görä dürli şäherleriň arasyndaky aralyklary tapyň *(33-njy surat)*.

31

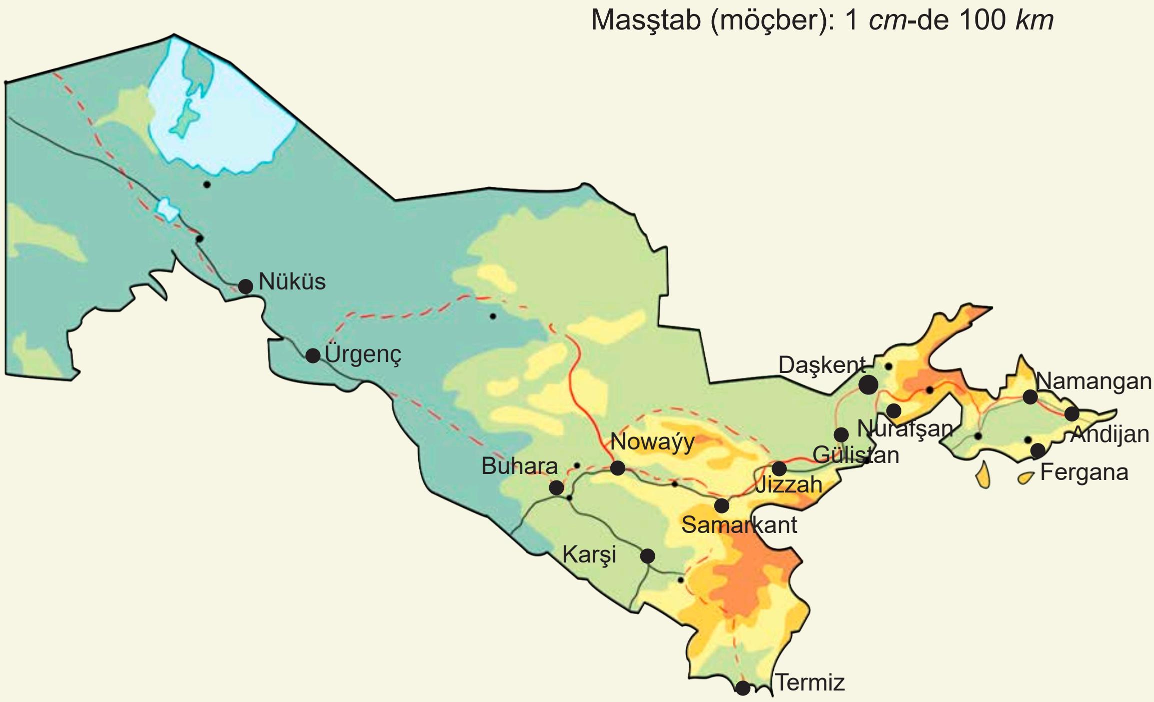


32





33



Nusga: *Daşkent we Buhara şäherleriniň arasyndaky aralygy tapmak.* Kartada şäherleriň arasyndaky aralygy çyzgyjyň kömeginde ölçäp, 4,38 cm-e deňdigini tapýarys. Masştaba görä, $4{,}38 \cdot 100\ km = 438\ km$ bolýandygyny kesgitleýäris.
Jogaby: 438 *km*.

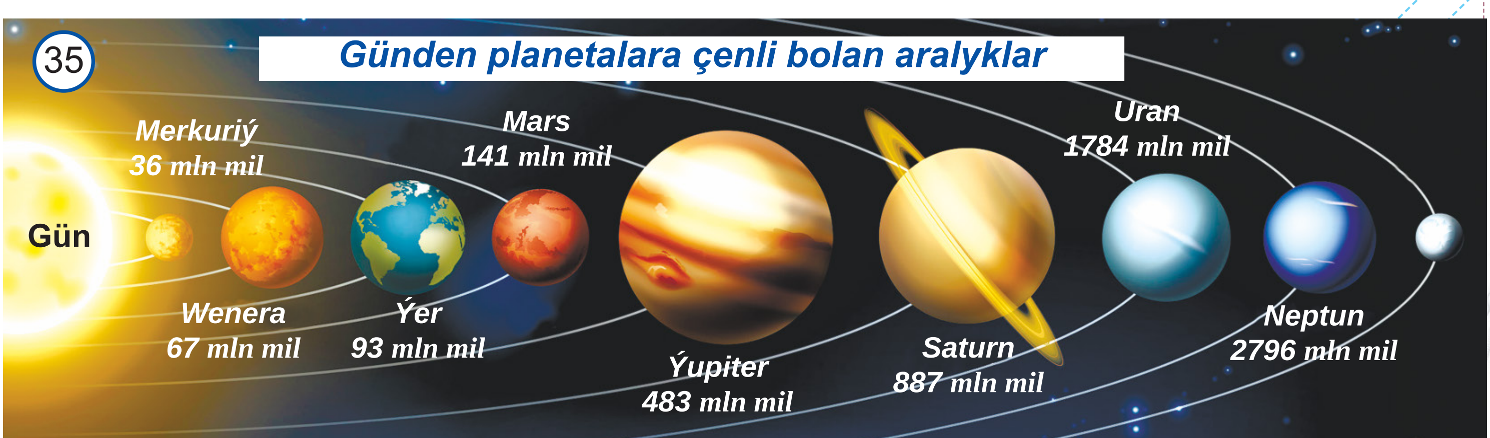
Ençeme döwletlerde halkara ölçeg birliklerinden daşary, aşakdaky uzynlyk ölçeg birlikleri hem ulanylýar: 1 *dýuým* = 2,54 *cm*, 1 *mil* = 1,609 *km*.

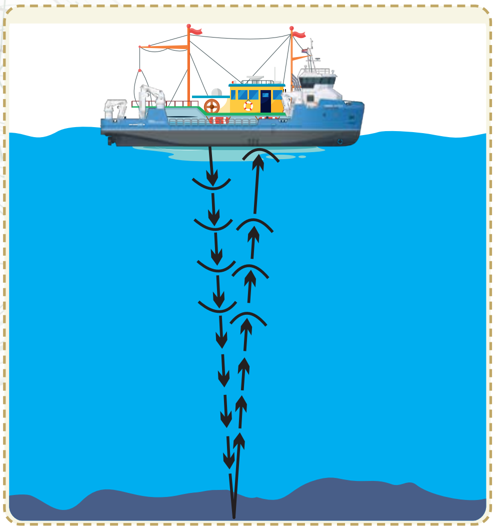
34

9. Telewizoryň we kompýuteriň monitorynyň diagonaly *(34-nji surat)* dýuýmlarda ölçenýär. 15, 17 we 19 dýuýmly monitoryň diagonalyny santimetrlerde aňladyň.

10. 33-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyp, Ýerden Güne çenli we başga planetalara çenli bolan aralygy tapyň we km-lerde aňladyň.

35

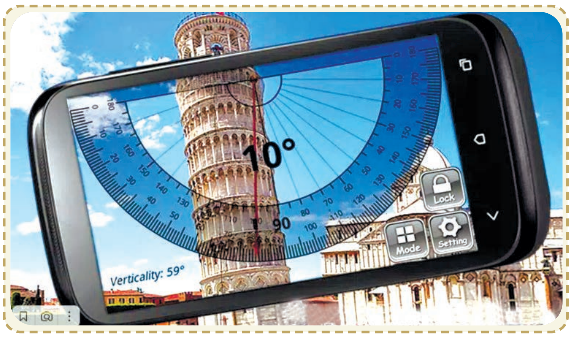




11. *Aralygy ses bilen ölçemek.* Deňizde ýüzýän gämini dolandyrmak üçin deňziň çuňlugyny bilmek örän möhümdir. Munuň üçin deňziň düýbüne ultrases signaly iberilýär we onuň deňziň düýbüne urlup näçe wagtda gaýdyp gelendigi ölçenýär. Bu wagtyň ýarysyny sesiň suwdaky tizligi – 1490 *m/s*-a köpeldip deňziň düýbüniň çuňlugy anyklanýar.

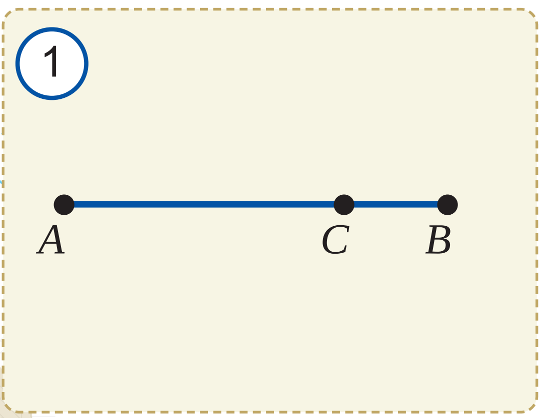
Eger bu wagt: a) 3; b) 10,5; ç) 14,6 sekunt bolandygy mälim bolsa, deňziň çuňlugyny tapyň.

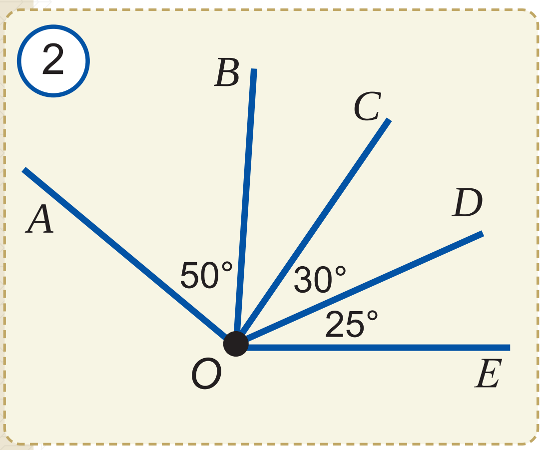
Geometriýada AKT



Mobil telefonlar üçin ýapgytlygy ölçeýän maksatnama goşmaçalary işlenip taýýarlanan bolup, olaryň kömeginde ýapgytlyk burçuny awtomatik ýagdaýda ölçemek mümkin. Suratda Italiýadaky meşhur Piza minarasynyň ýapgytlygy telefondaky şu maksatnamanyň kömeginde ölçelişi görkezilen.

1-nji barlag işiniň nusgasy





Nusga barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

I. Nazary bölek. Şu wagta çenli öwrenilen geometrik figuralary sanaň. Olara kesgitleme beriň we olaryň häsiýetlerini ýazyň.

II. Amaly bölek. Aşakdaky meseleleri çözüň (4-nji mesele «bäş» baha almakçy bolan okuwçylara niýetlenen):

1. Bir göni çyzykda ýatýan A, B we C nokatlar üçin $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm bolsa, BC kesimiň uzynlygy nämä deň?

2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, BC=? *(1-nji surat)*

3. Eger 2-nji suratda $\angle AOE = 140°$ bolsa, BOC burçuň gradus ölçegini tapyň.

4*. Sagat 5.00 bolanda sagat we minut milleri (strelkalary) emele getiren burç näçe gradus bolar?

Matematiki meseleler hazynasy

Mälim bolşy ýaly, soňky wagtlarda informasion kommunikasiýa tehnologiýalary örän çalt ösýär we çalt depginler bilen bilim ulgamyna hem girip barýar. Şu güne gelip, Internet ulgamyna şonça köp maglumat çeşmeleri ýerleşdirilen bolup, bu hazynadan peýdalanmak her bir ýaş nesil üçin örän zerur we peýdaly. Şu web-sahypalardan siz özbek, türkmen, rus, iňlis we başga dillerde matematika älemindäki iň soňky täzelikler, elektron kitaphanalaryň ammarynda saklanýan ençeme elektron derslikleri, sanly resurslary tapyp bilersiňiz. Şonuň ýaly-da, olar arkaly dürli-dürli nazary materiallar, metodik maslahatlar, san-sajaksyz meseleler, mysallar we olaryň çözüwleri, dürli döwletlerde geçirilýän matematiki gözden geçirişler we olimpiadalar baradaky maglumatlar we olarda hödürlenýän gyzykly matematiki meseleler we olaryň çözüwleri bilen tanşyp bilersiňiz.

Aşakda birnäçe maglumat-resurs çeşmeleriniň internet salgylary berilýär. Olardan geometriýa degişli özüňizi gyzyklandyrýan dürli maglumatlary alyp görmegi, matematikany özbaşdak öwrenmek mümkinçiliklerinden peýdalanmagy maslahat berýäris:

http://www.uzedu.uz – Halk bilimi ministrliginiň resmi saýty, maglumat tälim portaly;

http://www.ziyonet.uz – «Ziyonet» sosial tälim portaly;

http://dr.rtm.uz – täze derslikler, mugallymlar üçin metodik gollanmalaryň elektron şekilleri, tanyşdyrmalar, multimedia goşmaçalary, wideodersler we sanly resurslar platformasy;

http://www.maktab.uz – 1-11-nji synplar üçin onlaýn mekdebi hem-de mekdep okuw maksatnamasy boýunça wideodersler we başga materiallar platformasy;

http://www.stesting.uz – Okuwçylar üçin «Halkara bahalama barlaglaryna taýýarlanmak» elektron platformasy (özbek dilinde);

http://www. masofa.uz – A. Awlany adyndaky ylmy-barlag institutynyň aralykdan okatmak portaly;

http://www.onlinedu.uz – A. Awlany adyndaky ylmy-barlag institutyň «Üznüksiz hünär tälimi» elektron platformasy;

http://www.skillsgrover.uz – Finlandiýanyň matematikany öwrenmek we okuwçylaryň bilimlerini bahalama platformasy (özbek dilinde);

http://www.khanakademy.org – «Hon akademiýasi» aralyk tälim saýty (iňlis dilinde);

http://www.xanakademiýasi.uz – matematika, informatika, himiýa, fizika, ykdysadyýet, biologiýa we astronomiýa ýaly dersler boýunça videoderslar platformasy (özbek dilinde);

http://www.school.edu.ru – Umumtälim portaly (rus dilinde);

http://www.problems.ru/ – Matematikadan meseleler gözlemek ulgamy (rus dilinde);

http://geometry.net/ – Algebradan we geometriýadan okuw materiallary (iňlis dilinde);

http://mathproblem.narod.ru/ – Matematiki gurnaklar we olimpiadalar (rus dilinde);

http://www.ixl.com – Aralykdan okatmak matematika tälimi portaly (iňlis dilinde);

http://www.mathkang.ru – «Kenguru» halkara matematiki saýlaw saýty (rus dilinde);

http://www.olimpia.uz – «Kenguru» halkara matematiki saýaw saýty (özbek dilinde);

http://www.brilliant.org – Matematikadan aralyk tälim saýty (iňlis dilinde);

http://www.geogebra.com – geometriýa we algebra predmetleri boýunça dinamiki («janly») çyzgylary döretmäge mümkinçilik berýän mugt maksatnama;

http://www. ýaklass.ru – Mekdep okuwçylary we mugallymlar üçin online tälim platformasy;

www.schulen-ans-netz.de – Germaniýa «Internet-Mekdep» saýty (nemes dilinde);

www.studienkreis.de – Germaniýa okuw gurnaklary saýty (nemes dilinde);

www.educasource.education.fr – Fransiýa tälim saýty (fransuz dilinde);

www.educmath.inrp.fr – Fransiýa matematika tälimi sanly resurslary (fransuz dilinde);

http://mat-game.narod.ru/ – Matematiki gimnastika. Matematiki meseleler we tapmaçalar (rus dilinde);

http://mathproblem.narod.ru/ – Matematiki gurnaklar, mekdepler we olimpiadalar (rus dilinde);

GeoGebra – matematikadan «janly» çyzgylar maksatnamasy

GeoGebra – bu geometriýa, algebra we başga ugurlar boýunça tälimiň dürli derejelerinde peýdalanmak üçin dinamiki («janly») çyzgylary döretmäge mümkinçilik berýän mugt maksatnama hasaplanýar. Ol geometrik figuralar, algebraik aňlatmalar, jedweller, grafikler we statistika bilen işlemek üçin giň mümkinçilikleri hödürleýär we amatlylyk üçin ähli funksiýalar bir pakete girizilen. Şu açyk kodly maksatnama üpjünçiligi 2002-nji ýylda awstriýaly matematik ***Markus Henwarter*** tarapyndan Jawa programmirleme dilinde döredilen bolup, birnäçe dillerde işlemek mümkinçiligi bar. Häzirki günde ondan dünýä boýunça millionlarça peýdalanyjylar peýdalanyp gelýärler.

GeoGebra maksatnamasynyň artykmaçlyklary:

• mugt ýaýradylýar;

• köp dilli interfeýs;

• grafiki interfeýsiň ýönekeýligi we amatlylygy;

• dürli operasion ulgamlara (hatda planşetlere we smartfonlara) ornaşdyrmak mümkinçiligi we onlaýn wersiýanyň barlygy

• peýdalanyjylar tarapyndan materiallary goşmak üçin açyk bolan mysallar bazasynyň barlygy.

GeoGebra maksatnamasynyň bölümleri

Kalkulýatorlar toplumy
Funksiýalary barlamak, deňlemeleri çözmäge, geometrik figuralary we 3D obýektleri gurmaga niýetlenen.

Grafiki kalkulýator
Dürli funksiýalaryň grafiklerini gurmaga, deňlemeleri öwrenmäge we maglumatlary teswirlemäge niýetlenen.

3D kalkulýator
Dürli çyzgylar, 3D (üç ölçegli) geometrik figuralary we obýektleri çyzmaga niýetlenen.

Geometriýa
Dürli geometrik figuralary çyzmaga we olaryň figuralaryny çalşyrmaga niýetlenen.

CAS kalkulýator
Dürli deňlemeleri çözmäge, algebraik aňlatmalaryň şeklini çalşyrmaga, toždestwolary we integrallary hasaplamaga niýetlenen.

GeoGebra – geometriýa maksatnamasynda

GeoGebra maksatnamasy geometriýa degişli meseleleri çözmek üçin niýetlenen: onda siz nokatdan, kesimden, wektordan, segmentden, göni çyzyklardan peýdalanyp, ähli görnüşdäki geometrik figuralary döredip, olary dinamiki ýagdaýda üýtgeýşini görüp, şonuň ýaly-da, mälim bir göni çyzyga perpendikulýar ýa-da parallel çyzyklar çyzmagy, orta perpendikulýar, burçlaryň bissektrisalary, kesimleriň uzynlygyny hem-de köpburçlukluklaryň meýdanyny anyklap bilersiňiz.

GeoGebra maksatnamasyna degişli onlaýn resurslar

• ***GeoGebra*** resmi web-saýtyndan (http://www.GeoGebra.org/) GeoGebra barada doly maglumat alyň we ony şu web-saýtdan ýükläp alyň (mugt maksatnama).

• Youtube kanalynda ***GeoGebra*** (https://www.youtube.com/GeoGebraChannel)-ny öwrenmek üçin wideodersler we ondan peýdalanmaga degişli mysallar getirilen.

• ***GeoGebra***ny saklamak üçin saýt (http://tube.geogebra.org/) – peýdalanyjylar özleri döreden goşmaçalar we ders planlary bilen maslahatlaşýarlar.

GeoGebra maksatnamasyny ornaşdyrmak

GeoGebrany kompýutere ornaşdyrmak boýunça görkezmeler:

1. Google Chrome brauzerini işe düşüriň we ***GeoGebra***nyň resmi saýtyna geçiň: http://www.geogebra.org/. Ýükläp almak bölümi – «App Downloads»-a geçiň.

2. Kompýuteriňize laýyk goşmaçalardan birini saýlaň:

a) ***GeoGebra*** web-goşmaçasy – Chrome brauzeri şu goşmaçadan peýdalanmak üçin kompýuterden adminstratorlygy talap etmeýär, diňe goşmaçadan peýdalanmak prosesinde kompýuter internete çatylan bolmaly;

b) ***GeoGebra*** goşmaçasy – Windows, Mac OS X, Linux we başga operasion ulgamlar üçin internete birikmezden peýdalanmak mümkin bolan goşmaça.

GeoGebrany planşete ornaşdyrmak boýunça görkezmeler:

1. Android ulgamyndaky gurluşlarda Google Play Market ýa-da iOS ulgamyndaky gurluşlarda Apple Store goşmaçasyna giriň.

2. ***GeoGebra*** goşmaçasyny gözlege beriň.

3. Goşmaçany gurluşyňyza ýükläp alyň.

4. Garşylykly wariant hökmünde ***GeoGebra***nyň resmi saýtyna geçiň we ýükläp almak bölümi – **«App Downloads»**-dan planşet üçin goşmaçany ýükläp alyň.

GeoGebrada amaly ýumuşlary ýerine ýetirmek

1. Nokat gurmak

Nokat iň ýönekeý we iň kiçi geometrik figuradyr. Onuň teswirini almak üçin:

1) «Точка» (»Nokat») enjamynyň üstüne kursory eltip, syçanyň çep düwmesini basýarys;

2) işçi meýdanyň niresine nokady goýmakçy bolsak, şol ýere syçanyň çep düwmesini basýarys;

3) ekranda nokat emele gelýär *(1-nji surat)*.

Nokadyň teswiriniň üstüne syçanyň çep düwmesini basyp, onuň ýerini çalşyrmak, ýagny ony süýşürmek hem mümkin.

Nokadyň reňkini we stilini kesgitlemek hem-de ony harp bilen belgilemek hem mümkin. Munuň üçin ekranyň çep böleginde ýerleşen obýektler panelinden peýdalanmaly. Syçanyň sag düwmesini «Точка» («Nokat») enjamynyň üstüne basyp, goşmaça penjire açylýar. Ondaky «Свойство» («Häsiýet») hataryna syçanyň çep düwmesi basylýar we degişli reňk ýa-da stil saýlanýar.

5 BURÇUŇ GÖRNÜŞLERI

5.1. Göni, ýiti we kütek burçlar

Burçlar ululygyna laýyklygyna görä görnüşlere bölünýär. Eger burçuň gradus ölçegi:

90°-dan kiçi bolsa (*1-nji a surat*), *ýiti burç*;

90°-a deň bolsa (*1-nji b surat*), *göni burç*;

90°-dan uly we 180°-dan kiçi bolsa (*1-nji ç surat*), *kütek burç* diýip atlandyrylýar.

Çyzgyda burçuň göni burçdugy aýratyn, 1-nji b suratdaky ýaly belgilenýär.

Mesele. Eger $\angle AOD = 135°$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ bolsa (*2-nji a surat*):

a) çyzgyda näçe sany ýiti, kütek we göni burç bardygyny anyklaň;

b) AOB we COD burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

Çözülişi. a) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ bolsun. Onda, burçlary ölçemegiň esasy häsiýetine görä, $\angle AOD = \alpha+\alpha+\alpha = 135°$. Mundan $\alpha=45°$. Diýmek, $\angle AOC = 2\alpha = 90°$, $\angle BOD = 2\alpha = 90°$. Şeýdip, çyzgyda 3 sany ýiti, 2 sany göni we 1 sany kütek burç bar.

b) OO_1 we OO_2 degişli bissektrisalar bolsun (*2-nji b surat*). $\angle AOB = \angle COD = 45°$ bolany üçin, burçuň bissektrisasynyň kesgitlemesine görä:

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22{,}5°.$$

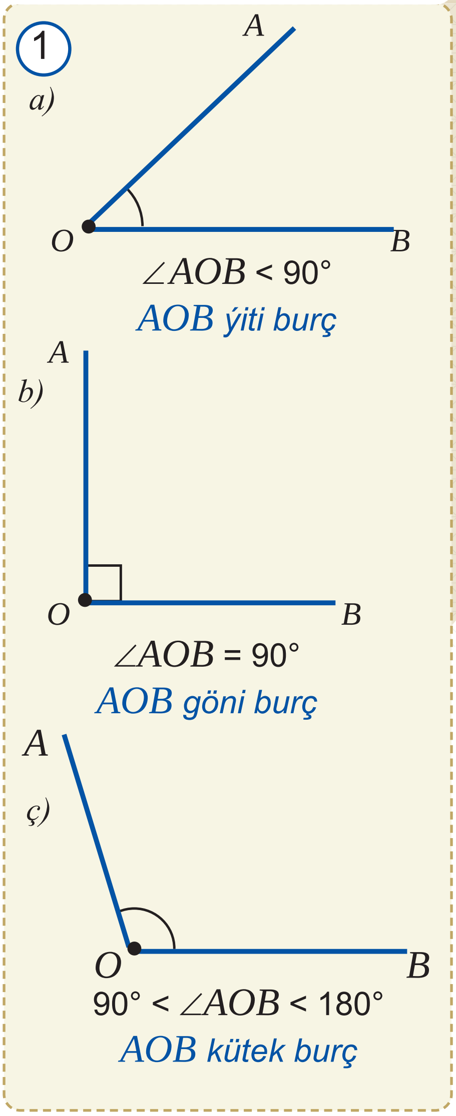
Gözlenýän burçy tapýarys:

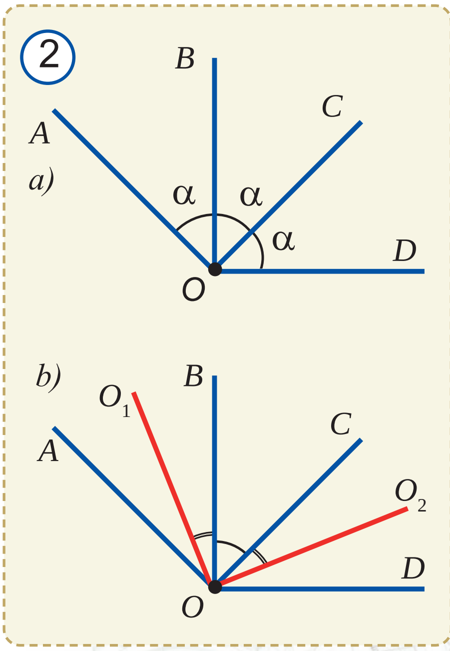
$$\angle O_1OO_2 = \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 =$$
$$= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90°,$$

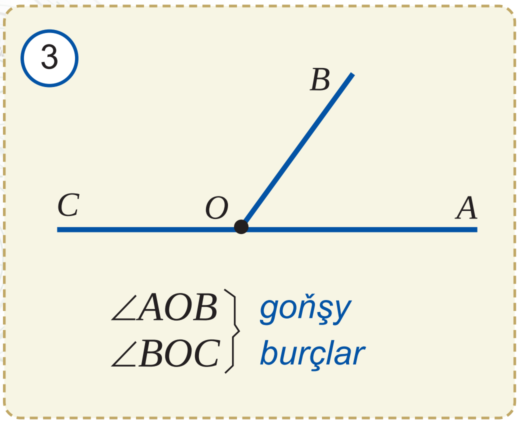
ýagny O_1OO_2 – göni burç.

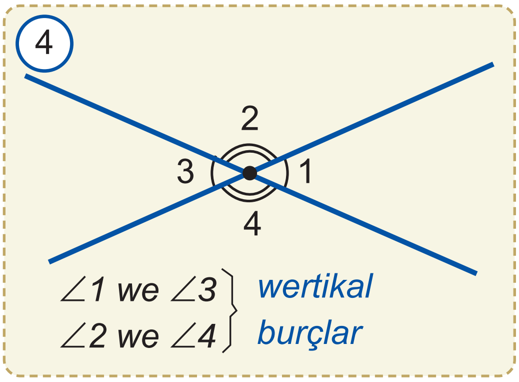
Jogaby: AOB we COD burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burç 90°-a deň.

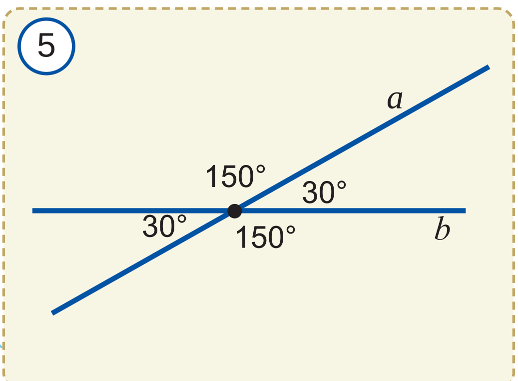
Ýatlatma. Adatda burç ölçegi grek elipbiýiniň kiçi α (alfa), β (beta), γ (gamma) ... ýaly harplary bilen belgilenýär.











5.2. Goňşy we wertikal burçlar

Tarapy bir sanydan üstme-üst düşüp, galan taraplary bir-birini dolduryan şöhlelerden ybarat bolan iki burça *goňşy burçlar* diýilýär.

3-nji suratda AOB we BOC goňşy burçlar şekillendirilen. Olarda OB tarap umumy, OC we OA şöhleler bolsa bir göni çyzykda ýatýar we bir-birini dolduryar.

Bu AOC burçuň ýazgyn burçdugyny delillendirýär. Ikinji tarapdan, kesgitlemä görä, AOC burç AOB we BOC goňşy burçlaryň jeminden ybarat. Pikir ýöretmäniň aşakdaky häsiýetiň ýerliklidigini görkezýär:

Häsiýet: **goňşy burçlaryň jemi 180°-a deň.**

Bu häsiýetden gönüden-göni aşakdaky netijeler hem gelip çykýar:

1-nji netije. **Eger goňşy burçlar deň bolsa, olar göni burç bolýar.**

2-nji netije. **Göni burça goňşy burç hem göni burç bolýar.**

3-nji netije. **Goňşy burçlaryň biri ýiti (kütek) bolsa, ikinjisi kütek (ýiti) bolýar.** ***Wertikal burçlar*** diýip biriniň taraplary ikinjisiniň taraplarynyň dowamyndan ybarat şöhlelerden ybarat burçlara aýdylýar. 4-nji suratda $\angle 1$ we $\angle 3$ wertikal burçlardyr. Şonuň ýaly-da, $\angle 2$ we $\angle 4$ hem wertikal burçlaryň jübütini emele getirýär. Indi wertikal burçlaryň aşakdaky häsiýetini subut edýäris.

Häsiýet: **wertikal burçlar özara deň.**

Aýdaly, $\angle 1$ we $\angle 3$ wertikal burçlar berlen bolsun *(4-nji surat)*. $\angle 1 = \angle 3$ bolýandygyny subut edýäris.

Subudy: $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, çünki $\angle 1$ we $\angle 2$ goňşy burçlardyr.

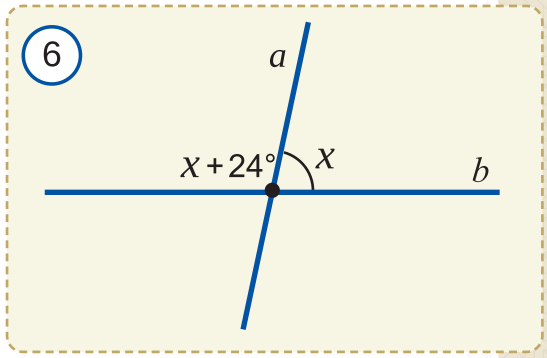
$\angle 2 + \angle 3 = 180°$, çünki $\angle 2$ we $\angle 3$ lar hem goňşy burçlardyr.

Bu iki deňlikden $\angle 1 + \angle 2 = \angle 2 + \angle 3$, ýagny $\angle 1 = \angle 3$ bolýandygyny alarys.

Häsiýet subut edildi.

Şeýdip, iki göni çyzyk kesişende, wertikal we goňşy burçlar emele gelýär. Mälim bolşy ýaly, goňşy burçlaryň jübüti özara ýazgyn burçy düzýär. Olaryň biri 90°-dan uly bolsa, ikinjisi 90°-dan kiçi bolýar. Goňşy burçlardan kiçisiniň gradus ölçegini *göni çyzyklaryň arasyndaky burç* diýip atlandyrmak kabul edilen. 5-nji suratdaky göni çyzyklaryň arasyndaky burç 30°. Muny *«göni çyzyklar 30°-ly burç astynda kesişýär»*, diýip hem aýtmak bolar.

Mesele. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 24° uly bolsa, bu burçlary tapyň.



Çözülişi. Mälim bolşy ýaly, iki a we b göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlar goňşy ýa-da wertikal burçlar bolýar *(6-njy surat)*. Ýöne wertikal burçlar özara deň bolýar.

Diýmek, meseläniň şertinde berlen burçlar goňşy burçlar eken. Olaryň birini (kiçisini) x bilen belgilesek, ikinjisi x+24°-a deň bolýar. Goňşy burçlaryň häsiýetine görä, $x+x+24° = 180°$. Mundan x=78° we $x+24° = 102°$ bolýandygyny kesgitleýäris.

Jogaby: a we b göni çyzyklar kesişende 78°, 102°, 78° we 102°-ly burçlar emele gelýär.

5.3. Geometriýany öwrenmekde pikirleriň yzygiderligi we baglylygy

Şu wagta çenli ençeme geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri bilen tanyşdyk. Meselem, geçen temada wertikal burçlar bilen tanyşdyk we olaryň özara deň bolýandygyny görkezdik. Ýadyňyzda bolsa, bu häsiýet bilen ýöne tanyşmazdan, ony subut edipdik. «Wertikal burçlar deň» diýen tassyklamanyň dogrudygyny pikir ýöretmek arkaly esaslandyrdyk. Bu «subut» düşünjesi bilen ilkinji tanyşlygymyzdy. Geometriýa birinji bolup «subut» düşünjesini alyp giren matematik miladydan öňki 625 – 527-nji ýyllarda ýaşan milleti grek alymy Fales hasaplanýar.

Käbir tassyklamanyň dogrudygyny logiki pikir ýöretmeleriň kömeginde getirip çykarmak *subut* diýip atlandyrylýar. Dogrulygyny subut etmek ýoly bilen esaslandyrylýan tassyklama bolsa *teorema* diýip atlandyrylýar. Teorema adatda şert we netije böleklerden ybarat bolýar. Teoremanyň birinji – şert böleginde nämeler berlendigi beýan edilýär. Ikinji – netije böleginde bolsa nämäni subut etmelidigi aňladylýar. Meselem, aşakdaky teorema seredeliň.

Teorema. **Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olaryň ikisi-de göni burç bolýar.**

Bu teoremanyň *şert bölegi* – «özara goňşy burçlaryň deň»ligi bolsa, *netije bölegi* – «olaryň ikisi-de göni burç» bolmagyndan ybarat.

Teoremany subut etmek – onuň şertinden peýdalanyp, muňa çenli subut edilen we kabul edilen häsiýetlere daýanyp, pikir ýöredip, netije böleginde beýan edilen jümläniň dogrudygyny getirip çykarmakdyr. Teoremanyň şert we netije böleklerini kesgitläp almak teoremany aýdyňlaşdyrýar, ony düşünmek we subut etmek prosesini ýeňilleşdirýär. Şu sebäpli teoremany subut etmezden öň ony şert we netije böleklere bölüp, gaýtadan ýazyp almak maksada laýyk bolýar. Meselem, ýokarda getirilen teoremany aşakdaky görnüşde gaýtadan ýazyp almak mümkin:

Berlen: $\angle A$ we $\angle B$ goňşy burçlar, $\angle A = \angle B$	⇨	***Subut etmeli:*** $\angle A = \angle B = 90°$
↑		↑
Teoremanyň şerti		***Teoremanyň netijesi***

Umuman alanda, teoremany şert we netije böleklere bölüp, aşakdaky shema görnüşinde teswirlemek mümkin:

Eger **A jümle** ýerlikli bolsa, **B jümle** ýerlikli bolýar.

↑ ***Teoremanyň şerti*** ↑ ***Teoremanyň netijesi***

Başlangyç düşünjeler we aksiomalar. Geometriýada düşünjeler mälim baglylykda we logiki yzygiderlikde girizilýär. Nokat, göni çyzyk we tekizlik ýaly düşünjeler geometriýanyň başlangyç düşünjeleri hasaplanýar. Olara kesgitleme bermedik. *Geometriýanyň başlangyç düşünjeleri* kesgitlemesiz gönüden-göni girizilýän düşünjelerdir. Geometriýany bir bina diýip alsak, bu düşünjeler onuň esasydyr. Başlangyç düşünjelerden peýdalanyp, başga täze düşünjeler anyklanýar, ýagny olara *kesgitleme* berilýär.

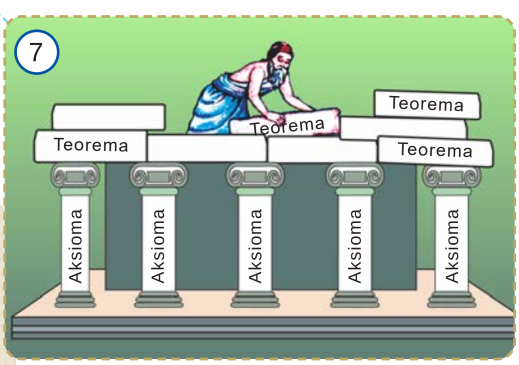
Şonuň ýaly-da, şu wagta çenli nokat, göni çyzyk we tekizligiň käbir häsiýetlerini hem subutsyz, gönüden-göni kabul etdik. Şeýle häsiýetler *aksiomalar* diýip atlandyrylýar. Eger üns beren bolsaňyz, derslikde ähli aksiomalary esasy tekstden aýry alyp, belgisi astynda belgiläpdik. Şu wagta çenli tanşyp çykan aksiomalara mysallar getirýäris (galanlaryny dersligiň sahypalaryndan tapyp, ýazyp çykyň):

1. Tekizlikde nähili göni çyzyk alynsa-da, onda bu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.

2. Islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

3. Göni çyzykda alnan islendik üç nokatdan diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.

Grek alymy Platon geometriýada ajaýyp bir kanunalaýyklygy aňypdyr: öň öwrenilen, dogrudygy subut edilen häsiýetlerden logiki pikirlenme, pikir ýöretmek arkaly täze häsiýetleri getirip çykarsa bolar eken.Şeýle ajaýyp mümkinçilikden peýdalanyp, galan häsiýetler teoremalar görnüşinde aňladylýar we aksiomalar hem-de bu wagta çenli dogrudygy subut edilen häsiýetlere esaslanyp, logiki pikir ýöretmek arkaly subut edilýär.



Pikir ýöretmek prosesinde subut edilmedik häsiýetlerden (olaryň dogrudygy aç-açan görnüp duran bolsa-da) peýdalanmak gadagan.

Şeýle sapak okuwçylaryň pikirlenme ukybyny ösdüreni üçin geometriýa mekdeplerde esasy predmete öwrülipdi.

Şeýdip, geometriýany bir bina diýip garaýan bolsak *(7-nji surat)*, başlangyç düşünjeler we aksiomalar onuň esasyny düzýär. Bu esasyň üstüne örülen kerpiçler kesgitlenen täze düşünjelerden we teoremalar görnüşinde subut edilen häsiýetlerden ybarat bolýar.

Geometriýada analogiýalar. Käte kesimleriň we burçlaryň häsiýetleri baradaky meseleleri çözende birmeňzeş usullardan ýa-da çemeleşmelerden peýdalanylýar. Munuň sebäbi bu geometrik figuralaryň käbir häsiýetleriniň bir-birine meňzeşligidir. Şeýle meňzeşlik ylymda analogiýa diýip atlandyrylýar. Analogiýa düşünjesini aşakdaky mysalda düşündirjek bolarys.

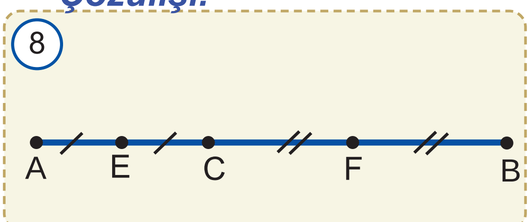
1-nji mesele. Uzynlygy 32 cm bolan AB kesimde C nokat alnan. AC we CB kesimleriň ortalarynyň arasyndaky aralygy tapyň *(8-nji surat)*.

2-nji mesele. 120^0-ly AOB burçy OC şöhle iki burça bölýär. AOC we COB burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň *(9-njy surat)*.

Bir seredende bu meseleler bir-birine hiç meňzemeýär. Çünki olaryň birinde kesim barada, ikinjisinde bolsa burçlar barada aýdylýar.

Şeýle bolsa-da, olaryň umumy taraplary hem bar. Iki meselede-de bir bitin zat ikä bölünen. Ikinji tarapdan, kesimiň ortasy kesimi, burçuň bissektrisasy bolsa burçy deň ýarpa bölýär.

Çözülişi.



E we F nokatlar degişlilikde AC we CB kesimler ortalary bolsun. Onda,

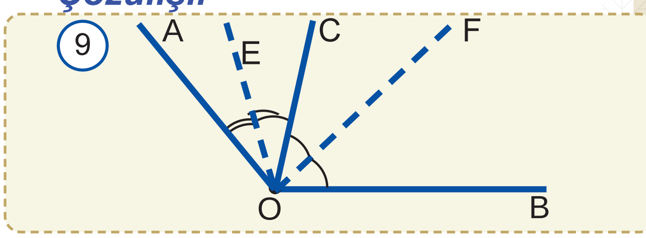
$$EC = \frac{AC}{2} \quad \text{we} \quad CF = \frac{CB}{2}.$$

Mundan:

$$EF = EC + CF = \frac{AC}{2} + \frac{CB}{2} = \frac{AB}{2}$$

$EF = 32 : 2 = 16$ (sm).

Çözülişi.



OE we OF şöhleler degişlilikde $\angle AOC$ we $\angle COB$ burçlar bissektrisalary bolsun. Onda,

$$\angle EOC = \frac{\angle AOC}{2} \quad \text{we} \quad \angle COF = \frac{\angle COB}{2}.$$

Mundan:

$$\angle EOF = \angle EOC + \angle COF = \frac{\angle AOC}{2} + \frac{\angle COB}{2} = \frac{\angle AOB}{2}$$

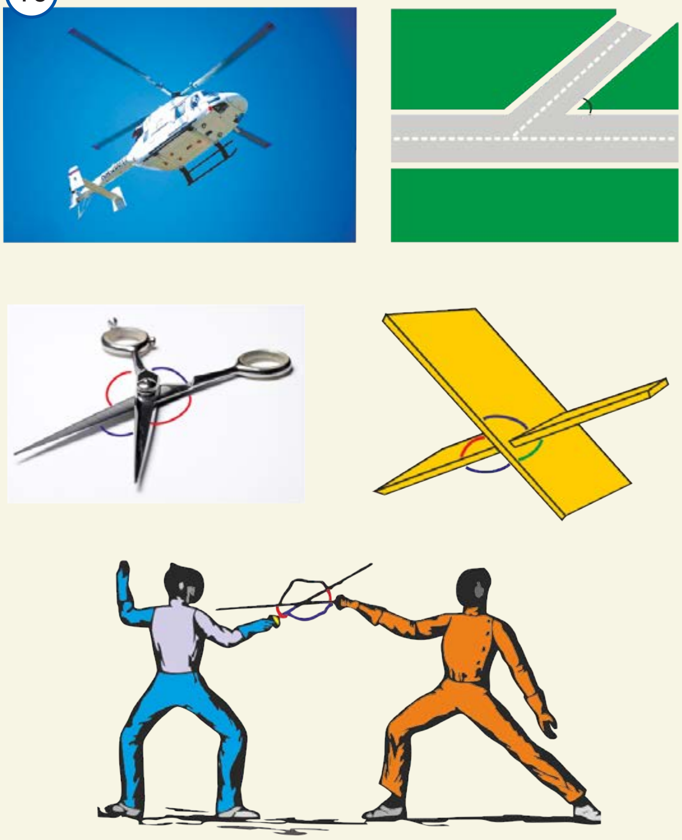
$\angle EOF = 120^\circ : 2 = 60^\circ$.

Görşüňiz ýaly, iki meseläni hem çözmek taglymy hem bir-birine meňzeş. Şonuň üçin birinji meseläni çözende ulanan pikir ýöretmelerimizi ikinji meseläni çözende-de basgançaklaýyn ulanmagymyz mümkin boldy. Şeýle ýagdaýlarda «ikinji meseläniň çözüwi birinji meseläniň çözüwine meňzeş» – diýip aýdylýar.

Tema boýunça soraglar

1. Burçlar ululygyna laýyklygyna görä nähili görnüşlere bölünýär?
2. Daş-töwerekden ýiti, kütek we göni burçlara mysallar getiriň.
3. Nähili burçlara goňşy burçlar diýilýär?
4. Goňşy burçlaryň jemi nämä deň? Jogabyňyzy esaslandyryň.
5. Goňşy burçlar özara deň bolmagy mümkinmi? Haçan?

10



6. Nähili burçlar wertikal burçlar diýip atlandyrylýar?

7. Wertikal burçlaryň esasy häsiýetini düşündiriň.

8. 10-njy suratda nähili burçlary görýärsiňiz?

9. *Goňşy burçlaryň ikisi-de: a) ýiti; b) göni; ç) kütek burçlar bolup bilermi?*

10. *Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolarmy?*

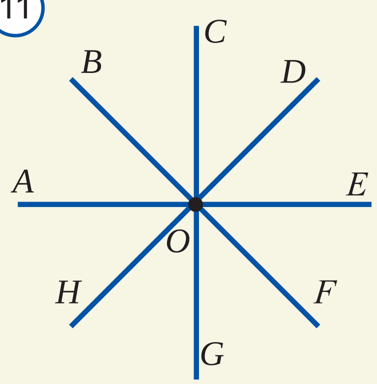
11. *Kesgitleme näme? Haýsy düşünjeler kesgitlemesiz kabul edilýär?*

12. *Teorema näme? Ol nähili böleklerden ybarat?*

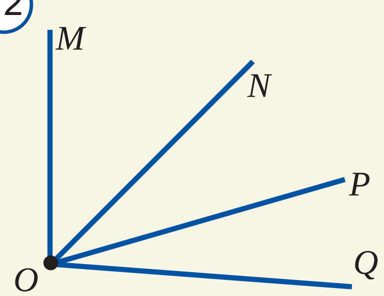
13. *Teoremalar nähili subut edilýär? Subut diýende nämäni düşünýärsiňiz?*

14. *Aksioma näme?*

11



12



Amaly gönükme we ulanma

1. Üç sany burç çyzyň. Olary degişlilikde $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ ýaly belgiläň. Transportirde olary ölçäň we görnüşlerini anyklaň.

2. OA şöhle çyzyň. Transportiriň kömeginde gradus ölçegi degişlilikde 25°, 72° we 146° bolan AOB, AOC we AOD burçlary guruň.

3. Göni burçuň bissektrisasy onuň bir tarapy bilen nähili burç emele getirýär?

4. OC şöhle AOB burçuň bissektrisasy. OD bolsa AOC burçuň bissektrisasy. AOB burç DOC burçdan näçe esse uly?

4. 11-nji suratda näçe sany: a) ýiti; b) kütek; ç) göni; d) ýazgyn burç bar?

5. 12-nji suratda näçe sany ýiti we näçe sany kütek burç bar?

6. Kagyz listini epläp göni burç alyp bilersiňizmi?

7. Sagadyň sagat we minut milleri göni burç emele getirýän wagtlardan birnäçe sanysyny aýdyň.

8. Sagadyň minut we sagat milleri emele getiren burçlary tapyň *(13-nji surat)*.

9*. Sagadyň sagat mili: a) 1 sagatda; b) 6 sagatda; ç) 2 minutda näçe gradusa gyşarýar?

10. a) 20°; b) 90°; ç) 145°; d) 9°-ly burça goňşy bolan burç näçe gradusly bolýar?

11. a) 34°; b) 109°; ç) 5°; d) 167°-ly burça goňşy bolan burç näçe gradusly bolýar?

12. Eger goňşy burçlaryň biri ikinjisinden üç esse uly bolsa, olary tapyň.

13. Eger goňşy burçlaryň biri ikinjisinden dört esse kiçi bolsa, olary tapyň.

14. 14-nji suratdaky nämälim x burçy tapyň.

15. Eger goňşy burçlar gradus ölçegleriniň gatnaşygy a) 2:7; b) 11:25; ç) 1:9 bolsa, olary tapyň.

16. Eger iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri 40° bolsa, galan burçlary tapyň.

17. $\angle 1$ we $\angle 2$ goňşy burçlar. Aşakdaky jedweli dolduryň.

$\angle 1$	34°			19°	175°
$\angle 2$		118°	132°		

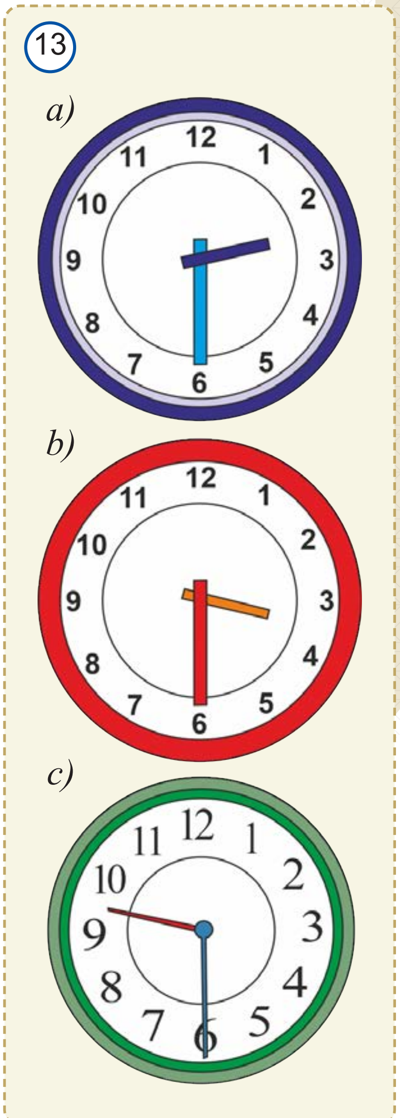
18. $\angle 1$ we $\angle 2$ goňşy burçlar. Aşakdaky jedweli dolduryň.

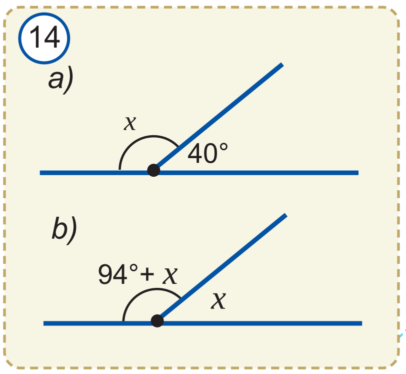
$\angle 1$	12°		120°		45°
$\angle 2$		18°		165°	

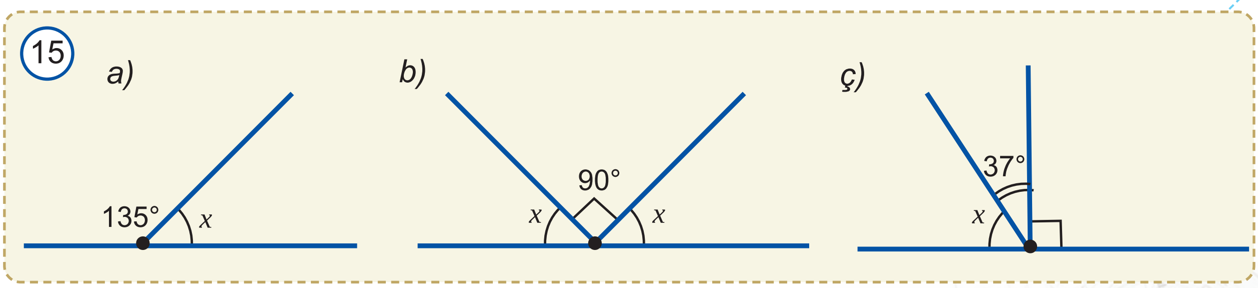
19*. $\angle ABC$ =30°, $\angle CBD$ =80°. $\angle ABD$ -ny tapyň. Hemme ýagdaýlara serediň.

20*. $\angle MON$ =45°, $\angle NOL$ =104°. $\angle MOL$ -y tapyň. Hemma ýagdaýlara serediň.

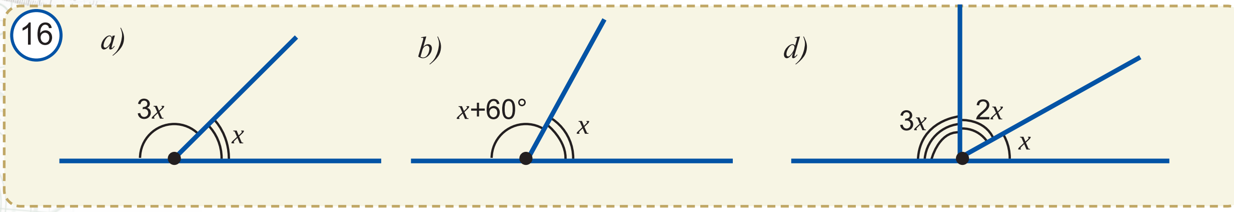
21. 15-nji suratdaky nämälim x burçy tapyň.



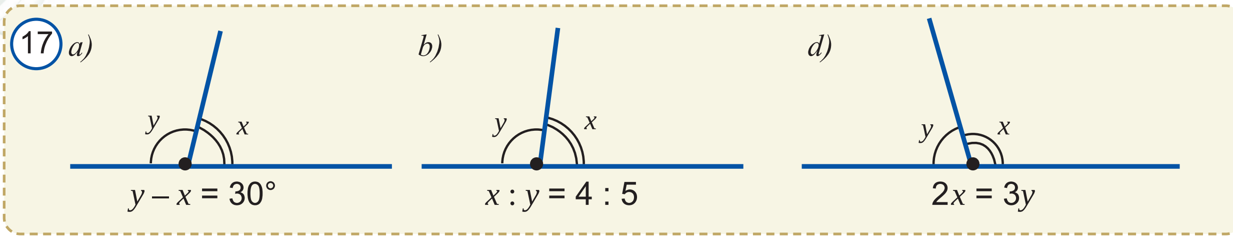




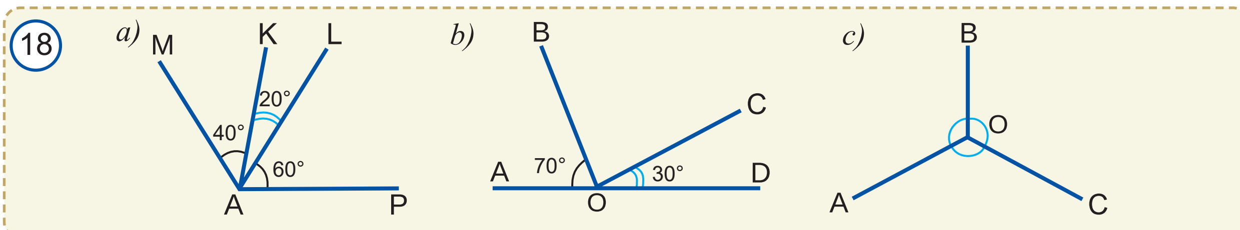
22*. 16-njy suratdaky nämälim x burçy tapyň.



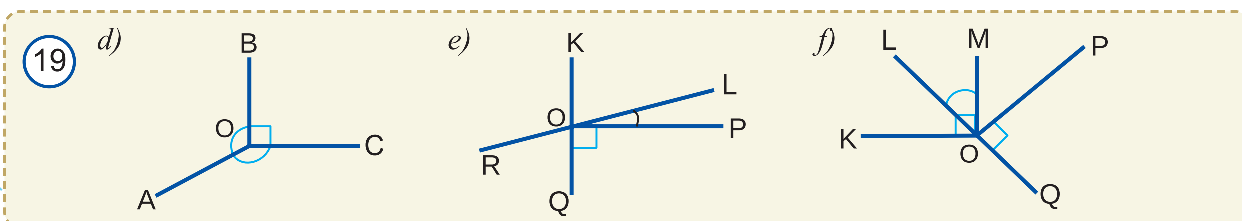
23*. 17-nji surata seredip mesele düzüň we ony çözüň.



24. 18-nji suratdaky burçlaryň gradus ölçeglerini tapyň.



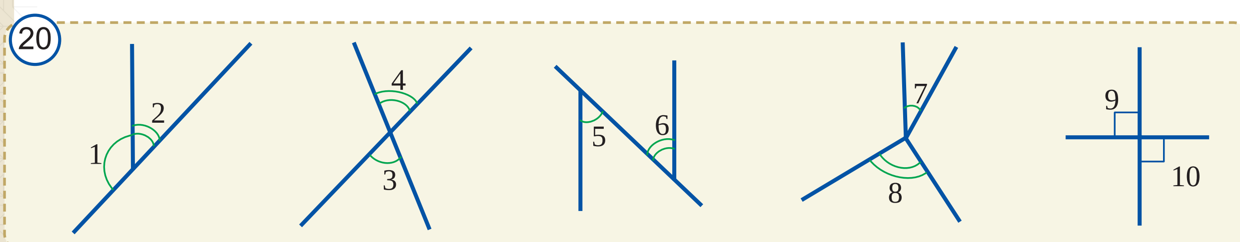
25. 19-njy suratdaky burçlaryň gradus ölçeglerini tapyň.



26*. Transportiriň kömeginde $\angle PQR$= 45° burçy guruň. Bu burça goňşy we QR tarap umumy bolan goňşy burçy guruň we onuň gradus ölçegini tapyň.

27*. Transportiriň kömeginde $\angle MNL$= 120° burçy guruň. Bu burça goňşy we MN tarap umumy bolan goňşy burçy guruň we onuň gradus ölçegini tapyň

28. 20-nji suratdan: a) wertikal; b) goňşy burçlaryň jübütini tapyň.



29. AOB burç OC, OD we OE şöhleler bilen dört deň burça bölünen. Bu şöhleler haýsy burçlaryň bissektrisasy bolýar?

30*. Göni çyzykda A, B we C nokatlar berlen. Eger AB= 42 cm, AC= 3 dm 2 cm we BC= 74 cm bolsa, bu nokatlaryň haýsysy galanlarynyň arasynda ýatýar? Jogabyňyzy esaslandyryň.

6 PERPENDIKULÝAR GÖNI ÇYZYKLAR

6.1. Perpendikulýar göni çyzyklar

Işjeňleşdiriji gönükme

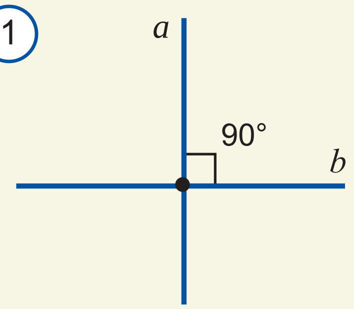
Iki göni çyzyk kesişende emele gelen burçlaryň biri göni burç bolsa *(1-nji surat)*, galan burçlar barada näme diýmek mümkin?

Göni (90°) burç astynda kesişýän göni çyzyklar *perpendikulýar göni çyzyklar* diýip atlandyrylýar.

Gyşda ternawdan ýere dik (perpendikulýar) düşýän buz şelpelerini*(2-nji surat)* görensiňiz. 2-nji suratda bir-birine perpendikulýar a we b göni çyzyklar şekillendirilen. Bu göni çyzyklaryň perpendikulýardygy ýörite belginiň kömeginde $a \perp b$ ýaly ýazylýar we «a göni çyzyk b göni çyzyga perpendikulýar» diýlip okalýar.

Perpendikulýar göni çyzyklaryň kesişmeginden dört göni burç emele gelýär.

1



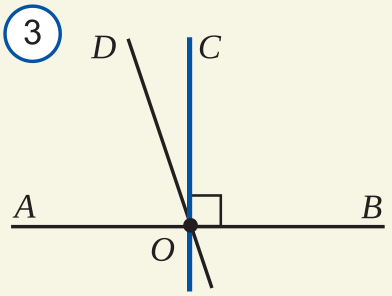
$a \perp b$ – A göni çyzyk b göni çyzyga perpendikulýar

2

Teorema. **Göni çyzygyň islendik nokadyndan şu göni çyzyga ýeke-täk perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.**

Subudy. Aýdaly, AB göni çyzyk we ondaky O nokat berlen bolsun *(3-nji surat)*. Mälim bolşy ýaly, OB şöhlä depesi O nokatda bolan 90°-ly COB burç goýmak mümkin. Onda CO göni çyzyk AB göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk bolýar.

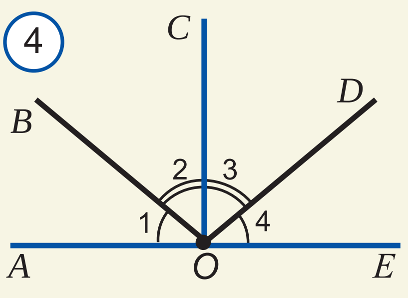
3



Indi bu göni çyzygyň ýeketäkdigini subut edeliň. Tersini çak edýäris: O nokatdan geçýän, berlen AB göni çyzyga perpendikulýar ýeke-täk bolmasyn, ýagny ýene bir perpendikulýar DO göni çyzyk bar bolsun. Onda DOB we COB burçlaryň her biri 90° bolup, OB şöhlä goýlan burçlar bolup galýar. Ýöne bu OB şöhlä belli bir gradus ölçege eýe ýeke-täk burç goýmak mümkinligi baradaky aksioma ters, ýagny şeýle bolmagy mümkin däl.

Diýmek, AB göni çyzyga onuň O nokadyndan diňe bir perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin. Teorema subut edildi.

4

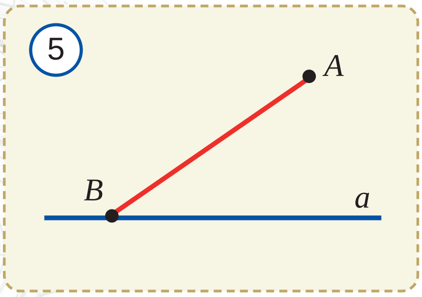


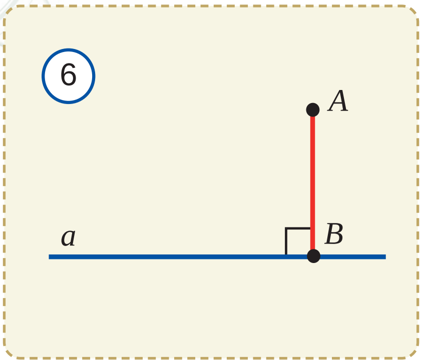
Mesele. Eger 4-nji suratda $\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 3$ bolsa, $CO \perp AE$ bolýandygyny görkeziň.

Çözülişi. Aýdaly $\angle 1=\angle 4=\alpha$, $\angle 2=\angle 3=\beta$ bolsun. Burçlary ölçemek häsiýetine görä:

$\angle AOE=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=\alpha+\beta+\alpha+\beta=2\alpha+2\beta=180°$, $2(\alpha+\beta)=180°$, ýagny $\alpha+\beta=90°$ bolýar. Onda:

$\angle AOC=\angle 1+\angle 2=\alpha+\beta=90°$, ýagny $CO \perp AE$ bolýar.





a göni çyzyk we onda ýatmaýan A nokat berlen bolsun. A nokady a göni çyzygyň käbir B nokady bilen utgaşdyrýarys *(5-nji surat)*. Eger AB kesim a göni çyzyga perpendikulýar bolmasa, AB kesim *gyşarma* diýip atlandyrylýar.

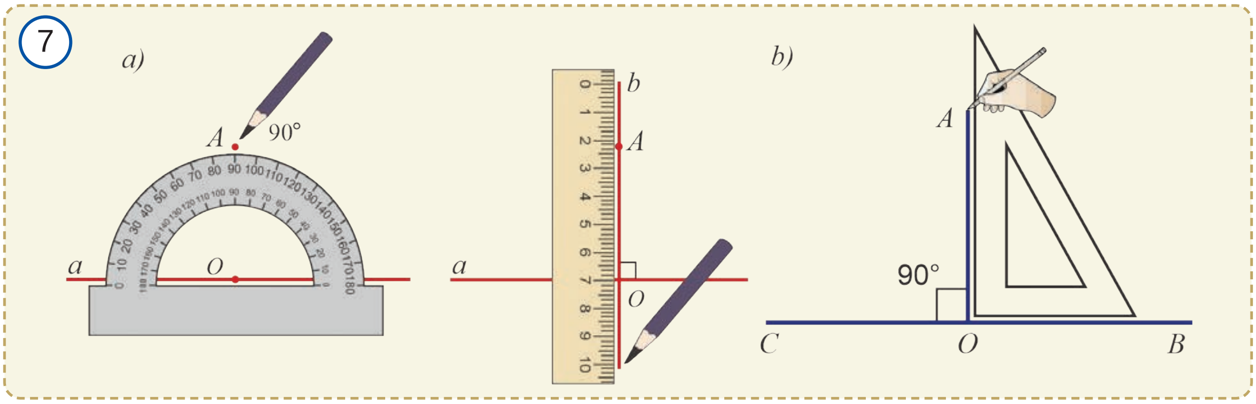
Eger AB kesim a göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onda AB kesim *A nokatdan a göni çyzyga geçirilen perpendikulýar* diýilýär.

6-njy suratda A nokatdan a göni çyzyga geçirilen perpendikulýar şekillendirilen. B nokat perpendikulýaryň *esasy* diýip atlandyrylýar.

Göni çyzygyň O nokadyna perpendikulýar geçirmegiň amaly kadalary:

1- nji usul. Transportiriň kömeginde *(7-nji a surat).*

2-nji usul. Gönüburçly çyzgyjyň kömeginde *(7-nji b surat).*



Bir sany göni çyzyk çyzyň. Onda ýatmaýan bir nokatdan göni çyzyga perpendikulýar we birnäçe sany gyşarmalar geçiriň. Perpendikulýaryň we gyşarmalaryň uzynlyklaryny ölçäň we özara deňeşdiriň. Haýsy kesimiň uzynlygy iň kiçi bolýar? Jogabyňyzy çaklama (gipoteza) görnüşinde aňladyň. Bu çaklamanyň dogrudygyny subutsyz kabul etse bolarmy ýa-da, ony hökman, subut etmelimi?

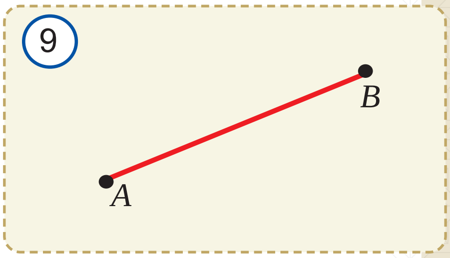
Geometrik barlag

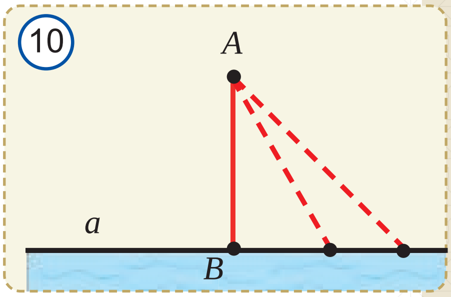
Gönükme. Daýhan-fermer hojalygynyň kartasy 8-nji suratda berlen.

1. Fermer öýünden ferma eltýän ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat berersiňiz? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.

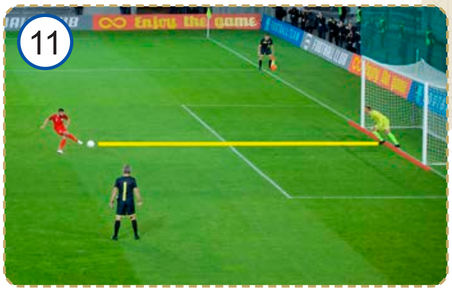
2. Fermer fermasyndan kanala eltýän ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat berersiňiz? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.

Mälim bolşy ýaly, 9-njy suratda şekillendirilen A we B nokatlary utgaşdyrýan iň gysga «ýol» – bu AB kesimdir. Şu sebäpli aşaky synplarda AB kesimiň uzynlygyny *A we B nokatlaryň arasyndaky aralyk* diýip kabul edipdik. Şoňa meňzeş, *A nokatdan a göni çyzyga çenli bolan aralyk* diýip A nokatdan a göni çyzyga geçirilen AB perpendikulýaryň uzynlygyny kabul edýäris. Görnüşi ýaly, bu aralyk A nokatdan a göni çyzyga geçirilen ähli gyşarmalaryň uzynlygyndan kiçi bolýar *(10-njy surat)*. Bu tassyklamanyň subudyna soň durup geçeris.

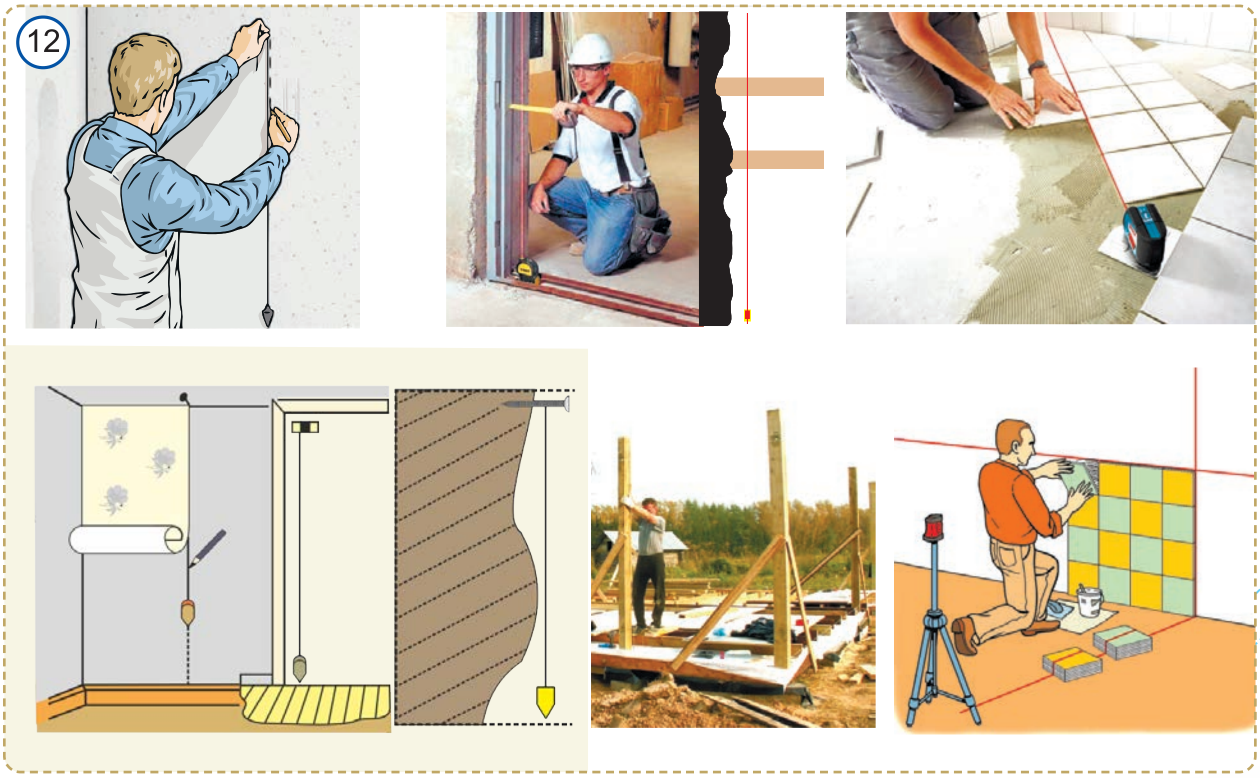




Nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralyk sportda hem ulanylýar. Meselem, futbolda 11 metrlik jerime topy derweze çyzygyndan 11 metr uzaklykda ýatýan nokatdan urulýar *(11-nji surat)*.

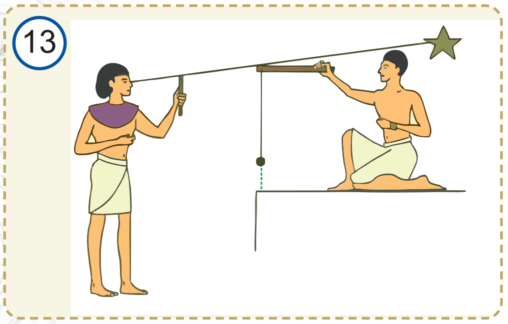


Gurluşykda diwarlaryň we sütünleriň tikligi (pola görä perpendikulýarlygy) otwes diýen esbabyň kömeginde barlanylýar. Häzirki wagtda gurluşykçylarymyz lazerli we elektron otweslerden hem peýdalanýarlar *(12-nji surat)*.



13-nji suratda Gadymy Müsürde burçlaryň ölçenşi getirilen. Oňa seredip bu işleriň nähili amala aşyrylandygyny aýdyň.

Ekin meýdanyndy göni çyzyklary geçirmek üçin eker esbabyndan peýdalanylýar. 14-nji surata seredip ondan nähili peýdalanmak mümkinligini düşünmek bolýar.



6.2. Tersini çak edip subut etmegiň usuly

Bu usula görä, teoremanyň şerti ýerine ýetirilen bolsa-da, onuň netijesi ýerlikli bolmasyn, diýip teoremada getirilen tassyklamanyň tersi çak edilýär: AB göni çyzygyň O nokadyna geçirilen perpendikulýar ýeke-täk bolmasyn, ýagny ýene bir perpendikulýar DO göni çyzyk bar bolsun diýip alynýar *(2-nji surat).*

Onda, DOB we COB burçlaryň her biri 90° bolup, OB şöhlä goýlan göni burçlar bolup galýar. Ýöne bu OB şöhlä belli bir gradus ölçege eýe ýeke-täk burç goýmak mümkinligi baradaky aksioma ters. Bu çaklamamyzyň nädogrudygyny görkezýär.

Diýmek, AB göni çyzyga onuň O nokadyndan ýeke-täk perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.

Tersini çak edip subut etmegiň usulyny ulanmagyň shemasy

Teorema (dogry tassyklama)	***Eger A ýerlikli bolsa, B ýerlikli bolýar.***
Subut:	
Tersini çak edýäris	Teoremada getirilen tassyklamanyň tersini çak edýäris, ýagny teoremanyň şerti ýerine ýetirilsin, ýöne netijesi ýerlikli bolmasyn: ***eger A ýerlikli bolsa, B ýerlikli bolmaýar.***
Pikir ýöredýäris	Dogrudygy öň subut edilen teorema ýa-da kabul edilen aksiomalara daýanyp logiki pikir ýöredýäris.
Gapma-garşylyga gelýäris	Dogrudygy öň subut edilen teorema ýa-da kabul edilen aksiomalaryň birine ters bolan tassyklama duşýarys.
Netije çykarýarys	Diýmek, çaklamamyz nädogry, ýagny berlen teorema dogry eken.
Teorema subut edildi.	

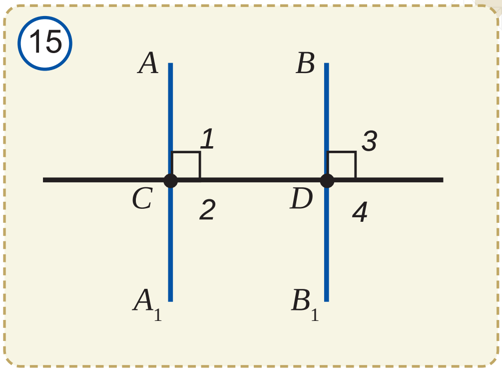
Tersini çak edip subut etmegiň usulyndan gündelik durmuşda hem köp peýdalanylýar. Meselem, lukman näsagyň gripp bilen keselländigini aşakdaky ýaly pikir ýöredip kesgitlemegi mümkin. Çak edeliň, näsag gripp bilen kesellän bolsun. Onda onuň kellesi agyrmaly we gyzgyny ýokary bolmaly. Ýöne näsagda şeýle alamatlar ýok. Diýmek, ol gripp bilen kesellenmändir.

Işjeňleşdiriji gönükme

Aşakda berlen tassyklama ters bolan tassyklamany düzüň:
a) CD kesim a göni çyzygy kesip geçýär;
b) A we B nokatlar a göni çyzygyň bir tarapynda ýatýar;
ç) CD kesimiň uzynlygy 15-e deň;
d) AOB burç göni burç däl;
e) $\angle ABC > \angle MNL$;
ä) AB gyşarma AC perpendikulýardan uzyn.

Teorema. **Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.**

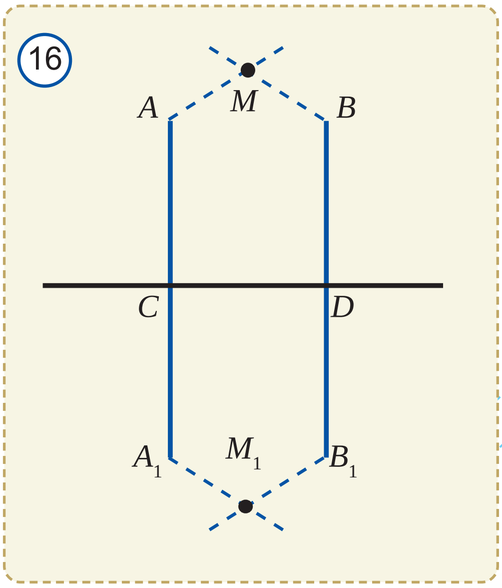
AA_1, BB_1 we CD göni çyzyklar, $AA_1 \perp CD$ we $BB_1 \perp CD$ (*15-nji surat*) ⇒ AA_1 we BB_1 göni çyzyklar özara kesişmeýär



Subudy. Bu teoremany subut etmek üçin tersini çak edip subut etmegiň usulyny ulanýarys. Çak edýäris: teoremanyň şerti ýerine ýetirilen bolsa-da, onuň netijesi ýerlikli bolmasyn, ýagny AA_1 we BB_1 göni çyzyklar nähilidir M nokatda kesişsin.

Hyýalda 15-nji suraty CD göni çyzyk boýunça epleýäris, ýagny ýokary ýarymtekizligi «agdaryp» aşaky ýarymtekizlige gabat getirýäris. Munda 1-nji we 2-nji göni burçlar deň bolany üçin CA we CA_1 şöhleler gabat gelýär. Edil şoňa meňzeş, DB we DB_1 şöhleler hem gabat gelýär.

Onda AA_1 we BB_1 göni çyzyklaryň kesişme nokady bolan M nokat aşaky ýarym-tekizlikdäki nähilidir M_1 nokat bilen gabat gelýär. Bu bolsa, M_1 nokat hem AA_1 we BB_1 göni çyzyklaryň kesişme nokadydygyny aňladýar.

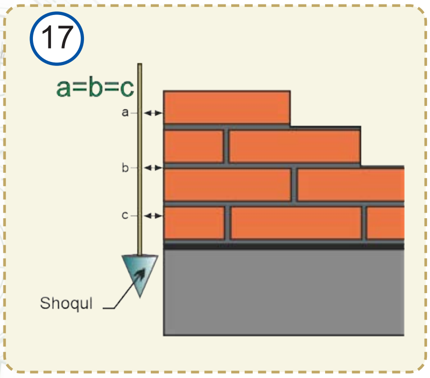


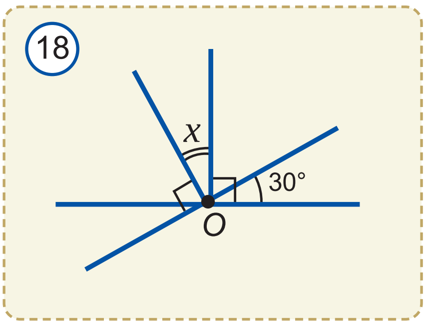
Netijede M we M_1 nokatlardan iki – AA_1 we BB_1 göni çyzyk geçip galýar. Ýöne bu «islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçýär», diýen aksioma ters. Diýmek, eden çakymyz nädogry: bir göni çyzyga perpendikulýar AA_1 we BB_1 göni çyzyklar özara kesişmeýär.

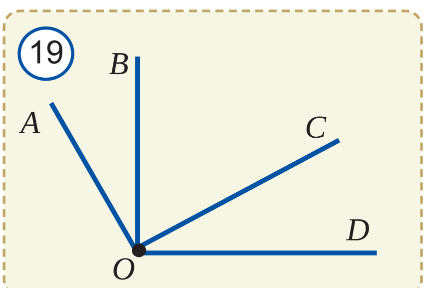
Teorema subut edildi.

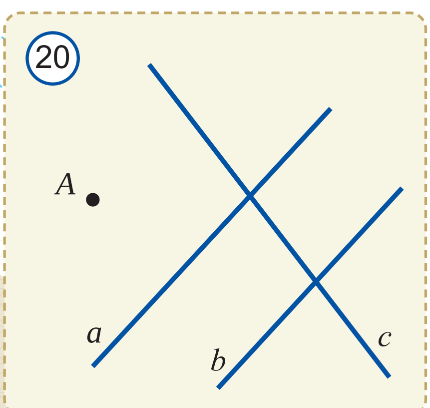
Teorema. **Göni çyzykda ýatmaýan nokatdan şu göni çyzyga birden artyk perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin däl.**

Bu häsiýeti tersini çak edip subut etmegiň usulynyň kömeginde özbaşdak subut ediň.









Tema boýunça soraglar

1. *Haçan göni çyzyklara perpendikulýar diýilýär? Jogabyňyzy çyzgyda düşündiriň.*
2. *Berlen göni çyzykda ýatýan nokatdan oňa näçe sany perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy düşündiriň.*
3. *Berlen nokatdan göni çyzyga geçirilen: a) perpendikulýar b) gyşarma diýip nämä aýdylýar?*
4. *17-nji surata seredip gurluşykda otwes esbabynyň ulanylyşyny düşündiriň.*
5. *Berlen A nokatdan göni çyzyga näçe sany gyşarma geçirmek mümkin?*
6. *Tersini çak edip subut etmegiň usuly nähili düzgüne esaslanýar?*
7. *Göni burça wertikal bolan burç näçe gradus?*
8. *A göni çyzyk A burçuň taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçýär. AB we AC göni çyzyklar A göni çyzyga perpendikulýar bolup bilermi?*
9. *Iki göni çyzygyň kesişmegi netijesinde 4 sany deň burç emele geldi. Bu göni çyzyklar perpendikulýar bolarmy?*
10. *Nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralyk näme?*

Amaly gönükme we ulanma

1. Çyzgyjyň we üçburçly çyzgyjyň kömeginde berlen göni çyzyga onda ýatýan nokatdan geçýän perpendikulýar göni çyzyk guruň.

2. A göni çyzykda A, B, C nokatlary belgiläň we transportiriň kömeginde bu nokatlaryň her biri arkaly A göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyklary geçiriň.

3. 18-nji suratdaky nämälim x burçy tapyň.

4. 19-njy suratda eger $OB \perp OD$ we $OA \perp OC$ bolsa, $\angle AOB = \angle COD$ bolýandygyny görkeziň.

5. Üçburçly çyzgyjyň kömeginde A nokatdan a, b we c göni çyzyklara çenli bolan aralyklary tapyň *(20-nji surat)*.

6. Transportiriň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 21-nji suratda şekillendirilen aramgähden demir ýola çenli bolan iň gysga aralygy anyklaň. Masştab (möçber): 1 : 10 000.

7. A, B, C nokatlar bir göni çyzykda ýatsa we: a) $AB=3{,}6$; $BC=5{,}4$; $AC=9$; b) $AB=2{,}4$; $BC=4{,}2$; $AC=1{,}8$ bolsa, C nokadyň A we B nokatlaryň arasynda ýatmaýandygyny subut ediň. Bu nokatlardan haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýar?

8*. Goňşy burçlar bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

9*. Wertikal burçlaryň deňligini tersini çak edip subut etmegiň usuly bilen subut ediň.

10*. Eger $\angle AOB=58°$, $\angle BOC=17°$ we $\angle AOC=41°$ bolsa, OA, OB we OC şöhlelerden haýsysy galan ikisiniň arasynda ýatýar?

11. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň jemi 120°. Şu burçlary tapyň.

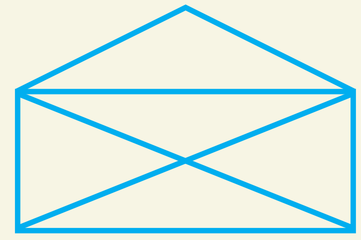
12. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň tapawudy 20°. Şu burçlary tapyň.

13*. Wertikal burçlaryň bissektrisalarynyň bir göni çyzykda ýatýandygyny subut ediň.

14*. Tekizlikde üç sany – A, B, C nokat berlen: $AB=2{,}6$, $AC=8{,}3$, $BC=6{,}7$. Şu nokatlaryň bir göni çyzykda ýatmaýandygyny subut ediň.

15*. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň jemi 180°-a deň däl. Şu burçlaryň wertikal burçlardygyny subut ediň.

22



Geometrik tapmaçalar

1. a) 10 sany; b) 11 sany birmeňzeş çöpden 3 sany deň kwadrat düzüň.

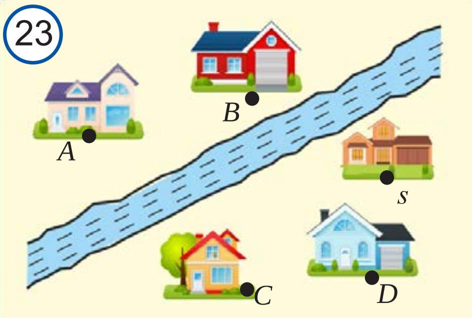
2. 12 sany birmeňzeş çöpden, olary döwmezden:

a) 4 sany; b) 6 sany deň kwadrat gurup bilersiňizmi?

3. 22-nji suratda görkezilen figurany galamy kagyzdan götermezden we bir kesimiň üstünden iki gezek ýöretmezden çyzjak boluň.

4. Derýanyň boýunda bäş oba bolup, olardan üçüsi derýanyň bir tarapynda, galan ikisi bolsa derýanyň ikinji tarapynda ýerleşen *(23-nji surat)*. Eger her bir oba galan obalar bilen göni ýollar bilen baglanan bolsa, bu ýollaryň näçesi derýany kesip geçýär?

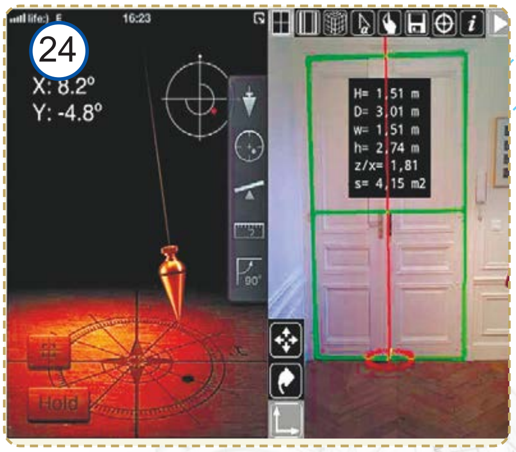
23



Geometriýada AKT

Gurluşykçy ussalar üçin işläp taýýarlanan, «iHandy Carpenter» diýip atlandyrylan mobil telefon maksatnama üpjünçiligi islendik binanyň ýa-da desganyň gorizonta görä nähili derejede dik bolýandygyny kesgitläp berýär. Munuň üçin telefonda şol maksatnamany işe düşürip, bina ýa-da desga gönükdirmek ýeterlidir *(24-nji surat)*.

24



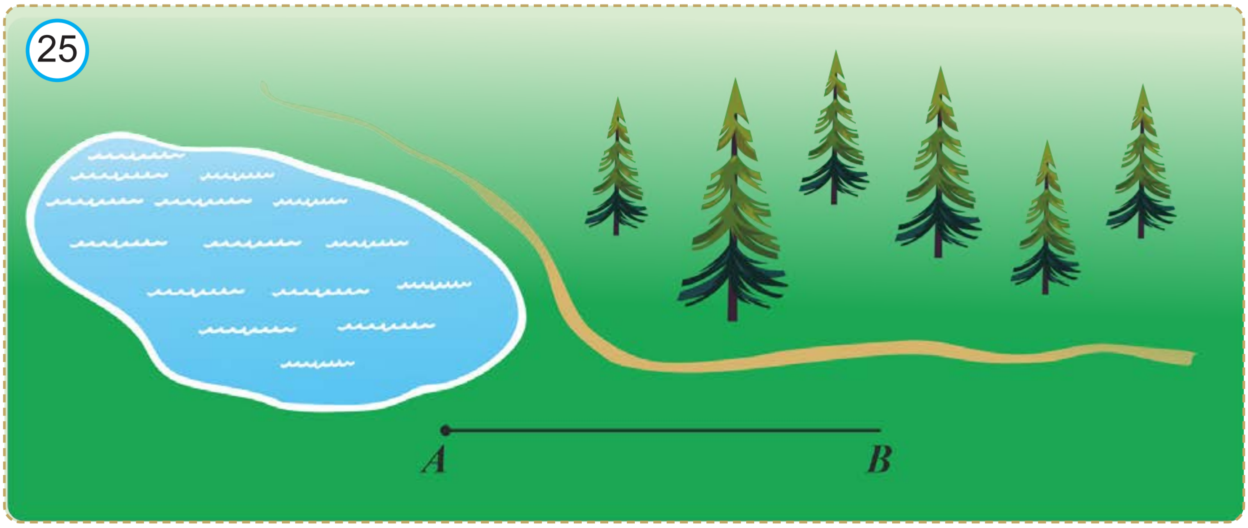
Amaly gönükme we ulanma

1. Hazynany tapyň

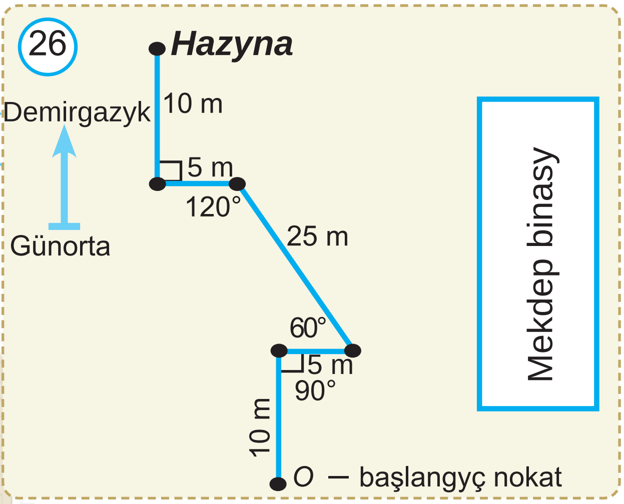
25-nji suratda karta we AB şöhle şekillendirilen. Bu şöhlä köl ýerleşen ýarymtekizlikde ýatýan 60°-ly burç goýuň. Gurlan burçuň AB-dan tapawutly tarapy boýunça 60 m ýöräň. C nokada gelersiňiz. CA şöhlä ýene şol köl ýerleşen ýarymtekizlikde ýatýan 120°-ly burç goýuň. Bu burçuň CA şöhleden tapawutly tarapy boýunça 120 m ýöräň. Şu ýerde – beýik sosnanyň astynda hazyna gömlen.

Kartanyň masştaby (möçberi): 1:2000. Kartanyň ölçeglerini üýtgetmezden ony depderiňize çyzyp alyň. Hazyna gizlenen nokady tapyň.

25



26



2. Açyk howada geometrik ýaryş

Ýaryşda iki ýa-da ondan artyk toparlar gatnaşyp bilerler. Her bir topara ruletkadan we uly transportirden peýdalanmaga rugsat berilýär.

Synp toparlara bölünip, mekdep meýdanynyň dürli burçlarynda iş alyp barýarlar. «Hazyna» (meselem, şar, konwertde hat, ...) öňden meýdanyň käbir ýerine gömüp goýulýar.

Hazyna eltýän kartalar hem mugallym tarapyndan öňünde süzülýär we toparlara paýlanýar. (Kartanyň nusgasy 26-njy suratda görkezilen.) Toparlar öz kartalary esasynda hazynany tapmaga girişýär. Haýsy topar birinji bolup kartada görkezilen döwük çyzyk boýunça hemme nokatlary anyklap, hazynany topsa, şol topar ýeňiji hasaplanýar.

Öý işi. Öýüňizden mekdebe gelýän ýoluň 25-nji suratdaky ýaly kartasyny düzüň. Çen bilen bu ýoluň uzynlygyny anyklaň.

7 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ

1. Aşakdaky jümleler dogrumy? «Hawa» ýa-da «Ýok» diýip jogap beriň.

1. Islendik burç üçin diňe bir wertikal burç gurmak mümkin.
2. Islendik burç üçin diňe bir goňşy burç gurmak mümkin.
3. Eger burçlar wertikal bolsa, olar deň bolýar.
4. Eger burçlar deň bolmasa, olar wertikal burç bolmaýar.
5. Eger burçlar wertikal bolmasa, olar deň bolmaýar.
6. Eger iki burç goňşy bolsa, onda olaryň biri kütek, ikinjisi ýiti burç bolýar.
7. Eger iki burç goňşy bolsa, onda olaryň biri ikinjisinden uly bolýar.
8. Eger iki burç jemi 180°-a deň bolsa, olar goňşy burçlar bolýar.
9. Eger iki burç jemi 180°-a deň bolmasa, olar goňşy burçlar bolmaýar.
10. Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolýar.
11. Eger goňşy burçlar deň bolsa, olar göni burçlar bolýar.
12. Eger iki burç umumy depä eýe bolsa, olar wertikal burçlar bolýar.
13. Eger iki burç umumy tarapa eýe bolsa, olar goňşy burçlar bolýar.

2. Jümleleri manysyndan ugur alyp dolduryň.

1. Nokat we depeleri şu nokatda bolan .... ybarat figura burç diýip atlandyrylýar.
2. Tekizlikde iki nokat arkaly .... göni çyzyk geçirmek mümkin.
3. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi .... deň.
4. Iki göni çyzyk diňe .... kesişýär.
5. Burçuň depesinden çykyp, ony .... burçuň bissektrisasy diýip atlandyrylýar.
6. Göni çyzygyň käbir nokady we ondan bir tarapda ýatýan nokatlardan ybarat bölegi .... diýip atlandyrylýar.
7. Umumy tarapa eýe bolup, galan iki tarapy göni çyzyk emele getirýän burçlar .... diýip atlandyrylýar.
8. Göni çyzyk tekizligi .... bölýär.
9. Wertikal burçlaryň bissektrisalary .... emele getirýär.
10. Kesimi deň .... şu kesimiň ortasy diýip atlandyrylýar.
11. Eger goňşy burçlar ...., olar göni burçlar bolýar.
12. Deň kesimleriň .... hem deň bolýar.

3. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň.

1. Jemi 180°-a deň bolan burçlar goňşy burçlar bolýar.
2. Tekizlikdäki islendik iki göni çyzyk diňe bir umumy nokada eýe bolýar.
3. Burçuň depesinden geçip, ony deň ikä bölýän göni çyzyk burçuň bissektrisasy diýip atlandyrylýar.
4. Islendik nokat arkaly diňe iki göni çyzyk geçirmek mümkin.
5. Iki tarapy hem şöhlelerde ýatýan burç ýazgyn burç diýip atlandyrylýar.

6. Tekizlikdäki iki göni çyzyk ony iki ýarymtekizlige bölýär.
7. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlara wertikal burçlar diýip atlandyrylýar.
8. Kesimi ikä bölýän nokat kesimiň ortasy diýip atlandyrylýar.
9. Berlen şöhleden ýarymtekizlige diňe bir göni burç goýmak mümkin.
10. Tekizlikdäki islendik A, B, C nokatlar üçin $AB + BC = AC$ deňlik ýerlikli.
11. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň.

4. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik figurany sag sütündäki degişli hatara ýazyň.

1	Jemi 180°-a deň	
2	Taraplary şöhlelerden ybarat	
3	Ululygy 180°-a deň	
4	Kesgitli uzynlyga eýe	
5	Kesimi deň ikä bölýär	
6	Subutsyz dogry diýlip kabul edilen häsiýet	
7	Burçy deň ýarpa bölýär	
8	Göni çyzyklar kesişende emele gelýär	
9	Dogrudygyny subut etmek zerur	
10	Ölçege eýe däl	

5. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjelere ikinji sütünden degişli häsiýetleri ýa-da düşündirişleri tapyp, birleşdiriň:

Geometrik düşünjeler	*Häsiýeti ýa-da düşündiriş*
1. Nokat 2. Göni çyzyk 3. Ýer ölçemek 4. Kesim 5. Şöhle 6. Kesimiň uzynlygy 7. Deň figuralar 8. Ýarymtekizlik 9. Planimetriýa 10. Burç 11. 1 gradus 12. Ýazgyn burç gradus ölçegi 13. Wertikal burçlar 14. Goňşy burçlar 15. Teorema 16. Aksioma 17. Bissektrisa	(A) «Geometriýa» sözüniň manysy. (B) jemi 180°-a deň. (Ç) özara deň burçlar. (D) göni çyzykdaky nokat we ondan bir tarapda ýatýan nokatlar. (E) 180°. (Ä) umumy başlangyja eýe bolan iki şöhle. (F) uzynlygyny ölçäp bolmaýar. (G) göni burçuň 1/90 bölegi. (H) subutsyz kabul edilýän tassyklama. (I) subut edilmeli bolan tassyklama. (J) göni çyzygyň iki nokady we olaryň arasyndaky nokatlar. (Ž) tekizlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär. (K) burçy deň ýarpa bölýär. (L) tekizligiň göni çyzyk bölen böleklerinden biri. (M) böleklere eýe däl. (N) položitel san. (Ň) doly gabat gelýän edip goýmak mümkin.

6. Testler (berlen jogaplaryň içinden iň dogry bolan birini anyklaň).

1. Kesgitlemesiz kabul edilen esasy geometrik düşünjeleri görkeziň: a) tekizlik; b) nokat; ç) kesim; d) şöhle; e) göni çyzyk; ä) ýarymtekizlik.

A) a; b; c B) b; c; e Ç) a; b; c; e D) a; b; e

2. Iki goňşy burçuň tapawudy 24°-a deň bolsa, olardan kiçisini tapyň:

A) 72° B) 76° Ç) 78° D) 82°

3. Geometriýa ylym hökmünde ilkinji gezek haýsy ýurtda şekillenipdir?

A) Gadymy Müsür B) Wawilon Ç) Gresiýa D) Hytaý

4. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan üçüsiniň jemi 200°-a deň. Burçlardan kiçisini tapyň:

A) 20° B) 40° Ç) 60° D) 80°

5. Hiç hili üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan 4 sany nokat berlen. Şu nokatlaryň her bir jübüti arkaly göni çyzyklar geçirildi. Olaryň sanyny tapyň.

A) 1 B) 4 Ç) 5 D) 6

6. Burçuň bissektrisasy onuň tarapy bilen 60°-ly burç emele getirýär. Berlen burça goňşy bolan burçy tapyň:

A) 30° B) 60° Ç) 90° D) 120°

7. AB kesimi 2 göni çyzyk kesip geçse, köpi bilen näçe sany AB kesimde ýatýan kesim emele gelýär?

A) 3 B) 4 Ç) 5 D) 6

8. Sagat 4 bolanda, sagat we minut milleriniň arasyndaky burç näçe gradus bolar?

A) 60° B) 75° Ç) 105° D) 120°

9. $AB = 6,\ C \in AB,\ AC = 3BC,\ BC = ?$

A) 1 B) 1,5 Ç) 2 D) 3

10. Sagadyň sagat mili 30 minutda näçe gradusa gyşarýar?

A) 180° B) 15° Ç) 60° D) 30°

11. $AB = 18,\ C \in AB,\ AC - BC = 4,\ BC = ?$

A) 7 B) 8 D) 10 E) 11

12. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň. Şu burçlary tapyň:

A) 60° we 120° B) 45° we 135°

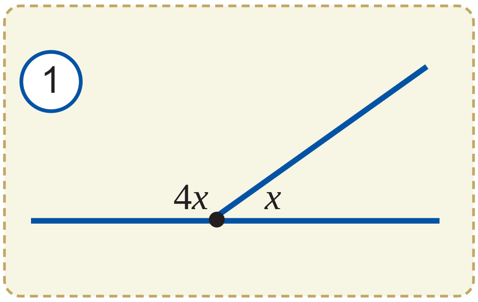
Ç) 90° we 90° D) 45° we 45°

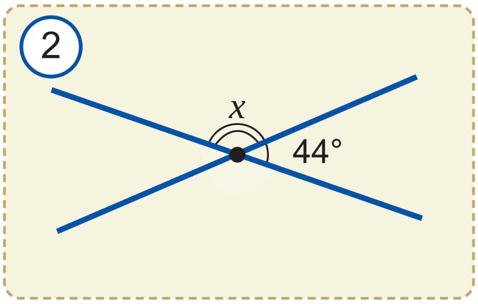
13. Üç göni çyzyk tekizligi iň köpi bilen näçe sany bölege bölmegi mümkin?

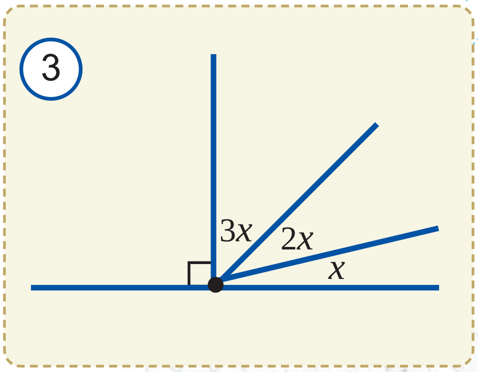
A) 4 B) 5 Ç) 6 D) 7

14. 1-nji suratdaky x -i tapyň.

A) 30° B) 36° Ç) 45° D) 60°







15. 2-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 136°   B) 72°   Ç) 56°   D) 96°

16. 3-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 15°   B) 30°   Ç) 45°   D) 60°

17. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň.

A) Tekizlikde berlen nokatdan diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

B) Göni çyzygyň käbir nokady we ondan bir tarapda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegi şöhle diýip atlandyrylýar.

Ç) Göni çyzygyň iki nokady arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegi kesim diýip atlandyrylýar.

D) Islendik şöhleden kesgitli ýarym tekizlige diňe bir burç goýmak mümkin.

18. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň.

A) Goňşy burçlar ýazgyn burç bolýar.

B) Eger AB = 5 cm, BC = 6 cm bolsa, AC = 11 cm bolýar.

Ç) Eger burçlar deň bolsa, olar wertikal burçlar bolýar.

D) Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolýar.

7. Meseleler.

1. Transportiriň kömeginde bir tarapy umumy bolan 10°, 20°, 40°, 60°, 90°, 130°, 170°-ly burçlary guruň.

2. Ýazgyn burçuň bissektrisasy onuň taraplary bilen nähili burç emele getirýär?

3. Burçuň bissektrisasy onuň tarapy bilen 30°-ly burç emele getiren bolsa, burçuň özi näçe gradus?

4. Burçuň bissektrisasy onuň taraplary bilen kütek burçy düzmegi mümkinmi?

5. $\angle AOB$=50°, $\angle BOC$=80° bolsa, AOB we BOC burçlaryň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň. Mesele näçe sany çözüwe eýe?

6. 15°-ly burça 10 esse ulaldyjy lupa (aýna) arkaly seredilende, ol näçe gradusly burç bolup görner?

7. a) 90°; b) 60°; ç) 50°; d) 20°-ly burçuň bissektrisasyny transportiriň kömeginde guruň.

8*. $\angle AOB$=120° bolan burçuň OK bissektrisasyny transportiriň kömeginde guruň. Soňra emele gelen AOK we KOB burçlaryň bissektrisalaryny guruň we bu bissektrisalaryň arasyndaky burçy tapyň.

9*. Eger $AB = 1{,}8\ m$, $AC = 1{,}3\ m$ we $BC = 3\ m$ bolsa, A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýarmy?

10. A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger $AB = 2{,}7\ m$, $AC = 3{,}2\ m$ bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň. Mesele näçe sany çözüwe eýe?

11. Uzynlygy 15 m bolan AB kesimde C nokat belgilenen. Eger:

a) AC kesim BC kesimden 3 m uzyn;

b) C nokat AB kesimiň ortasy bolsa;

c) AC we BC kesimleriň uzynlyklary 2:3 gatnaşykda bolsa,

AC we BC kesimleriň uzynlyklaryny tapyň.

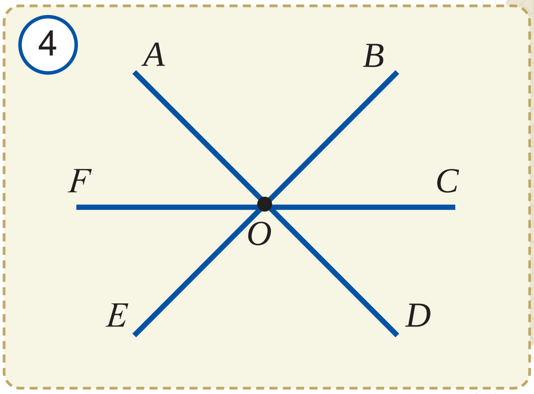
12. A, B, C, D nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger B nokat AC kesimiň, C nokat bolsa BD kesimiň ortasy bolsa, $AB = BC = CD$ bolýandygyny görkeziň.

13. Hiç bir üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan: a) 6; b) 7; ç) 10 nokadyň her ikisi arkaly göni çyzyk geçirilen. Jemi näçe sany göni çyzyk geçirilen?

14. OA we OB şöhleler haçan gabat gelýär?

15. AB şöhlede C nokat, BA şöhlede D nokat şeýle alnan bolup, AC = 0,7 we BD = 2,1. Eger AB = 1,5 bolsa, CD-ni tapyň.

16. 4-nji suratda näçe sany wertikal burçlaryň jübütligi şekillendirilen?



17*. Eger sagadyň sagat we minut milleriniň arasyndaky burç 45° bolup, minut mili 6-da duran bolsa, sagat haýsy wagty görkezip dur?

18. Göni çyzyga onda ýatmaýan O nokatdan OA gyşarma we OB perpendikulýar geçirilen. Olaryň uzynlyklary jemi 13, tapawudy bolsa 1 -e deň bolsa, O nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralygy tapyň.

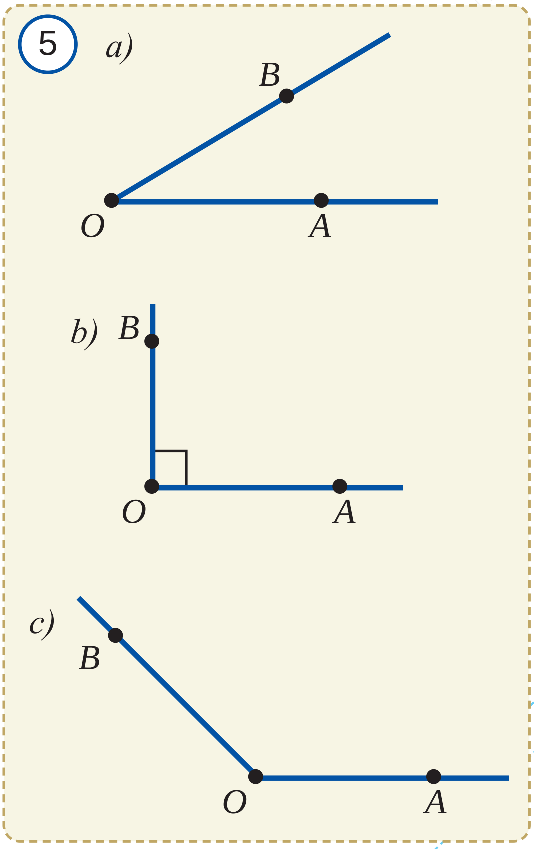
19. AOB we BOC goňşy burçlardygy mälim. Eger:

a) AOB burç BOC burçdan 40° uly;

b) AOB burç BOC burçdan 4 esse kiçi;

c) $\angle AOB = \angle BOC + 44°$;

d) $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bolsa, şu burçlary tapyň.



20. Iki göni çyzygyň kesişmeginden dört burç emele geldi. Olardan ikisiniň gradus ölçegleri jemi 100°-a deň bolsa, bu dört burçuň gradus ölçeglerini tapyň.

21*. A, B we C nokatlar tekizlikde şeýle ýerleşen, ýagny a) $AC+CB=AB$; b) $AB+AC=BC$. Haýsy nokat galan ikisiniň arasynda ýatýar?

22. 5-nji suratdaky burçlaryň taraplaryna olaryň A we B nokatlary arkaly perpendikulýar göni çyzyklar geçiriň. Bu göni çyzyklar kesişme nokadynda nähili burçlar emele getirýär?

23*. Burçuň depesinden çykyp, içki ýaýlasyndan geçýän: a) *2*; b) *3*; ç) *n sany* şöhle geçirilen. Munda jemi berlen burç bilen bile jemi näçe sany burç emele gelýär?

24*. Gazet listiniň galyňlygy 0,1 mm. Ol deň edip iki eplendi. Emele gelen iki gat gazet bölegi ýene eplendi we başgalar. Bu iş şeýdip 50 gezek gaýtalandy. Netijede nähili galyňlykdaky gazet gatlagy emele geler?

Amaly gönükme we ulanma

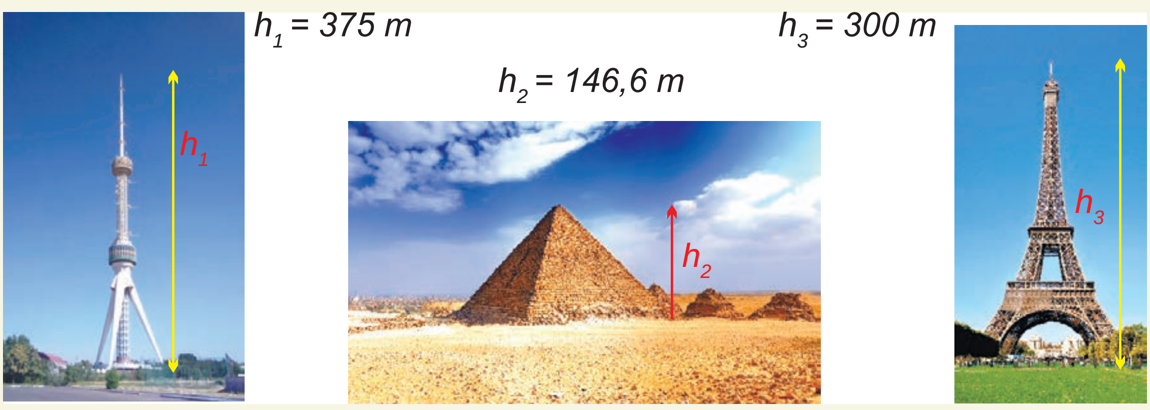
1. «Geometriýa-7» dersliginiň bir listi galyňlygyny anyklamak ýoluny oýlap tapyň we ölçäň.

2. Käbir jisimiň beýikligi onuň iň beýik nokadyndan esasy ýatýan tekizlige geçirilen perpendikulýaryň uzynlygy bilen anyklanýar. Eger şeýle perpendikulýary geçirmek mümkin bolmasa, oňa deň bolan kesim beýiklik hökmünde garalýar *(6-njy surat)*. Meselem, binanyň, piramidanyň, minaranyň beýikligi, ýa-da guýynyň çuňlugy we başgalar. Käte tekizlikdäki tekiz figuralaryň beýikligi hem şeýle anyklanýar.

a) Çäýnek, käse, şakäse, güldan, gazan ýaly dürli öý enjamlarynyň beýikliklerini ölçemegiň ýoluny oýlap tapyň we olaryň beýikliklerini ölçäň.

b) Gönüburçly parallelepiped, üçburçly piramida, konus we şar ýaly geometrik figuranyň (jisimiň) modelleriniň beýikliklerini ölçäň.

6



2-nji barlag işiniň nusgasy

Nusga barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölege ýokarda getirilen testlere meňzeş bäş sany test girizilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen meselelere meňzeş 4 mesele berilýär (4-nji mesele «bäş» baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça):

1. MN we KL göni çyzyklaryň kesişmeginden emele gelen MOL we KON wertikal burçlaryň jemi 148°-a deň. MOK burçy tapyň.

2. Goňşy burçlaryň tapawudy 60°-a deň. Şu burçlaryň kiçisini tapyň.

3. Burçuň bissektrisasy şu burçuň tarapy bilen 66°-ly burç emele getirýär. Şu burça goňşy bolan burçy tapyň.

4*. Goňşy burçlaryň bissektrisalary göni burç astynda kesişýändigini subut ediň.

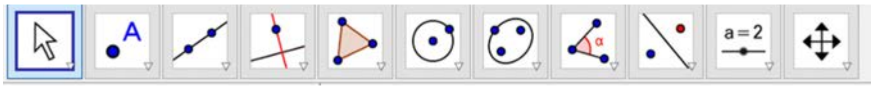
GeoGebradan peýdalanmak esaslary

GeoGebra interfeýsi

GeoGebra işe düşürilenden soň aşakdaky görnüşdäki penjire emele gelýär:

Главное меню (esasy menýu) – ***GeoGebra*** maksatnamasy tarapyndan hödürlenen funksiýalara giriş menýusy.

Панель инструментов (enjamlar paneli) – maksatnama tarapyndan hödürlenen serişdeler toplumy arkaly dürli çyzgylary döretmek mümkin.



Графическое окно (grafiki görnüş meýdany) – geometrik çyzgylary çyzmak we teswirlemek meýdany .

Панель объектов (algebraik görnüş meýdany) – geometrik çyzgylara degişli koordinatalary we deňlemeleri teswirlemek meýdany .

Строка ввода (giriziji setir) – nokadyň ornuny, algebraik deňlemeleri ýa-da buýruklary giriziji meýdan .

Enjamlar panelinde hödürlenen geometriýa serişdelerinden peýdalanyp, syçanyň kömeginde dürli geometrik figuralary döredip bilersiňiz. Şunuň bilen bir wagtda algebraik görnüş penjiresinde çyzga degişli koordinatalar we deňlemeler şekillendirilýär. Başga tarapdan, siz gönüden-göni klawiaturanyň kömeginde **Ввод...** meýdanyna algebraik maglumatlary, buýruklary we funksiýalary girizip bilersiňiz. Ähli çyzgylaryň grafiki görnüşi **grafiki görnüş meýdany**nda görkezilse, olaryň algebraik sanly görnüşi setirinde **algebraik görnüş penjiresinde** görünýär. ***GeoGebra***da geometriýa we algebra bir-biri bilen baglylykda işleýär.

GeoGebra interfeýsi uýgunlaşyjy bolup, ony özüňize laýyklap bilersiňiz. Grafiki we algebraik görnüşlerden daşary ***GeoGebra,*** şonuň ýaly-da, kompýuter algebraik görnüş hem-de grafiki görnüş penjireleri hem bar.

Şu dürli görnüşler **«Вид»** menýusynyň kömeginde görkezilmegi ýa-da gizlin ýagdaýa geçirilmegi mümkin.

- Degişli düwmäni basmak arkaly oňa laýyk funksiýany işjeňleşdiriň.
- Düwmäniň aşaky bölegine basmak arkaly goşmaça menýuny açyň we ondan gerekli funksiýany saýlaň.
- Enjamlar paneliniň sag tarapyndaky belgini basyp, şol bir wagtda işjeň bolan enjam barada maglumat alyň.

GeoGebrada faýllary saklamak

- **«Файл»** menýusyny açyň we **Сохранить** buýrugyny saýlaň.
- Açylan gepleşik penjiresinden gerekli papkany saýlaň.
- Faýlyň adyny giriziň.
- **«Сохранить»** düwmesini basyň we prosesi tamamlaň.

Ýatlatma. «.ggb» giňeltmeli faýl döredilýär we ony diňe GeoGebra maksatnamasy arkaly açmak mümkin.

GeoGebrada faýllary açmak

GeoGebra maksatnamasynda täze penjire (**«Файл» – «Новый окно»**) açyň.

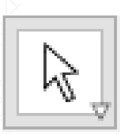
Açylan täze penjirede kompýuter ýadyndaky faýly açyň. Faýly açmak üçin **«Файл»** – **«Открыть»** buýrugyny saýlaň.

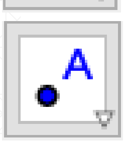
Faýl saklanan papkany açyň we **.ggb** giňeltmeli faýly saýlaň, «**Открыть»** düwmesini basyň.

GeoGebranyň enjamlar panelinden peýdalanmak boýunça görkezmeler

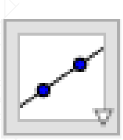
GeoGebra serişdeleriniň käbirleri barada nazary maglumatlara eýe bolmasaňyz hem, olaryň daşky görnüşi arkaly aňsatja düşünmek mümkin. Bu serişdelerden peýdalanmak boýunça öwrediji okuw faýllary bar bolup, her bir serişde üçin aýratyn ***GeoGebra*** (.ggb) faýly girizilen.

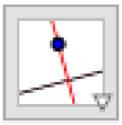
GeoGebranyň enjamlar panelindäki esasy enjamlaryň wezipesi


Перемещать (geçirmek) – dürli obýektleri (nokat, göni çyzyk, köpburçlyk we başgalary) geçirmek

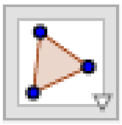


Точка (Nokat) – tekizlikde nokat gurmak.

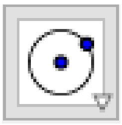

Прямая (Göni çyzyk) – tekizlikde berlen iki nokat arkaly göni çyzyk gurmak.



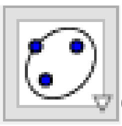
Перпендикулярная прямая (Perpendikulýar göni çyzyk) – berlen nokat arkaly göni çyzyga perpendikulýar geçirmek.



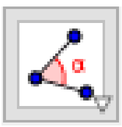
Многоугольник (Köpburçlyk) – islendik görnüşdäki köpburçluklugy gurmak



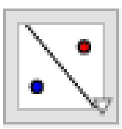
Окружность по центру и точке (Töweregiň merkezine we nokadyna görä) – töweregiň merkezini belgilemek arkaly töwerek gurmak.



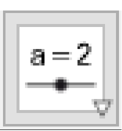
Эллипс (Ellips) – ellipsiň fokuslaryny we ondaky nokady bermek arkaly ellips gurmak.



Угол (Burç) – üç nokat ýa-da iki göni çyzyk arkaly burç gurmak.



Отражение относительно прямой (Göni çyzyga görä suratlandyrmak) – gerekli obýekti we göni çyzygy belgilemek arkaly obýekti göni çyzyga görä suratlandyrmak.



Ползунок (Süýşürgiç) – uzynlygyň we burçlaryň ululygyny üýtgeýji hökmünde käbir aralykda üznüksiz üýtgetmäge mümkinçilik berýän animasiýa enjamy.

1. Göni çyzyk gurmak

Göni çyzyk iň ýönekeý we çäksiz geometrik figuradyr. Onuň teswirini almak üçin:

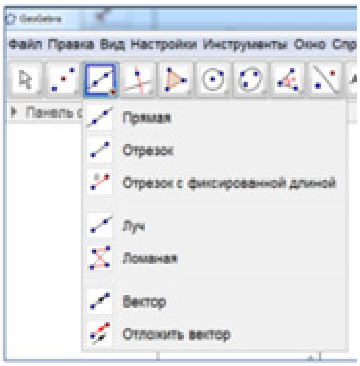
1. Enjamlar panelinde «Прямые линии» («Göni çyzyklar») toparyny açýarys (munuň üçin enjamlar panelinden topary tapyp, onuň üstüne kursory eltip, syçanyň çep düwmesini basýarys);

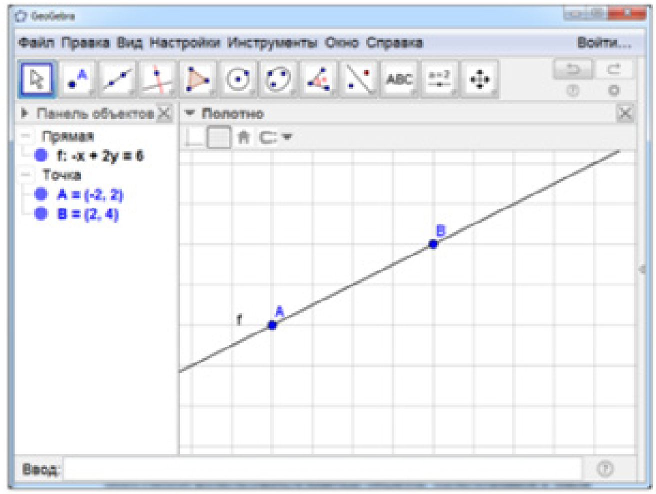
2) «Прямая» («Göni çyzyk») enjamynyň üstüne syçanyň çep düwmesini basýarys;

3) syçanyň çep düwmesini basyp, iki A we B nokatlary belgileýäris;

4) ekranda şu iki nokatdan geçýän göni çyzyk peýda bolýar *(2-nji surat).*

Göni çyzygyň teswiriniň üstüne syçanyň çep düwmesini basyp onuň ýerini çalşyryp, ýagny ony süýşürmek mümkin. Şonuň ýaly-da, onuň reňkini we stilini anyklamak hem-de ony harp bilen belgilemek hem mümkin.





2. Şöhle gurmak algoritmini düzmek we şöhle gurmak

Ýokardaky algoritme meňzeş şöhle gurmak algoritmini düzüň we şöhle guruň.

3. Kesim gurmak algoritmini düzmek we şöhle gurmak

Ýokardaky algoritme meňzeş kesim gurmak algoritmini düzüň we kesim guruň.

4. Döwük çyzyk gurmak

Döwük çyzyk – nokatlar we olary birleşdirip durýan kesimlerden ybarat figura. Onuň teswirini almak üçin:

1) enjamlar panelinde «Прямые линии» («Göni çyzyklar») toparyny açýarys;

2) menýudan «Ломанная» («Döwük çyzyk») üstüne syçanyň çep düwmesini basyp saýlaýarys;

3) syçanyň çep düwmesini basyp, döwük çyzygyň yzygider uçlaryny belgileýäris;

4) ekranda uçlary şu nokatlardan ybarat bolan döwük çyzyk peýda bolýar *(3-nji surat)*.

Göni çyzygyň teswiriniň üstüne syçanyň çep düwmesini basyp, onuň ýerini çalşyrýarys ýagny ony süýşürmek mümkin. Şonuň ýaly-da, onuň reňkini we stilini anyklamak hem-de ony harp bilen belgilemek hem mümkin.

5. Perpendikulýar göni çyzyklary gurmak

Iki göni çyzyk göni burç astynda kesişse, olar perpendikulýar göni çyzyklar diýip atlandyrylýar. Olaryň teswirini almak üçin

1) enjamlar panelinde «Специальные прямые» (Ýörite göni çyzyklar») toparyny açýarys

2) menýudan «Перпендикуляр» («Perpendikulýar») üstüne syçanyň çep düwmesini basyp saýlaýarys;

3) kesim (göni çyzyk) gurýarys;

4) nokat belgileýäris (nokat kesim ýa-da göni çyzykda hem ýatmagy mümkin);

5) syçanyň çep düwmesini basyp, işçi ýaýlada perpendikulýar göni çyzyklary alýarys *(3-nji surat)*.

6. Parallel göni çyzyklary gurmak algoritmini düzmek we ony gurmak

Ýokardaky algoritme meňzeş parallel göni çyzyklary gurmak algoritmini düzüň we ony guruň.

II BAP

ÜÇBURÇLUKLAR

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

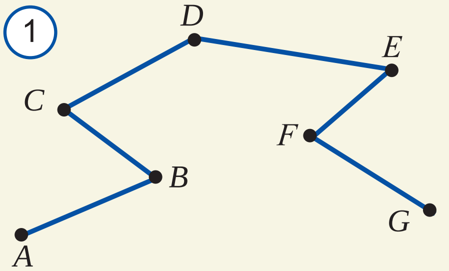
Bilim:

– köpburçluk barada düşünjä eýe bolmak;
– üçburçluk we onuň esasy elementlerini bilmek hem-de olar boýunça üçburçluklary görnüşlere bölmek;
– üçburçlugyň medianasyny, bissektrisasyny we beýikliklerini bilmek we tapawutlandyryp bilmek;
– üçburçluklaryň deňliginiň nyşanlary;
– deňýanly üçburçluk we onuň häsiýetleri;
– deň taraply üçburçluk we onuň häsiýetleri;
– kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýeti.

Amaly başarnyklar:

– üçburçluklaryň deňligi nyşanlaryna görä deň üçburçluklary anyklap bilmek;
– üçburçluklaryň deňligi nyşanlaryny meseleler çözende we amaly işleri ýerine ýetirende ulanyp bilmek.

8 ÜÇBURÇLUK, ONUŇ GÖRNÜŞLERI WE ELEMENTLERI



$ABCDEFG$ – *döwük çyzyk*
A, B, C, D, E, F, G – *depeleri*
AB, BC, CD, DE, EF, FG – *bogunlary (taraplary)*

8.1. Döwük çyzyk. Köpburçluk

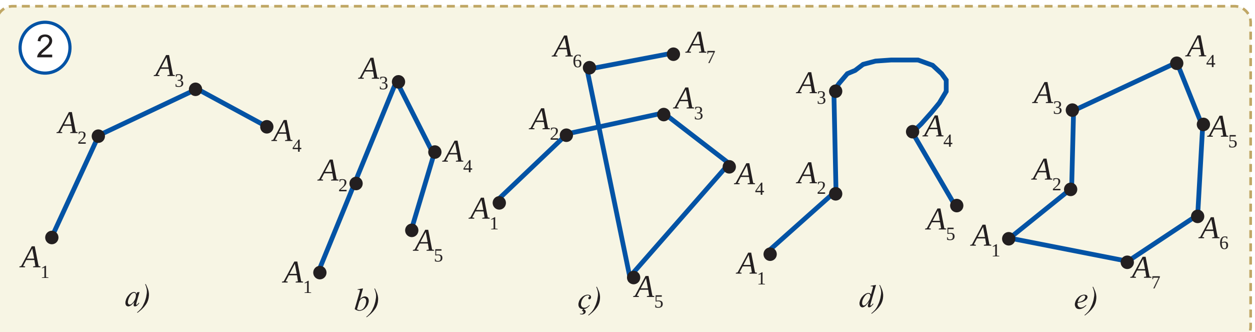
Yzygider gelen ikisi-de bir göni çyzykda ýatmaýan A_1A_2, $A_2A_3, \ldots$, $A_{n-1}A_n$ kesimlerden düzülen figura *döwük çyzyk* diýilýär. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ nokatlar *döwük çyzygyň depeleri*, A_1A_2, $A_2A_3, \ldots$, $A_{n-1}A_n$ kesimler bolsa *döwük çyzygyň bogunlary* ýa-da *taraplary* diýip atlandyrylýar. 1-nji suratda $ABCDEFG$ döwük çyzyk şekillendirilen.

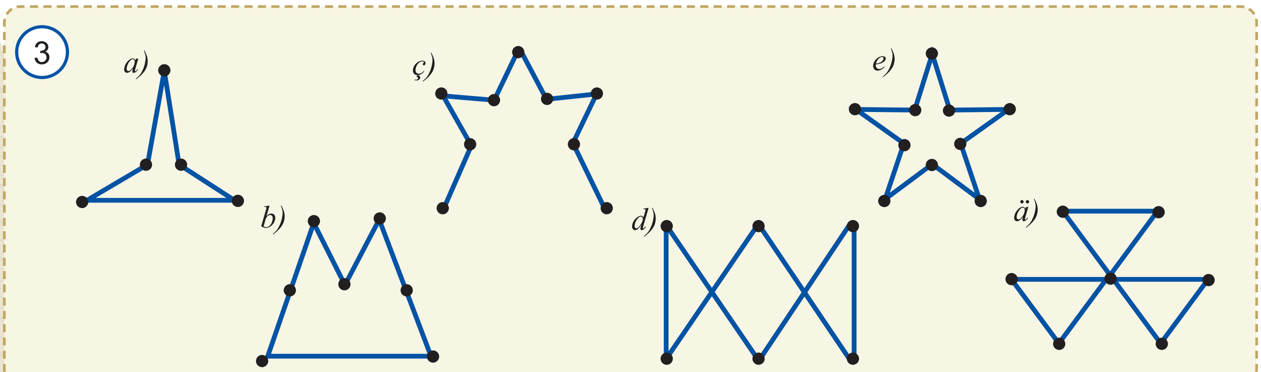
Başlangyç we ahyrky depeleri üstme-üst düşýän döwük çyzyga *ýapyk döwük çyzyk* diýip aýdýarys. Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk *köpburçluk* diýip atlandyrylýar.

Işjeňleşdiriji gönükme.

1. 2-nji suratda şekillendirilen çyzyklaryň haýsylary döwük çyzyk bolýandygyny anyklaň we jogabyňyzy düşündiriň.

2. Köpburçlugyň kesgitlemesinden gelip çykýan aýratynlyklaryny sanaň we 3-nji suratdaky figuralaryň haýsylary köpburçluk bolýandygyny anyklaň we düşündiriň.

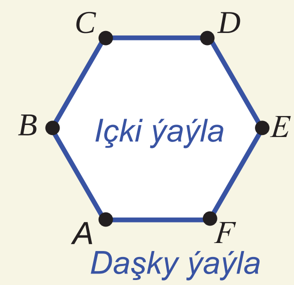




Taraplarynyň sanyna görä, köpburçluklar üçburçluk, dörtburçluk, bäşburçluk, altyburçluk, umumy ýagdaýda *n-burçluk* diýip atlandyrylýar. Siz käbir köpburçluklar bilen aşaky synplarda tanşypdyňyz.

Islendik köpburçluk tekizligi iki ýaýla bölýär. Köpburçluk bilen çäklenen çäkli ýaýla köpburçlugyň *içki ýaýlasy* diýip, ikinji – çäksiz ýaýla bolsa köpburçlugyň *daşky ýaýlasy* diýip atlandyrylýar. 4-nji suratda $ABCDEF$ altyburçlugyň içki we daşky ýaýlalary görkezilen.

4



8.2. Üçburçluk we onuň görnüşleri

Bir göni çyzykda ýatmaýan üç nokat we olary utgaşdyrýan kesimlerden ybarat figurany *üçburçluk* diýip atlandyrýarys.

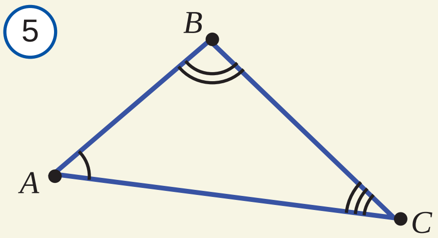
Bir göni çyzykda ýatmaýan üç sany – A, B we C nokatlary belgileýäris *(5-nji surat)*. Olary özara kesimler bilen utgaşdyryp çyksak, üçburçluk emele gelýär. Belgilenen üç nokada üçburçlugyň *depeleri*, olary utgaşdyrýan kesimlere bolsa üçburçlugyň *taraplary* diýilýär.

Adatda «üçburçluk» sözüniň ýerine Δ belgisi ulanylýar. ΔABC ýazuwy ABC üçburçluk diýlip okalýar. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ üçburçlugyň *burçlary* diýlip aýdylýar *(5-nji surat)*. Olary käte anyklyk üçin *içki burçlar* diýip hem atlandyrýarlar.

Üçburçlugyň burçlaryny $\angle A$, $\angle B$ we $\angle C$ ýaly hem belgilemek mümkin.

Üçburçlugyň taraplary we burçlary onuň *esasy elementleri* diýip atlandyrylýar. Üçburçlugyň üç tarapynyň uzynlyklarynyň jemine onuň *perimetri* *(P)* diýilýär.

5



ΔABC – *ABC üçburçluk*
A, B, C nokatlar – *depeleri*
AB, BC, AC
kesimler – *taraplary*
$\angle A, \angle B, \angle C$ – *burçlary*
$P = AB + BC + AC$ – *perimetri*

Şonuň ýaly-da:

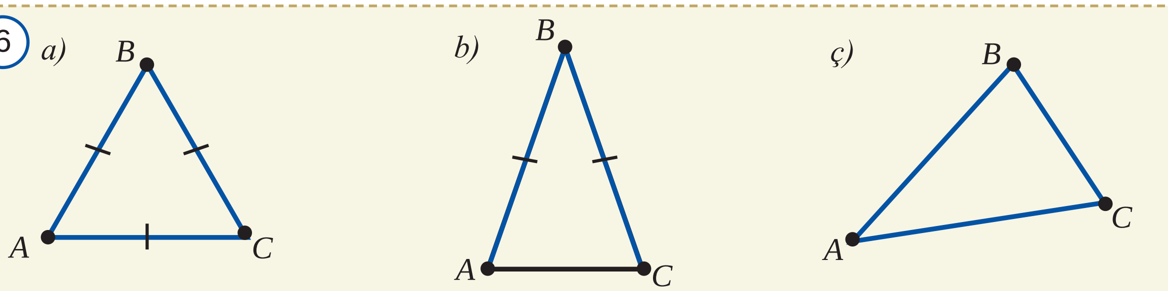
BAC burç üçburçlugyň AB we AC taraplary arasynda ýatýan burç;

AB we AC taraplar BAC burça sepleşýän;

BC tarap BAC burçuň garşysynda ýatyr ýaly jümleler ulanylýar.

Üçburçluklar taraplarynyň uzynlyklaryna görä *deň taraply, deňýanly we dürli taraply* görnüşlere bölünýär. Deň taraply üçburçlugyň üç taraplarynyň uzynlyklary hem deň, deňýanly üçburçlugyň bolsa iki tarapynyň uzynlyklary deň we dürli taraply üçburçlugyň hemme taraplarynyň uzynlyklary dürlüçe bolýar.

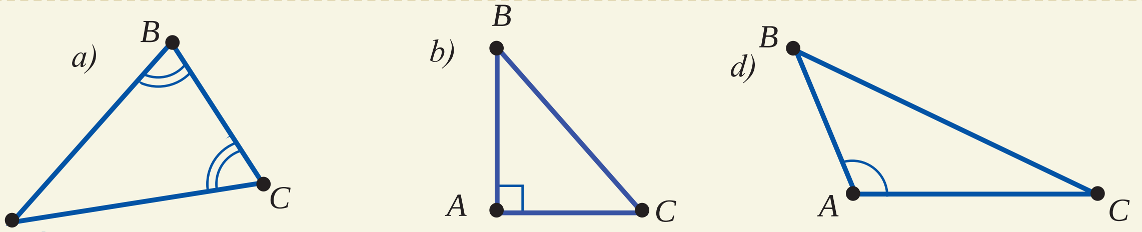
6



Deň taraply üçburçluk *Deňýanly üçburçluk* *Dürli taraply üçburçluk*

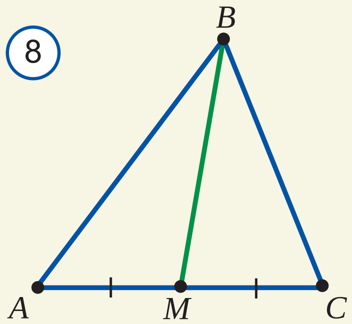
Üçburçluklar burçlaryna görä *ýiti burçly , gönüburçly we kütek burçly* görnüşlere bölünýär. Ýiti burçly üçburçlugyň üç burçy hem ýiti, gönüburçly üçburçlugyň bolsa bir burçy göni we kütek burçly üçburçlugyň bir burçy kütek bolýar.

7



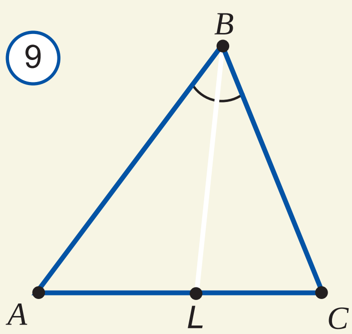
Ýiti burçly *Gönüburçly* *Kütek burçly*

8



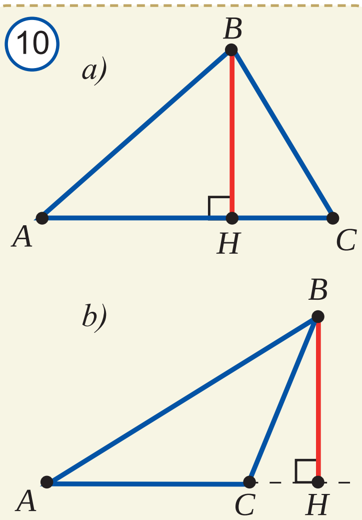
BM – *mediana*

9



BL – *bissektrisa*

10



BH – *beýiklik*

8.3. Üçburçlugyň medianasy, beýikligi we bissektrisasy

Üçburçlugyň depesini şu üç garşysyndaky tarapyň ortasy bilen utgaşdyrýan kesim *üçburçlugyň medianasy* diýip atlandyrylýar.

ABC üçburçlugyň B depesini onuň garşysynda ýatýan AC tarapyň ortasy M nokat bilen utgaşdyrýarys *(8-nji surat)*. Emele gelen BM kesim ABC üçburçlugyň medianasy bolýar. Bu mediana barada «B depeden çykan» ýa-da «AC tarapa düşen» diýip hem aýdylýar. Üçburçlugyň burçunyň bissektrisasynyň üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýan bölegine (kesimine) *üçburçlugyň bissektrisasy* diýilýär.

ABC üçburçlugyň B burçunyň bissektrisasyny geçirýäris *(9-njy surat)*. Onuň AC tarap bilen kesişen nokadyny L bilen belgileýäris. Emele gelen BL kesim ABC üçburçlugyň bissektrisasy bolýar. Üçburçlugyň depesinden şu üç garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga geçirilen perpendikulýar *üçburçlugyň beýikligi* diýip atlandyrylýar.

ABC üçburçlugyň B depesinden AC tarap ýatýan göni çyzyga perpendikulýar geçirýäris *(10-njy surat)*. Suratda bolmagy mümkin bolan iki ýagdaý getirilen. Perpendikulýaryň esasyny H bilen belgileýäris. Emele gelen BH kesim ABC *üçburçlugyň beýikligi* bolýar.

Üçburçlugyň üç depesi bolany sebäpli, ol üç sanydan mediana, beýiklige we bissektrisa eýe. 11–13-nji suratlarda ABC üçburçlugyň AM_1, BM_2 we CM_3 medianalary, AL_1, BL_2 we CL_3 bissektrisalary we AH_1, BH_2 we CH_3 beýiklikleri çyzyp görkezilen. Üçburçlugyň bu möhüm elementleriniň häsiýetleri bilen indiki derslerde tanşarys.

Geometrik barlaglar

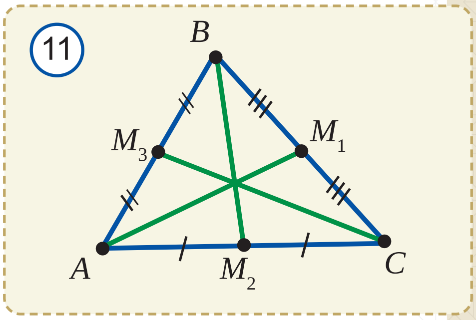
1. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň hemme medianalaryny geçiriň *(11-nji surat)*. Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we kesgitlenen häsiýeti çak görnüşinde aňladyň.

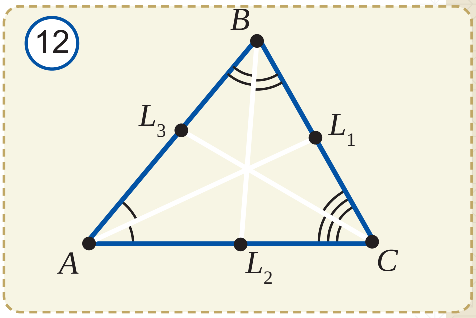
2. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň hemme beýikliklerini geçiriň *(12-nji surat)*. Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we kesgitlenen häsiýeti çak görnüşinde aňladyň.

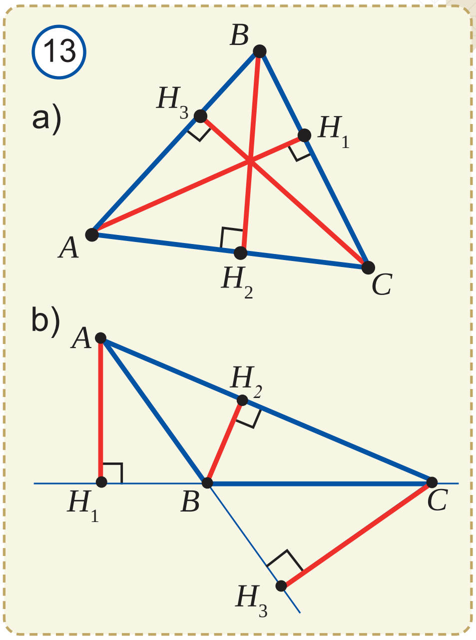
3. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň hemme bissektrisalaryny geçiriň *(13-nji surat)*. Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirjek boluň we kesgitlenen häsiýeti çak görnüşinde aňladyň. Geçirilen barlaglar esasynda kesgitlenen häsiýetleri teorema diýip hasaplasak bolarmy? Näme üçin?

Gönükme. Kütek burçly üçburçlugyň beýikliklerini geçiriň.

Ýerine ýetirmek. Üçburçlugyň, hususan-da, kütek burçly üçburçlugyň hem üç beýikligi bar. Kütek burçly ABC üçburçluga seredýäris *(13-nji b surat)*. Kütek burçuň depesinden geçirilen BH_2 beýiklik üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýar. Ýiti burçy A depesinden beýiklik geçirmek üçin, şu burçuň garşysyndaky BC tarapy dowam etdirýäris we BC tarapyň dowamyna A nokatdan AH_1 perpendikulýar geçirýäris. Emele gelen AH_1 kesim ABC üçburçlugyň A depesinden geçirilen beýikligi bolýar. Edil şeýle, AB tarapyň dowamyna CH_3 beýikligi geçirmek mümkin.

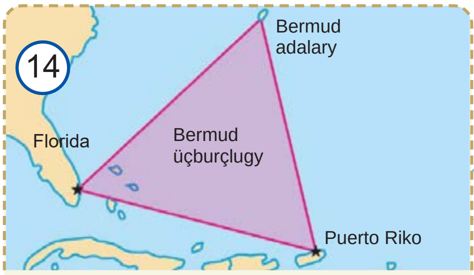






Bermud üçburçlugy.

Atlantik okeanda depeleri Florida, Bermud adalary we Puerto-Rikoda bolan üçburçluk şeklindäki «Bermud üçburçlugy» diýlip atlandyrylýan çäk bar (14-nji surat). Bu ýer özüniň syrlylygy we ýygy-ýygydan bolýan heläkçilikler bilen at gazanan. Sebäbi, bu çäkden geçilende, enççeme deňiz we howa gämileri syrly ýagdaýda heläkçilige duçar bolup, nam-nyşansyz gaýyp bolup durýar.



Tema degişli soraglar

1. *Döwük çyzyk çyzyň, onuň depelerini belgiläň we bogunlaryny çyzgyda görkeziň.*
2. *Köpburçluk näme? Mysallar getiriň.*
3. *Nähili figura üçburçluk diýip atlandyrylýar?*
4. *Üçburçlugyň depesi, tarapy we burçy diýip nämä aýdylýar?*
5. *Üçburçlugyň perimetri näme?*
6. *PQR üçburçlukda: a) $\angle P$ garşysynda haýsy tarap ýatýar; b) PQ tarapa haýsy burçlar sepleşýän; ç) PQ we QR taraplaryň arasynda haýsy burç ýerleşen? d) PR tarap haýsy burçuň garşysynda ýatýar? Bu soraglara figura garaman jogap bermäge synanyşyň.*
7. *Üçburçlugyň: a) medianasyna; b) beýikligine; ç) bissektrisasyna kesgitleme beriň.*
8. *Burçuň bissektrisasy bilen üçburçlugyň bissektrisasynyň arasyndaky umumylygy we tapawutlary aýdyň?*

Amaly ýumuşlar we ulanma

1. Ýedi bogunly döwük çyzyk çyzyň. Onuň depelerini we bogunlaryny ýazyň.

2. Iki goňşy bogny-da bir-birine perpendikulýar bolan bäş bogunly döwük çyzyk çyzyň. Şeýle döwük çyzyk ýapyk bolmagy mümkinmi?

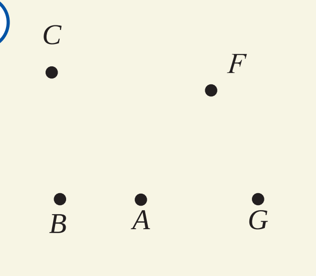
3. Üçburçlugyň depeleri M, N we L harplary bilen belgilenýär. Onuň taraplaryny we burçlaryny ýazyň.

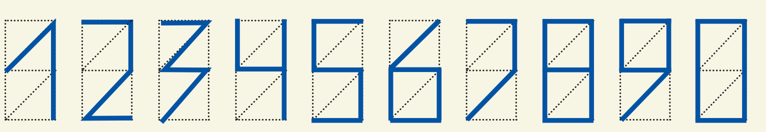
4. CDE üçburçlugyň depelerini, burçlaryny we taraplaryny ýazyň.

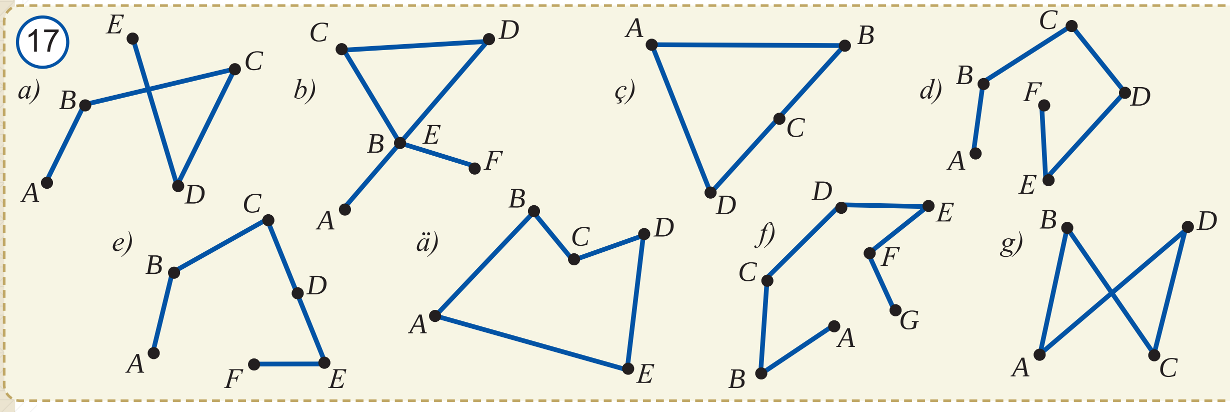
5. 15-njy suratdaky: a) C, F we A; b) A, B we G; ç) F, B we G nokatlar üçburçlugyň depeleri bolup bilermi? Näme üçin?

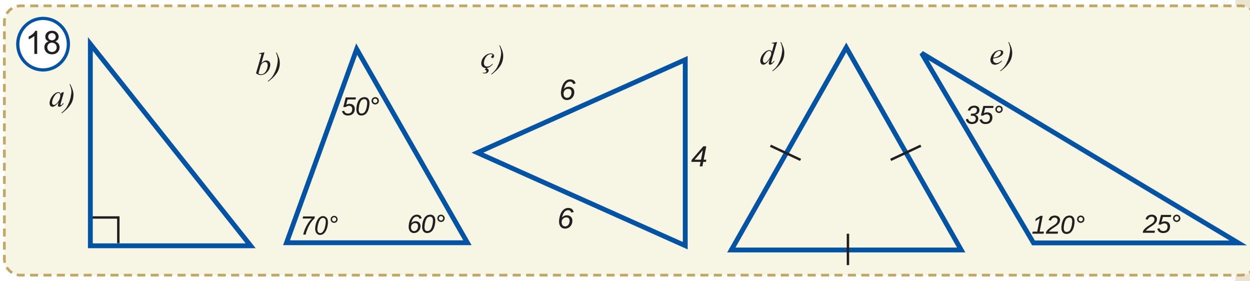
6. 16-njy suratda şekillendirilen sifr belgileri döwük çyzyk bolarmy?

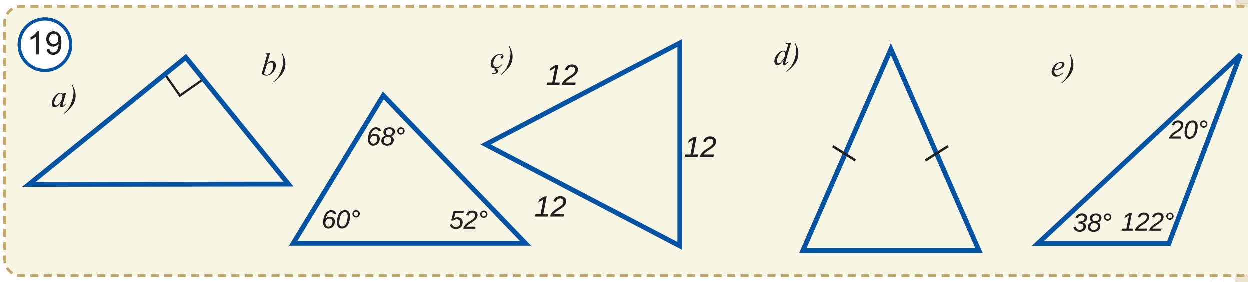
7*. 17-nji suratda şekillendirilen figuralaryň haýsylary: a) döwük çyzyk; b) ýapyk döwük çyzyk; ç) köpburçluk bolýandygyny anyklaň.

15


16


17






8. Üçburçlugyň nähili görnüşleri bar? Her bir üçburçluk görnüşinden bir üçburçluk çyzyň. Olary belgiläň. Üçburçlugyň görnüşleriniň kesgitlemesinden ugur alyp, olaryň özboluşly aýratynlyklarynyň nämeden ybaratdygyny aýdyň.

9. 18-njy suratdaky üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.

10. 19-nji suratdaky üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.

11. Taraplary: a) 2,3 *dm*; 4,6 *dm* we 5,3 *dm*; b) 32,3 *m*; 54,8 *m* we 15,3 *m* bolan üçburçlugyň perimetrini hasaplaň.

12. Taraplary: a) 25 mm; 64,6 mm we 5 dm; b) 7,3 m; 54,8 dm we 353 mm bolan üçburçlugyň perimetrini hasaplaň.

13. Göz çeni bilen, deň taraply üçburçluk guruň. Soň taraplaryny çyzgyç bilen ölçäp, netijeleri deňeşdiriň.

14. Deň taraply üçburçluk çyzyp, burçlaryny ölçäň we netije çykaryň.

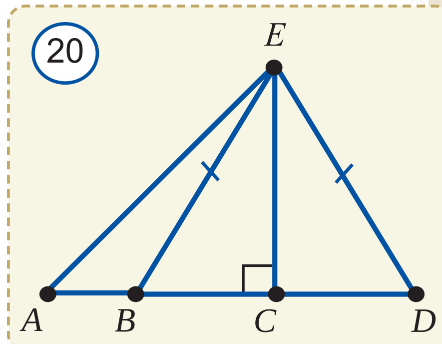
15. 20-nji suratda bir depesi: a) A nokatda; b) B nokatda; ç) C nokatda bolan näçe sany üçburçluk bar?

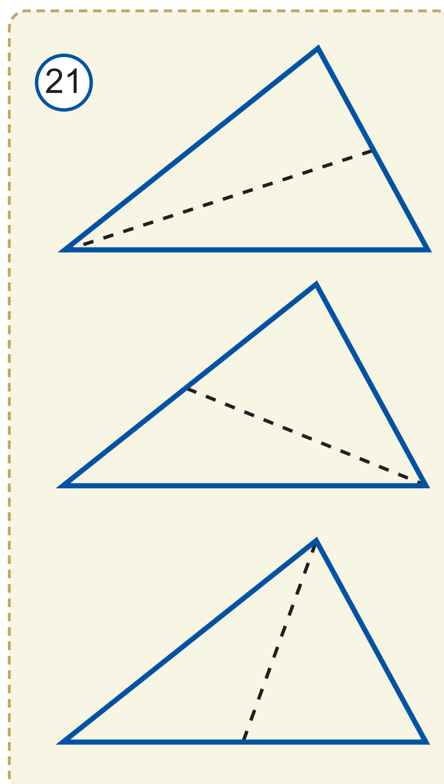
16. 20-nji suratda üçburçlugyň nähili görnüşlerini görýärsiňiz? Olary görnüşleri boýunça bellik ediň.

17. Ýiti burçly üçburçluk çyzyň. Çyzgyjyň kömeginde onuň taraplaryny ölçäň we perimetrini tapyň.

18. Kütek burçly üçburçluk çyzyň. Çyzgyjyň kömeginde onuň taraplaryny ölçäň we perimetrini tapyň.

19. (Amaly gönükme). Üç birmeňzeş üçburçlugy dürli medianalary boýunça gyrkyň *(21-nji surat)*. Emele gelen 6 sany üçburçlukdan bir üçburçluk guruň.





20. Üçburçlugyň haýsy elementleri hemişe üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýar?

21*. Nähili üçburçlugyň üç beýikligi üçburçlugyň bir depesinde kesişýär?

22*. Üçburçlugyň beýikligi onuň üç tarapyndan hem kiçi bolmagy mümkinmi?

23. Perimetri 36 -a deň bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 18 we 24-e deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň beýikligini tapyň.

24. Perimetri 36-a deň bolan üçburçlugyň bissektrisasy ony perimetrleri 24 we 30-a deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň şu bissektrisasyny tapyň.

25. ABC üçburçlukda $AB = BC$ we BD mediana 4 cm. Eger ABD üçburçlugyň perimetri 12 cm bolsa, ABC üçburçluk perimetrini tapyň.

26. Çyzgyjyň we transportiriň kömeginde şeýle ABC üçburçluk guruň, ýagny onda AB = 8 cm, AC= 5 cm we $\angle A = 60^0$ bolsun.

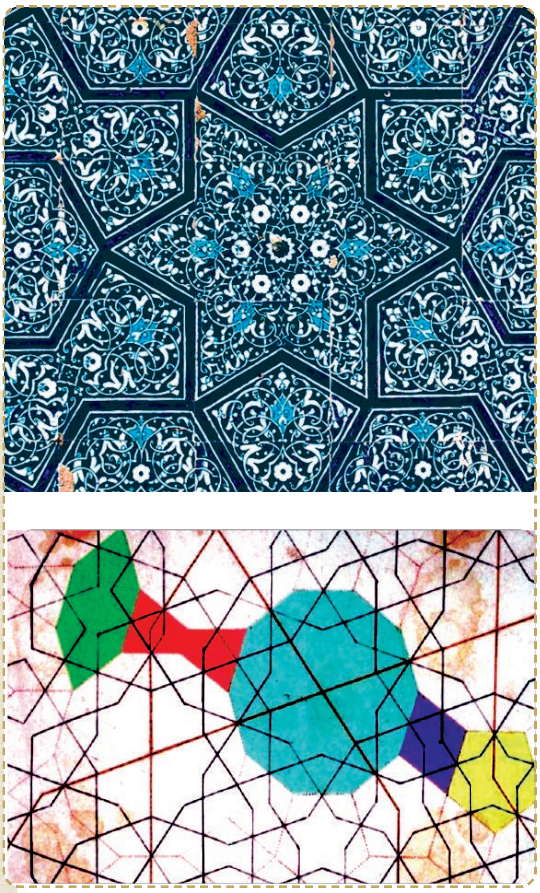
27. Çyzgyjyň we transportiriň kömeginde şeýle KLM üçburçluk guruň, ýagny onda KL = 4 cm, KM= 3 cm we $\angle K = 90^0$ bolsun. Bu nähili üçburçluk? Onuň üçünji tarapyny ölçäň we ýazyň.

28*. Üçburçlugyň perimetri 72 cm. Eger onuň taraplarynyň uzynlyklarynyň gatnaşygy 3:4:5 ýaly bolsa, şu taraplary tapyň. Onuň burçlaryny ölçäň. Bu nähili üçburçluk?

29*. Üçburçlugyň perimetri 124 mm. Eger onuň taraplarynyň uzynlyklarynyň gatnaşygy 3:4:5 ýaly bolsa, şu taraplary tapyň.

Taryhy maglumat

Handasa ylmynda öz döwründen bäş asyra ozup giden binagär ussalarymyz



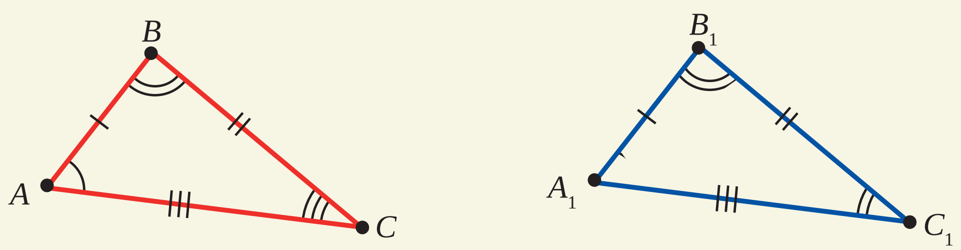
2007-nji ýylyň fewral aýynda Amerikada çap edilen orta asyr binagärçiligi baradaky ylmy makala şow-şuwa sebäp boldy. Sebäbi, 2005-nji ýylda Samarkantdaky Abdullahan medresesiniň gümmezindäki plitaly nagyşlary gözden geçiren Garward uniwersitetiniň aspiranty Piter Lu haýran galyp ýakasyny tutupdyr. Onuň göz öňünde 1970-nji ýyllarda açyş edilen diýip hasaplanýan, Penrouz nagyşlary diýlip atlandyrylan çylşyrymly geometrik figuralar durýardy. Mundan çykdy, biziň binagär ata-babalarymyz akyl-paýhasda öz döwründen bäş asyr ozup gidip, ylma ýakyndajyk girizilen çylşyrymly geometrik figuralary bilmek bilen çäklenmän, olardan öz işlerinde döredijilikli peýdalanypdyrlar. Hawa, hakykatdan hem, şeýle bolup çykdy. 11-nji suratda binagärçilik ýadygärligindäki nagyş şekillendirilen. 12-nji surat orta asyr golýazmalaryndan alnan bolup, onda şol nagşyň esasyny düzýän köpburçluklar şekillendirilen.

9 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ BIRINJI NYŞANY

Geometrik figuralaryň deňligi kesgitlemesine görä, iki üçburçlukdan birini ikinjisine doly gabat gelýän edip goýmak mümkin bolsa, olar *deň* bolýar. 1-nji suratda ABC we $A_1B_1C_1$ deň üçburçluklar şekillendirilen. Olardan islendik birini ikinjisine üstme-üst goýmak mümkin. Munda bir üçburçlugyň üç depesi – A, B, C we üç tarapy – AB, BC, CA degişlilikde ikinji üçburçlugyň üç depesi – A_1, B_1, C_1 we üç tarapy – A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 bilen gabat gelýär. Görnüşi ýaly, bu ýerde üçburçluklaryň degişli burçlary hem degişlilikde gabat gelýär.

ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň deňligi $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ýaly aňladylýar. Çyzgyda deň burçlar birmeňzeş ýaýjyklar bilen, deň taraplar bolsa birmeňzeş çyzyjaklar bilen 1-nji suratda şekillendirilişi ýaly tapawutlandyrylyp görkezilýär.

1



$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$:

$AB = A_1B_1$,
$BC = B_1C_1$,
$CA = C_1A_1$
üç degişli taraplar deň

$\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$,
$\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$,
$\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$
üç degişli burçlar deň

Işjeňleşdiriji gönükme

Üçburçluk şeklindäki iki ýer meýdanlarynyň özara deňligini amalda nähili barlamak mümkin? Olardan birini ikinjisiniň üstüne goýup bolmaýar ahyryn? Iki üçburçlugyň özara deň ýa-da deň däldigini anyklamak üçin elmydama olary üstme-üst goýmak hökmanmy?

Onuň geregi ýok eken. Bu meseläni üçburçluklaryň käbir elementlerini deňeşdirip çözmek mümkin eken. «Üçburçluklaryň deňlik nyşanlary» diýip at alan teoremalar şu hakda. Bu teoremalaryň «nyşan» diýlip aýdylmagynyň sebäbi şundan ybarat, ýagny olardan peýdalanyp üçburçluklaryň deň ýa-da deň däldligi barada netije çykarmak mümkin.

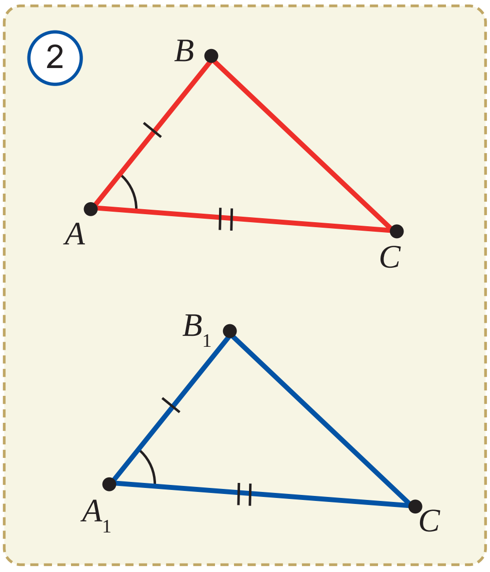
Umuman alanda, geometriýada «nyşan» – figuranyň käbir aýratynlyklaryny kesgitlemäge kömek edýän şertler baradaky teoremadan ybarat bolýar.

Aşakdaky teorema «Üçburçluklaryň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy boýunça deňligi baradaky teorema» diýip atlandyrylýar. Biz ony gysgaça «Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşany» diýip aýdýarys.

(TBT ýazuwy-«tarap», «burç», «tarap» sözleriniň baş harplaryndan düzülen bolup, burçuň iki tarapyň arasynda ýatýandygyny hem görkezip dur.)

Teorema. ***(Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşany)*** **Eger bir üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy ikinji üçburçlugyň iki tarapyna we olaryň arasyndaky burçuna degişlilikde deň bolsa, şeýle üçburçluklar özara deň bolýar** *(2-nji surat).*

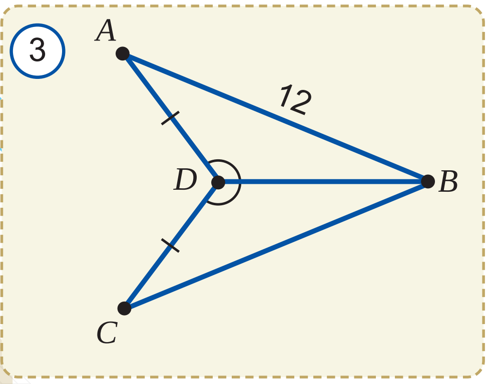
ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$
$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Subudy. $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ bolany üçin, ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçluga şeýle goýmak mümkin, ýagny onda A depe A_1 depä, AB we AC şöhleler bolsa degişlilikde A_1B_1 we A_1C_1 şöhlelere gabat gelýär. $AB = A_1B_1$ we $AC = A_1C_1$ bolany üçin, AB tarap A_1B_1 tarap bilen, AC tarap bolsa A_1C_1 tarap bilen gabat gelýär. Hususan-da, B nokat B_1 nokat bilen, C nokat bolsa C_1 nokat bilen gabat gelýär. Onda B_1C_1 we BC taraplar hem gabat gelýär. Netijede ABC üçburçlugyň üç depesi (tarapy) $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üç depesi (tarapy) bilen degişlilikde gabat gelýär.

Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar özara deň.

Teorema subut edildi.



Mesele. 3-nji suratda berlenlerden peýdalanyp BC kesimi tapyň.

Çözülişi. ADB we CDB üçburçluklara seredýäris. Şerte görä, bu üçburçluklar üçin $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$. BD bolsa umumy tarap.

Diýmek, ADB üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy CDB üçburçlugyň iki tarapyna we olaryň arasyndaky burçuna degişlilikde deň eken. Onda Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ADB = \Delta CDB$.

Hususan-da, $CB = AB = 12$ bolýar. ***Jogaby:*** 12.

Tema degişli soraglar

1. Nähili üçburçluklara deň diýilýär?
2. TBT nyşanyna görä, üçburçluklar deňligi nähili elementlerini deňeşdirmek arkaly anyklanýar?
3. Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyny düşündiriň.

Amaly ýumuşlar we ulanma

1. $\triangle ABC = \triangle DEF$. Bu üçburçluklaryň degişli depelerini, taraplaryny we burçlaryny anyklap ýazyň.

2. MNL we RST üçburçluklar deň. Bu üçburçluklaryň degişli depelerini, taraplaryny we burçlaryny anyklap ýazyň.

3. Eger $\triangle ABC = \triangle BAC$ ekenligi mälim bolsa, ABC üçburçlugyň haýsy taraplary deň bolýar?

4. $\triangle MNL = \triangle LMN$. MNL üçburçlugyň haýsy burçlary deň bolýar?

5. $\triangle ABC = \triangle DEF$. Eger $\angle A = 52°$, $\angle E = 80°$ we $\angle C = 48°$ bolsa, bu üçburçluklaryň galan burçlaryny tapyň.

6. $\triangle ABC = \triangle LMN$. Eger $AB = 5$, $MN = 8$ we $AC = 9$ bolsa, bu üçburçluklaryň galan taraplaryny tapyň.

7. 4-njy suratdan nämälim kesim – x-i tapyň.

8. Eger 5-nji suratda $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ bolýandygyny subut ediň.

9. 6-nji suratda $\angle BAE = \angle BCD$ bolýandygyny subut ediň.

10. 7-nji suratda $\triangle ABC = \triangle CDA$ bolýandygyny subut ediň.

11. 8-nji suratda $\triangle ABC = \triangle ABD$ bolýandygyny subut ediň.

12. AD we BC kesimler O nokatda kesişýär we bu nokatda deň ýarpa bölünýär *(9-nji surat)*.

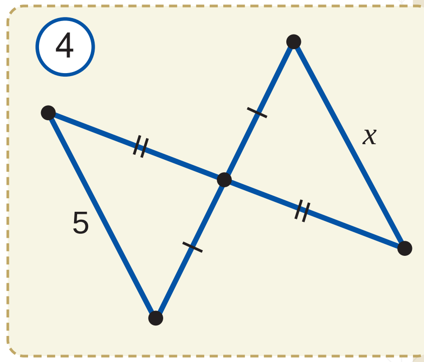
a) $\triangle AOB = \triangle DOC$; b) $BD = AC$; ç) $\triangle ABD = \triangle DCA$; d) $\angle OAB = 35°$, $\angle OBA = 62°$ bolsa, $\angle ODC$ we $\angle DCO$-ny tapyň.

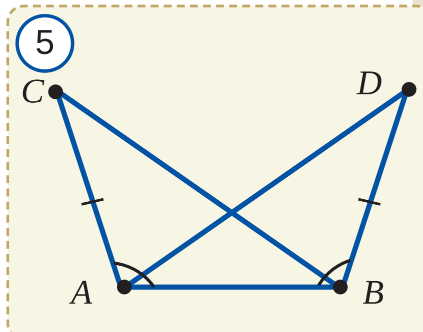
13. 10-nji suratdaky nämälim burç – x-i tapyň.

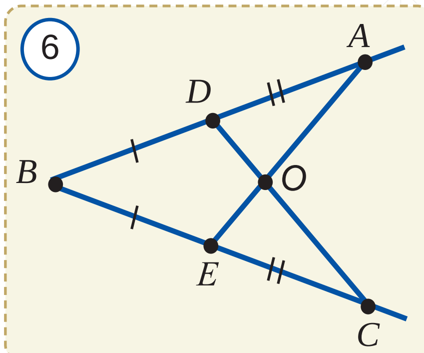
14. Bir üçburçlugyň perimetri ikinji üçburçlugyň perimetrine deň. Bu üçburçluklar deň bolarmy?

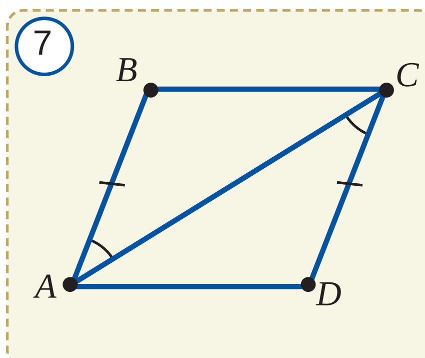
15. Bir üçburçluk perimetri ikinji üçburçluk perimetrinden uly. Bu üçburçluklar deň bolarmy?

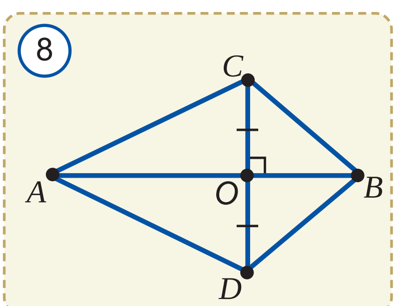
16. ABC üçburçlugyň AB tarapynda D nokat, $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň A_1B_1 tarapynda D_1 nokat alnan. $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ we $BD = B_1D_1$ deňlikler mälim. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň deňligini subut ediň.

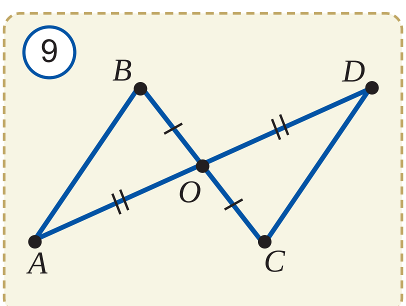


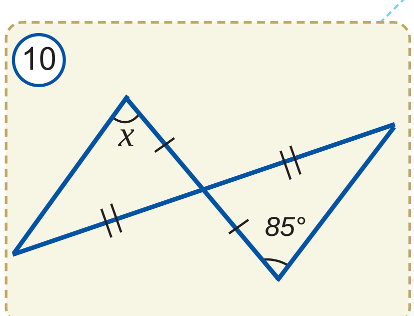






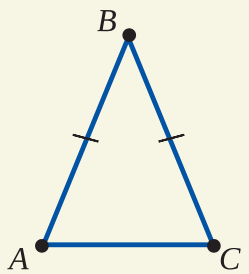






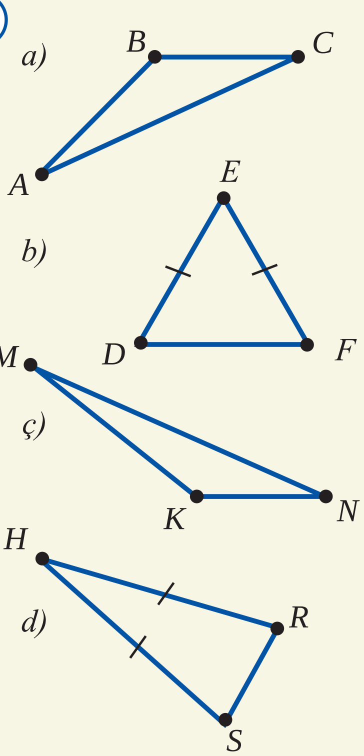
10 DEŇÝANLY ÜÇBURÇLUGYŇ HÄSIÝETLERI

1

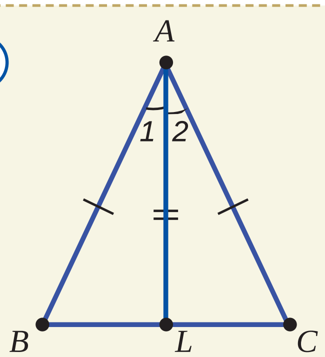


ABC – ***deňýanly üçburçluk***
AB, BC – ***gapdal taraplary***
AC – ***esasy***
B – ***depesi***

2



3



Iki tarapy deň bolan üçburçlugy *deňýanly üçburçluk* diýip atlandyrypdyk *(1-nji surat)*. Deňýanly üçburçlugyň deň taraplary onuň *gapdal taraplary*, üçünji tarapy bolsa *esasy,* esasynyň garşysynda ýatýan depesi bolsa deňýanly üçburçlugyň *depesi* diýip atlandyrylýar.

Işjeňleşdiriji gönükme

2-nji suratdaky üçburçluklaryň haýsylary deňýanly? Olaryň depesini, esasyny we gapdal taraplaryny aýdyň.

Geometrik barlag

Çyzgyjyň kömeginde islendik deňýanly üçburçluk çyzyň. Onuň esasyna sepleşýän burçlaryny ölçäň we deňeşdiriň. Bu işi ýene 2-3 sany başga deňýanly üçburçluklar üçin gaýtalaň we öz takmynyňyzy tassyklama görnüşinde aňladyň. Tejribe netijesinde tapylan bu häsiýet ähli deňýanly üçburçluklar üçin hem ýerlikli bolýar, diýip aýtmak mümkinmi?

Teorema. **Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlary deň.**

ΔABC, $AB = AC$
(3-nji surat)
⇒
$\angle B = \angle C$

Subudy. ABC üçburçlugyň A depesinden AL bissektrisany geçirýäris *(3-nji surat)*.

ABL we ACL üçburçluklara seredýäris. Olarda AL tarap umumy. Ikinjiden, teoremanyň şertine görä, $AB = AC$ (ΔABC – deňýanly). Üçünjiden bolsa, $\angle 1 = \angle 2$, çünki gurmaga görä AL – bissektrisa. Diýmek, ABL üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy ACL üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçuna degişlilikde deň eken. Onda üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ABL = \Delta ACL$ bolýar.

Hususan-da, bu üçburçluklaryň degişli burçlary hökmünde $\angle B = \angle C$ bolýar.

Teorema subut edildi.

Geometrik barlag

Deňýanly üçburçluk çyzyň. Onuň depesinden çykan bissektrisasyny geçiriň. Bu bissektrisa üçburçlugyň esasyny iki bölege bölýär. Şu bölekleriň uzynlygyny ölçäp deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Soň bissektrisa bilen esas emele getiren burçlary transportirde ölçäň we deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Bu netijeleri tassyklama görnüşinde aňladyň. Bu netijeler ähli deňýanly üçburçluklar üçin hem ýerlikli, diýip aýtmak mümkinmi?

Teorema. **Deňýanly üçburçlugyň esasyna geçirilen bissektrisa onuň hem medianasy, hem beýikligi bolýar (*7-nji surat*).**

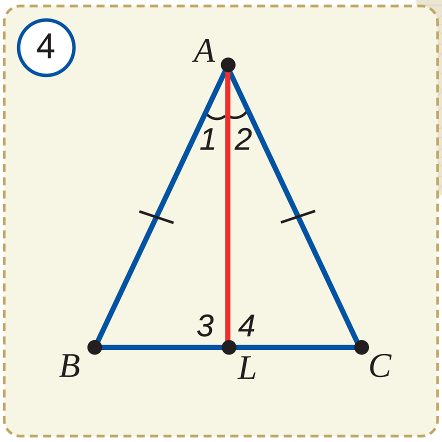
ΔABC, $AB = AC$, AL – bissektrisa ⇨ AL – mediana we beýiklik

Subudy. 1. AL kesim ABC üçburçlugyň bissektrisasy bolsa (4-nji surat), ýokarda subut edilen teorema görä, $\Delta ABL = \Delta ACL$ bolýar. Bu üçburçluklaryň deňliginden $BL = LC$ we $\angle 3 = \angle 4$ bolýandygyny tapýarys.

Diýmek, L nokat – BC tarapyň ortasy, AL bolsa ABC üçburçlugyň medianasy eken.

2. $\angle 3$ we $\angle 4$ özara deň we goňşy burçlar bolany üçin, olar göni burçlardyr.

Diýmek, AL kesim ABC üçburçlugyň beýikligi hem bolýan eken. ***Teorema subut edildi.***



Netije. **Deňýanly üçburçlugyň depesinden çykarylan bissektrisasy, medianasy we beýikligi gabat gelýär.**

Mesele. Deňýanly ABC üçburçlugyň gapdal taraplaryna AD we CF medianalar geçirilen. $\Delta ADC = \Delta CFA$ we $\Delta ADB = \Delta CFB$ bolýandygyny subut ediň.

ΔABC, $AB = BC$, AD we CF – medianalar (*5-nji surat*) ⇨ $\Delta ADC = \Delta CFA$, $\Delta ADB = \Delta CFB$

Subudy. $AB = BC$ bolany üçin, bu taraplardan AD we CF medianalar bölen kesimler özara deň bolýar:

$AF = FB = BD = CD$. (1)

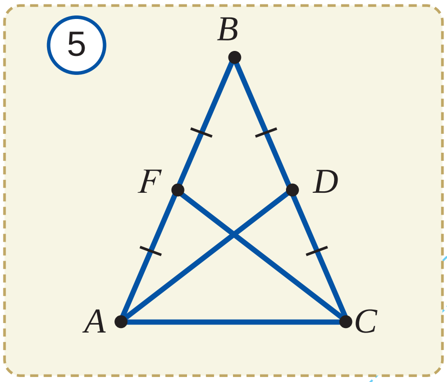
1) ADC we CFA üçburçluklara seredýäris. Olarda:

1. $\angle ACD = \angle FAC$, çünki ΔABC deňýanly;

2. AC tarap umumy;

3. $AF = CD$ – (1) deňlige görä.

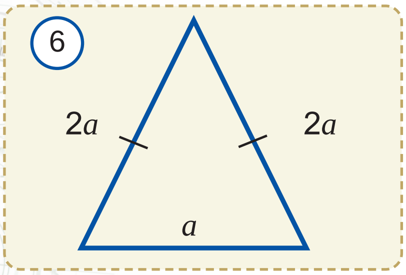
Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä $\Delta ADC = \Delta CFA$.

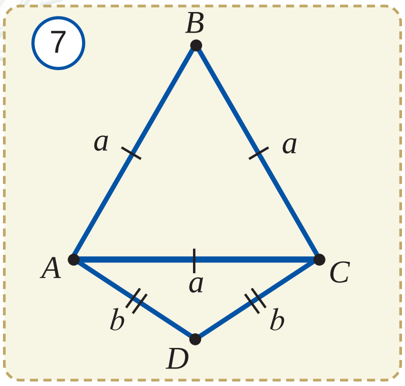


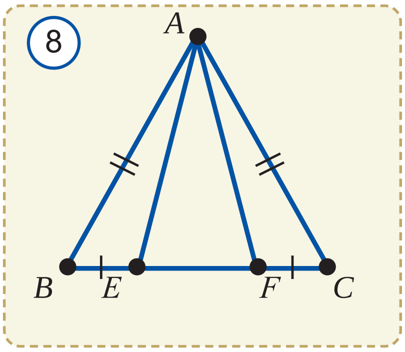
2) $\Delta ADB = \Delta CFB$ bolýandygyny özbaşdak subut ediň.

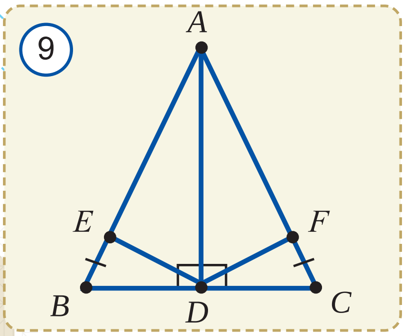
Tema degişli soraglar

1. Deňýanly üçburçluk kesgitlemesini we häsiýetlerini aýdyň.
3. Deňýanly üçburçlugyň esasyna geçirilen mediana onuň bissektrisasy bolarmy?









Amaly gönükme we ulanma

1. 6-njy suratda P = 50 cm bolsa, a = ?

2. 7-nji suratda P_{ABC} = 36 we P_{ADC} = 28 bolsa, a = ?, b = ?

3. Deňýanly üçburçlugyň gapdal taraplaryna geçirilen medianalary deň bolýandygyny subut ediň.

4. 8-nji suratda $AB=AC$, $BE=FC$. a) $\Delta ABE=\Delta ACF$; b) $AE=AF$; c) $\Delta ABF=\Delta ACE$ bolýandygyny subut ediň.

5. 9-njy suratda $AB=AC$, $BE=CF$. a) $\Delta AED=\Delta AFD$; b) $\Delta BED=\Delta CFD$ deňlikleri subut ediň.

6. Deň taraply üçburçlugyň ähli burçlarynyň deň bolýandygyny subut ediň.

7*. Iki deňýanly üçburçluklaryň esaslary we şu esasa geçirilen beýikliklerіň deňligine görä, olaryň deňligini subut ediň.

8. Deňýanly üçburçlugyň esasy gapdal tarapyndan 3 cm uly, ýöne gapdal taraplarynyň jeminden 5 cm kiçi. Üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

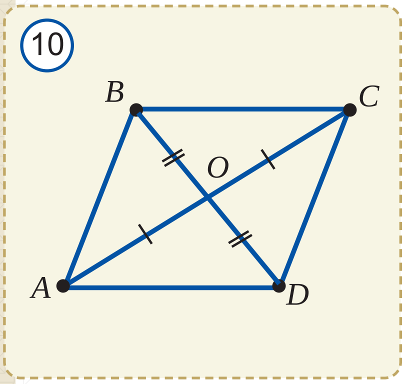
9*. Deňýanly üçburçlugyň taraplarynyň ortalary utgaşdyrylsa, deňýanly üçburçluk emele gelýändigini subut ediň.

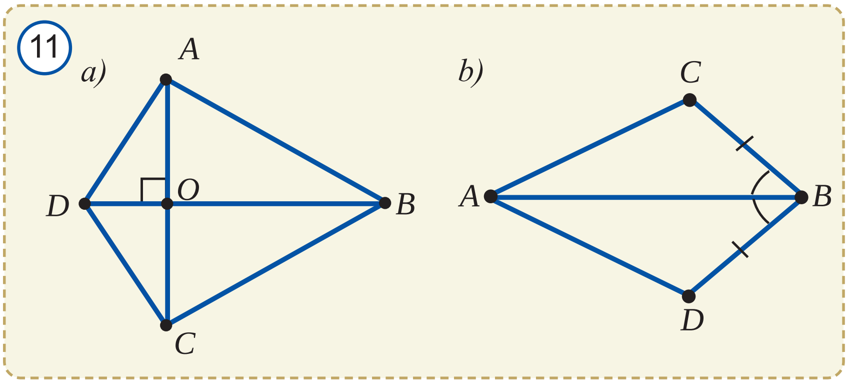
10*. Bir üçburçlugyň iki tarapy we bir burçy ikinji üçburçlugyň iki tarapyna we bir burçuna deň. Bu üçburçluklar deň bolarmy?

11*. Şeýle iki üçburçluk çyzyň, ýagny olardan biriniň iki tarapy we bir burçy ikinjisiniň iki tarapyna we bir burçuna deň bolsun, ýöne olar deň bolmasyn.

12. 10-njy suratda: $AO=OC$ we $BO=OD$. $AB=CD$ we $BC=AD$ bolýandygyny tapyň.

13*. 11-nji suratda a) $\Delta AOD=\Delta COD$, $\Delta ABD=\Delta CBD$; b) $\Delta ABD=\Delta ABD$ bolýandygyny subut ediň.





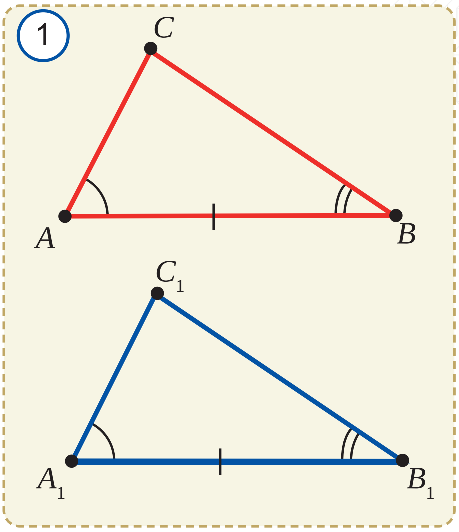
11 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ IKINJI NYŞANY

Indi üçburçluklaryň bir tarapy we oňa sepleşýän burçlary boýunça deňlik nyşanyna üns bereris. Indikide ony «üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany» diýip aýdarys.

Teorema. ***(Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany)*** **Eger bir üçburçlugyň bir tarapy we oňa sepleşýän iki burçy ikinji üçburçlugyň bir tarapyna we oňa sepleşýän iki burçuna degişlilikde deň bolsa, şeýle üçburçluklar özara deň bolýar.**

ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$ *(1-nji surat)*,
$AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Subudy. ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üstüne A üç A_1 üç bilen, AB tarap A_1B_1 tarap bilen gabat geler ýaly edip goýýarys. C we C_1 depeler A_1B_1 göni çyzygyň bir tarapynda ýatsyn.

Onda $\angle A = \angle A_1$ bolany üçin, AC tarap A_1C_1 şöhlede ýatýar, $\angle B = \angle B_1$ bolany üçin, BC tarap B_1C_1 şöhlede ýatýar.

Şonuň üçin C nokat AC we BC şöhleleriň umumy nokady hökmünde A_1C_1 we B_1C_1 şöhleleriň ikisinde-de ýatýar.

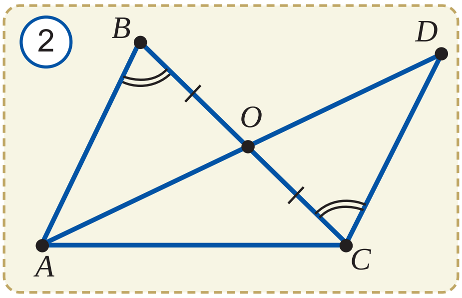
Onda C nokat A_1C_1 we B_1C_1 şöhleleriň umumy nokady –C_1 bilen gabat gelýär.

Netijede AC we A_1C_1, BC we B_1C_1 taraplar hem özara gabat gelýär.

Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar doly gabat gelýär. Bu bolsa olar deň diýmekdir.

Teorema subut edildi.

Mesele. 2-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, $\Delta AOB = \Delta DOC$ bolýandygyny subut ediň.

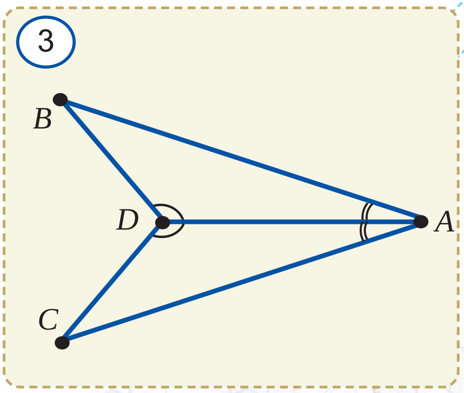


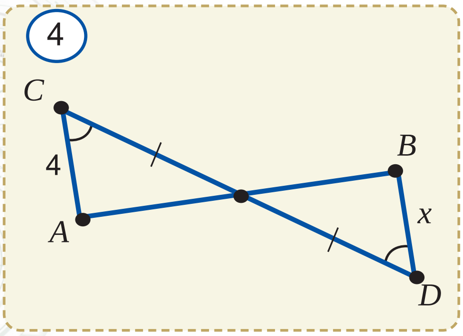
Subudy. $\angle AOB$ we $\angle DOC$ –wertikal burçlar bolany üçin olar deň bolýar.

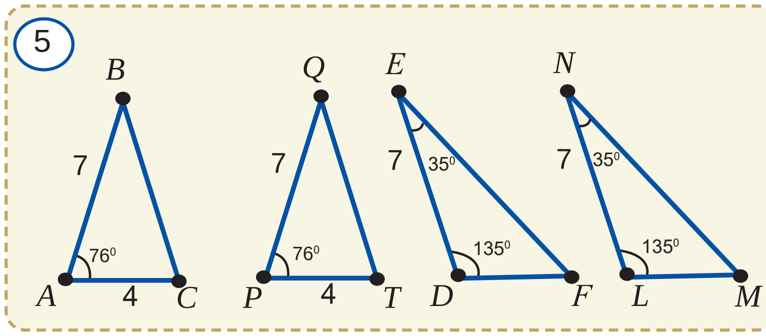
Netijede $BO=OC$, $\angle ABO=\angle DCO$ we $\angle AOB=\angle DOC$ deňliklere eýediris.

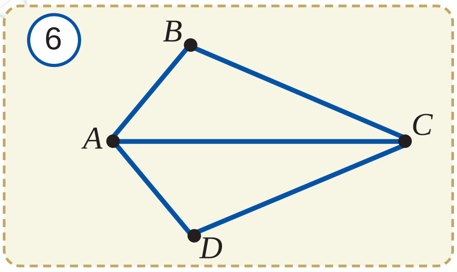
Diýmek, AOBüçburçlugyň bir tarapy we oňa sepleşýän iki burçy DOC üçburçlugyň bir tarapy we oňa sepleşýän iki burçuna degişlilikde deň eken.

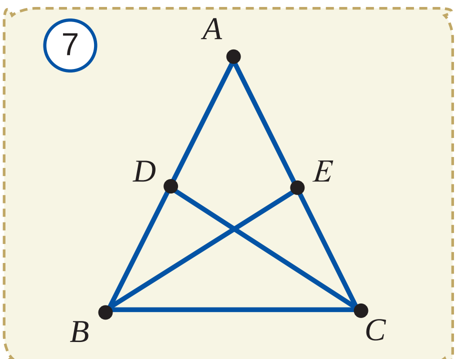
Onda üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä, AOBwe DOC üçburçluklar deň bolýar.

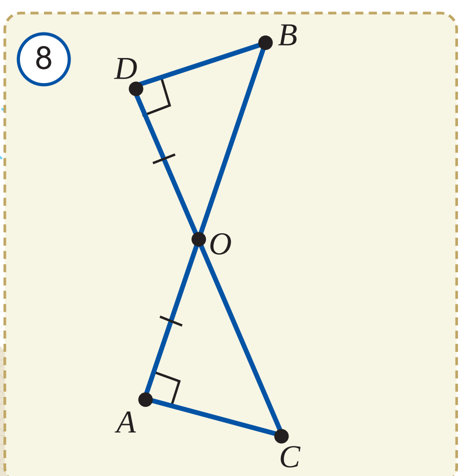


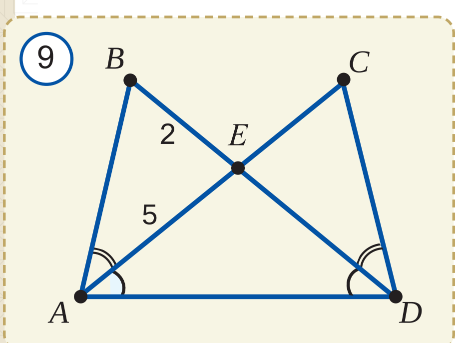












Tema degişli soraglar

1. BTB nyşanyna görä, üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça anyklanýar?

2. Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyny düşündiriň.

3. Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany näme üçin şeýle atlandyrylan?

Amaly gönükme we ulanma

1. 3-nji suratdaky ABD we ACD üçburçluklaryň deňligini subut ediň.

2. 4-nji suratdaky nämälim – x-i tapyň.

3. 5-nji suratdaky üçburçluklaryň haýsylary bir-birine deň? Näme üçin?

4. 6-njy suratda AC kesim BAD we BCD burçlaryň bissektrisasy bolsa, $\Delta ABC=\Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň.

5. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$ we $\angle B=\angle B_1$ bolýandygy mälim. AB we A_1B_1 taraplarda degişlilikde D we D_1 nokatlar $\angle ACD=\angle A_1C_1D_1$ bolýan edip alnan. Onda $\Delta BCD=\Delta B_1C_1D_1$ bolýandygyny subut ediň.

6. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $BO=CO$ we $\angle ACO=\angle DBO$ bolsa, ACO we DBO üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.

7. 7-nji suratdaky ABC üçburçlukda $AB=AC$. BE we CD bissektrisalaryň deň bolýandygyny subut ediň.

8. $\Delta OAC=\Delta ODB$ bolýandygyny subut ediň (8- nji surat).

9. ABC we ADC üçburçluklar deň. B we D nokatlar AC göni çyzygyň dürli tarapynda ýatýar. ABD we BCD üçburçluklaryň deňýanlydygyny subut ediň.

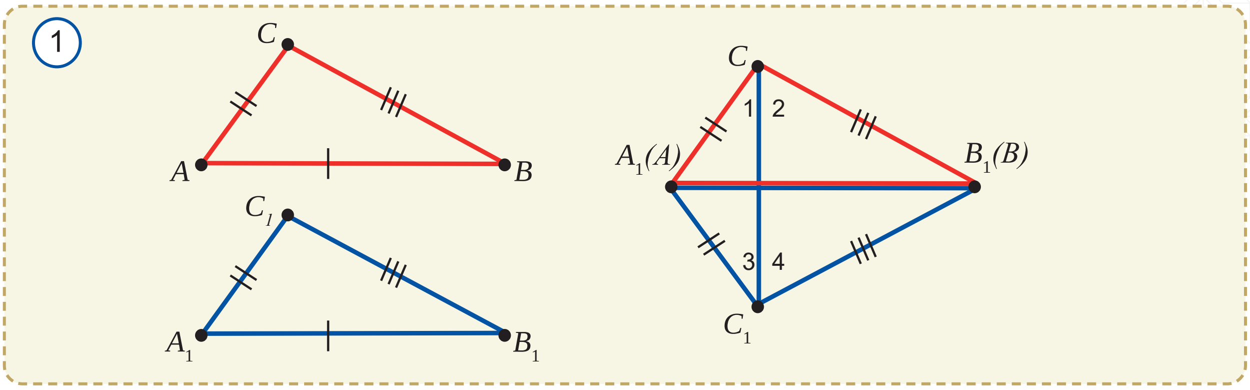
10*. 9-njy suratdaky maglumatlar esasynda AC we BD kesimleri tapyň.

12 ÜÇBURÇLUKLARYŇ DEŇLIGINIŇ ÜÇÜNJI NYŞANY

Indi üçburçluklaryň üç tarapy boýunça deňlik nyşany bilen tanyşýarys. Indikide ony «üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşany» diýip aýdarys.

Teorema. ***(Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşany)*** **Eger bir üçburçlugyň üç tarapy ikinji üçburçlugyň üç tarapyna degişlilikde deň bolsa, şeýle üçburçluklar özara deň bolýar.**

Berlen: ΔABC we $\Delta A_1B_1C_1$;
$AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$. ⇒ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$



Subudy. Aýdaly, ABC üçburçlugyň iň uly tarapy AB bolsun. ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üstüne, AB tarap A_1B_1 tarap bilen gabat geler ýaly hem-de C we C_1 depeler A_1B_1 göni çyzygyň dürli taraplarynda ýatar ýaly edip üstüne goýýarys *(1-nji surat)*.

Onda $AC = A_1C_1$ we $BC = B_1C_1$ bolany üçin, A_1C_1C we B_1C_1C üçburçluklar deňýanly bolýar.

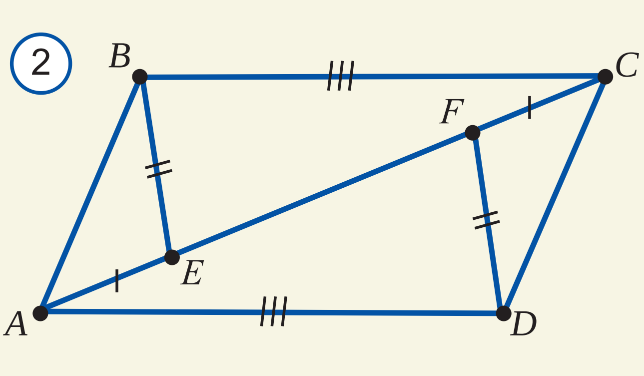
Onda deňýanly üçburçlugyň häsiýetine görä, $\angle 1 = \angle 3$ we $\angle 2 = \angle 4$ bolýar. Şonuň üçin $\angle ACB = \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ bolýar.

Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ we $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$. Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Teorema subut edildi.

Netije. ***Eger iki üçburçlugyň üç taraplary hem degişlilikde deň bolsa, olaryň degişli burçlary hem özara deň bolýar.***

Mesele. 2-nji suratda berlenlerden peýdalanyp: a) $\Delta AFD = \Delta CEB$;
b) $\Delta AEB = \Delta CFD$ bolýandygyny subut ediň.



Subudy. 2-nji suratda berlenlere görä $AE = FC$, $BE = FD$ we $AD = BC$.

1) $AF = AE + EF$ bolany üçin
$EC = EF + FC = EF + AE = AF.$
Diýmek, ΔAFD we ΔCEB-niň degişli

taraplary özara deň we üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä, $\Delta AFD=\Delta CEB$.

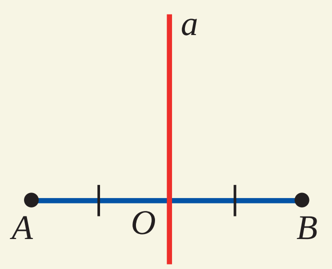
2) $\Delta AFD=\Delta CEB$ bolany üçin $\angle BEF=\angle EFD$. Onda, BEF we AEB, EFD we CFD burçlar goňşy burçlar bolany üçin $\angle AEB=\angle CFD$ bolýar.

AEB we CFD üçburçluklarda: **1.** $AE=FC$; **2.** $BE=FD$; **3.** $\angle AEB=\angle CFD$.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta AEB=\Delta CFD$ bolýar.

Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýeti

3



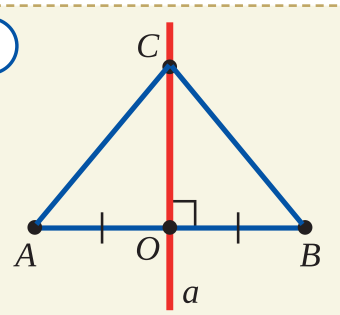
Indi üçburçluklaryň deňlik nyşanlarynyň teoremalary subut etmekde ulanylyşyna üns bereliň.

AB kesim berlen bolsun. Onuň ortasy bolan O nokatdan AB kesime perpendikulýar A göni çyzygy geçirýäris *(3-nji surat)*. Bu göni çyzyk AB kesimiň *orta perpendikulýary* diýip atlandyrylýar.

Teorema. **Kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady kesimiň depelerinden deň uzaklykda ýerleşen bolýar.**

AB kesim, C - AB kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady (4-nji surat)	$AC = BC$

4



Subudy. ACO we BCO üçburçluklarda *(2-nji surat)*:

1) OC – umumy tarap;

2) $AO=BO$ –şerte görä;

3) $\angle AOC=\angle BOC=90°$ –şerte görä.

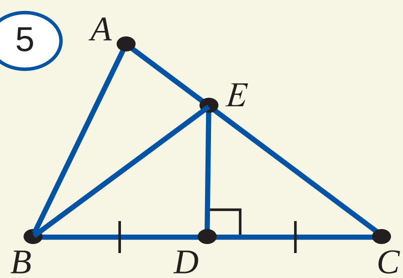
Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta AOC=\Delta BOC$.

Hususan-da, $AC=BC$.

Teorema subut edildi.

Mesele. ABC üçburçlugyň BC tarapyna geçirilen orta perpendikulýar AC tarapy E nokatda kesip geçýär. Eger $BE = 6\ cm$, $AC = 8{,}4\ cm$ bolsa, AE we CE kesimi tapyň.

5



Çözülişi. ABC üçburçlugyň BC tarapynyň orta perpendikulýary DE bolsun *(5-nji surat)*.

Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetine görä, $CE = BE = 6\ cm$.

$AE+EC=AC$ bolany üçin,

$AE=AC-EC= 8{,}4 - 6 = 2{,}4\ (sm)$.

Jogaby: $AE = 2{,}4\ cm$, $CE = 6\ cm$.

Tema degişli soraglar

1. 6-njy suratdaky üçburçluk şeklindäki gurluşlary tapyň. Olar näme sebäpden hut üçburçluk şeklinde?

2. Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanynda üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça deňeşdirilip anyklanýar?

2. Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyny düşündiriň.

3. Kesimiň orta perpendikulýary näme?

4. Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetini düşündiriň.

5. Käbir üçburçluk çyzyň we onuň her bir tarapyna orta perpendikulýar geçiriň. Nämäni aňdyňyz? Çyzgyňyzy synpdaşyňyzyň çyzgysy bilen deňeşdiriň we kesgitlenen häsiýeti çak hökmünde aňladyň.

6. Nähili üçburçlukda üçburçlugyň tarapyna geçirilen orta perpendikulýar şu tarapa geçirilen beýiklik bilen gabat gelýär?

Amaly gönükme we ulanma

1. 7-nji suratda berlenlere görä, $\Delta ABC=\Delta CDA$ bolýandygyny subut ediň.

2. 8-nji suratda: a) $\Delta ABC=\Delta ABD$; b) $\Delta BOC=\Delta BOD$ bolýandygyny subut ediň.

3. 8-nji suratda: a) $\Delta AOC=\Delta AOD$; b) $AB\perp CD$ bolýandygyny subut ediň.

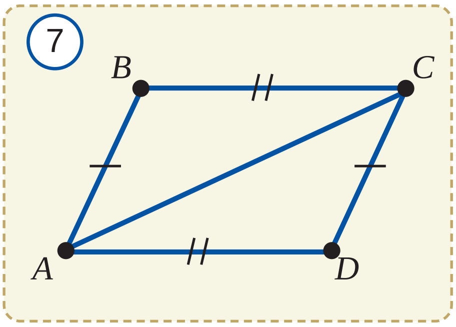
4. ABC we ABD esaslary AB bolan deňýanly üçburçluklar bolsa, $\Delta ACD=\Delta BCD$ bolýandygyny subut ediň.

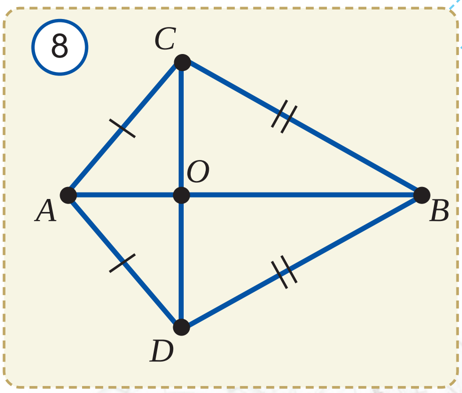
5. Eger 9-njy suratda $BA=AK$, $AC=AN$, $\angle BAC=\angle NAK$ bolsa, depeleri A, B, C, K we N nokatlarda bolan ähli deň üçburçluklaryň jübütligini anyklaň.

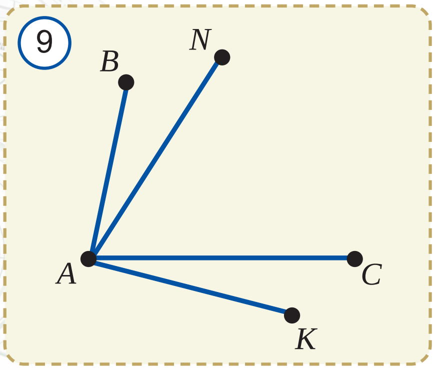
6. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB=A_1B_1$ we $BC=B_1C_1$ bolup, olaryň perimetrleri deň bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.

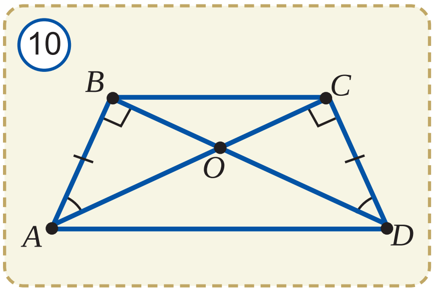
7.* AB we CD kesimler kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýär. $\Delta ACD=\Delta BDC$ bolýandygyny subut ediň.

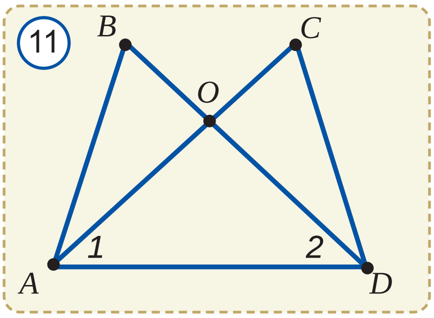
8. 10-njy suratda näçe sany özara deň üçburçluklar jübütiniň bardygyny anyklaň.

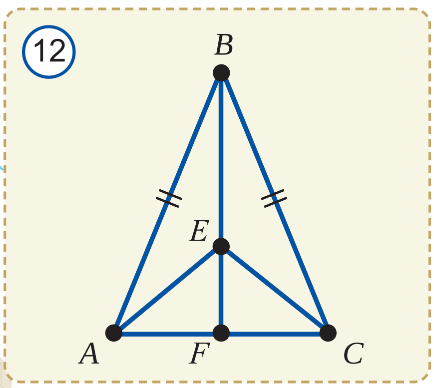












9*. Eger 11-nji suratda: a) $\angle 1=\angle 2$, $AC=BD$; b) $\angle 1=\angle 2$, $BO=OC$, $AB=CD$ bolsa, $\Delta ABD=\Delta DCA$ bolýandygyny görkeziň.

10. ABC üçburçlugyň BC tarapyna geçirilen orta perpendikulýar AC tarapy D nokatda kesip geçýär. Eger BD = 7,2 cm, AD = 3,2 cm bolsa, AC nämä deň?

11. ABC we ABD deňýanly üçburçluklar umumy AB esasa eýe. CD göni çyzyk AB kesimiň orta perpendikulýary bolýandygyny subut ediň.

12*. ABC deňýanly üçburçlugyň AB gapdal tarapyna geçirilen orta perpendikulýar BC tarapy D nokatda kesip geçýär. Eger ADC üçburçlugyň perimetri 24 cm-e deň we AB = 16 cm bolsa, AC esasy tapyň.

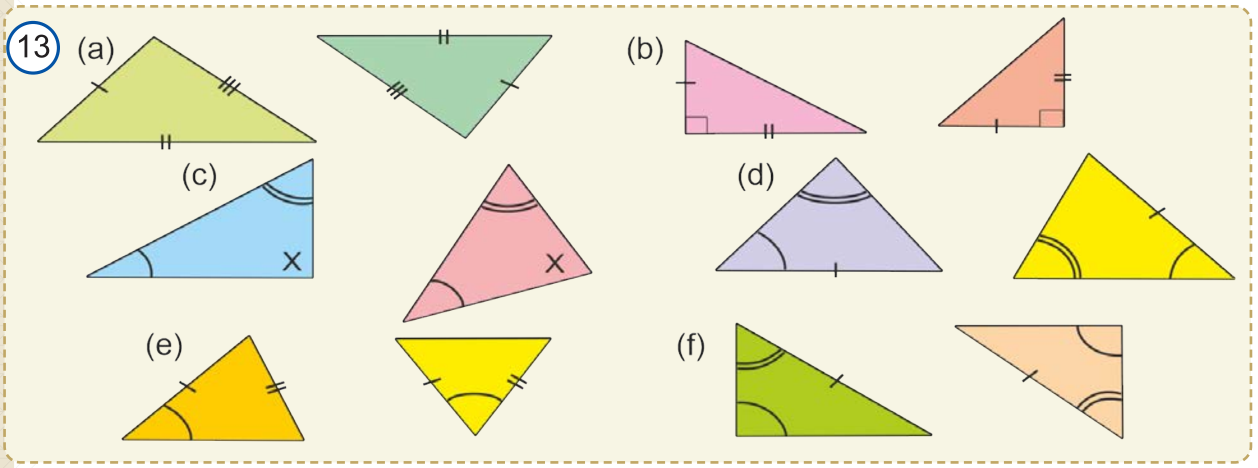
13*. Üçburçlugyň taraplaryna geçirilen orta perpendikulýarlar bir nokatda kesişýändigini subut ediň.

14. Deňýanly ABC üçburçlugyň esasyna geçirilen BF bissektrisasynda E nokat alnan (*12-nji surat*). $\Delta ABE = \Delta CBE$ deňligi TTT nyşandan: a) peýdalanyp; b) peýdalanmazdan subut ediň.

15. ABC we $A_1C_1B_1$ üçburçluklarda $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, $\angle A$= 30°, $\angle B$= 60° we $\angle C_1$= 90°-dygy mälim. Şu üçburçluklaryň galan burçlaryny tapyň.

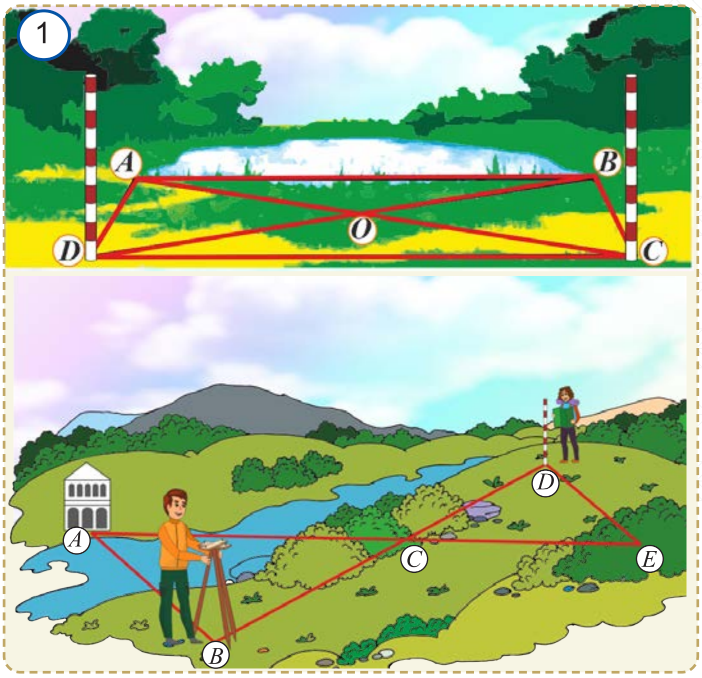
16. ABC we DEF deňýanly üçburçluklar özara deň. ABC üçburçlukda $AC=BC$ we AB = 2 cm. Eger DE= 4 cm bolsa, her bir üçburçlugyň perimetrini tapyň.

17. 13-nji suratdaky üçburçluklaryň jübütlerinden haýsysy özara deň bolar? Näme üçin?



13 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ

Kölüň giňligini ölçemek



Aýdaly, A we B nokatlar kölüň çetki nokatlary bolsun *(1-nji surat)*. Görnüşi ýaly, AB kesimi gönüden-göni ölçäp bolmaýar. Gury ýerde nähili gurmak işlerini ýerine ýetirip, bu aralygy ölçemek mümkin?

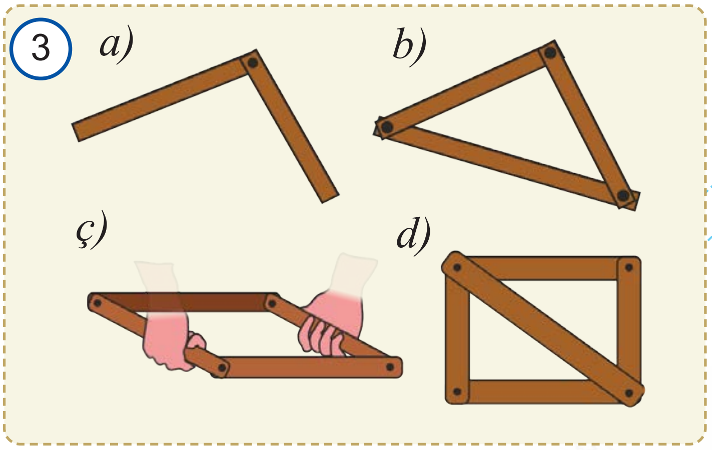
Çözülişi. Gury ýerde şeýle O nokady saýlaýarys, ýagny OA we OB kesimler boýunça gury ýerden A we B nokatlara baryp bolar ýaly. ABC üçburçluk guryarys. AO we BO taraplary dowam etdirip, $OC=AO$ we $OD = BO$ kesimleri goýýarys. C we D nokatlary utgaşdyrýarys. Netijede üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\Delta AOB = \Delta COD$ bolýar. Hususan-da, $AB = DC$ bolýandygy gelip çykýar.

Diýmek, gurlan DC kesimiň uzynlygyny ölçäp, AB kesimiň hem uzynlygyny tapan bolýarys. 2-nji suratda şekillendirilen ýagdaýy özbaşdak düşündiriň.

Üçburçlugyň «berk» figura bolýandygyny esaslandyrmak

Iki agaç tagtajyklaryň (reýkalaryň) depelerini bir-birine 3-nji a suratda görkezilişi ýaly edip, çüý bilen birleşdirýäris. Emele gelen figura «berk» bolmaýar, çünki onuň erkin depelerini dürli tarapa öwrüp, taraplarynyň arasyndaky burçy islendikçe üýtgetmek mümkin.

Indi bu reýkalaryň erkin depelerine üçünji reýkany, 3-nji b suratda görkezilişi ýaly edip, çüý kakyp birleşdirýäris. Emele gelen üçburçluk «berk» figura bolýar. Çünki näçe synanyşsaň-da onuň taraplaryny öwrüp, burçlaryny üýtgedip bilmersiňiz.



1. Üçburçlugyň «berk» figura bolýandygyny üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanynyň kömeginde düşündiriň.

2. 3-nji ç, d suratdaky dörtburçly gurluş nämäniň hasabyna berk boldy?

3. Üçburçlugyň berklik aýratynlygyndan gurluşykda giň peýdalanylýar. 77-nji sahypadaky 9-njy suratda şekillendirilen desgada we gurluşlarda näme sebäpden üçburçluk şeklindäki gurluşlardan peýdalanylýandygyny düşündiriň.

13.2. Bilimiňizi synaň

1. Boş galdyrylan ýerleri logiki taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Eger üçburçlugyň iki tarapy deň bolsa, ol .... bolýar.
2. Deňýanly üçburçlugyň .... onuň hem medianasy, hem beýikligi bolýar.
3. Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzykdan ybarat figura .... diýilýär.
4. Hemme taraplary özara deň bolan üçburçlugyň .... deň bolýar.
5. .... üçburçlugyň medianalary, bissektrisalary we beýiklikleri özara deň.
6. .... esasyna sepleşýän burçlary deň.
7. Deň taraply üçburçluk .... üçburçluk hem bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerdäki ýalňyşy tapyň we düzediň.

1. Deňýanly üçburçlugyň burçlary deň.
2. Eger iki üçburçlugyň burçlary degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
3. Deňýanly üçburçlugyň medianasy onuň hem bissektrisasy, hem beýikligi bolýar.
4. Üçburçlugyň burçundan çykyp, şu burçy deň ýarpa bölýän şöhlä üçburçlugyň bissektrisasy diýilýär.
5. Mediana – üçburçlugyň tarapyny deň ýarpa bölýän çyzyk.
6. Eger iki üçburçlugyň bir tarapy we iki burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
7. Bir üçburçlugyň iki tarapy we bir burçy ikinji üçburçlugyň iki tarapy we bir burçuna degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
8. Perimetri deň bolan üçburçluklar özara deň bolýar.
9. Üçburçlugyň beýikligi onuň tarapy ortasyna geçirilen perpendikulýardyr.
10. Eger bir üçburçlugyň üç burçy ikinji üçburçlugyň üç burçuna degişlilikde deň bolsa, şeýle üçburçluklar özara deň bolýar

3. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik figuranyň adyny sag sütündäki degişli hatara ýazyň.

1	Hemme medianalary deň	
2	Üçburçlugyň bir depesi we şu depesiniň garşysyndaky tarap ortasyny sepleşdirýän kesim	
3	Üçburçlugyň bir depesinden şu depesiniň garşysyndaky tarapa geçirilen perpendikulýar	
4	Üçburçlugyň taraplarynyň jemi	
5	Öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýetini ýa-da düşündirişini tapyp goýuň.

Geometrik düşünjeler	Häsiýeti ýa-da düşündirişi
1. Döwük çyzyk	(A) bir burçy göni burç.
2. Köpburçluk	(B) üçburçlugyň depesini şu depäniň garşysyndaky tarapyň ortasy bilen utgaşdyrýar.
3. Üçburçlugyň perimetri	(Ç) iki tarapy deň.
4. Ýiti burçly üçburçluk	(D) öz-özüni kesmeýän ýapyk döwük çyzyk.
5. Deňýanly üçburçluk	(E) yzygider gelen ikisi bir göni çyzykda ýatmaýan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesimlerden düzülen.
6. Gönüburçly üçburçluk	(Ä) üç tarapynyň jemi.
7. Üçburçlugyň medianasy	(F) hemme burçlary ýiti.
8. Üçburçlugyň bissektrisasy	(G) üçburçlugyň burçunyň bissektrisasynyň üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatýan bölegi.
9. Üçburçlugyň beýikligi	(H) üçburçlugyň depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga geçirilen perpendikulýar.
10. Kesimiň orta perpendikulýary	(J) kesimiň ortasyna geçirilen perpendikulýar.

5. Testlar.

1. Deňýanly üçburçlugyň iki tarapy 8 we 3-e deň. Onuň üçünji tarapyny tapyň.

A) 5 B) 8 Ç) 11 D) 9

2. Deňýanly üçburçlugyň bir tarapy ikinjisinden 3 cm gysga we perimetri 36 cm bolsa, onuň gapdal tarapyny tapyň.

A) 11 B) 12 Ç) 14 D) 18

3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48, gapdal tarapy 18-e deň. Onuň esasyny tapyň.

A) 18 B) 12 Ç) 16 D) 18

4. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48-e deň. Onuň taraplaryndan biri 12-ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.

A) 12; 12 B) 16; 16 Ç) 18; 24 D) 18; 18

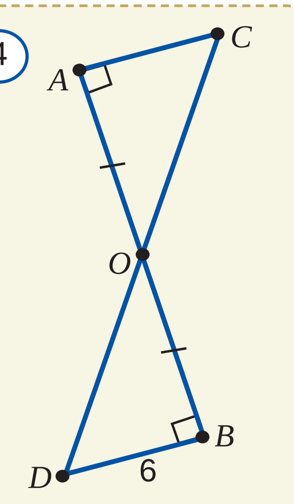
5. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 36-a, taraplaryndan biri bolsa 16-a deň. Üçburçlugyň galan iki tarapynyň uzynlyklaryny tapyň.

A) 16 we 4 B) 10 we 10 Ç) 10 we 10 ýa-da 16 we 4 D) Şeýle üçburçluk ýok.

6. AC kesimiň uzynlygyny tapyň *(4-nji surat).*

A) 6 B) 8 Ç) 12 D) 10,5

4



7. Üçburçlugyň näçe sany medianasy bar?

A) bir B) iki Ç) üç D) alty

8. Üçburçlugyň bissektrisasy nähili figura?

A) kesim B) şöhle Ç) göni çyzyk D) nokat

9. Üçburçlugyň haýsy elementi onuň daşky ýaýlasynda ýatmagy mümkin?

A) medianasy B) beýikligi

Ç) bissektrisasy D) diagonaly

10. «Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýar», diýen tassyklamany nähili atlandyrmak mümkin?

A) kesgitleme B) häsiýet

Ç) nyşan D) aksioma

11. 5-njy suratdaky ABC we FED üçburçluklar deňmi?

A) hawa B) ýok

12. 6-njy suratdaky haýsy üçburçluklar özara deň?

A) $\Delta KLM = \Delta LMH$ B) $\Delta KLH = \Delta MLH$

Ç) $\Delta KLM = \Delta KLH$ D) Hiç biri

13. 7-nji suratdaky ABD we CDB üçburçluklar haýsy nyşanyna esasan deň bolýar?

A) Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä

B) Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä

Ç) Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä

D) Bu üçburçluklar deň däl

14. 8-njy surata seredip üçburçlugyň görnüşini anyklaň.

A) deň taraply B) deňýanly

Ç) кütek burçly D) hiç zat aýdyp bolmaýar

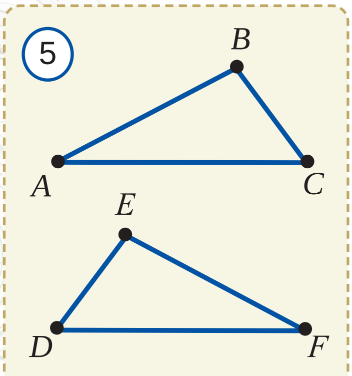
15. 9-njy suratdaky maglumatlara görä aşakdaky deňliklerden nädogrusyny tapyň.

A) $\angle GEF = \angle HFE$ B) $\angle EGF = \angle FHE$

D) $\angle EHF = \angle FEG$ D) $\angle EFH = \angle GEF$

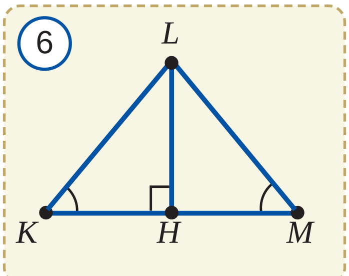
16. Perimetri 12 cm bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 7 cm we 9 cm bolan üçburçluklara bölýär. Beýikligiň uzynlygyny tapyň.

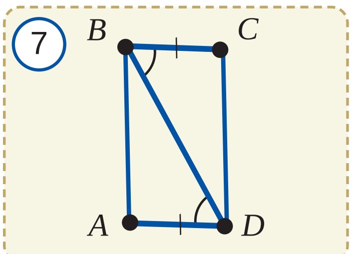
A) 2 cm B) 3 cm Ç) 1 cm D) 4 cm.

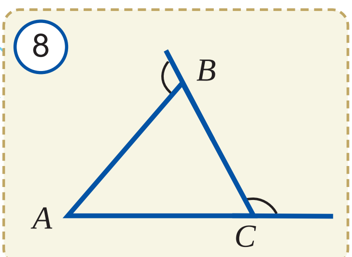


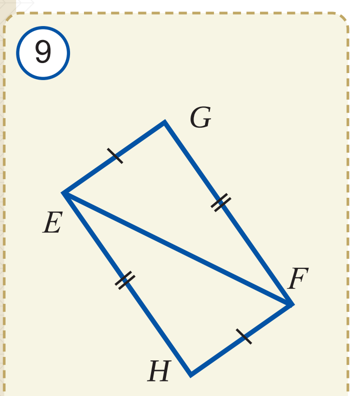
$AC = DF,\ \angle A = \angle F,$

$AB = FE$



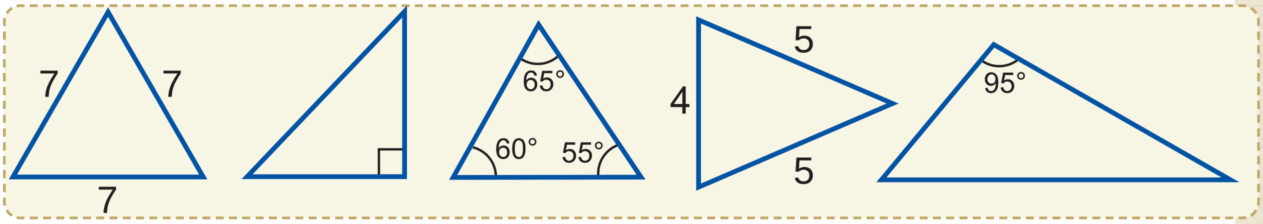




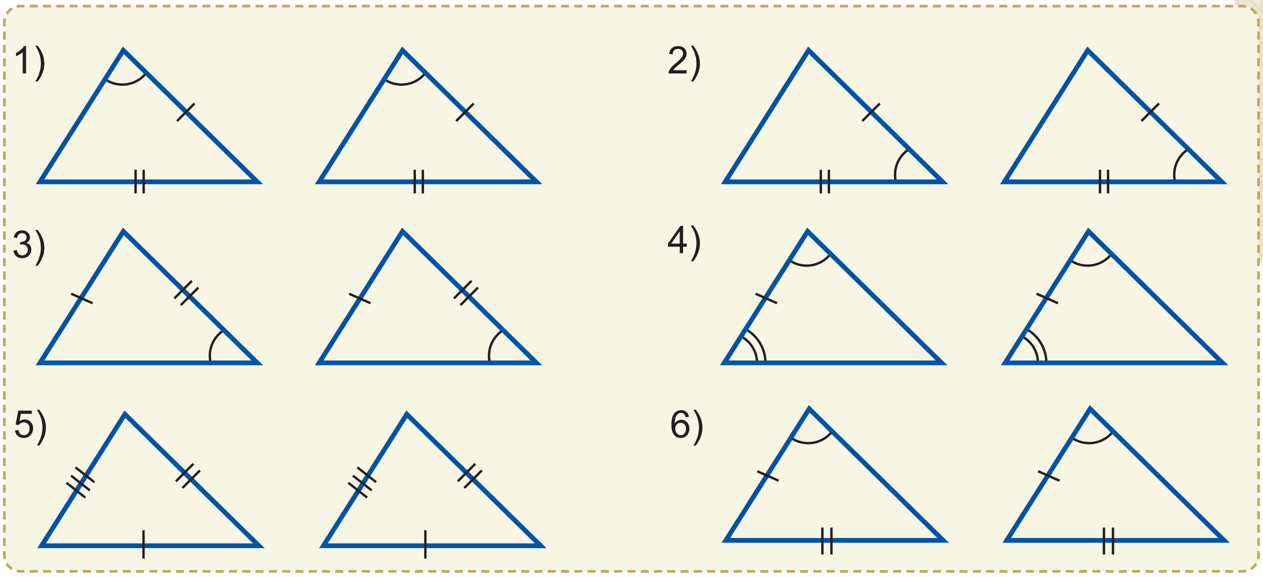


6. Meseleler.

1. Suratda berlen maglumatlar esasynda üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.



2. Aşakda getirilen üçburçluklaryň jübütlerinden haýsylary özara deň bolýar? Haýsy nyşanyna görä?



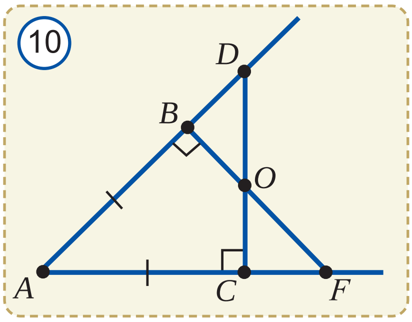
3. 11-nji suratda $\Delta ACD=\Delta ABF$ bolýandygyny subut ediň.

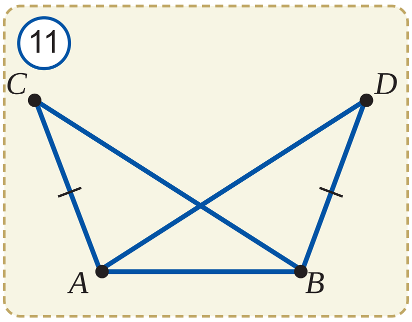
4. Eger 12-nji suratda $\angle CAB=\angle ABD$ bolsa, $AD=BC$ bolýandygyny görkeziň.

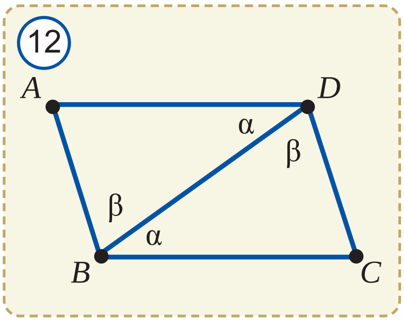
5. 13-nji suratda $\Delta ABD=\Delta BCD$ bolýandygyny subut ediň.

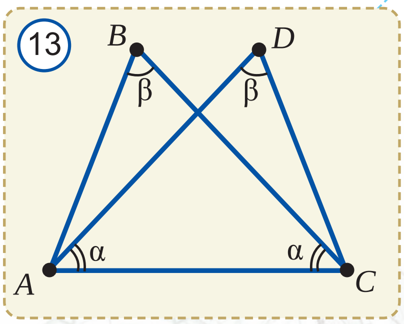
6. 14-nji suratda $\Delta ABC=\Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň.

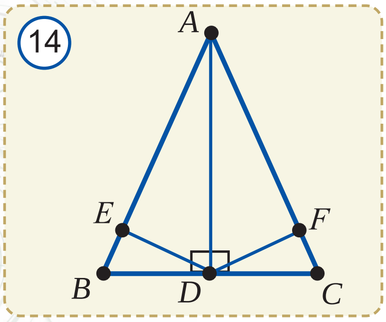
7. Eger ΔABC we ΔPQR da $AB=PQ$, $AC=PR$ we $BC=QR$ bolsa, ΔABC we ΔPQR deň bolarmy?











8. Eger 14-nji suratda $BD=DC$, $AE=AF$ bolsa, ähli deň üçburçluklaryň jübütlerini anyklaň we esaslandyryň.

9. 15-njy suratda $\Delta ABC=\Delta EFD$ bolýandygyny subut ediň.

10. 16-njy suratda $AD=CE$ bolýandygyny subut ediň.

11. 17-nji suratdaky maglumatlara görä x y tapyň.

12. AE we BD kesimler C nokatda kesişýär. Eger $DC=DE$, $AB=BC$ we $\angle BAC=48°$ bolsa, $\angle CED$-ni tapyň.

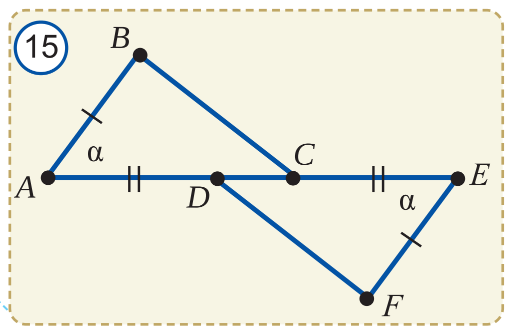
13. ABC üçburçlugyň içinde D nokat alnan. Eger $AC=AB$, $CD=BD$ we $\angle BDA=120°$ bolsa, $\angle ADC$-ni tapyň.

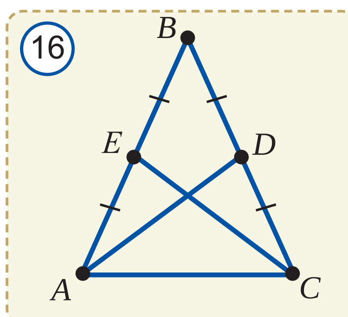
14. Eger üçburçlugyň käbir bissektrisasy onuň beýikligi hem bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

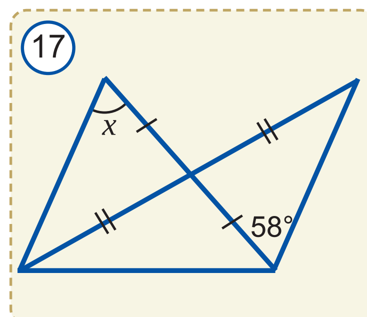
15. Eger üçburçlugyň käbir beýikligi onuň bissektrisasy hem bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

16. Eger üçburçlugyň käbir medianasy onuň beýikligi hem bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

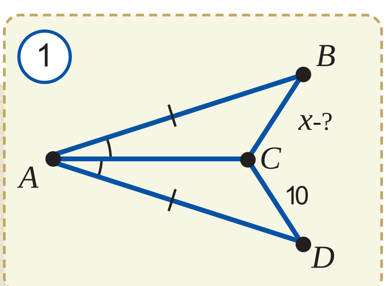
17. Iki üçburçlugyň üç burçlary hem degişlilikde deň bolsa, olaryň degişli taraplary hem özara deň bolarmy?







3-nji barlag işiniň nusgasy



Barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

1) 93-94-nji sahypalardaky test soraglaryna meňzeş 5 sany test;

2) Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele «bäşlik» baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. 1-nji suratda berlen maglumatlar boýunça nämälim kesimi tapyň.

2. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $\angle CAB=\angle ABD$ we $AO=BO$ bolsa, $\angle ACO=\angle BDO$ bolýandygyny subut ediň.

3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 18,4 m-e deň, esasy bolsa gapdal tarapyndan 3,6 m gysga. Şu üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

4*. Üçburçluklaryň deňligini iki taraplarynyň we şu taraplarynyň birine geçirilen medianalarynyň deňligine görä subut ediň.

"GeoGebra"da amaly ýumuşlary ýerine ýetirmek

- ***Gerekli komponentler***
- Gurmagy başlamazdan öň deň taraply üçburçlugyň häsiýetlerini ýada salyň.
- ***GeoGebra***da täze penjire açyň.
- ***GeoGebra*** interfeýsini ***Настройки*** – ***Геометрия*** görnüşine geçiriň.
- ***"GeoGebra" enjamlar panelindäki gerekli enjamlar***

	Окружность с центром через точку **Ýatlatma.** syçany bir gezek basmak arkaly töweregiň merkezini, ikinji gezek basmak arkaly töweregiň radiusyny belgiläň.
	Показывать объект **Ýatlatma.** gizlin ýagdaýa geçirmek gerek bolan obýekti saýlaň.
	Угол **Ýatlatma.** üç nokady sagat strelkasyna garşy ugurda belgiläň we gerekli burçy alyň.

Deň taraply üçburçluk gurmagyň algoritmi

1		***AB*** kesim guruň.
2		Merkezi ***B*** nokatda bolan töwerek çyzyň.
3		Merkezi ***A*** nokatda bolan ***B*** nokatdan geçýän töwerek çyzyň.
4		Iki töweregiň kesişme nokatlaryny belgiläň.
5		***ABC*** köpburçlugy sagat strelkasyna garşy ugur boýunça guruň.

6		Iki töweregi gizlin ýagdaýa geçiriň.
7		Üçburçlugyň içki burçlaryny onuň taraplaryna basmak arkaly görkeziň. **Ýatlatma.** syçany sagat strelkasy boýunça hereketlendirmek arkaly üçburçlugyň içki burçlaryny tapyň.
8	Сохранить	Özgerişleri saklamak
9	Перемещать	***Перемещать*** – serişdesinden peýdalanyp gönüburçlugyň dogry gurlandygyny barlaň

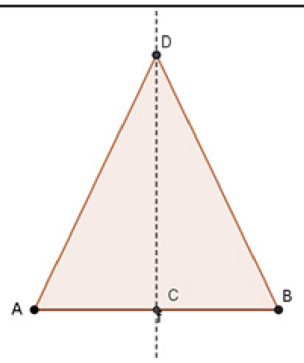
Özbaşdak ýerine ýetirmek üçin ýumuş

Deňýanly üçburçluk gurmak

Esasy we beýikligi uzynlygyny syçan bilen süýräp üýtgetmek mümkin bolan deňýanly üçburçluk guruň.

Şu wezipäni ýerine ýetirmek üçin size aşakdaky serişdeler gerek bolar:

Отрезок	***Kesim gurmak***
Середина или центр	Kesim ýa-da iki nokadyň ortasyny tapmak
Перпендикулярная прямая	Berlen nokat arkaly göni çyzyk ýa-da kesime perpendikulýar geçirmek
Точка	Tekizlikde nokat gurmak
Многоугольник	Köpburçluk gurmak
Перемещать	Grafiki obýekti syçan bilen süýräp dinamiki ýagdaýda üýtgetmek



III BAP

PARALLEL GÖNI ÇYZYKLAR

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

Bilim:

– parallel göni çyzyklaryň kesgitlemesi we häsiýetleri;
– iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlaryň görnüşleri we olary çyzgyda tapawutlandyryp bilmek;
– iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary;
– berlen teorema ters bolan teoremany aňladyp bilmek.

Amaly başarnyklar:

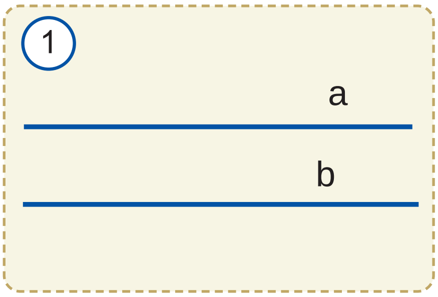
– üçburçly we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde parallel göni çyzyklary gurup bilmek;
– iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlary çyzgyda görkezip berip bilmek.
– parallel göni çyzyklaryň häsiýetlerini we iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny meseleler çözende peýdalanmak.

14 PARALLEL GÖNI ÇYZYKLAR

14.1. Göni çyzyklaryň parallelligi

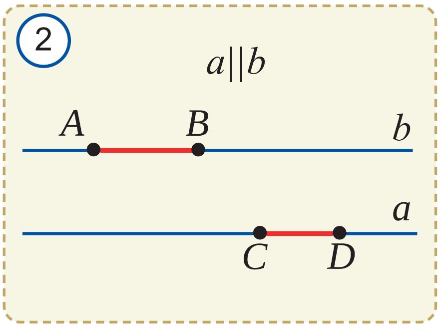
Işjeňleşdiriji gönükme

Eger iki göni çyzyk bir göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olar özara kesişmegi mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.



Bir tekizlikde ýatýan we özara kesişmeýän göni çyzyklara *parallel göni çyzyklar* diýilýär. 1-nji suratda parallel göni çyzyklar şekillendirilen. a we b göni çyzyklaryň parallelligi $a||b$ ýaly ýazylýar we gysgaça «*a göni çyzyk b göni çyzyga parallel*» diýlip okalýar.

Parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimler (şöhleler) *parallel kesimler* (şöhleler) diýlip aýdylýar. 2-nji suratda parallel kesimler şekillendirilen.

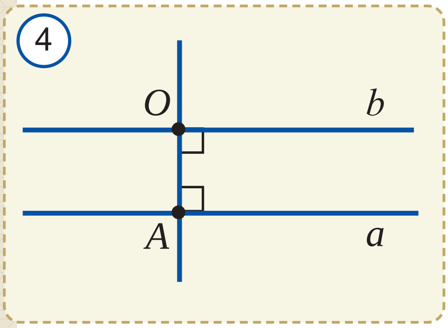


Parallel kesimlere durmuşda köp duşansyňyz. Mysal üçin, demir ýol relsleri *(3-nji surat)*, gönüburçluk şeklindäki stoluň garşylykly gapyrgalary, gözenekli depder listindäki gorizontal ýa-da wertikal çyzyklar we başgalar.

Şeýdip, kesgitlemä görä, göni çyzyklar parallel bolmagy üçin olar bir tekizlikde ýatmaly we umumy nokada eýe bolmaly däl, ýagny kesişmeli däl.

53-njy sahypada öň subut edilen teoremany indi aşakdaky ýaly aňlatmak mümkin:

Teorema. **Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara paralleldir.**

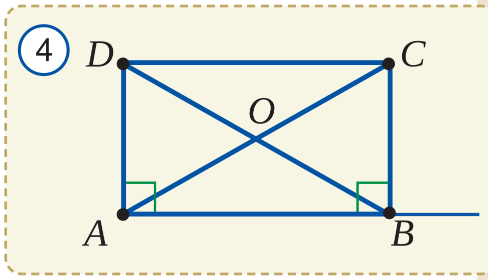


Mesele. a göni çyzyga degişli bolmadyk O nokatdan oňa parallel göni çyzyk geçirmek mümkinligini görkeziň.

Çözülişi. 57-nji sahypada subut edilen teorema görä, O nokatdan a göni çyzyga perpendikulýar OA göni çyzyk geçirýäris *(4-nji surat)*. Soň O nokatdan OA göni çyzyga, ýene şol teorema görä, perpendikulýar b göni çyzygy geçirýäris. Netijede $a \perp OA$ we $OA \perp b$, ýagny OA göni çyzyga perpendikulýar bolan iki a we b göni çyzyklara eýe bolarys. Onda ýokardaky teorema görä, a we b göni çyzyklar özara parallel bolýar, ýagny b gözlenen göni çyzykdyr.

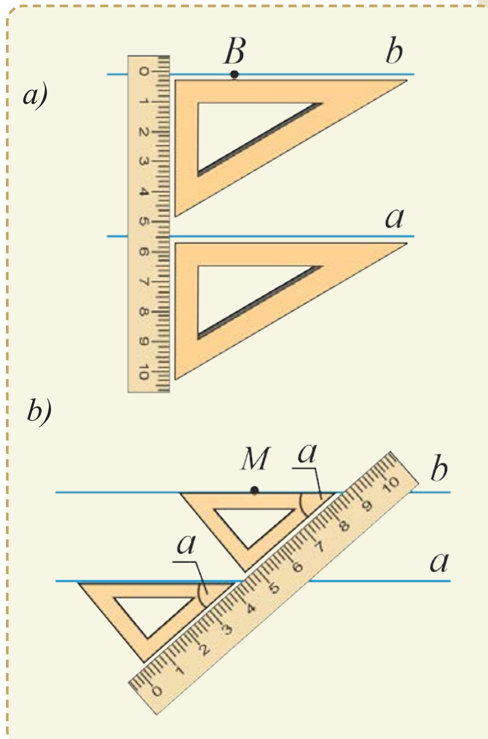
Geometrik barlag

A şöhle alyp oňa AB kesim goýuň *(4-nji surat)*. A we B göni burçlary A şöhleden başlap kesgitli ýarymtekizlige goýuň. Bu burçlaryň taraplaryna bir-birine deň bolan AD we BC kesimleri goýuň. Soň DC kesimi geçiriň. Netijede «*Sakkeri dörtburçlugy*» diýip atlandyrylan dörtburçluga eýe bolarsyňyz. Bu dörtburçluk nähili häsiýetlere eýe? Onuň gönüburçluk bolýandygyny subut etmäge synanyşyň we netije çykaryň.



Mälim bolşy ýaly, Sakkeri dörtburçlugynda: a) diagonallar özara deň: $AC=BD$; b) $\angle ADC$ we $\angle DCB$ hem özara deň. Bu häsiýetleri özbaşdak subut edip göz ýetiriň.

Ýöne $\angle ADC$ we $\angle BCD$-laryň 90°-a deňligini subut etmek mümkin däl. Muny subut etmek üçin parallellik aksiomasy diýip atlandyrylan häsiýet zerur bolýar. Göni çyzyga onda ýatmaýan nokatdan näçe sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin? Bu soraga hem parallellik aksiomasy jogap berýär. Aşakda şu aksioma serederis.



Tekizlikdäki göni çyzyga onda ýatmaýan nokatdan diňe bir parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.

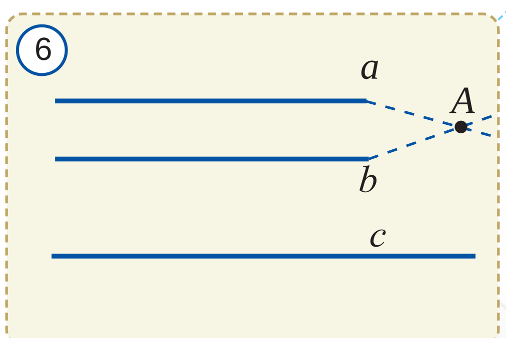
Bu tassyklamany aksioma hökmünde subutsyz kabul edýäris we oňa indiki bentlerde ýene giňişleýin durup geçeris. Parallel göni çyzyklary amalyýetde ýönekeý we üçburçly çyzgyçlaryň kömeginde 5-nji suratda şekillendirilen tertipde çyzmak mümkin.

***Teorema.* Bir göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk özara paralleldir.**

a, b we c göni çyzyklar $a||c$, $b||c$. ⇒ $a||b$

Subudy. Çak edeliň, $a||c$ we $b||c$ bolsa-da, A we b göni çyzyklar parallel bolmasyn. Onda olar käbir A nokatda kesişýär *(6-njy surat)* we A nokatdan c göni çyzyga iki A we b parallel göni çyzyk geçirilen bolup galýar. Bu bolsa parallellik aksiomasyna ters. Diýmek, çakymyz nädogry: a we b göni çyzyklar özara parallel eken.

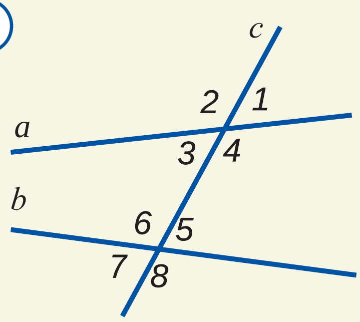
Teorema subut edildi.



14.2. Iki göni çyzyk we kesiji emele getiren burçlar

Tekizlikde berlen iki – A we b göni çyzyk üçünji – c göni çyzyk bilen kesilende, 8 burç emele gelýär. Olary 7-nji suratda görkezilişi ýaly sifrler bilen belgiläliň. Bu burçlaryň aşakdaky jübütlerini aýratyn atlar bilen atlandyrýarys:

7



$\angle 3$ we $\angle 5$, $\angle 4$ we $\angle 6$ – **atanak ýatýan burçlar**

$\angle 4$ we $\angle 5$, $\angle 3$ we $\angle 6$ – **birtaraplaýyn burçlar**

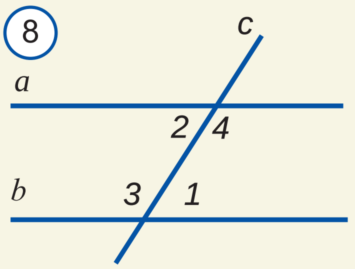
$\angle 1$ we $\angle 5$, $\angle 2$ we $\angle 6$, $\angle 3$ we $\angle 7$, $\angle 4$ we $\angle 8$ – **degişli burçlar**

Şu burçlaryň aşakdaky häsiýetlerini getirýäris:

1-nji häsiýet. **Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren bir jübüt atanak ýatýan burçlar özara deň bolsa, ikinji jübüt atanak ýatýan burçlar hem özara deň bolýar.**

a, b göni çyzyklar we c kesiji: $\angle 1 = \angle 2$ *(8-nji surat)* ⇒ $\angle 3 = \angle 4$

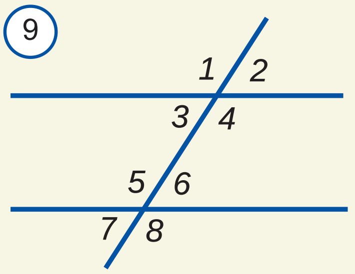
8



Subudy. $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin:
$\angle 2 + \angle 4 = 180$. Mundan $\angle 4 = 180 - \angle 2$.
$\angle 1$ we $\angle 3$ hem goňşy burçlar bolany üçin:
$\angle 1 + \angle 3 = 180$. Mundan $\angle 3 = 180 - \angle 1$.
Şerte görä, $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny hasaba alsak:
$\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$.
Diýmek, $\angle 3 = \angle 4$. ***Häsiýet subut edildi.***

2-nji häsiýet. **Eger degişli burçlar deň bolsa, birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolýar.**

9



Subudy. Degişli burçlardan käbir jübüti, meselem $\angle 2 = \angle 6$ bolsun *(9-njy surat)*. $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ bolýandygyny subut edýäris. $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin $\angle 2 + \angle 4 = 180°$ bolýar. Onda $\angle 2 = \angle 6$ bolany üçin $\angle 6 + \angle 4 = 180°$ bolýandygy gelip çykýar.

Başga birtaraplaýyn burçlaryň jemi hem 180°-a deňligi şeýdip subut edilýär. ***Häsiýet subut edildi.***

3-nji häsiýet. **Eger atanak ýatýan burçlar özara deň bolsa, onda degişli burçlar hem özara deň bolýar.**

Subudy. $\angle 3$ we $\angle 6$ atanak ýatýan burçlar bolup, $\angle 3 = \angle 6$ bolsun (*9-njy surat*). Onda $\angle 3$ we $\angle 2$ wertikal burçlar bolany üçin $\angle 3 = \angle 2$ bolýar.

Diýmek, degişli burçlar $\angle 6$ we $\angle 2$ deň eken. Başga degişli burçlaryň jübütleriniň deňligi hem şoňa meňzeş subut edilýär. ***Häsiýet subut edildi.***

Tema degişli soraglar

1. Nähili göni çyzyklar parallel bolýar?

2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga parallel bolan näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin?

3. Synp otagyna nazar salyň we parallel kesimleri anyklaň.

4. a we b göni çyzyk üçünji – c göni çyzyk bilen kesilende nähili burçlaryň jübütleri emele gelýär?

5. Kesişmeýän iki kesimi parallel kesimler diýmek bolarmy? Kesişmeýän iki şöhle?

6. Iki göni çyzyk we kesiji emele getiren burçlaryň nähili häsiýetlerini bilýärsiňiz?

7. 10-njy suratdaky kubuň özara parallel gapyrgalaryny anyklaň.

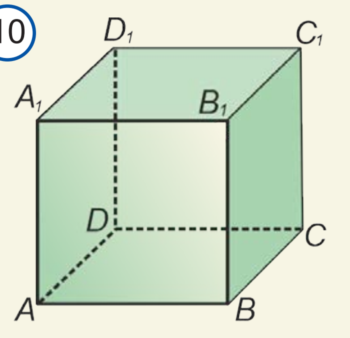
8. 11-nji suratda depderiň gözeneginden peýdalanyp, aşakdakylary anyklaň:

- *a göni çyzyga perpendikulýar we A nokatdan geçýän göni çyzyk ýene haýsy nokatdan geçýär?*
- *a göni çyzyga parallel we F nokatdan geçýän göni çyzyk ýene haýsy nokatdan geçýär?*
- *a göni çyzyga parallel we K nokatdan geçýän göni çyzyk ýene haýsy nokatlardan geçýär?*

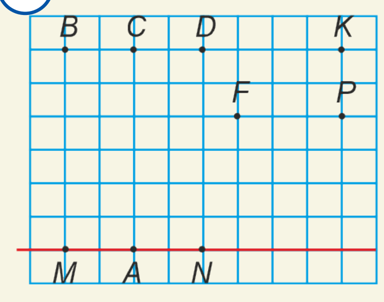
9. 11-nji suratda depderiň gözeneginden peýdalanyp, aşakdaky tassyklamalaryň dogrudygyny barlaň: a) $AB \perp a$; b) $BM \perp a$; ç) $KP \perp a$; d) $FK \parallel a$; e) $BC \parallel a$; ä) $KP \parallel a$.

10. Ussa neçjarlar 12-nji suratda şekillendirilen «şeýtan» diýip atlandyrylan esbapdan nähili peýdalanýarlar?

10

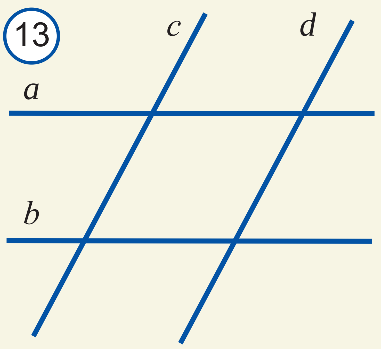


11



12

13



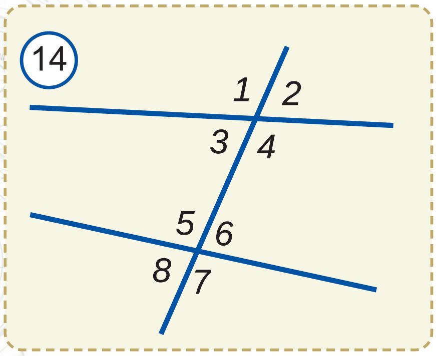
Amaly gönükme we ulanma

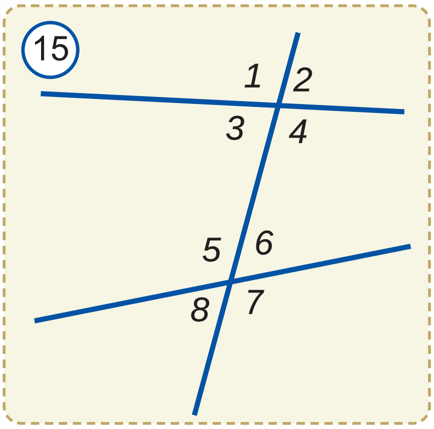
1. Göni çyzyk çyzyp, onda A, B we C nokatlary belgiläň. Çyzgyjyň we üçburçly çyzgyjyň kömeginde A nokatdan, B nokatdan we C nokatdan geçýän we birbirine parallel bolan göni çyzyklary geçiriň.

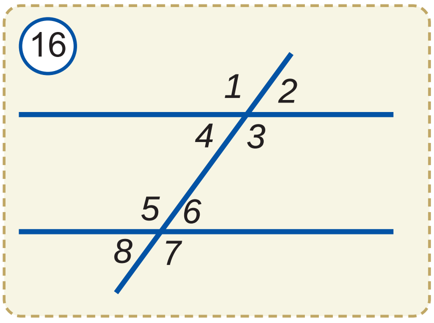
2. 13-nji suratdaky parallel göni çyzyklaryň jübütlerini ýazyň.

3. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzygyň özara parallel bolýandygyny görkeziň.

4. Eger göni çyzyk parallel göni çyzyklaryň birini kesip geçse, ikinjisini hem kesip geçermi? Jogabyňyzy esaslandyryň.







5. Gönüburçlugyň garşylykly taraplary özara parallel bolýandygyny görkeziň.

6. Liste iki göni çyzyk çyzyldy. Eger list şu çyzyklar boýunça gyrkylsa, näçe sany bölek emele geler?

7. Liste iki göni çyzygy şeýle çyzyň, ýagny list bu çyzyklar boýunça gyrkylsa, üç bölek emele gelsin.

8. 14-nji suratdaky burçlardan haýsylary wertikal we haýsylary goňşy burç bolýar?

9. Eger 15-nji suratda: a) $\angle 4 = \angle 8 = 63°$; b) $\angle 1 = \angle 6 = 63°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

10. Eger 16-njy suratda $\angle 2 = \angle 6 = 63°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

11. Eger 16-njy suratda $\angle 1 = \angle 7 = 122°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

12. Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 82° we ýene biri 110° bolsa, galan burçlary tapyň.

13*. Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 32° we ýene biri 134° bolsa, galan burçlary tapyň.

14*. 16-njy suratda $\angle 3 = \angle 5$ bolsa, $\angle 2 = \angle 8$ we $\angle 4 = \angle 6$ bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.

15. 16-njy suratda $\angle 1 = \angle 7$ bolsa, $\angle 3 = \angle 5$ we $\angle 4 = \angle 6$ deňlikler ýerine ýetirilýärmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

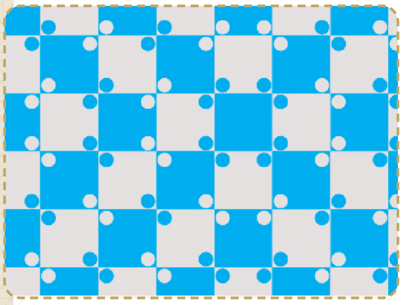
16.* Birtaraplaýyn burçlar özara deň bolmagy mümkinmi?

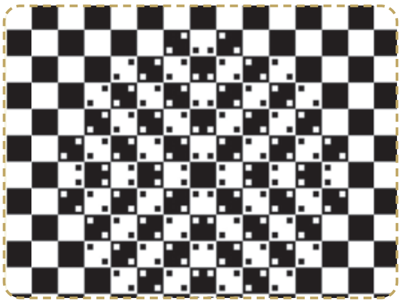
17*. Atanak ýatýan burçlar deň bolsa, birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deňligini görkeziň.

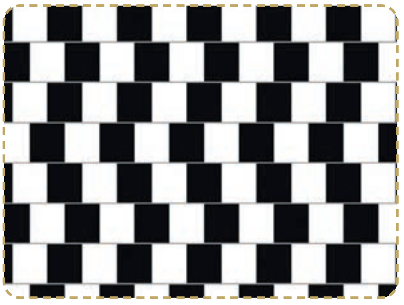
18.* Birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, atanak ýatýan burçlar özara deň bolarmy?

19. Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren bir jübüt degişli burçlar özara deň bolsa, ikinji jübüt degişli burçlar hem deň bolýandygyny subut ediň.

Geometrik illuziýa. Aşakdaky suratlardaky gorizontal we wertikal çyzylan çyzyklar parallelmi? Muny çyzgyjyň kömeginde barlasaňyz, öz gözleriňize ynanmazdan haýran galarsyňyz!

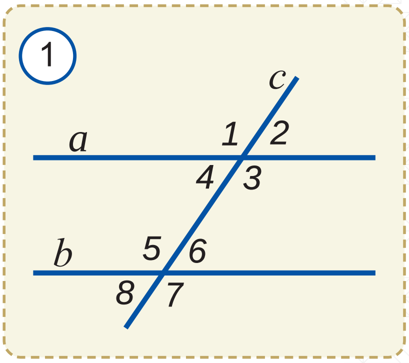






15 IKI GÖNI ÇYZYGYŇ PARALLELLIK NYŞANLARY

Işjeňleşdiriji gönükme



1-nji suratda A we b parallel göni çyzyklar we c kesiji şekillendirilen. Aşakdaky ýumuşlary ýerine ýetiriň we soraglara jogap beriň.

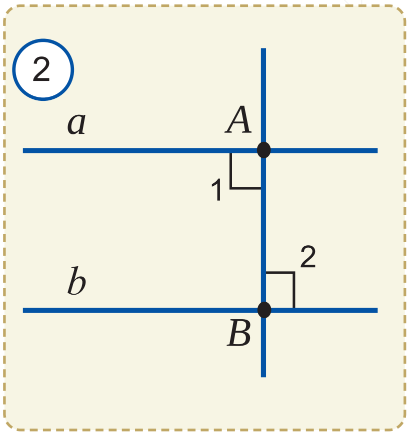
1. Ähli atanak ýatýan burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt atanak ýatýan burçlaryň gradus ölçegleri barada näme diýip bilersiňiz?

2. Ähli birtaraplaýyn burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt birtaraplaýyn burçlaryň gradus ölçegleriniň jemi barada näme diýip bilersiňiz?

3. Ähli degişli burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt degişli burçlaryň gradus ölçegleri barada näme diýip bilersiňiz?

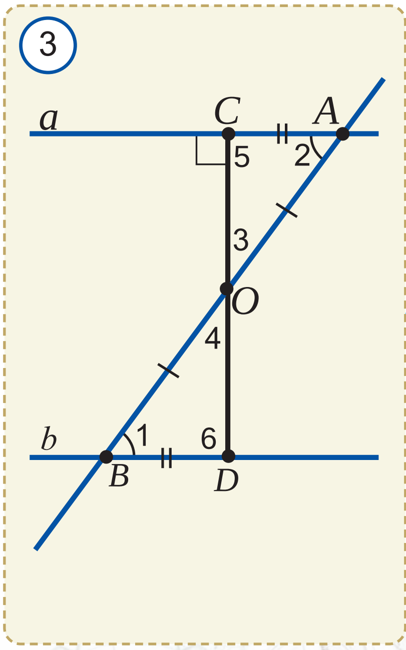
4. Ýokarda kesgitlenen aýratynlyklar hemme wagt hem ýerlikli bolarmy?

Iki göni çyzygyň parallelligini nähili anyklamak mümkin? Aşakdaky, iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary, diýip atlandyrylan teoremalar bu soraga jogap berýär.



Teorema. **Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren atanak ýatýan burçlar deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar.**

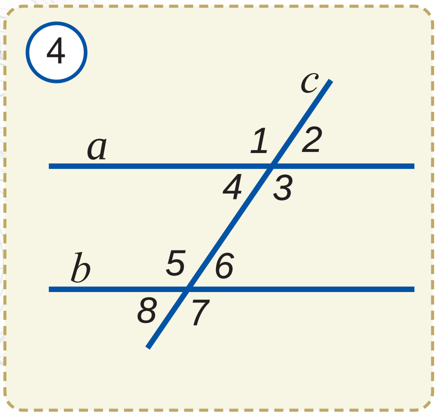
Subudy. 1. Ilki $\angle 1$ we $\angle 2$ göni burç bolan ýagdaýa serederis *(2-nji surat)*. Onda AB göni çyzyk A we b göni çyzyklara perpendikulýar bolýar. Onda a we b göni çyzyklar bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk baradaky teorema esasan özara parallel bolýar (87-nji sahypadaky teorema serediň).

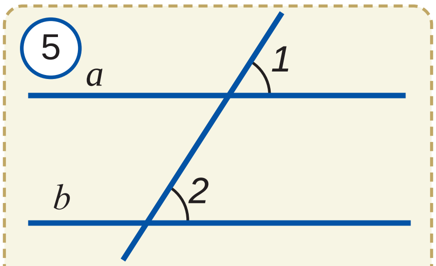


2) Indi $\angle 1$ we $\angle 2$ göni burç bolmadyk ýagdaýa seredeliň: AB kesimi ortasy *($AO=BO$)* O nokatdan A göni çyzyga OC perpendikulýar geçirýäris *(3-nji surat)*. b göni çyzyga B nokatdan uzynlygy AC -e deň BD kesim goýýarys. AOC we BOD üçburçluklara seredýäris.

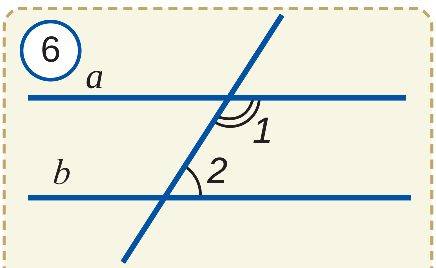
Olarda şerte görä $\angle 1 = \angle 2$, gurmaga görä $AC=BD$ we $AO=BO$.

Onda üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä $\Delta AOC = \Delta BOD$ bolýar. Hususan-da, $\angle 3 = \angle 4$ we $\angle 5 = \angle 6$ bolýar.

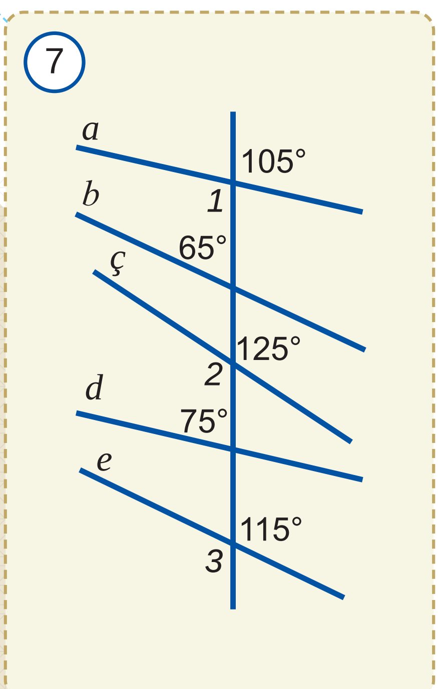




$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \| b$



$\angle 1 + \angle 2 = 180° \Rightarrow a \| b$



$\angle 3 = \angle 4$ bolýanlygyndan D nokat CO şöhläniň dowamynda ýatýandygy, ýagny C, O we D nokatlar bir göni çyzykda ýatýandygy gelip çykýar.

$\angle 5 = \angle 6$ bolýanlygyndan, $\angle 6$ hem $\angle 5$ ýaly göni burçdygy gelip çykýar. Şeýdip, A we b göni çyzyklar bir CD göni çyzyga perpendikulýar eken.

Diýmek, olar özara parallel bolýar.

Teorema subut edildi.

Mesele. Eger 4-nji suratda $\angle 2 = 55°$ we $\angle 5 = 125°$ bolsa, A we b göni çyzyklar özara parallel bolarmy?

Çözülişi. $\angle 2$ we $\angle 4$ wertikal burçlar bolany üçin $\angle 4 = \angle 2 = 55°$. $\angle 5$ we $\angle 6$ goňşy bolany üçin $\angle 6 = 180° - \angle 5 = 180° - 125° = 55°$. Netijede, atanak ýatýan burçlar özara deň bolýandygyny kesgitleýäris: $\angle 4 = \angle 6$.

Diýmek, ýokarda subut edilen iki göni çyzygyň parallellik nyşanyna görä, A we b göni çyzyklar parallel bolýar. ***Jogaby:*** Hawa.

Teoremadan gönüden-göni gelip çykýan häsiýete *netije* diýip aýdylýar. Öňki temada *(88-nji sahypada)* getirilen 1-nji, 2-nji we 3-nji häsiýetlerden aşakdaky netijeler gelip çykýar.

1-nji netije. Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren degişli burçlar deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar *(5-nji surat).*

2-nji netije. Eger iki göni çyzyk we kesiji emele getiren birtaraplaýyn burçlar jemi 180°-a deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar *(6-njy surat).*

Mesele. 7-nji suratdaky göni çyzyklaryň haýsylary parallel?

Çözülişi. Wertikal burçlaryň deňliginden, $\angle 1 = 105°$, $\angle 2 = 125°$, $\angle 3 = 115°$. a we b göni çyzyklar parallel däl, çünki $\angle 1 + 65° = 105° + 65° \neq 180°$.

$a \| d$ bolýar, çünki $\angle 1 + 75° = 105° + 75° = 180°$ (2-nji netijä garaň).

Edil şeýle $b \| e$ bolýar, çünki

$65° + \angle 3 = 65° + \ + 115° = 180°$.

a, c we e göni çyzyklar özara parallel däl, çünki olaryň degişli burçlary deň däl (1-nji netijä serediň).

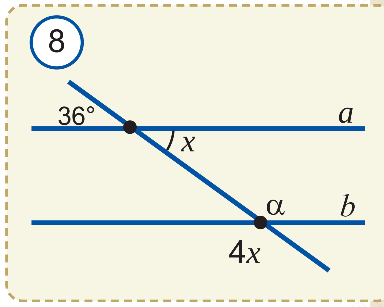
Edil şeýle b we d göni çyzyklar hem parallel däl, çünki degişli burçlar deň däl: $65° \neq 75°$.

Jogaby: $a \| d$, $b \| e$.

Mesele. 8-nji suratda $a||b$ bolarmy?

Çözülişi. Wertikal burçlaryň häsiýetine görä $x=36°$. Onda $\alpha=4x=4\cdot36°=144°$ bolýar. Birtaraplaýyn burçlaryň jemi $x+\alpha=36°+144°=180°$.

Diýmek, 2-nji netijä görä $a||b$ bolýar.



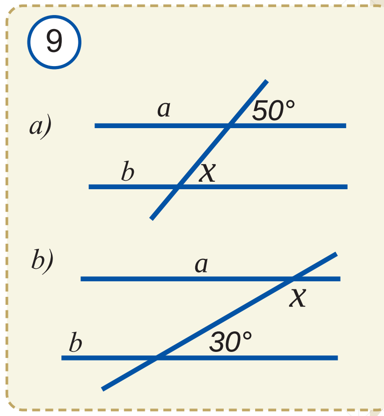
Tema degişli soraglar

1. Iki göni çyzygyň parallelligini nähili anyklamak mümkin?

2. Nyşan diýip nämä aýdylýar? Mysal getiriň.

3. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny düşündiriň.

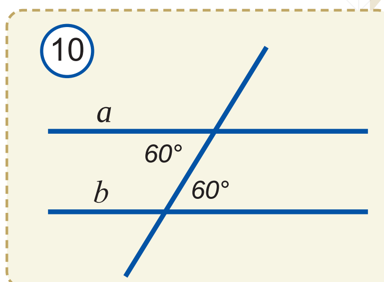
4. Netije diýip nämä aýdylýar? Mysal getiriň.



Amaly gönükme we ulanma

1. 9-njy suratda a we b göni çyzyklar parallel bolmagy üçin nämälim burç näçe gradus bolmaly?

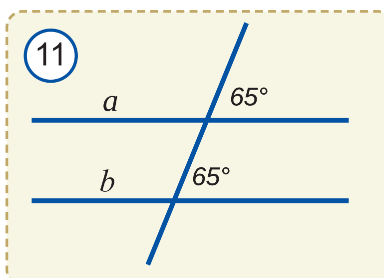
2. 10-njy suratda $a||b$ bolýandygyny görkeziň.



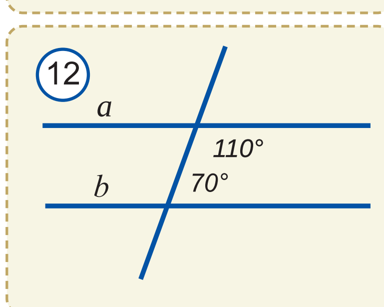
3. 10-njy suratda getirilen meselä meňzeş mesele düzüň we ony çözüň.

4. 87-nji sahypa 4-nji suratda gurlan a we b göni çyzyklar näme üçin parallel bolýar? Jogabyny ýazyp düşündiriň.

5. 11-nji suratda $a||b$ bolýandygyny görkeziň.



6. 12-nji suratda $a||b$ bolýandygyny görkeziň.



7. 11-12-nji suratlarda getirilen meselelere meňzeş mesele düzüň we ony çözüň.

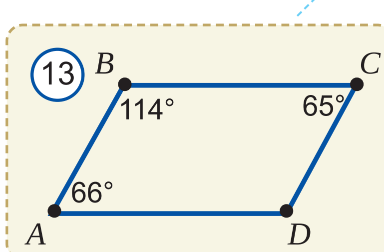
8. Eger 1-nji suratda: a) $\angle1=132°$, $\angle8=48°$; b) $\angle2=36°$, $\angle5=144°$ bolsa, $a||b$ bolarmy?

9. Eger 1-nji suratda: a) $\angle3=113°$, $\angle6=77°$; b) $\angle1+\angle7=180°$ bolsa, $a||b$ bolarmy?

10. Eger 14-nji suratda: a) $\angle3=\angle4$, $BD=CE$, $AB=EF$; b) $\angle1=\angle2$, $\angle3=\angle4$, $BD=CE$; c) $AB=EF$, $BD=EC$, $AC=FD$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta EFD$ bolýandygyny görkeziň.

11*. a göni çyzyk we onda ýatmaýan K nokat berlen. K nokat arkaly dört göni çyzyk geçirildi. Bu göni çyzyklardan näçe sanysy a göni çyzyk bilen kesişýär?

12*. 13-nji suratdaky dörtburçlugyň haýsy taraplary parallel bolýar?



13. Iki göni çyzygyň kesiji bilen kesişmeginden emele gelen burçlardan biri: a) 32° we oňa degişli bolan burç bolsa 33°-a; b) 47° we oňa degişli birtaraplaýyn bolan burç bolsa 133°-a deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolarmy?

14. 15-nji suratdaky nämälim burçy tapyň.

15. Eger 16-njy suratda $\angle 1=\angle 5=105°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

16. Eger 17-nji suratda $\angle 3=60°$, $\angle 8=120°$ bolsa, galan burçlary tapyň.

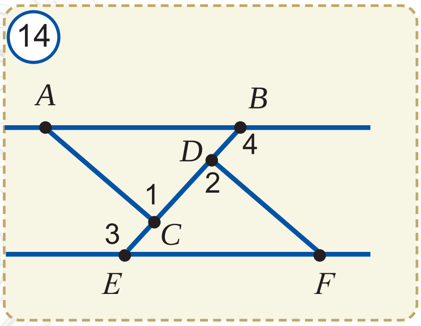
17*. a we b parallel göni çyzyklary c göni çyzyk bilen kesişmeginden emele gelen atanak ýatýan burçlaryň bissektrisalarynyň paralleldigini görkeziň *(18-nji surat)*.

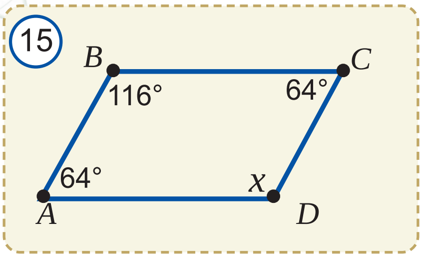
18. 19-njy suratlardaky parallel göni çyzyklary anyklaň.

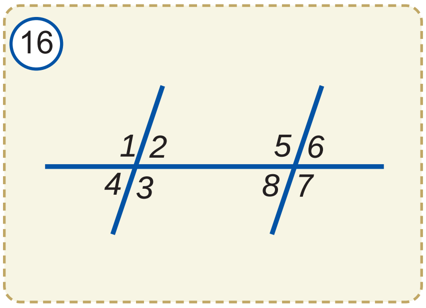
19. 20-nji suratlardaky parallel göni çyzyklary anyklaň.

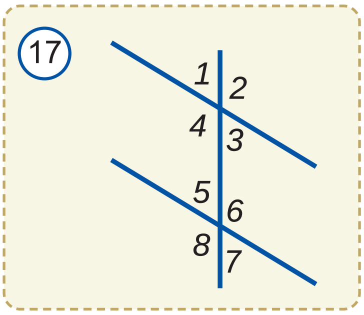
20. 21-nji suratlardaky parallel göni çyzyklary anyklaň.

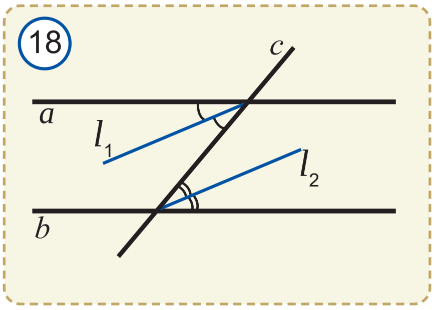
21*. Göni çyzyklaryň parallellik nyşanlaryna degişli meseleler düzüň we olary çözüň

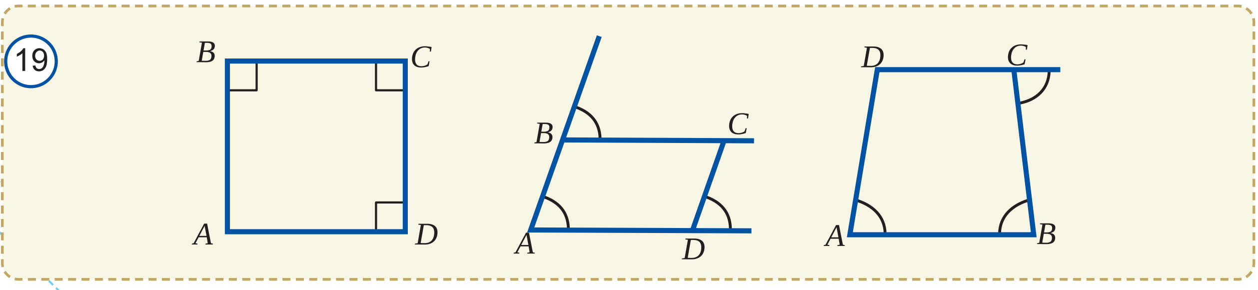
14


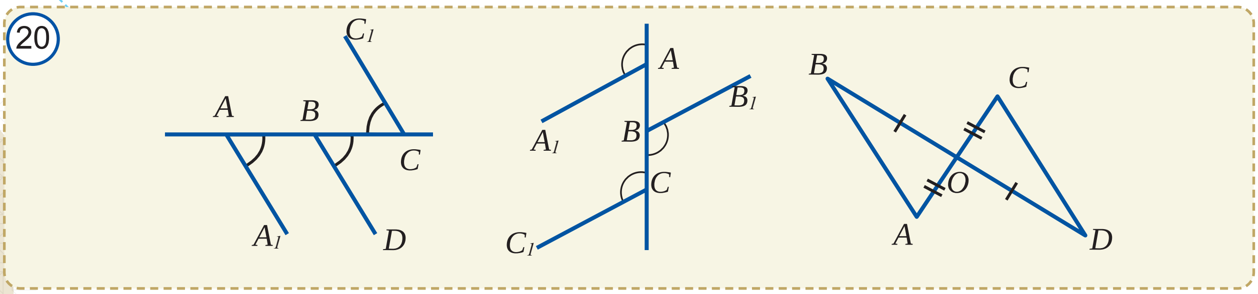
15


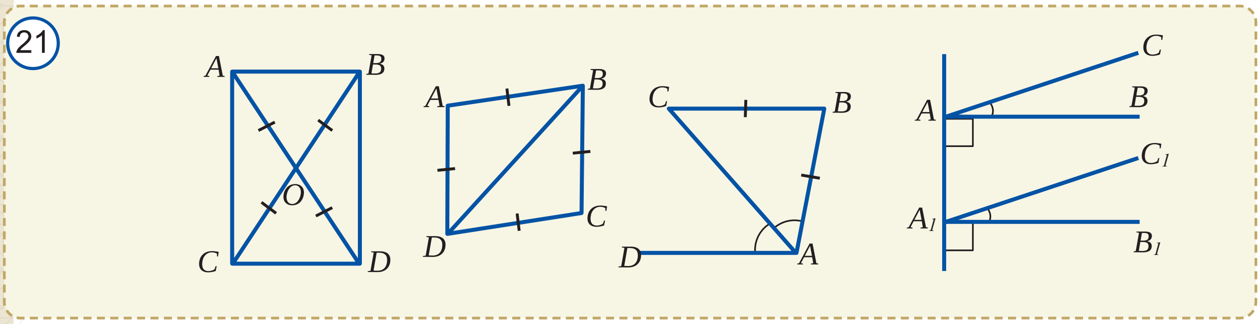
16


17


18


19


20


21


16 IKI PARALLEL GÖNI ÇYZYK WE KESIJI EMELE GETIREN BURÇLAR

16.1. Ters teorema

Eger teoremanyň şerti bilen netijeleriniň ýeri çalşyrylsa, täze tassyklama emele gelýär. Eger bu tassyklama hem dogry bolsa (ýagny ony subut edip bolsa), ol berlen teorema *ters teorema* diýip atlandyrylýar. Berlen teorema bolsa *göni teorema* diýlip hem aýdylýar.

Göni teorema:

Eger **A jümle** **ýerlikli *bolsa,*** **B jümle** **ýerlikli *bolýar.***

Gysgaça: **A** $\Rightarrow$ **B.**

Ters teorema:

Eger **B jümle** **ýerlikli *bolsa,*** **A jümle** **ýerlikli *bolýar.***

Gysgaça: **B** $\Rightarrow$ **A.**

Mysal. «Eger üçburçluk deňýanly bolsa, onuň esasyndaky burçlary deň bolýar– diýen teorema ters teorema aşakdakydan ybarat: «***Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, ol deňýanly üçburçluk bolýar***».

1-nji gönükme. Ýokarda getirilen ters teorema üçburçlugyň deňýanly bolmak nyşany diýlip aýdylýar. Onuň dogrudygyny özbaşdak subut ediň.

Şuny belläp geçmeli, ýagny elmydama berlen göni teorema ters bolan tassyklama ýerlikli bolubermeýär.

Meselem, «Eger burçlar wertikal bolsa, olar deň bolýar» diýen teorema ters «Eger burçlar deň bolsa, olar wertikal bolýar» diýen tassyklama dogry däl.

Eger göni we ters teoremanyň ikisi-de dogry bolsa, bu tassyklamalar *özara deň güýçli* diýip atlandyrylýar. Bu gysgaça **A**$\Leftrightarrow$**B** ýaly ýazylýar.

2-nji gönükme.

1. «Eger ýagyş ýagsa, asmanda bulut bolýar» diýen tassyklama ters tassyklamany düzüň. Alnan ters tassyklamanyň elmydama dogry bolmak ýa-da bolmazlygyny düşündiriň.

2. Aşakdaky göni teoremalara ters teoremalary bellik ediň. Her bir ters teoremada aňladylan tassyklamalaryň dogry ýa-da nädogrudygyny barlaň.

- Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.
- Eger iki üçburçluk deň bolsa, olaryň degişli taraplary deň bolýar.
- Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olar göni burç bolýar.
- Bir göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk paralleldir.

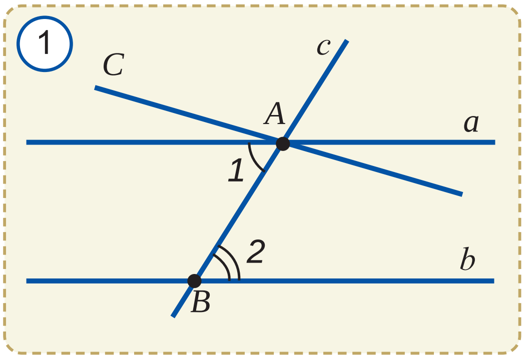
3. Özara deň güýçli tassyklamalara mysallar getiriň.

16.2. Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren burçlar

Aşakda iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryna ters bolan teoremalaryň üstünde durup geçýäris.

1-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren atanak ýatýan burçlar özara deň bolýar.**

$a \| b$, c – kesiji (*1-nji surat*) ⇒ $\angle 1 = \angle 2$



Subudy. Tersini çak edýäris: $\angle 1 \neq \angle 2$ bolsun. AB şöhlä $\angle 2$ -ä deň bolan CAB burç goýýarys. Onda CA we b göni çyzyklary AB kesiji bilen kesende, bir birine deň (gurmaga görä) atanak ýatýan $\angle CAB$ we $\angle 2$ burçlara eýe bolarys.

Diýmek, CA we b göni çyzyklar özara parallel. Şeýdip, A nokatdan b göni çyzyga parallel bolan iki (CA we a) göni çyzyga eýediris.

Bu bolsa parallellik aksiomasyna ters. Diýmek, çakymyz nädogry, $\angle 1 = \angle 2$.

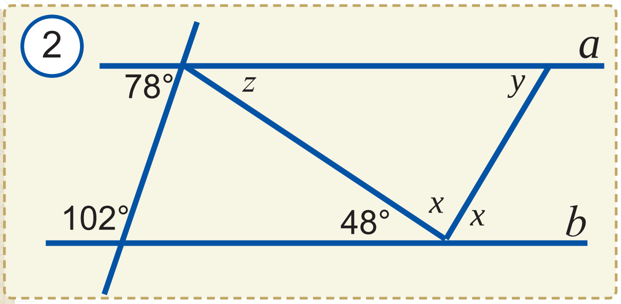
Teorema subut edildi.

Netije. **Eger göni çyzyk parallel göni çyzyklardan birine perpendikulýar bolsa, ikinjisine hem perpendikulýar bolýar.**

Netije hökmünde getirilen tassyklamanyň dogrudygyny özbaşdak barlap görüň.

2-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren degişli burçlar özara deň bolýar.**

3-nji teorema. **Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolýar.**
Teoremalary özbaşdak subut etmäge synanyşyň.



Mesele. 2-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.

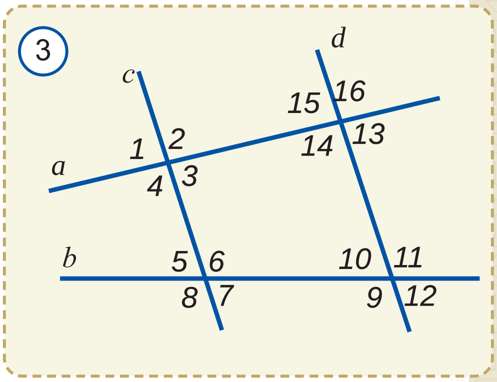
Çözülişi. Birtaraplaýyn burçlar jemi $78° + 102° = 180°$ bolany üçin $a \| b$ bolýar. Diýmek, 1-nji teorema görä, $z = 48°$ we $x = y$ bolýar. $x + x + 48° = 180°$ bolany üçin (ýazgyn burçlaryň ululygy) $x = 66°$. Diýmek, $y = 66°$.

Jogaby: $x = 66°$; $y = 66°$; $z = 48°$.

Mesele. 3-nji suratda $a \nparallel b$, $c \| d$. Aşakdaky deňliklerden haýsylary dogry?

1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$; 6) $\angle 7 = \angle 10$;
7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180°$; 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180°$;

11) $\angle 7+\angle 12=180°$; 12) $\angle 8+\angle 9=180°$.



Çözülişi: 3) $\angle 4=\angle 2$ *(wertikal burçlaryň häsiýetine görä)*, $\angle 2$ we $\angle 16$ – degişli burçlar bolany üçin $\angle 2=\angle 16$. Diýmek, $\angle 4=\angle 16$ deňlik dogry.

5) $\angle 12=\angle 7$ *(degişli burçlaryň häsiýetine görä)* we $\angle 7=\angle 5$ *(wertikal burçlar)*. $\angle 5$ we $\angle 1$ degişli burçlar. $a \nparallel b$, şonuň üçin $\angle 1 \neq \angle 5=\angle 7=\angle 12$, ýagny $\angle 1=\angle 12$ deňlik nädogry.

9) $\angle 4=\angle 2$, $\angle 13=\angle 15$ *(wertikal burçlar)*, $c \| d$, $\angle 2$ we $\angle 15$ – birtaraplaýyn burçlar bolany üçin, $\angle 2+\angle 15=180°$. Diýmek, $\angle 4+\angle 13=180°$ deňlik dogry.

11) $c \| d$ bolany üçin $\angle 7=\angle 10$ *(atanak ýatýan burçlaryň häsiýetine görä)* we $\angle 10=\angle 12$ *(wertikal burçlar)*. Diýmek, $\angle 7=\angle 12$.

Şonuň üçin $\angle 7+\angle 12=180°$ deňlik diňe $\angle 7=\angle 12=90°$ bolanda ýerlikli bolýar. Galan deňlikleri şeýdip özüňiz özbaşdak ýagdaýda barlap çykyň.

Tema degişli soraglar

1. Ters teorema näme? Onuň göni teoremadan nähili tapawudy bar?

2. Göni teorema ters bolan teorema elmydama ýerlikli bolarmy?

3. Göni teoremany subut edip, oňa ters teoremany subutsyz kabul etse bolarmy?

4. Berlen teorema ters teorema ters bolan teorema näme bolýar?

5. Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren atanak ýatýan, degişli we birtaraplaýyn burçlar barada näme diýmek mümkin?

Amaly gönükme we ulanma

1. Aşakdaky tassyklamalara ters bolan tassyklamalary düzüň, olary dogry bolmak ýa-da bolmazlygyny anyklaň:

Eger san düýp san bolsa, ol natural san bolýar.

Eger san 9-a bölünse, ol 3-e hem bölünýär.

Eger üçburçluklar deň bolsa, olaryň degişli burçlary hem deň bolýar.

Eger okuwçynyň temperaturasy ýokary bolsa, ol kesellän bolýar.

Eger futbolçy gyzyl kartoçka alan bolsa, oýundan çykyp gidýär.

Eger üçburçlugyň taraplary 3, 4 we 5-e deň bolsa, onuň perimetri 12-ä deň bolýar.

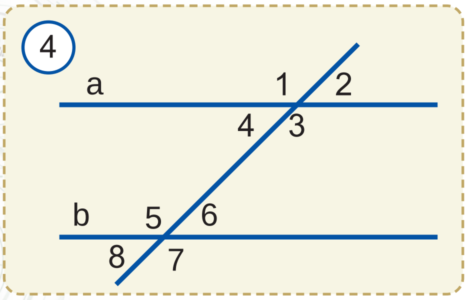
Eger awtomobiliň benzini bolmasa, ol ýöremeýär.

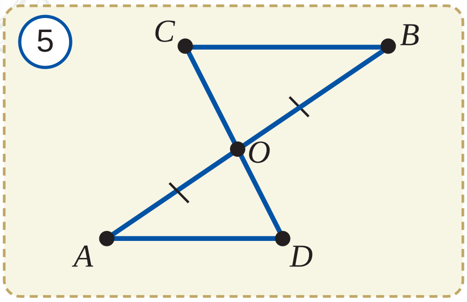
2. Aşakdaky teoremalara ters teoremalary düzüň we olaryň dogrudygyny barlaň:

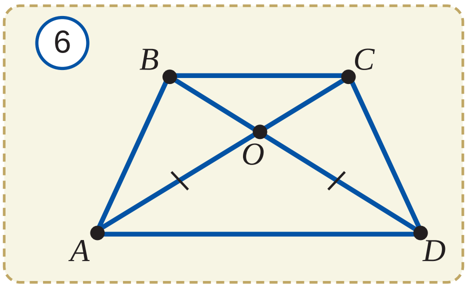
Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesişmeginden emele gelen degişli burçlar deň bolsa, onda bu göni çyzyklar parallel bolýar.

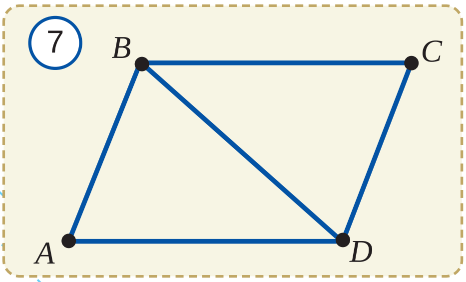
Eger iki göni çyzyk üçünji göni çyzyga parallel bolsa, olar parallel bolýar.

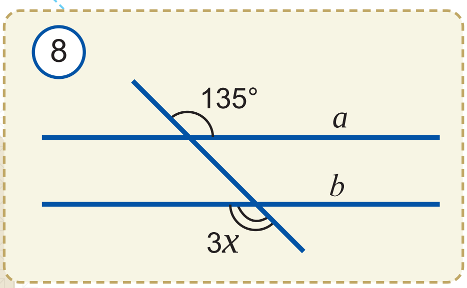
Eger üçburçluk deň taraply bolsa, onuň ähli burçlary özara deň bolýar.

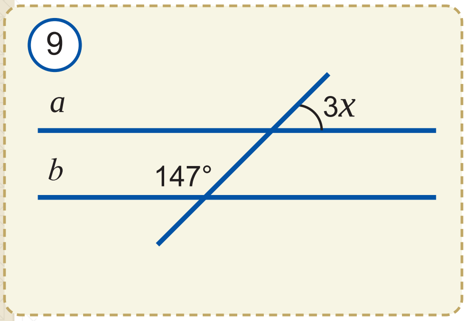












3. Üçburçluklaryň deňlik nyşanlaryna ters teoremalary düzüň. Olar dogrumy?

4. 4-njy suratda $a||b$, $\angle 1=135°$. Galan burçlary tapyň.

5. 4-njy suratda $a||b$, $\angle 2=49°$. Galan burçlary tapyň.

6. 5-njy suratda $BC||AD$, $AO=OB$ ekenligi mälim.
a) $DO=OC$; c) $\Delta AOD=\Delta COB$ deňlikleri subut ediň.

7. 6-njy suratda $BC||AD$, $AO=OD$ ekenligi mälim.
a) $BO=OC$; b) $AC=BD$; c) $\Delta AOB=\Delta COD$; d) $\Delta ABD=\Delta ACD$ deňlikleri subut ediň.

8. 7-nji suratda $BC||AD$ we $AB||CD$ bolsa, $\Delta ABD=\Delta CDB$ bolýandygyny subut ediň.

9. 8-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

10. 9-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

11*. ABC we $A_1B_1C_1$ ýiti burçlar berlen. Eger $AB||A_1B_1$ we $BC||B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC=\angle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

12*. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Bu burçlaryň jemi 180°-a deň bolýandygyny subut ediň.

Ýatlatma. *11–12-nji meselelerde getirilen teoremalar degişli taraplary parallel bolan burçlaryň häsiýetleri diýlip aýdylýar.*

13. Eger 10-nji suratda $a||b$, $c||d$ we $\angle 1 = 55°$ bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$ -i tapyň.

14. Eger 10-nji suratda $a||b$, $c||d$ we $\angle 3 = 73°$ bolsa, $\angle 1$ we $\angle 2$-ni tapyň.

15*. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlaryň tapawudy 40°-a deň. Şu burçlary tapyň.

16*. ABC ýiti we $A_1B_1C_1$ kütek burçlar berlen. Eger $AB\perp A_1B_1$ we $BC\perp B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC + A_1B_1C_1 = 180°$ bolýandygyny subut ediň.

17*. Degişli taraplary perpendikulýar göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Şu burçlaryň jemi 180°-a deň bolýandygyny subut ediň.

Ýatlatma. *16-17-nji meselelerde getirilen teoremalar degişli taraplary özara perpendikulýar bolan burçlaryň häsiýetleri diýlip aýdylýar.*

18*. 11-njy suratdaky ABC we ADC burçlaryň degişli taraplary perpendikulýar. Nämälim burçlary tapyň.

19. ABC burç 118°-a deň. BCD burç bolsa 62°-ä deň. AB we CD göni çyzyklar a) parallel bolmagy; b) kesişmegi mümkinmi?

20. ABC burç 53°-a deň. BCD burç hem 53°-a deň. AB we CD göni çyzyklar a) parallel bolmagy; b) kesişmegi mümkinmi?

21*. 87-nji sahypada getirilen Sakkeri dörtburçlugynyň gönüburçluk bolýandygyny subut ediň.

22. 12-nji suratdaky x burçlary tapyň.

23. 13-nji suratdaky x burçlary tapyň.

24*. Iki parallel göni çyzyklary kesiji kesip geçende emele gelen birtaraplaýyn burçlaryň biri başgasyndan 24°-a uly bolsa, galan burçlary tapyň.

25*. Iki parallel göni çyzyklary kesiji kesip geçende emele gelen degişli burçlaryň jemi 128°-a deň bolsa, galan burçlary tapyň.

26*. 14-njy suratda AB we CD göni çyzyklar parallel bolarmy?

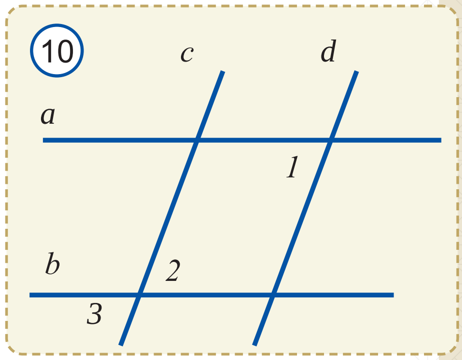
27*. 15-nji suratda AB we CD göni çyzyklar parallel bolmagy üçin x nämä deň bolmaly?

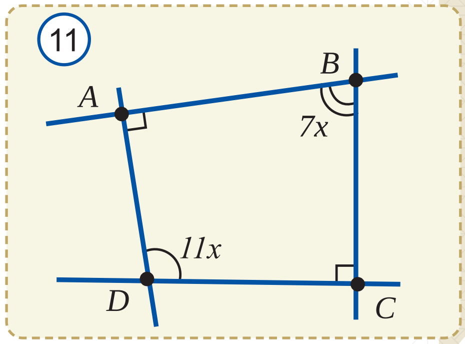
28*. Iki göni çyzygy kesiji kesip geçende emele gelen burçlaryň bäşisi ýiti bolmasa, olaryň ählisini tapyň.

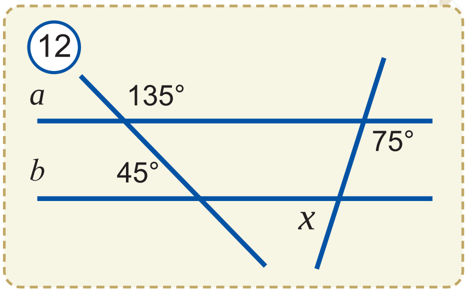
29*. Iki göni çyzygy kesiji kesip geçende emele gelen burçlaryň altysynyň jemi 620°-a deň bolsa, olaryň ählisini tapyň.

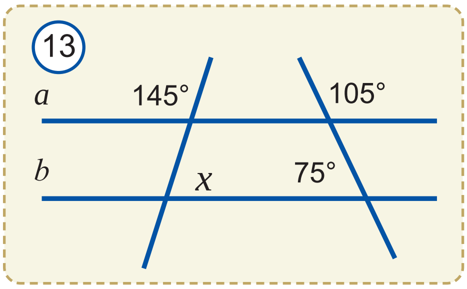
30*. Esasy AC kesim bolan ABC deňýanly üçburçluk berlen. AC tarapa parallel bolan göni çyzyk AB tarapy A_1 we BC tarapy C_1 nokatda kesip geçýär. A_1BC_1 üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

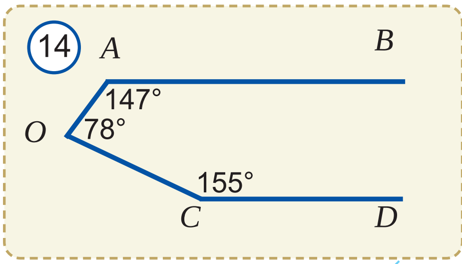
31. ABC burç 98°-a deň. Onuň A we C nokatlaryndan geçip taraplaryna parallel bolan göni çyzyklar D nokatda kesişýär. ADC burçy tapyň.

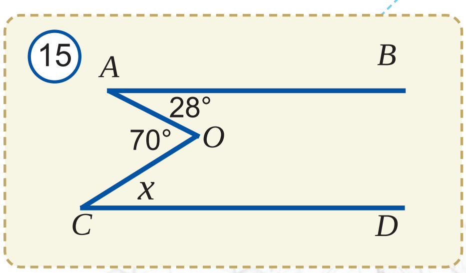






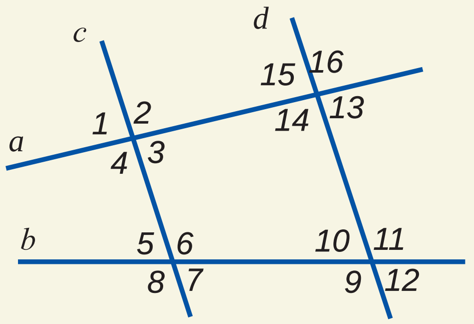






17 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ

17.1. Kiçi toparlarda amaly gönükme

16


16-njy suratda $a \nparallel b,\ c \| d$ göni çyzyklar berlen. Dört kiçi topar düzülýär we:

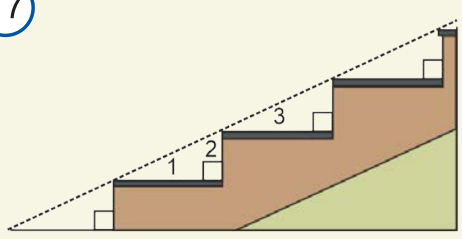
1-nji topara $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ we $\angle 4$;

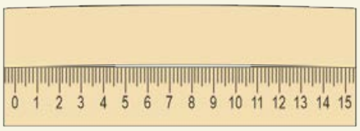
2-nji topara $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$ we $\angle 8$;

3-nji topara $\angle 9$, $\angle 10$, $\angle 11$ we $\angle 12$;

4-nji topara $\angle 13$, $\angle 14$, $\angle 15$ we $\angle 16$ lar paýlap berilýär. Toparlar nobaty bilen öz burçlarynyň ululyklaryny yglan edýärler. Galan toparlar bu burçlara degişli öz burçlarynyň ululyklaryny anyklap aýdýarlar.

17.2. Amaly ulanma

17


18


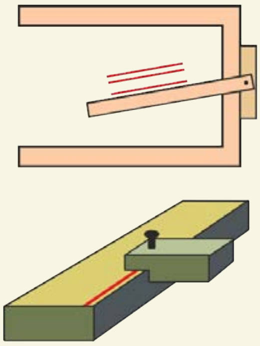
1. Neçjarçylykda basgançagyň ädimleri gorizontal bolmaly *(17-nji surat)*. Şondan ugur alyp, basgançagyň suratynda belgilenen burçlaryň arasynda nähili gatnaşyklar ýerine ýetirilýändigini anyklaň we geometriýadan öwrenen bilimleriňiz esasynda düşündiriň.

2. Iki çyzgyjyň tekizligi 18-nji suratdaky ýaly barlap görülýär. Munda göni çyzyklaryň haýsy häsiýetinden peýdalanylýar.

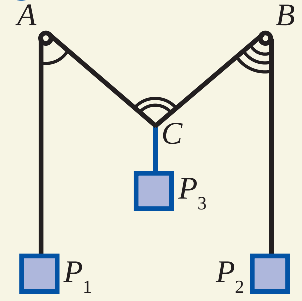
3. 19-njy suratdan peýdalanyp, şekillendirilen esbaplaryň kömeginde neçjarlar parallel göni çyzyklary nähili çyzýandyklaryny özleşdiren bilimleriňiz esasynda düşündiriň.

4. 20-nji suratda şekillendirilen kitap tekjesini berk edip gurmakda üçburçlugyň haýsy aýratynlygyndan peýdalanylypdyr?

5. A we B nokatlarda berkidilen bloklar arkaly geçen ýüpde P_1 we P_2 jisimler asylan *(21-nji surat)*. P_3 jisim bolsa şol ýüpüň C nokadynda asylan bolup, P_1 we P_2 jisimleri deňagramlylykda saklap dur. $AP_1 \| BP_2 \| CP_3$ ekenligi mälim bolsa, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bolýandygyny subut ediň.

19


20


21


17.3. Bilimiňizi synaň

1. Boş galdyrylan ýerleri logiki taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Göni çyzykda ýatýan nokat arkaly oňa perpendikulýar bolan .... geçirmek mümkin.

2. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen .... deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolýar.

3. Tekizlikdäki iki göni çyzyk .... , olar parallel göni çyzyklar diýilýär.

4. Iki parallel göni çyzykdan birini kesip geçen göni çyzyk ....

5. Göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly oňa parallel bolan .... göni çyzyk geçirmek mümkin.

6. Göni çyzygyň islendik nokady arkaly .... diňe bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

7. Göni burç astynda kesişýän göni çyzyklar .... diýip atlandyrylýar.

8. Bir göni çyzyga .... iki göni çyzyk özara paralleldir.

9. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen birtaraplaýyn burçlar .... bu göni çyzyklar parallel bolýar.

10. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende emele gelen degişli burçlar .... bolýar.

11. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende emele gelen atanak ýatýan burçlar .... bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerdäki ýalňyşy tapyň we ony düzediň.

1. Göni çyzygyň diňe bir nokadyndan oňa perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.

2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan diňe bir nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar geçirmek mümkin.

3. AB we AK parallel göni çyzyklaryň birine perpendikulýar bolan göni çyzyk ikinjisine hem perpendikulýar bolýar.

4. Iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen atanak ýatýan burçlary deň bolýar.

5. Eger iki kesim kesişmese olar parallel kesimler diýip atlandyrylýar.

6. Degişli taraplary parallel bolan burçlar deň bolýar.

7. Eger $a \perp b$, $b \perp c$ bolsa, $a \perp c$ bolýar.

8. Degişli taraplary perpendikulýar bolan burçlaryň jemi 180°-a deň.

9. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen birtaraplaýyn burçlar deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolýar.

10. Perpendikulýar göni çyzyklara parallel bolan göni çyzyklar özara parallel bolýar.

11. Eger $a || b$, $b || c$ bolsa, $a \perp c$ bolýar.

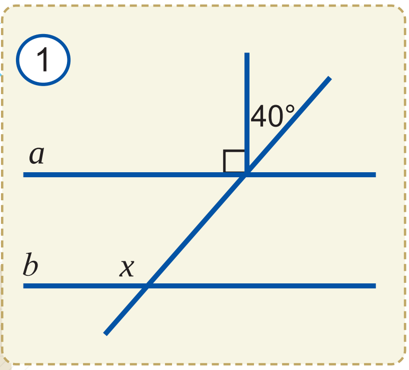
12. Eger $a || b$, $b \perp c$ bolsa, $a || c$ bolýar.

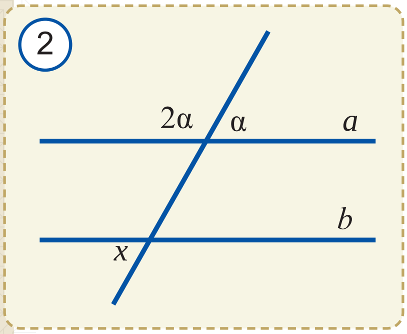
3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk gelýän geometrik düşünjeleri ýazyň.

1	Umumy nokada eýe bolmadyk göni çyzyklar	
2	Göni burç astynda kesişýär	
3	Nokatdan göni çyzyga diňe bir geçirmek mümkin	
4	Nokatdan göni çyzyga islendikçe geçirmek mümkin	
5	Şert we netije bölegi ýeri çalşan	
6	Iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlar	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjelere ikinji sütünden degişli häsiýeti ýa-da düşündirişi goýuň.

Geometrik düşünjeler	*Häsiýeti ýa-da düşündirişi*
1. Parallel göni çyzyklar 2. Perpendikulýar göni çyzyklar 3. Kesiji iki göni çyzygy kesende 4. Atanak ýatýan burçlar 5. Ters teorema 6. Birtaraplaýyn burçlar	(A) elmydama dogry däl. (B) kesişmeýär. (Ç) kesişende göni burçlar emele gelýär. (D) atanak ýatýan, degişli we birtaraplaýyn burçlar emele gelýär. (E) bir ýarymtekizlikde ýatýar. (Ä) deň bolsa, göni çyzyklar parallel bolýar.





5. Testler.

1. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga näçe sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin?

A) 1; B) 2; Ç) 4; D) islendikçe.

2. Eger $a||b$, $b\perp c$, $c\perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplaryň haýsysy dogry?

A) $a\perp d$, $b\perp d$; B) $a\perp c$, $b||d$; Ç) $a||c$, $a\perp d$;
D) $a\perp c$, $a\perp d$, $b\perp d$.

3. Tekizlikde berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga näçe sany perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin?

A) 1 B) 2 Ç) 4 D) islendikçe.

4. 1-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

A) 100° B) 110° Ç) 130° D) 140°

5. 2-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

A) 30° B) 45° Ç) 60° D) 36°

6. x-i tapyň *(3-nji surat)*

A) 96° B) 108° Ç) 112° D) 78°

7. 4-nji suratda $a||b$ we $\alpha-\beta$=70° bolsa, α-ny tapyň.

A) 30° B) 125° Ç) 75° D) 36°

8. Iki parallel göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende näçe sany deň kütek burç emele gelmegi mümkin?

A) 3 B) 8 Ç) 6 D) 4

9. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 97°-a deň. Emele gelen burçlardan iň kiçisini tapyň.

A) 97° B) 83° Ç) 77° D) 7°

10. Iki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende köpi bilen näçe sany deň ýiti burç emele gelýär?

A) 3 B) 4 Ç) 6 D) 5

11. Iki parallel göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende köpi bilen näçe sany göni burç emele gelýär?

A) 2 B) 6 Ç) 8 D) 5

12. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen üç atanak ýatýan burçlaryň jemi 290°-a deň. Dördünji atanak ýatýan burçy tapyň.

A) 145° B) 110° Ç) 36° D) 70°

13. 5-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

A) 100° B) 80° Ç) 110° D) 90°

14. 6-njy suratdaky x burçy tapyň.

A) 105° B) 95° Ç) 85° D) 75°

15. 7-nji suratda haýsy göni çyzyklar özara parallel bolýar?.

A) $a||b$ B) $a||c$ Ç) $c||b$ D) $c||d$

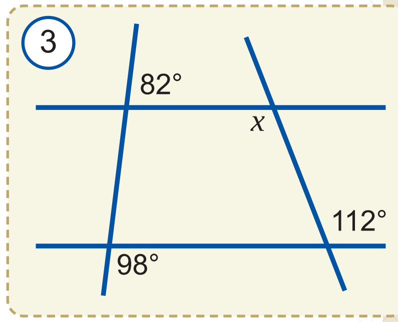
16. 8-nji suratda $a||b,\ c||d$ we $\angle 1$=122° bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$-i tapyň.

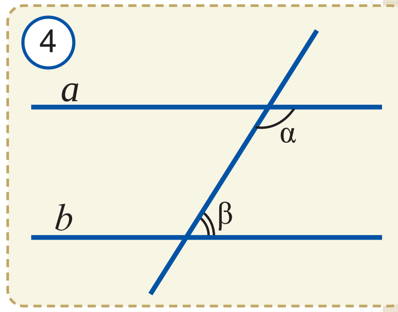
A) $\angle 2$ = 122°, $\angle 3$ = 58° B) $\angle 2$ = 130°, $\angle 3$ = 58°

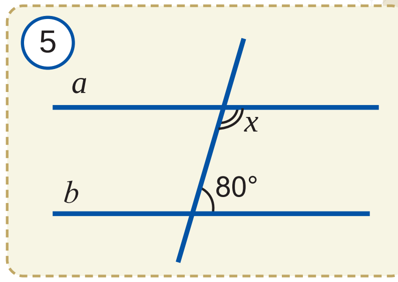
Ç) $\angle 2$ = 122°, $\angle 3$ = 68° D) $\angle 2$ = 130°, $\angle 3$ = 50°

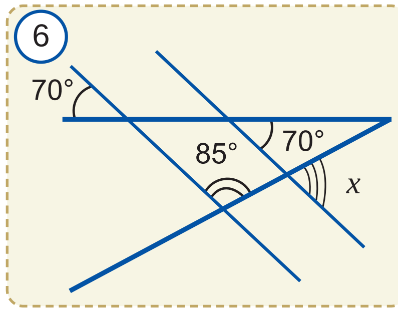
6. Meseleler.

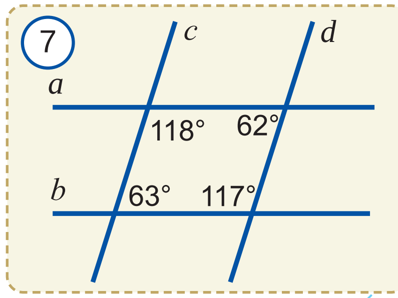
1. 9-njy suratda $\angle 4 + \angle 5$ =180° bolsa, $a||b$ bolarmy?
2. 9-njy suratda $\angle 2 = \angle 6$ bolsa, $a||b$ bolarmy?
3. 9-njy suratda $\angle 1 = \angle 5$ = 118° bolsa, galan burçlary tapyň.
4. 9-njy suratda $\angle 2$ = 71° we $\angle 7$ = 119° bolsa, $a||b$ bolarmy?

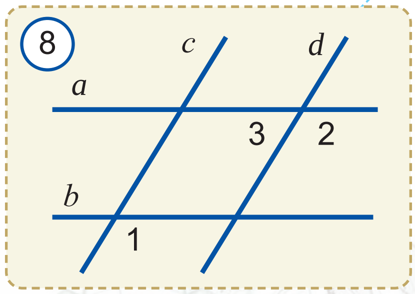


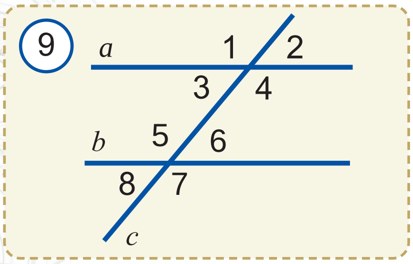


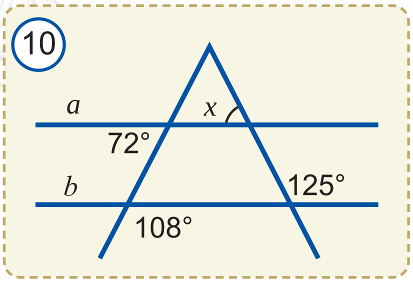


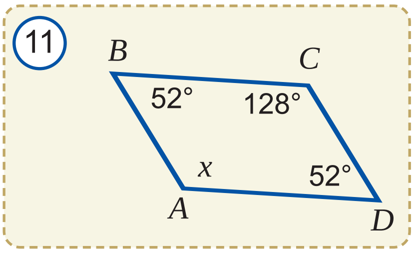


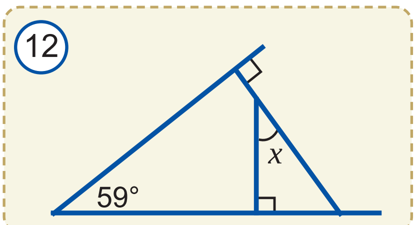












5. 10-njy suratdaky x burçy tapyň.

6. 11-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.

7. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 47°-a deň. Oňa degişli burç näçe gradus bolanda bu iki göni çyzyk parallel bolýar?

8. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen atanak ýatýan burçlaryň jemi 84°. Galan burçlary tapyň.

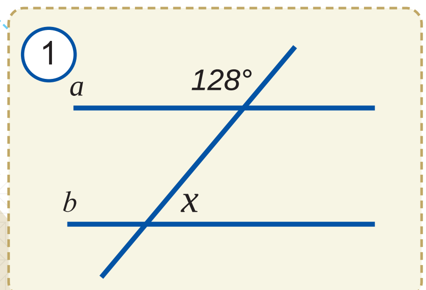
9. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 8 esse uly. Emele gelen ähli burçlary tapyň.

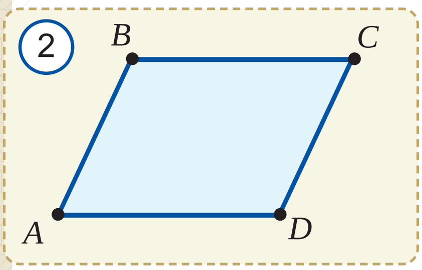
10. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen birtaraplaýyn burçlar tapawudy 30°. Bu burçlary tapyň.

11. 12-nji suratdaky nämälim burçy tapyň.

12. Degişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlaryň tapawudy 36°-a deň. Şu burçlary tapyň.

4-nji barlag işiniň nusgasy





Nusga barlag işi iki bölekden ybarat:

1. 116-117-nji sahypalardaky testlere meňzeş 5 test;

2. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele «bäş» baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. Iki parallel göni çyzyk kesiji bilen kesilende emele gelen burçlardan biri 34°-a deň. Galan burçlary tapyň.

2. 1-nji suratda a we b göni çyzyklar parallel bolmagy üçin nämälim burç näçe gradus bolmaly?

3. Eger 2-nji suratda $BC||AD$ we $AB||CD$ bolsa, $AB=CD$ bolýandygyny subut ediň.

4. ABC üçburçlugyň A depesinden geçirilen bissektrisa BC tarapy D nokatda kesip geçýär. D nokatdan geçirilen göni çyzyk AC tarapy E nokatda kesip geçýär. Eger $AE=DE$ bolsa, $DE||AB$ bolýandygyny subut ediň.

GeoGebrada amaly ýumuşlary ýerine ýetirmek

1. Berlen ululykdaky burçy gurmak

Iki göni çyzyk göni burç astynda kesişse, olar perpendikulýar göni çyzyklar diýip atlandyrylýar. Olaryň teswirini almak üçin

1) enjamlar panelinde «**Прямые линии**» («Göni çyzyklar») toparyny açýarys;

2) menýudan «**Прямая**» («Göni çyzyk») üstüne syçanyň çep düwmesini basyp saýlaýarys;

3) tekizlikde iki nokat belgileýäris.

4) enjamlar panelinde «**Измерения**» («Ölçegler») toparyny açýarys;

5) menýudan «**Угол заданной величины**» («Berlen ululykdaky burç») üstüne syçanyň çep düwmesini basyp saýlaýarys;

6) emele gelen penjirede burç ululygyny girizýäris we «**Enter**» düwmesini basýarys;

7) netijede üçünji nokat emele gelýär.

8) burç depesi we nokatdan göni çyzyk geçirýäris. Netijede gözlenýän burç emele gelýär.

2. Burçuň bissektrisasyny gurmak algoritmini düzmek we ony gurmak

Ýokardaky algoritme meňzeş burçuň bissektrisasyny gurmak algoritmini düzüň we ony guruň.

3. Köpburçluk gurmak

Köpburçlugyň teswirini almak üçin:

1) Enjamlar panelinde «**Многоугольник**» («Köpburçluk») toparyny açýarys;

2) Tekizlikde köpburçlugyň depelerini tertip bilen belgileýäris we ýene birinji nokada dolanýarys;

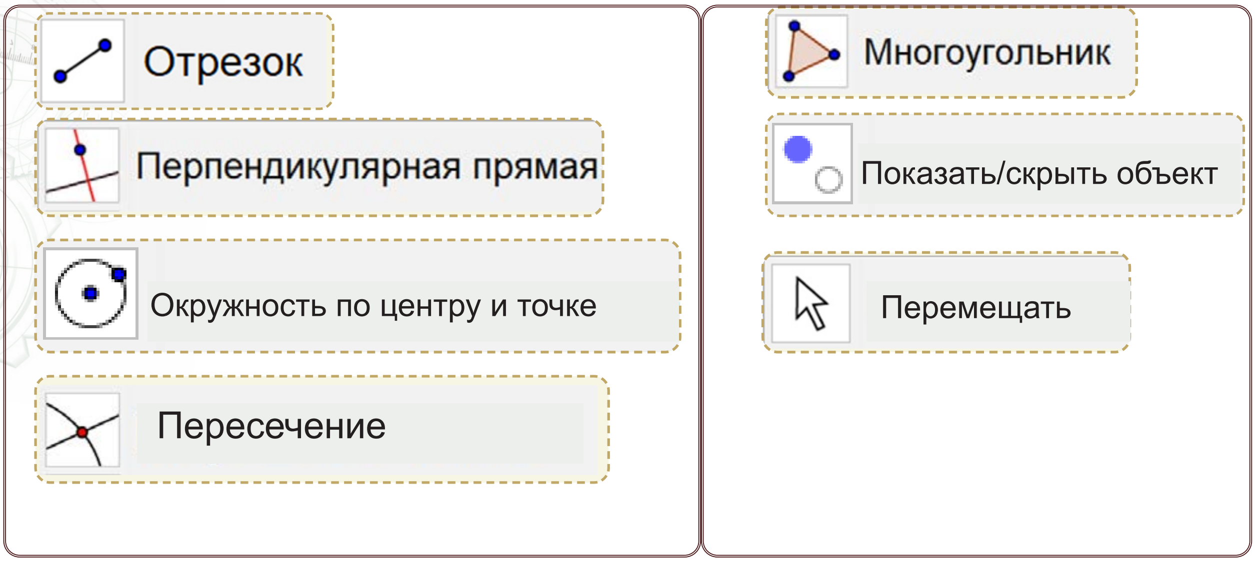
3) Netijede köpburçluk emele gelýär;

4. Dogry köpburçluk gurmak algoritmini düzmek we ony gurmak

Ýokardaky algoritme meňzeş dogry köpburçluk gurmak algoritmini düzüň we ony guruň.

5. Kwadrat gurmak

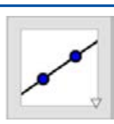
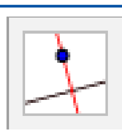
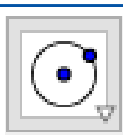
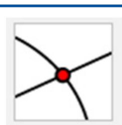
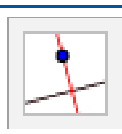
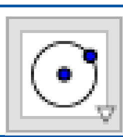
Kwadrat gurmak üçin aşakdaky serişdeler gerek bolýar. Kwadrat gurmazdan öň maksatnamanyň her bir enjamdan peýdalanmak görkezmelerini gaýtalaň.

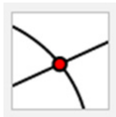
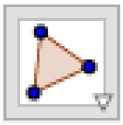
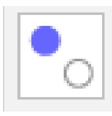
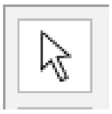


Gerekli komponentler:

- **GeoGebra**da täze penjire açyň.
- **GeoGebra** interfeýsini «**Настройки**» –  «**Геометрия**» görnüşine geçiriň.
- Täze nokat üçin sazlamalary üýtgediň.

Kwadraty gurmagyň algoritmi

1		$a=AB$ kesim guruň
2		AB kesimiň B nokadyndan geçýän b perpendikulýar çyzygy guruň
3		Merkezi B nokatda bolan we A nokatdan geçýän c töwerek çyzyň.
4		b perpendikulýar we c töweregiň kesişme nokatlary – C we D-leri guruň.
5		AB kesimiň A nokadyndan geçýän d perpendikulýar çyzygy guruň.
6		Merkezi A nokatda bolan we B nokatdan geçýän e töweregi çyzyň.

7		d perpendikulýar we e töweregiň kesişme nokatlary E we F-leri guruň.
8		$ABCE$ köpburçlugy guruň.
9		Iki töweregi we perpendikulýar çyzyklary gizlin ýagdaýa geçiriň.
10		Kwadratyň dogry gurlandygyny barlaň
11		Kwadratyň reňkini we görnüşini üýtgediň

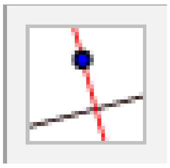
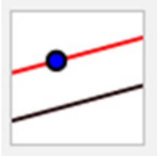
6. Kwadraty başga usulda gurmagyň algoritmini düzüň.

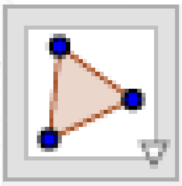
7. Gönüburçluk gurmak.

Gerekli komponentler:

- Gurmaga başlamazdan öň gönüburçlugyň häsiýetlerini ýada salyň.
- Täze ***GeoGebra*** penjiresini açyň.
- ***GeoGebra*** interfeýsini «**Настройки**» –  «**Геометрия**» görnüşine geçiriň.
- Täze nokat üçin sazlamalary üýtgediň.

GeoGebra enjamlar panelindäki gerekli enjamlar

	***Перпендикулярная прямая*** ***Ýatlatma.*** nokadyň we göni çyzygyň üstüne basyp, şu nokat arkaly göni çyzyga perpendikulýar geçiriň.
	***Параллельные прямые*** ***Ýatlatma.*** nokadyň we göni çyzygyň üstüne basyp, şu nokat arkaly göni çyzyga parallel çyzyk geçiriň
	***Пересечение*** ***Ýatlatma.*** iki göni çyzygyň kesişme nokadynyň üstüne basyp, kesişme nokadyny belgiläň ýa-da iki göni çyzygyň üstüne yzygider basyp, olaryň kesişme nokadyny tapyň.

	***Многоугольник*** ***Ýatlatma.*** grafiki görnüşiň üstüne basyň ýa-da bar nokatlaryň üstüne basyp, gönüburçluk alyň. Hemişe köpburçluk ýapyk bolmagy üçin birinji we ahyrky nokady birleşdiriň. Köpburçluk gyraňlaryny sagat strelkasyna garşy ugurda birleşdiriň.

Gönüburçluk gurmagyň algoritmi

1	Отрезок	*AB* kesim guruň.
2	Перпендикулярная прямая	*AB* kesime *B* nokat arkaly geçýän perpendikulýar geçiriň.
3	Точка	Perpendikulýar göni çyzykda täze *C* nokady işjeňleşdiriň.
4	Параллельная прямая	*C* nokat arkaly geçýän we *AB* kesime parallel göni çyzyk geçiriň.
5	Перпендикулярная прямая	*AB* kesimiň *A* nokady arkaly geçýän perpendikulýar geçiriň.
6	Пересесечение	*D* kesişme nokadyny belgiläň.
7	Многоугольник	*ABCD* köpburçluky guruň.
8	Сохранить	Özgerişleri saklamak.
9	Перемещать	**«Перемещать»** – serişdesinden peýdalanyp, gönüburçlugyň dogry gurlandygyny barlaň.

IV BAP

ÜÇBURÇLUGYŇ TARAPLARYNYŇ WE BURÇLARYNYŇ ARASYNDAKY GATNAŞYKLAR

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

Bilim:

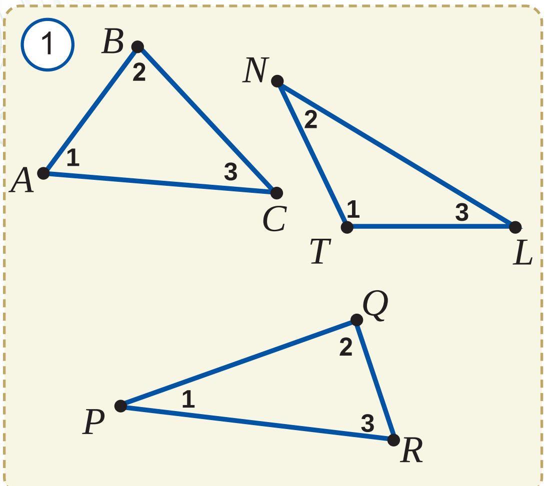
– üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teorema we ony subut etmek;
– üçburçlugyň daşky burçy we onuň häsiýeti;
– gönüburçly üçburçlugyň häsiýetleri;
– gönüburçly üçburçluklaryň deňlik nyşanlary;
– burçuň bissektrisasynyň häsiýeti;
– üçburçlugyň burçlarynyň we taraplarynyň arasyndaky gatnaşygy aňladýan gatnaşyklar;
– üçburçlugyň deňsizligi.

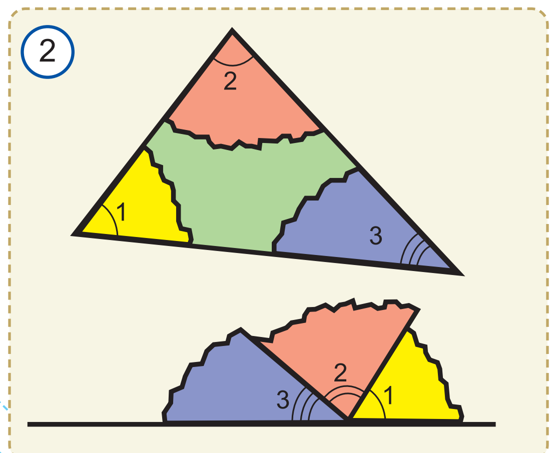
Amaly başarnyklar:

– üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini amaly usul bilen tapyp bilmek;
– özleşdirilen nazary bilimleri, häsiýetleri meseleler çözende we amaly işleri ýerine ýetirende ulanyp bilmek.

18 ÜÇBURÇLUGYŇ IÇKI BURÇLARYNYŇ JEMI

Işjeňleşdiriji gönükme





1. 1-nji suratda şekillendirilen ABC üçburçlugyň üç burçlaryny transportiriň kömeginde ölçäň we olaryň jemini hasaplaň. Edil şu işi MNL we PQR üçburçluklar üçin hem ýerine ýetiriň. Netijeler esasynda jedweli dolduryň. Nähili häsiýeti anykladyňyz? Ony bir jümle bilen aňladyň.

Üçburçluklar	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1+\angle 2+\angle 3$
ΔABC				
ΔMNK				
ΔPQR				

2. Bir list kagyza islendik ABC üçburçlugy çyzyň we burçlaryny 1, 2 we 3 sifrler bilen belgiläň. Onuň burçlaryny 2-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýyrtyp alyň we ýanaşyk goýuň. Mundan nähili netije çykarmak mümkin?

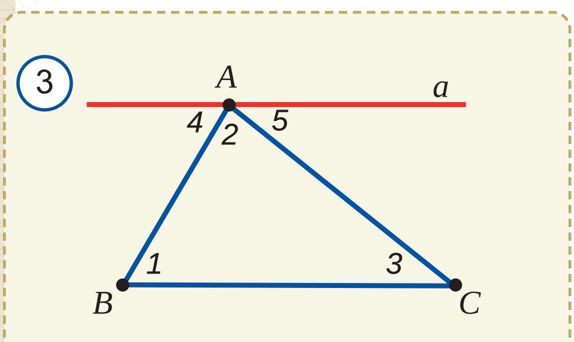
Indi geometriýanyň iň möhüm teoremalaryndan biri – üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teoremany subut edýäris.

18.1. Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi

Teorema. **Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180°-a deň.**

ΔABC ⇨ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Subudy. ABC üçburçlugyň içki burçlaryny degişlilikde $\angle 1$, $\angle 2$ we $\angle 3$ bilen belgileýäris *(3-nji surat)*. A depeden BC tarapa parallel A göni çyzyk geçirýäris we $\angle 4$ we $\angle 5$ burçlary belgileýäris.



$\angle 1 = \angle 4$, çünki bu burçlar, A we BC parallel göni çyzyklary AB kesiji bilen kesende emele gelen atanak ýatýan burçlardyr.

$\angle 3 = \angle 5$, çünki bu burçlar, A we BC parallel göni çyzyklary AC kesiji bilen kesende emele gelen atanak ýatýan burçlardyr.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°$, çünki bu burçlar umumy depä eýe we ýazgyn burçy düzýär.

Emele gelen şu üç deňlikden;

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$, ýagny $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ bolýandygyny alarys.

Teorema subut edildi.

1-nji netije. **Islendik üçburçlugyň iň bolmanda iki ýiti burçy bar.**

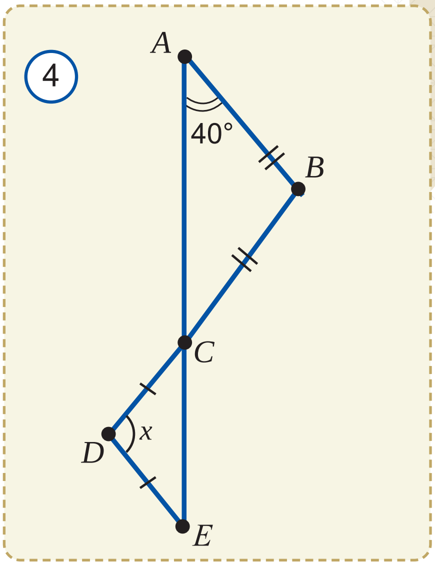
Subudy. Tersini çak edýäris, ýagny üçburçlugyň diňe bir burçy ýiti bolsun. Onda onuň galan iki burçy kütek burç bolup, olaryň jemi 180°-dan uly bolýar. Munuň bolsa ýokarda subut edilen üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teorema görä bolmagy mümkin däl.

Diýmek, çakymyz nädogry. Netije subut edildi.

2-nji netije. **Islendik üçburçlugyň birden artyk göni ýa-da kütek burçy bolmagy mümkin däl.**

Bu netijäniň subudyny özbaşdak ýerine ýetiriň.

1-nji mesele. 4-nji suratdaky nämälim burç – x-i tapyň.



Çözülişi. ΔABC –deňýanly üçburçluk bolany üçin, $\angle ACB = \angle A = 40°$. Wertikal burçlaryň häsiýetine görä, $\angle DCE = \angle ACB = 40°$.

Şerte görä, ΔCED hem deňýanly. Şu sebäpli $\angle DCE = \angle DEC = 40°$. Onda üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teorema görä, ΔCDE da: $40° + 40° + x = 180°$ ýa-da $x = 100°$.

Jogaby: 100°.

2-nji mesele. Üçburçlugyň içki burçlary 2:3:7 ýaly gatnaşykda. Olaryň gradus ölçegini tapyň.

Çözülişi. Şerte görä, üçburçlugyň içki burçlaryny $2x$, $3x$ we $7x$ diýip belgileýäris. Onda üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teorema görä, $2x+3x+7x=180°$ deňlige eýe bolarys. Ondan $x=15°$ bolýandygyny tapýarys:

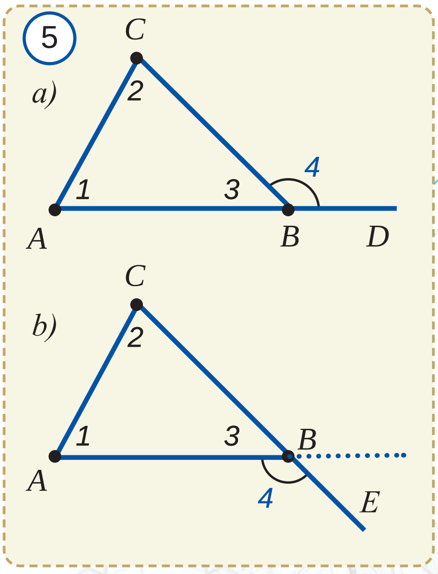
$2x = 2 \cdot 15° = 30°$, $3x = 3 \cdot 15° = 45°$ we $7x = 7 \cdot 15° = 105°$.

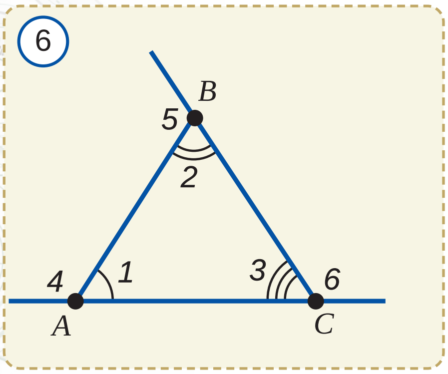
Jogaby. Üçburçlugyň içki burçlary 30°, 45° we 105°-a deň.

18.2. Üçburçlugyň daşky burçunyň häsiýeti

Üçburçlugyň içki burçuna goňşy bolan burç üçburçlugyň *daşky burçy* diýip atlandyrylýar.

5-nji suratda ABC üçburçlugyň B burçuna daşky bolan CBD we ABE burçlar şekillendirilen. Görnüşi ýaly, bu burçlar wertikal bolany üçin özara deň bolýar. Galan A we C burçlar daşky burçlaryny çyzyp görkeziň.



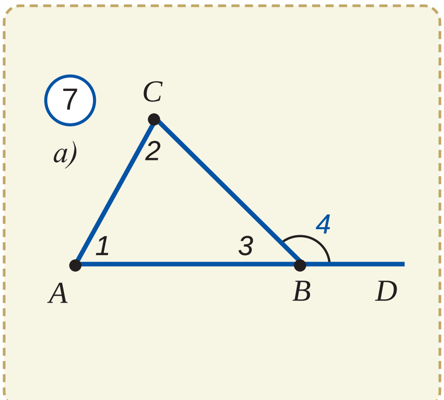


Üçburçlugyň burçlaryny onuň daşky burçlaryndan tapawutlandyrmak üçin *içki burçlar* diýip hem atlandyrýarys.

Geometrik barlag

6-njy suratdaky ABC üçburçlugyň hemme içki we daşky burçlaryny transportirde ölçäň we aşakdaky burçlar (her bir daşky burç we oňa goňşy bolmadyk içki burçlaryň jeminiň) ululyklaryny özara deňeşdiriň: a) $\angle 4$ we $\angle 2 + \angle 3$; b) $\angle 5$ we $\angle 1 + \angle 3$; c) $\angle 6$ we $\angle 1 + \angle 2$.

Deňeşdirmek netijesinde nähili netijä geldiňiz. Ony takmyny tassyklama görnüşinde aňladyň.



Teorema. **Üçburçlugyň daşky burçy üçburçlugyň oňa goňşy bolmadyk iki içki burçlarynyň jemine deň.**

ΔABC, $\angle 4$ – daşky burç (7-*nji surat*) ⇒ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

Subudy. 7-nji surata ýüzlenýäris. Onda goňşy burçlaryň häsiýetine görä:

$$\angle 3 + \angle 4 = 180°.$$

Üçburçlugyň burçlarynyň jemi baradaky teorema görä $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

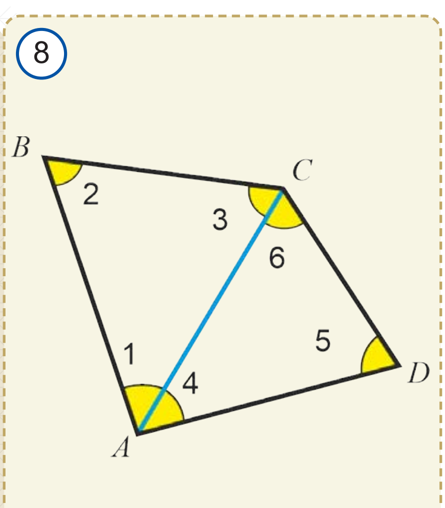
Bu iki deňlikden $\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, ýagny $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ deňligi alarys.

Teorema subut edildi.

Bu teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar.

Netije. Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk içki burçlaryň her birinden uly.

Onuň dogrudygyny özbaşdak ýagdaýda barlaň.



Mesele. Dörtburçlugyň burçlarynyň jemi 360°-
a deň bolýandygyny subut ediň.

Çözülişi. Islendik $ABCD$ dörtburçluk çyzýarys. A we C nokatlary utgaşdyryp, ony iki üçburçluga bölýäris.

Her bir ABC we ADC üçburçluklar içki burçlarynyň jemi 180°-a deň (8-*nji surat*):

$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$, $\angle 4+\angle 5+\angle 6=180°$.

$\angle A=\angle 1+\angle 4$ we $\angle C=\angle 3+\angle 6$ bolany üçin $\angle A+\angle B+\angle C+D=(\angle 1+\angle 4)+\angle 2+(\angle 3+\angle 6)+\angle 5 =$

$=(\angle 1+\angle 2+\angle 3)+(\angle 4+\angle 5+\angle 6)=180°+180°= 360°$.

Tema degişli soraglar

1. Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi baradaky teoremany aýdyň we suratda düşündiriň.

2. Üçburçlugyň köpi bilen näçe sany burçy göni bolmagy mümkin?

3. Üçburçlugyň iki tarapy üçünji tarapa perpendikulýar bolmagy mümkinmi?

4. Üçburçlugyň näçe sany burçy kütek bolmagy mümkin?

5. Burçlary: a) 5°, 55°, 120°; b) 46°, 150°,4°; ç) 100°, 20°, 50°; d) 25°, 35°, 100° bolan üçburçluk barmy?

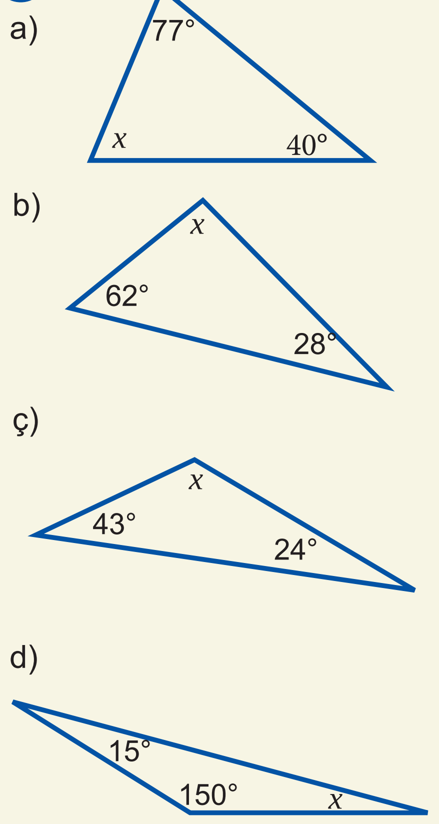
6. Üçburçlugyň daşky burçy näme?

7. Üçburçlugyň kütek daşky burçlary: a) 1 sany; b) 2 sany; ç) 3 sany bolmagy mümkinmi?

8. Üçburçlugyň bir depesindäki içki we daşky burçlary deň bolmagy mümkinmi?

9. Üçburçlugyň köpi bilen näçe sany daşky burçy ýiti bolmagy mümkin?

9



Amaly gönükme we ulanma

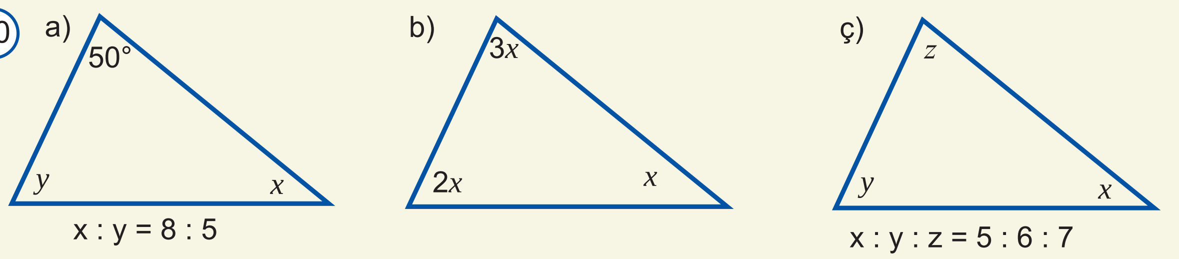
1. Eger üçburçlugyň iki burçy: a) 60° we 40°; b) 70° we 85°; c) 90° we 45°; d) 105° we 30° bolsa, onuň üçünji burçuny tapyň.

2. 9-njy suratdaky nämälim burçy tapyň.

3. Üçburçlugyň iki burçunyň jemi 78° -e deň. Üçünji burçuny tapyň.

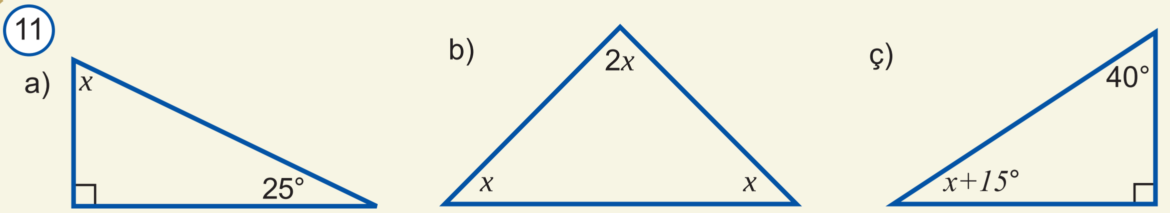
4. 10-njy suratdaky nämälim burçlary tapyň.

10

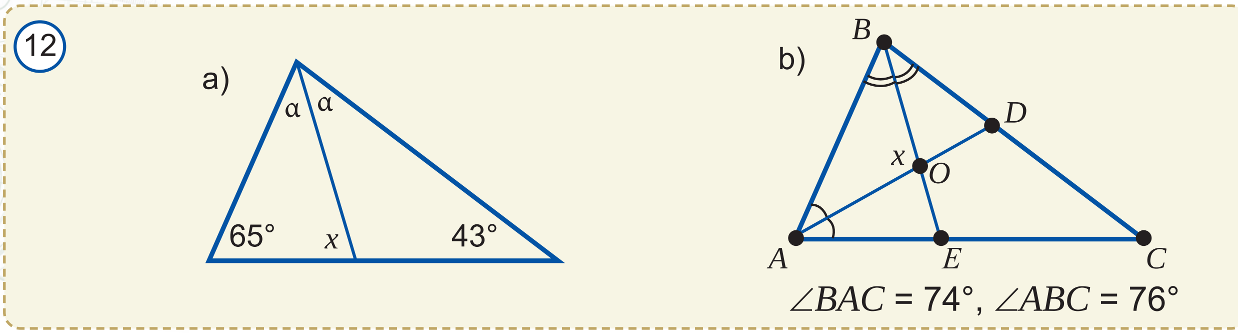


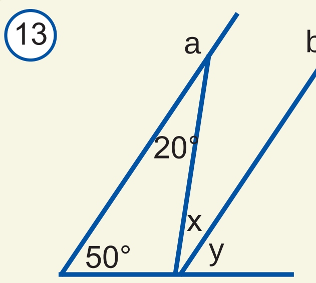
5. 11-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.

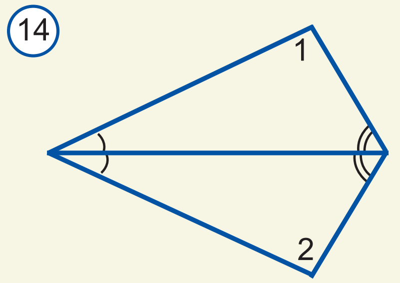
11

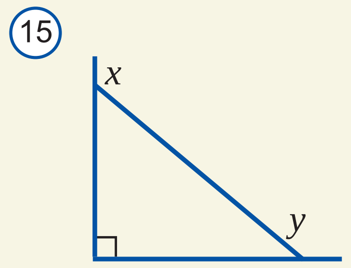


6. 12-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.









7. 13-nji suratda $a||b$. x we y-i tapyň.

8. 14-nji suratda ∠1 = ∠2 bolýandygyny subut ediň.

9. 15-nji suratda $x+y$ -i tapyň.

10*. Üçburçluk burçlary α, β, γ üçin $\alpha = (\beta+\gamma)/2$ bolsa, α -ny tapyň.

11. Deň taraply üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

12. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

13. Eger deňýanly üçburçluk burçlaryndan biri a) 50°; b) 60°; c) 105° bolsa, onuň burçlaryny tapyň.

14. Üçburçlugyň iki daşky burçy 120° we 135° bolsa, içki burçlaryny tapyň.

15. Üçburçlugyň içki burçlaryndan biri 30°-a, daşky burçlaryndan biri 60°-a deň. Üçburçlugyň galan içki burçlaryny tapyň.

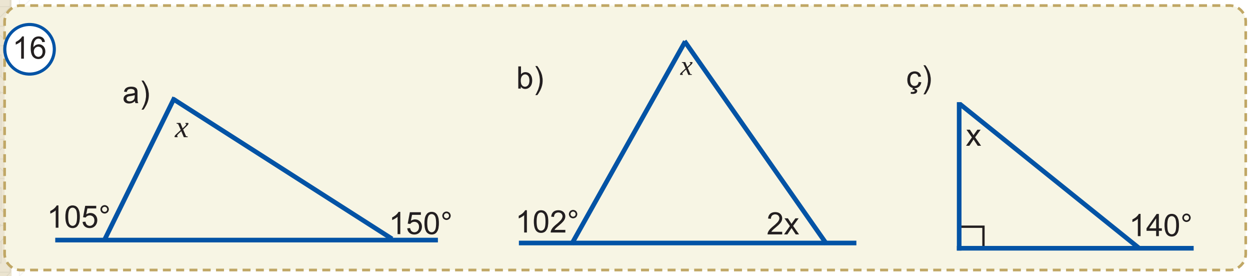
16. 16-njy suratlardaky nämälim burçy tapyň.

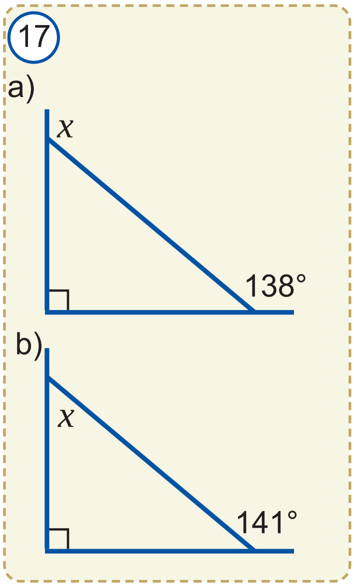
17. 17-nji suratlardaky nämälim burçy tapyň.

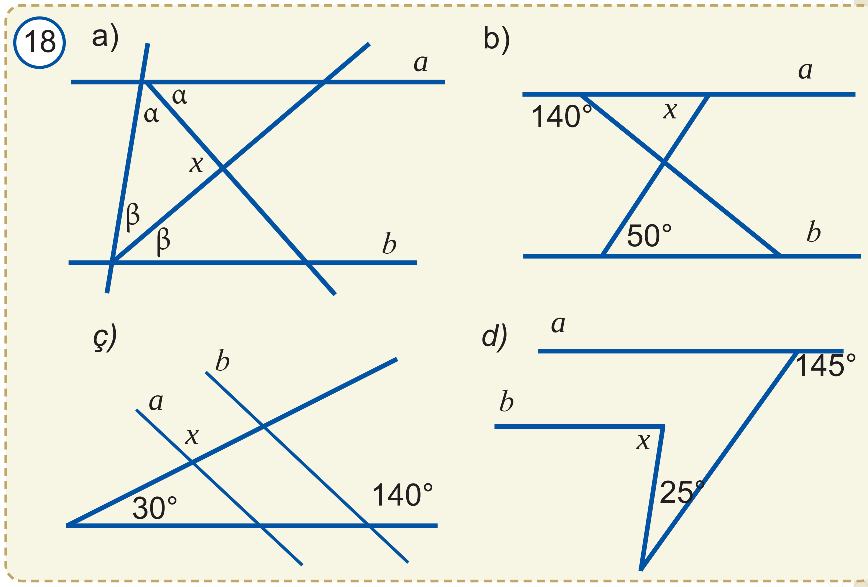
18.* Üçburçlugyň daşky burçlarynyň jemini hasaplaň.

19. Üçburçlugyň iki içki burçunyň ölçegleriniň gatnaşygy 5:9 ýaly, üçünji içki burçy şu burçlaryň kiçisinden 10° kiçi. Üçburçlugyň içki burçlaryny tapyň.

20. Eger 18-nji suratlarda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.







21. Üçburçlugyň 108°-ly daşky burçuna goňşy bolmadyk içki burçlarynyň gatnaşygy 5:4 ýaly. Şu içki burçlaryny tapyň.

22*. 19-njy suratda şekillendirilen bäşburçlugyň burçlarynyň jemini tapyň.

23. 20-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.

24. Iki burçy deň bolan üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny görkeziň.

25. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy: a) 120°; b) 70°. Onuň galan burçlaryny tapyň.

26. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlaryndan biri a) 15°; b) 75° bolsa, galan burçlary nämä deň?

27. Iki üçburçlugyň ähli degişli taraplary özara parallel bolsa, olaryň degişli burçlary deň bolýandygyny subut ediň.

28. Eger 21-nji suratda $AB=BC$, $\angle ABC=50°$, AE we FC –bissektrisalar bolsa, AOB we EOC burçlary tapyň.

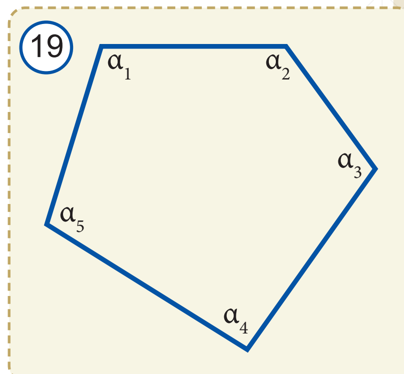
29. 22-nji suratdaky nämälim – x burçy tapyň.

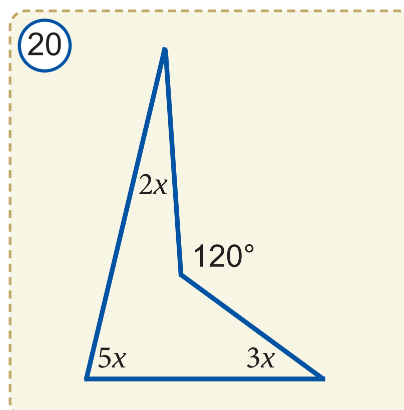
30. 23-nji suratdaky nämälim – x burçy tapyň.

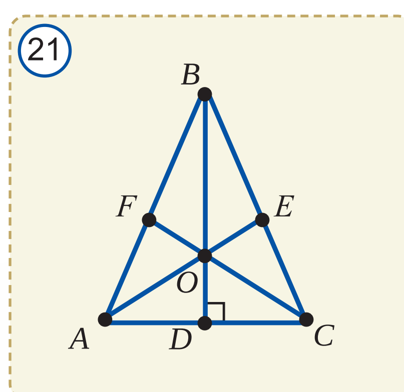
31. Iki üçburçlugyň ähli degişli taraplary özara perpendikulýar bolsa, olaryň degişli burçlary deň bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.

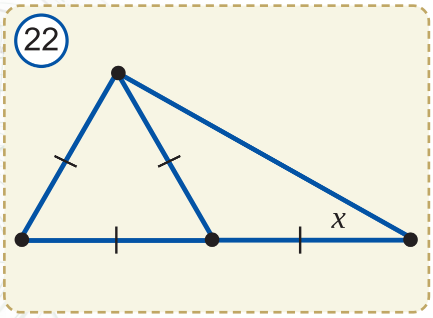
32. Bir üçburçlugy diňe bir göni çyzyk boýunça gyrkyp iki ýiti burçly üçburçluk almak mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

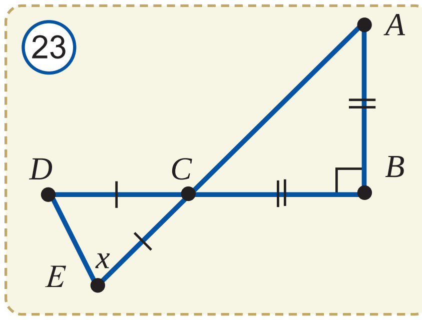
33. ABC üçburçlukda $\angle A+\angle B$ = 110° we $\angle B+\angle C$ = 100°. Onuň içki burçlaryny tapyň.

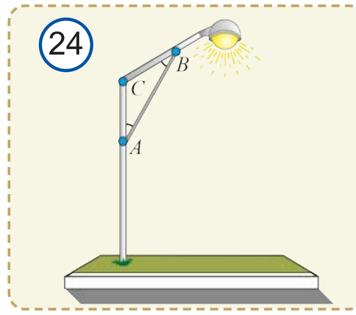






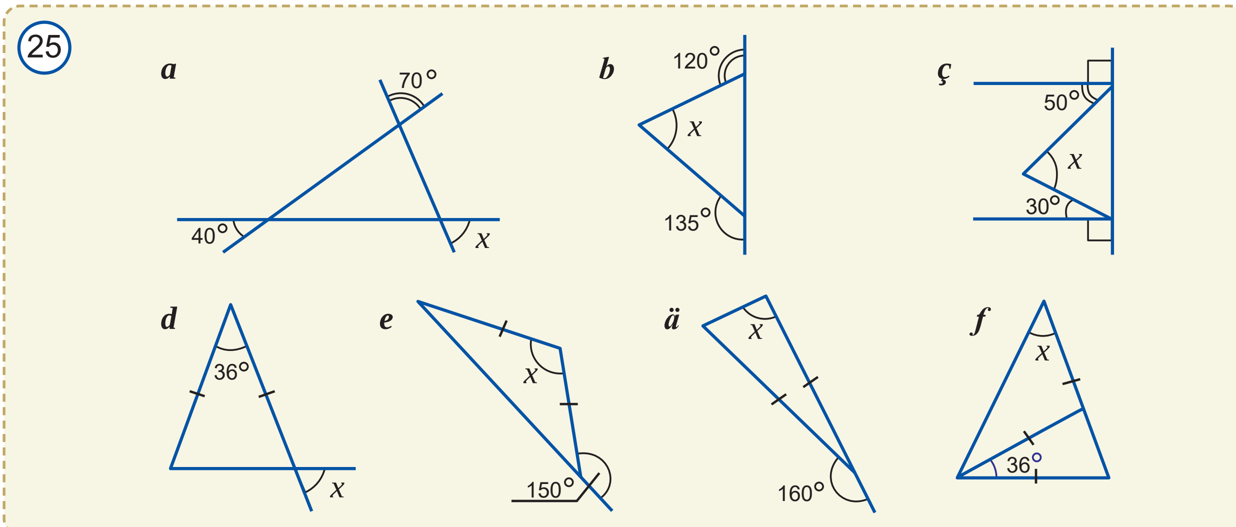




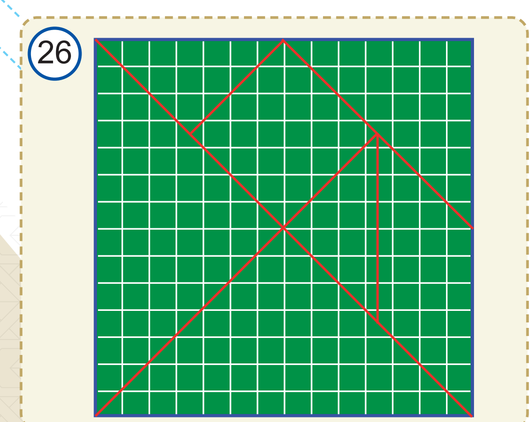


34. 24-nji suratda şekillendirilen stol çyrasy şeýle ýasalan, ýagny $\angle C = 110°$ we $\angle A = \angle B$. A we B burçlaryň gradus ölçegini tapyň. Näme üçin ol hut şeýle şekilde ýasalypdyr, diýip oýlaýarsyňyz?

35. 25-nji suratdaky nämälim burçy tapyň.

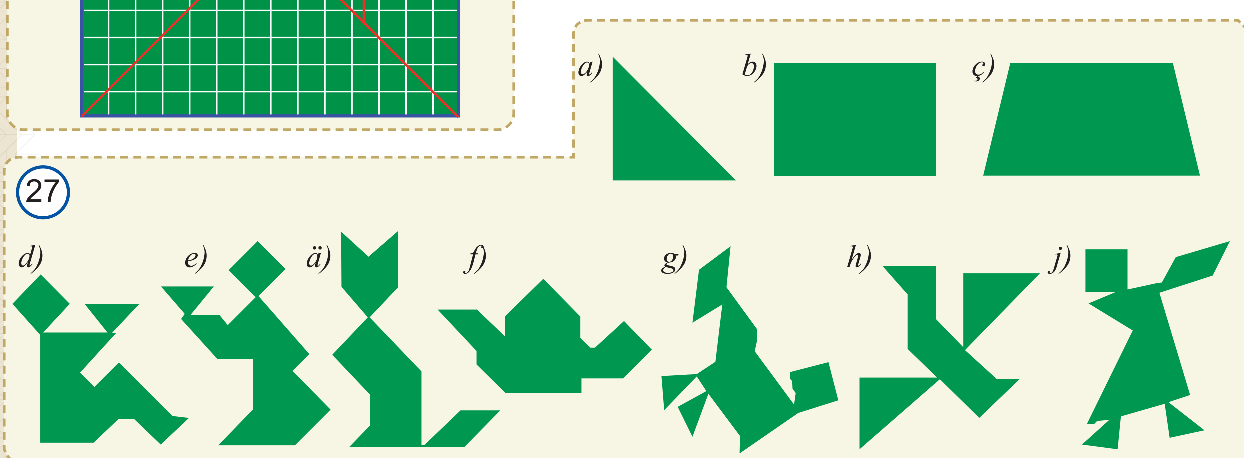


Geometrik tapmaça



«Tangram» atly hytaý oýnawajyny ýasaň. Munuň üçin kwadraty galyň kagyza çyzyň we 26-njy suratda görkezilişi ýaly, ony ýedi bölege bölüp, gyrkyp alyň.

Soň «Tangram» bölejikleriniň hemmesinden peýdalanyp, 27-njy suratda şekillendirilen figuralary emele getiriň.



19 GÖNÜBURÇLY ÜÇBURÇLUKLAR

19.1. Gönüburçly üçburçlugyň häsiýetleri

Ýatladyp geçýäris, gönüburçly üçburçlugyň bir burçy göni (90°) bolup, galan iki burçy bolsa ýiti burçlardan ybarat. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçunyň garşysyndaky tarapy *gipotenuza*, galan iki tarapy bolsa *katet* diýip atlandyrylýar. Gönüburçly üçburçlugyň käbir häsiýetlerine seredeliň.

1-nji häsiýet. **Gönüburçly üçburçlugyň iki ýiti burçlarynyň jemi 90°-a deň.**

Hakykatdan hem, üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180°-a deň. Gönüburçly üçburçlugyň bir burçy bolsa 90°-a deň. Şonuň üçin onuň galan iki burçy jemi 180° – 90° = 90°-a deň bolýar.

2-nji häsiýet. **Gönüburçly üçburçlugyň 30°-ly burçunyň garşysyndaky kateti gipotenuzasynyň ýarysyna deň.**

Subudy. Aýdaly, 1-nji suratda şekillendirilen ABC gönüburçly üçburçluk berlen bolup, onda $\angle ACB = 90°$ we $\angle ABC = 30°$-a deň bolsun. Onda $\angle BAC = 60°$ bolýar.

$AC = \dfrac{AB}{2}$ bolýandygyny görkezýäris.

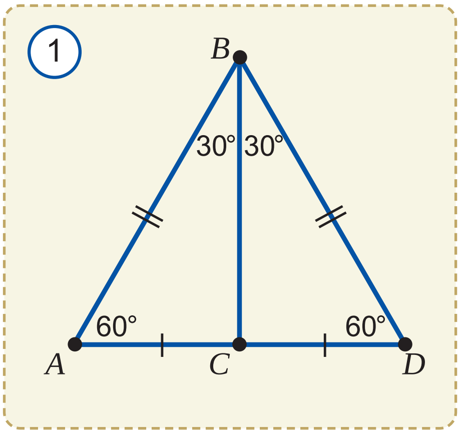
Berlen üçburçluga deň DBC üçburçlugy 1-nji suratda görkezilişi ýaly edip guryarys. Netijede hemme burçlary 60°-a deň bolan ABD üçburçluga eýe bolarys.

Diýmek, ABD üçburçluk deň taraply. Hususan-da, $AB = AD$ bolýar. Ýöne:

$AD = AC + CD = 2AC.$

Şeýdip, $AB = 2AC$, ýagny $AC = \dfrac{AB}{2}$.

Häsiýet subut edildi.



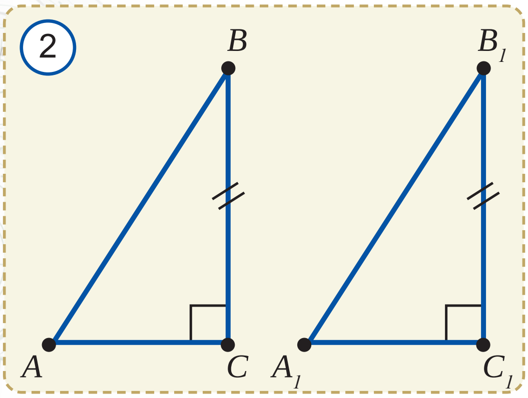
3-nji häsiýet. **Gönüburçly üçburçlugyň katetlerinden biri gipotenuzanyň ýarysyna deň bolsa, bu katet 30°-ly burçuň garşysynda ýatýar.**

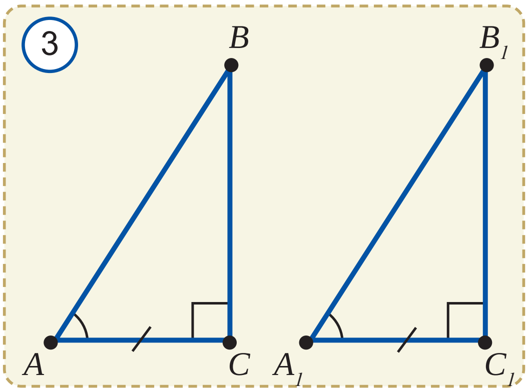
Bu häsiýet 2-nji häsiýete ters tassyklama bolup, ony özbaşdak subut ediň.

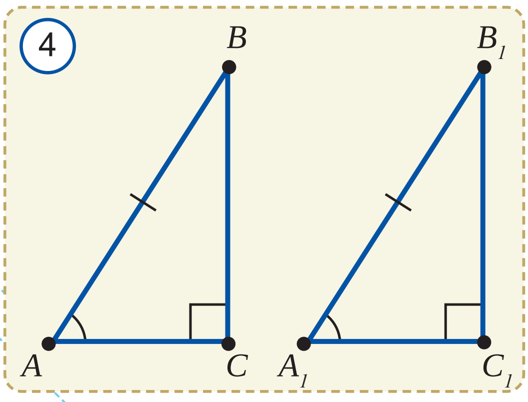
19.2. Gönüburçly üçburçluklaryň deňlik nyşanlary

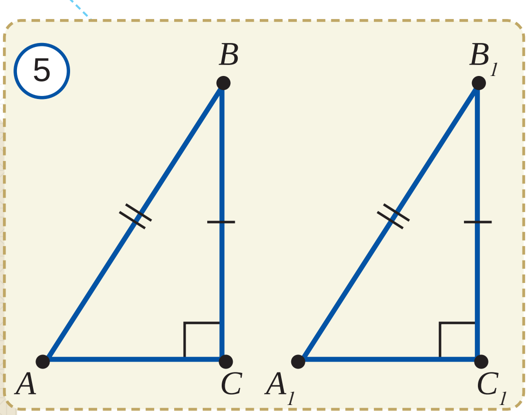
ABC we $A_1B_1C_1$ gönüburçly üçburçluklar berlen bolsun. Bu üçburçluklaryň ähli burçy göni bolany üçin, bu burçlar hemişe özara deň. Şu sebäpli gönüburçly üçburçluklar üçin üçburçluklaryň deňlik nyşanlary esli ýönekeýleşýär.

Gönüburçly üçburçluklar üçin iki katet boýunça (KK nyşan), katet we ýiti burç boýunça (KB nyşan), gipotenuza we ýiti burç boýunça (GB nyşan) we gipotenuza we katet boýunça (GK nyşan) ýaly deňlik nyşanlaryny getirýäris.









Teorema. ***KK nyşan.*** **Bir gönüburçly üçburçlugyň katetleri ikinji gönüburçly üçburçlugyň katetlerine degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** *(2-nji surat)*.

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň TBT-nyşanyndan gönüden-göni gelip çykýar.

Teorema. ***KB nyşan.*** **Bir gönüburçly üçburçlugyň kateti we oňa sepleşýän ýiti burçy, ikinji gönüburçly üçburçlugyň katetine we oňa sepleşýän ýiti burçuna deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** *(3-nji surat)*.

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyndan gönüden-göni gelip çykýar.

Teorema. ***GB nyşan.*** **Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir ýiti burçy ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna we bir ýiti burçuna deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar** *(4-nji surat)*.

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyndan gönüden-göni gelip çykýar.

Teorema. ***GK nyşan.*** **Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir kateti ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna we bir katetine deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar.**

Geliň, şu nyşany subut edeliň.

ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar berlen *(5-njy surat)* we olarda $\angle C = 90°$, $\angle C_1 = 90°$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bolsun.

Onda $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkezýäris.

Subudy. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň ikiden taraplary özara deň: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Eger ABC we $A_1B_1C_1$ burçlarynyň deňligini görkezsek, TBT nyşanyna görä, bu üçburçluklar özara deň bolýar.

Munuň üçin, $A_1B_1C_1$ üçburçlugy ABC üçburçluk bilen BC we B_1C_1 katetler gabat gelýän edip ýanaşyk goýýarys *(6-njy surat)*.

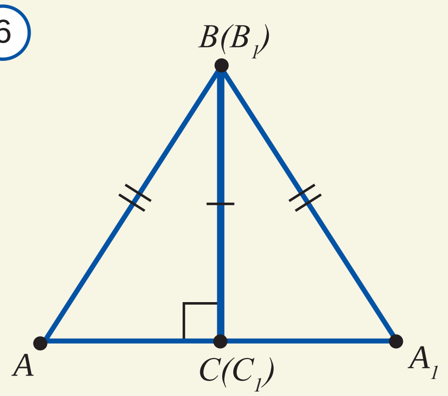
Onda $\angle C$ we $\angle C_1$ göni burç bolanlygy üçin CA we C_1A_1 şöhleler ýazgyn burçy düzýär, ýagny A, C, C_1 we A_1 nokatlar bir göni çyzykda ýatýar.

Netijede, ABA_1 deňýanly üçburçluk bolýar. Ýöne, deňýanly üçburçlukda esasa geçirilen beýiklik bissektrisa hem bolýar (83-nji sahypadaky teoremanyň netijesine görä).

Diýmek, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.

Teorema subut edildi.

6



Tema degişli soraglar

1. Gönüburçly üçburçlugyň taraplary nähili atlandyrylýar?

2. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň jemi nämä deň?

3. Gönüburçly üçburçlugyň burçlaryndan käbiri kütek bolmagy mümkinmi?

4. Gönüburçly üçburçlugyň näçe sany beýikligi bar?

5. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň jemi 120°-a deň bolmagy mümkinmi? Näme üçin?

6. Gönüburçly üçburçlugyň 30°-ly burçunyň garşysyndaky kateti bilen gipotenuzasynyň arasynda nähili gatnaşyk bar?

7. Gönüburçly üçburçluklaryň häsiýetlerini aýdyň we düşündiriň.

8. Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň nyşanlaryny aýdyň we düşündiriň.

9. Gönüburçly üçburçluklaryň bir kateti we bir burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolarmy?

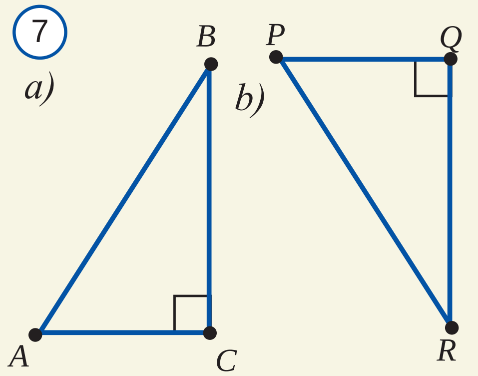
10. Gönüburçly ABC üçburçlukda $\angle A + \angle B = \angle C$ bolsa, onuň katetlerini we gipotenuzasyny aýdyň.

Amaly gönükme we ulanma

1. 7-nji a suratdaky ACB gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyny we katetlerini ýazyň. Bu üçburçlugyň haýsy tarapy uzyn: a) AB ýa-da BC; b) AB ýa-da AC?

2. 7-nji b suratdaky PQR gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyny we katetlerini ýazyň. Bu üçburçlugyň haýsy tarapy uzyn: a) PR ýa-da PQ; b) PR ýa-da QR?

7



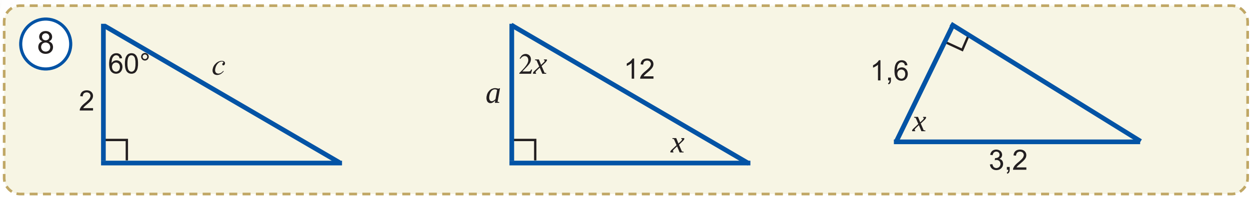
3. Gönüburçly üçburçlugyň bir ýiti burçy 23° bolan gönüburçly üçburçluga deň. Şu üçburçlugyň burçlary nähili bolmagy mümkin?

4. Gönüburçly üçburçlugyň bir burçy: a) 78°; b) 43°. Galan burçlaryny tapyň.

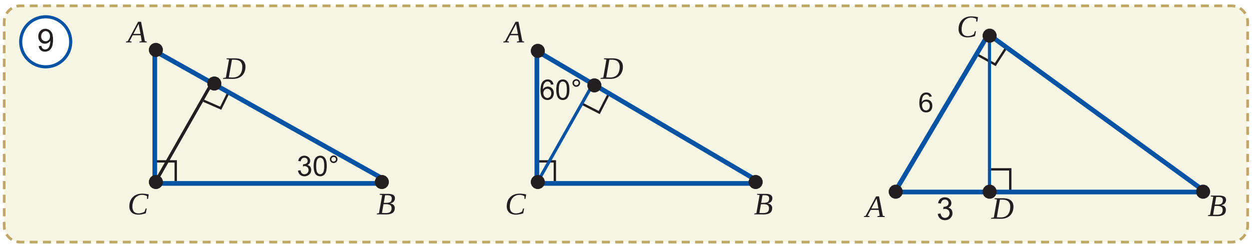
5. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlaryndan biri 30°, gipotenuzasy 34°-a deň. Şu üçburçlugyň burçlaryndan we katetlerinden birini tapyň.

6. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy 14-e, katetlerinden biri 7-ä deň. Şu üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

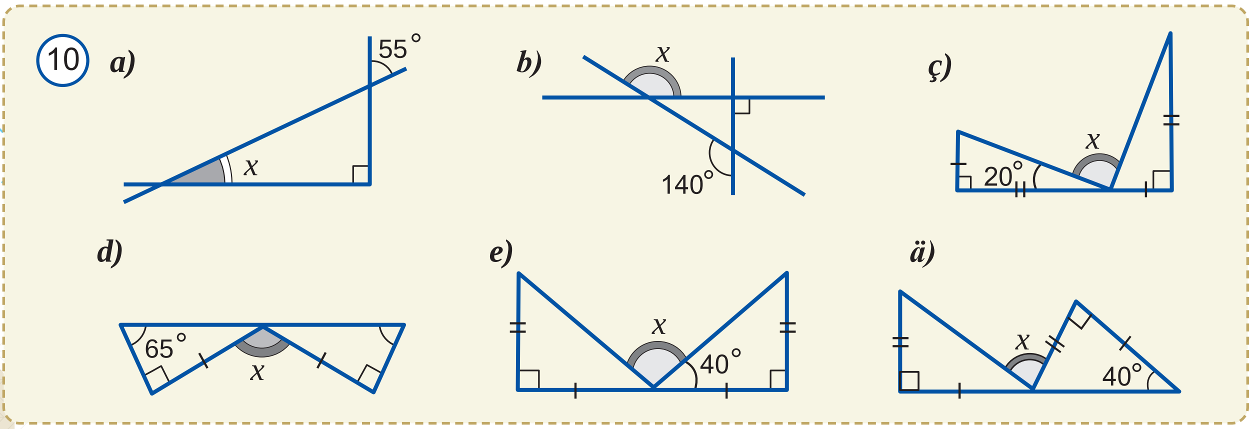
7. 8-nji surat: a) $c=?$; b) $a=?$; ç) $x=?$.

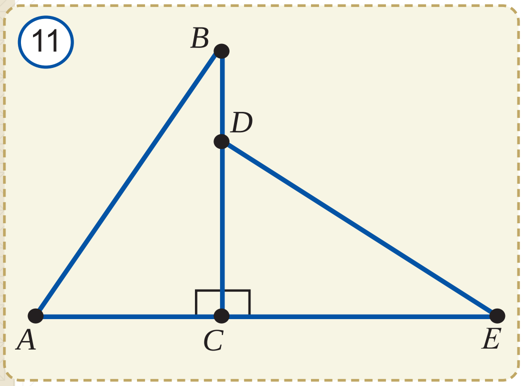


8. 9-nji surat: a) $AB=20$, $AD=?$; b) $AB=18$, $BD=?$; ç) $BD=?$.



9. 10-nji suratdaky nämälim burçlary tapyň.





10. Eger 11-nji suratda: a) $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$; b) $BC=DE$, $AB=CE$; d) $AC=CD$, $BC=CE$; e) $AB=DE$ bolsa, ACB we DCE üçburçluklar deň bolarmy?

11. Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we BD_1 bissektrisalar we $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

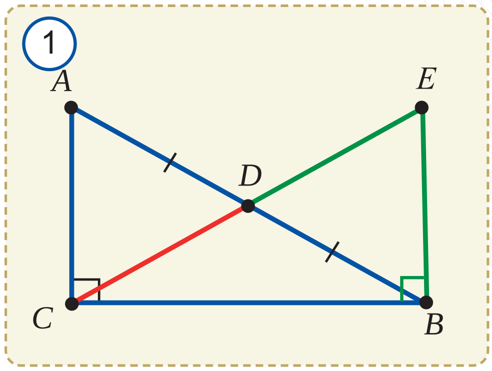
20 BURÇUŇ BISSEKTRISASYNYŇ HÄSIÝETI

Teorema. **Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy gipotenuzanyň ýarysyna deň.**

ABC gönüburçly üçburçlukda AB – gipotenuza we CD– mediana, ýagny $AD=DB$ bolsun *(1-nji surat).* $CD = AB/2$ bolýandygyny subut edýäris.

Subudy. Goşmaça gurmaklary amala aşyrýarys: CB tarapyň B nokadyndan perpendikulýar çykarýarys. Onda E nokady $AC=EB$ edip belgileýäris we CE kesimi gurýarys.

ABC we EBC gönüburçly üçburçluklara seredýäris. Olarda CB katet umumy we gurmaga görä $AC=EB$. Onda gönüburçly üçburçluklaryň KK nyşanyna görä bu üçburçluklar özara deň bolýar. Hususan-da, $\angle ABC = \angle ECB$ bolýar.



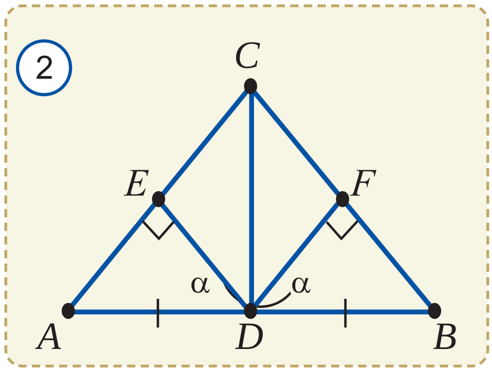
Bu CDB üçburçluk deňýanly we $CD=DB$ bolýandygyny aňladýar.

Ýöne, şerte görä $DB = AB/2$. Mundan $CD = AB/2$ bolýandygy gelip çykýar.

Teorema subut edildi.

Mesele. 2-nji suratdaky ABC üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

Çözülişi. $\Delta AED = \Delta BFD$, çünki olaryň gipotenuzalary we birden ýiti burçlary deň. CED we CFD – gönüburçly üçburçluklar. $ED= FD$ hem-de CD gipotenuza umumy bolany üçin, gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň GK nyşanyna görä $\Delta CED = \Delta CFD$.



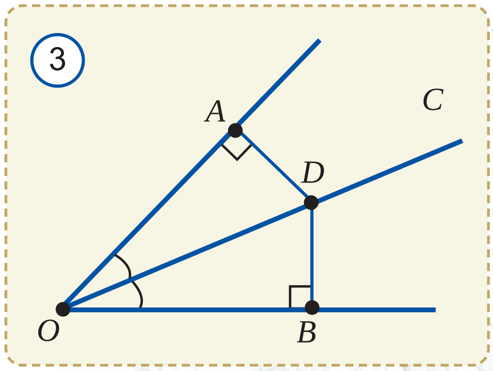
Diýmek, $\Delta ADC = \Delta BDC$, ýagny $AC = BC$ we ΔABC deňýanly.

Burçuň bissektrisasynyň häsiýeti

Ýadyňyzda bolsa, nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralyk diýip nokatdan göni çyzyga geçirilen perpendikulýaryň uzynlygyna aýdylypdy.

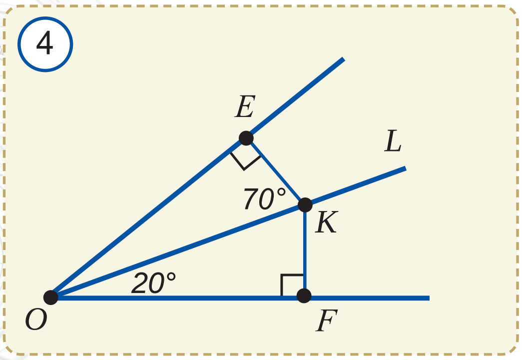
Teorema. **Burçuň bissektrisasynyň islendik nokadyndan burçuň taraplaryna çenli bolan aralyklar özara deň.**

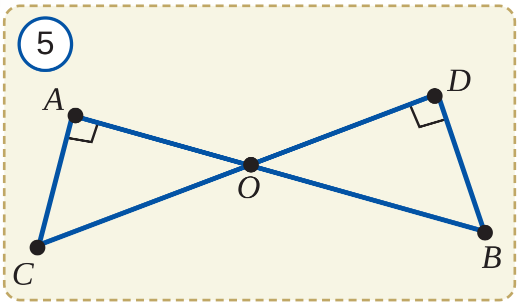
Subudy. Aýdaly, O burç we onuň bissektrisasy OC berlen bolsun *(3-nji surat)*. OC bissektrisada islendik D nokat alýarys we berlen burçuň taraplaryna DA we DB perpendikulýarlary geçirýäris.

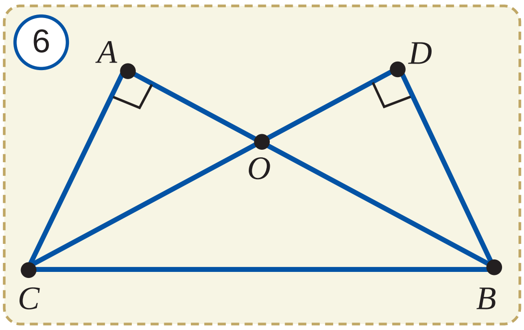


OAD we OBD gönüburçly üçburçluklarda:

1) $\angle AOD = \angle BOD$ şerte görä; **2)** OD – umumy gipotenuza.







Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň GB – nyşanyna görä, $\Delta OAD = \Delta OBD$. Hususan-da, $DA=DB$. ***Teorema subut edildi.***

Mesele. EOF burçuň OL bissektrisasynda K nokat alnan (*4-nji surat*). Eger $EK \perp OE$, $KF \perp OF$ we $\angle KOF = 20°$ bolsa, a) EOK we OKF burçlary; b) EOF we EKF burçlary tapyň.

Çözülişi. **1.** Ýokarda berlişi ýaly $\Delta EOK = \Delta FOK$.

Şonuň üçin $\angle EOK = \angle FOK = 20°$ we $\angle OKF = \angle OKE = 90° - 20° = 70°$.

2. $\angle EOF =$

$2 \cdot \angle KOF = 40°$,

$\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70° + 70° = 140°$.

Jogaby: a) 20° we 70°; b) 40° we 140°.

Tema degişli soraglar

1. *Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy gipotenuzanyň nähili bölegini düzýär?*

2. *Burçuň bissektrisasynyň häsiýetini aýdyň we düşündiriň.*

Amaly gönükme we ulanma

1. Eger 5-nji suratda: a) $OC=OB$; b) $AC=BD$; ç) $AO=OD$; d) $AC=OD$; e) $\angle OCA = \angle OBD$ bolsa, OAC we ODB üçburçluklar deň bolarmy?

2. Eger 6-njy suratda: a) $AC=BD$; b) $OA=OD$; ç) $\angle OCB = \angle OBC$; d) $BC=OD$; e) $\angle ACB = \angle DBC$ bolsa, BAC we CDB üçburçluklar deň bolarmy?

3. ABC üçburçlukda BD beýiklik geçirilen. Eger $AD=DC$ bolsa, ABC üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

4. Ýiti burçly ABC üçburçlukda AA_1 we CC_1 beýiklikler deň. $\angle BAC = \angle BCA$ deňligi subut ediň.

5. Burçuň bissektrisasynyň islendik nokady onuň taraplaryndan deň uzaklykda ýerleşendigini subut ediň.

6. Burçuň AOB bissektrisasynda alnan nokatdan OA şöhlä çenli bolan aralyk 7 cm bolsa, şu nokatdan OB şöhlä çenli bolan aralygy tapyň.

7. O burç we onuň bissektrisasynda C nokat berlen. Eger $\angle O = 60°$ we OC = 14 cm bolsa, C nokatdan burç taraplaryna çenli bolan aralygy tapyň.

8*. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna geçirilen beýiklik gipotenuzanyň ýarysyna deňligini görkeziň.

9. AOB burçuň içinde N nokat alnan. Eger $AN=BN$, $OA \perp AN$ we $OB \perp BN$ bolsa, N

nokat AOB burçuň bissektrisasynda ýatýandygyny subut ediň.

10*. 7-nji suratda gözenekli kagyza çyzylan burçuň bir bölegi şekillendirilen. Kagyzyň burçuň depesi ýerleşen bölegi ýyrtylypdyr. A we B nokatlar burçuň taraplaryndan deň uzaklaşanlygy mälim. Burçuň bissektrisasyny nähili gurmak mümkin.

11. 8-nji suratda şekillendirilen bäşburçlugyň burçlarynyň jemini tapyň.

12. 9-njy suratda şekillendirilen kubuň üstünde ýerleşen üçburçlugyň nomerlenen burçlarynyň jemini tapyň.

13. ABC gönüburçly üçburçlukda C göni burç we AB=12 we $CD=DB$ bolsa, CD-ni tapyň (10-njy surat).

14. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy 8 cm. Eger üçburçlugyň bir burçy 60°-a deň bolsa, bu burça sepleşýän taraplary tapyň.

15*. Üçburçlugyň iki bissektrisasy kesişen nokat üçburçluk üç tarapyndan hem deň uzaklykda bolýandygyny subut ediň.

16*. Deňýanly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň AC we A_1C_1 esaslary we esaslara geçirilen BD we B_1D_1 beýiklikleri deň. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ deňligi subut ediň.

17*. Deňýanly ABC üçburçlukda AC esas we AD hem-de BE beýiklikler 50°-ly burç astynda kesişýär. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

18*. Gönüburçly üçburçluklaryň birden katetine we gipotenuza geçirilen beýikligi boýunça deňligini subut ediň.

19*. Gönüburçly üçburçluklaryň birden katetine we gipotenuza geçirilen bissektrisasy boýunça deňligini subut ediň. Mälim bolşy ýaly, matematiki jümle anyk, ýeterliçe doly we şunuň bilen birlikde gysga, artykmaç sözlersiz bolmaly. Aşakdaky jümlelerdäki artykmaç sözleri anyklap görüň hany?

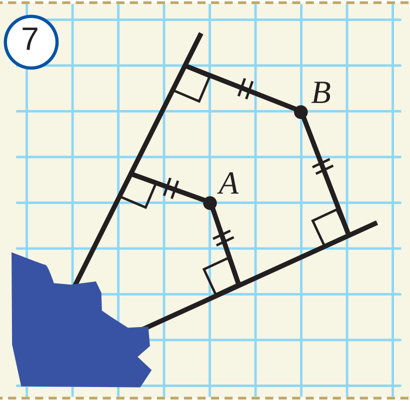
Geometriýada takyklyk we gysgalyk

1. Gönüburçly üçburçlugyň iki ýiti burçlarynyň jemi 90°-a deň.

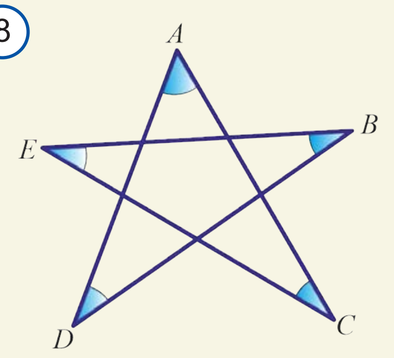
2. Eger gönüburçly üçburçlukda katet gipotenuzanyň ýarysyna deň bolsa, onuň garşysynda ýatýan ýiti burç 30°-a deň bolýar.

3. Iň kem taraply köpburçluk: a) töweregiň merkezinden geçýän horda; b) esasy gapdal tarapyna deň bolan deňýanly üçburçluk.

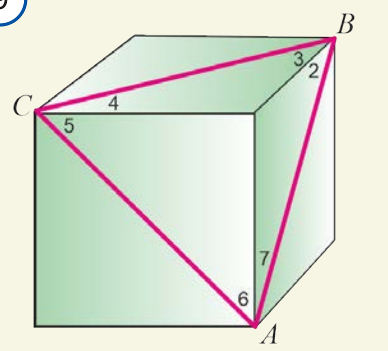
7



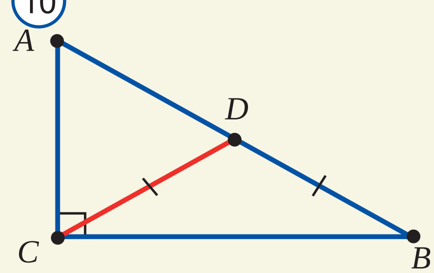
8



9



10

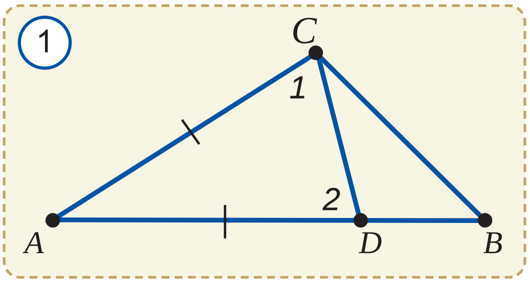


21 ÜÇBURÇLUGYŇ TARAPLARYNYŇ WE BURÇLARYNYŇ ARASYNDAKY GATNAŞYKLAR

21.1. Üçburçlugyň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar

Teorema. **Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda uly burç ýatýar.**

$\Delta ABC, AB > AC$ (1-nji surat) ⇨ $\angle C > \angle B$



Subudy. AB şöhläni çyzýarys we oňa AC tarapa deň AD kesimi goýýarys. $AB>AD$ bolany üçin, D nokat AB kesime degişli bolýar. Diýmek, CD şöhle C burçuň içki ýaýlasynda ýatýar we C burçy iki burça bölýär. Şoňa görä, $\angle C > \angle 1$.

ACD üçburçlugy deňýanly edip guranymyz üçin $\angle 1 = \angle 2$.

$\angle 2$ CDB üçburçlugyň daşky burçy bolany üçin $\angle 2 > \angle B$.

Bu aýry görkezilen üç gatnaşykdan, $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, ýagny $\angle C > \angle B$ bolýandygyny alarys. ***Teorema subut edildi.***

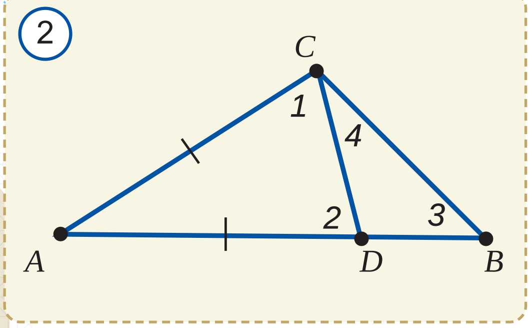
Şonuň ýaly-da, bu teorema ters teorema hem ýerlikli.

Ters Teorema. **Üçburçlugyň uly burçunyň garşysynda uly tarap ýatýar.**

Bu teoremanyň subudyny özbaşdak ýerine ýetiriň.

1-nji netije. Deňýanly üçburçlukda deň taraplaryň garşysynda deň burçlar ýatýar.

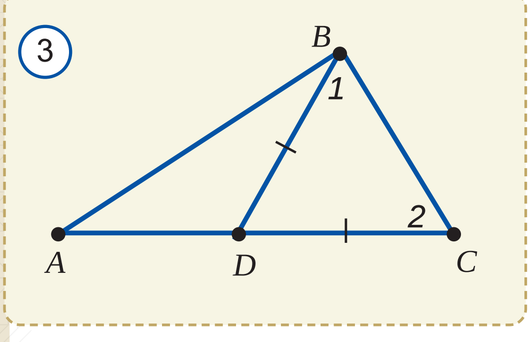
Onuň dogrudygyny öň hem subut edipdik. ***1-nji mesele.*** 2-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyp, $\angle 1 > \angle 3$ bolýandygyny subut ediň.



Çözülişi. $\angle 2 > \angle 3$ bolýandygy anyk, çünki $\angle 2$ BDC üçburçlugyň daşky burçy bolup, daşky burçuň häsiýetine görä, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ we $\angle 4 > 0$.

ACD deňýanly üçburçluk bolany üçin $\angle 1 = \angle 2$. Diýmek, $\angle 1 > \angle 3$ bolýar.

2-nji mesele. 3-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, $AB < AC$ bolýandygyny görkeziň.

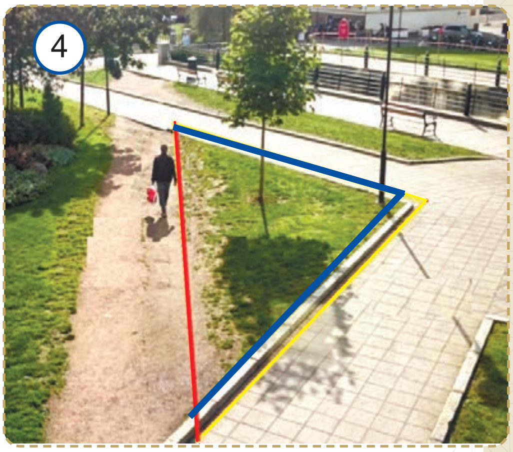


Çözülişi. BDC – deňýanly üçburçluk (çünki $BD=DC$). Diýmek, $\angle 1 = \angle 2$ bolýar. $\angle 1 < \angle ABC$ bolany üçin $\angle 2 < \angle ABC$. Uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýanlygy üçin $AB < AC$ bolýar.

21.2. Üçburçlugyň deňsizligi

Işjeňleşdiriji sorag.

Adamlar şäheriň köçelerinde ýodadan ýöremän, otluklar üstünden ýöräp galdyran yzlara gözüňiz düşendir *(4-nji surat)*. Adatda olar howlugyp duranda ýollaryny gysgaltmak üçin şeýle edýärler we özleri bilmedik ýagdaýda «üçburçlugyň deňsizligi» diýip atlandyrylan üçburçlugyň geometrik häsiýetinden peýdalanýarlar. Bu nähili häsiýet? Aşakda gürrüň şu hakda gider.



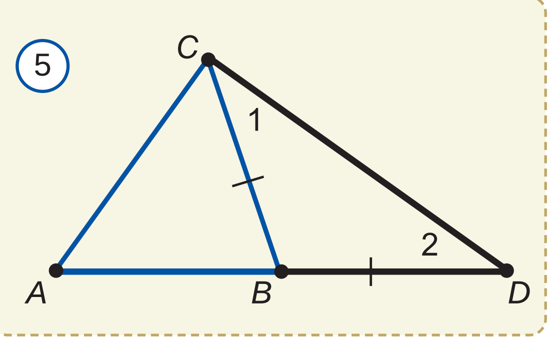
Üçburçlugyň islendik bir tarapy galan iki tarapynyň jeminden kiçi.

ΔABC *(1-nji surat)* ⇒ $AC < AB + BC$

Subudy. AB göni çyzyga BC kesime deň BD kesimi goýýarys we C we D nokatlary utgaşdyrýarys *(5-nji surat)*. Netijede BCD deňýanly üçburçluk emele gelýär. Onda $\angle 1 = \angle 2$, çünki $BC = BD$. Figuradan görnüşi ýaly, $\angle ACD > \angle 1$.

Onda, $\angle ACD > \angle 2$, çünki $\angle 1 = \angle 2$.

Bu burçlar ACD üçburçluga degişli. Indi uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýandygyny hasaba alsak, $AC < AD$ deňsizlige eýe bolarys. Onda $AC < AB + BD$ çünki, $AD = AB + BD$. Ondan $BD=BC$ bolýandygyny hasaba alsak, $AC < AB + BC$-ni alarys.



Teorema subut edildi.

Bu teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar.

2-nji netije. **Bir göni çyzykda ýatmaýan islendik üç – A, B we C nokat üçin $AB < AC + BC$, $AC < AB + BC$ we $BC < AB + AC$ deňsizlikler ýerlikli.**

Bu deňsizlikleriň her biri *üçburçlugyň deňsizligi* diýip atlandyrylýar.

Eger A, B *we* C nokatlar bir göni çyzykda ýatsa, ýokardaky deňsizliklerden biri deňlige öwrülýär, galanlary bolsa dogrudygyna galýar.

Meselem, bu nokatlar bir göni çyzykda ýatyp, A nokat B *we* C nokatlaryň arasynda ýatsa, $AC = AB + BC$, $AB < AC + BC$ *we* $BC < AB + AC$ gatnaşyklar ýerlikli bolýar.

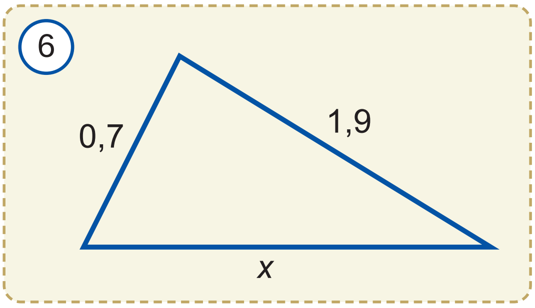
3-nji netije. **Üçburçlugyň islendik bir tarapy galan iki tarapynyň uzynlyklarynyň tapawudyndan uly.**

Hakykatdan hem, $AB < AC + BC$ görnüşdäki üçburçlugyň deňsizliklerinden birini alyp, aşakdaky figura çalyşmalary ýerine ýetirýäris: $AB - AC < BC$ ýa-da $BC > AB - AC$

Edil şu ýol bilen $AC < AB + BC$ deňsizlikden $BC > AC - AB$ deňsizligi alarys. $BC > AB - AC$ we $BC > AC - AB$ deňsizliklerden $BC > |AB - AC|$ bolýar.

Şeýdip, **üçburçlugyň islendik tarapy galan taraplarynyň jeminden kiçi we tapawudy modulyndan uly bolýar.**

Mesele. Üçburçlugyň iki tarapy 0,7 we 1,9. Eger üçünji tarapy bitin sandygy mälim bolsa, ony tapyň *(6-njy surat)*.



Çözülişi. Berlen üçburçlugyň iki tarapy mälim: 0,7 we 1,9.

Üçünji tarapyny üçburçlugyň deňsizliginden peýdalanyp tapýarys: *1)* $x + 0{,}7 > 1{,}9$ ýa-da $x > 1{,}2$; 2) $1{,}9 + 0{,}7 > x$ ýa-da $x < 2{,}6$.

Bu iki deňsizlikden $1{,}2 < x < 2{,}6$-ny alarys.

x – bitin san, diňe $x = 2$ baha bu aşa deňsizligi kanagatlandyrýar.

Diýmek, üçburçlugyň nämälim tarapy 2-ä deň. **Jogaby:** 2.

Tema degişli soraglar

1. Üçburçlugyň uly burçy 60°-dan kiçi bolmagy mümkinmi? Üçburçlugyň kiçi burçy 60°-dan uly bolmagy mümkinmi?

2. ABC üçburçlukda: a) $AB < BC < AC$; b) $AB = AC < BC$ bolsa, üçburçlugyň burçlaryny deňeşdiriň. A burç kütek bolmagy mümkinmi?

3. Üçburçlugyň kütek burçunyň garşysynda kiçi tarap ýatmagy mümkinmi?

4. Üçburçlugyň deňsizliginiň mazmuny nämeden ybarat?

5. Üçburçlugyň deňsizligi nähili meseleleri çözende ulanylýar?

6. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy uzynmy ýa-da kateti?

Amaly gönükme we ulanma

1. ABC üçburçlukda $\angle A > \angle B > \angle C$ bolsa, üçburçlugyň iň uzyn tarapyny anyklaň.

2. ABC üçburçlukda $\angle A = \angle B < \angle C$ bolsa, üçburçlugyň iň kiçi tarapyny anyklaň.

3. ABC üçburçlukda $AB = BC > AC$ bolsa, üçburçlugyň: a) iň uly; b) iň kiçi burçuny anyklaň.

4. ABC üçburçlukda $AB > BC > AC$ bolsa, üçburçlugyň: a) iň uly; b) iň kiçi burçuny anyklaň.

5. Uzynlyklary a) 2 m, 2 m we 3 m; b) 1 dm, 2 dm we 3 dm bolan kesimlerden üçburçluk gurmak mümkinmi?

6. Uzynlyklary: a) 12 cm, 23 cm we 35 cm; b) 45 m, 22 m we 33 m bolan kesimlerden üçburçluk gurmak mümkinmi?

7. Taraplary: a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; ç) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19 bolan üçburçluk barmy?

8. Deňýanly üçburçluk taraplary: a) 7 we 3; b) 10 we 5; ç) 8 we 5 bolsa, üçünji tarapyny tapyň.

9. Üçburçlugyň perimetri 34 dm. Onuň bir tarapy: a) 16 dm; b) 17 dm; ç) 18 dm bolmagy mümkinmi? Näme üçin?

10. Üçburçlugyň perimetri 12-ä deň. Onuň bir tarapy: a) 5; b) 6; ç) 8-e deň bolmagy mümkinmi? Näme üçin?

11*. ABC üçburçlukda: a) $BC=9$, $AC=8$, $AB=7$; b) $BC=9$, $AC=8$; $AB=8$; ç) $BC=9$, $AC=9$, $AB=8$ bolsa, onuň iň uly we iň kiçi burçlaryny anyklaň.

12. Eger a) $\angle A=25°$, $\angle B=100°$; b) $\angle A=40°$, $\angle B=100°$; c) $\angle A=60°$, $\angle B=60°$ bolsa, ABC üçburçlugyň taraplaryny özara deňeşdiriň.

13. Üçburçlugyň islendik tarapy onuň galan iki tarapynyň tapawudyndan uly bolýandygyny subut ediň.

14. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 25 cm, bir tarapy ikinji tarapyndan 4 cm artyk we daşky burçlaryndan biri ýiti bolsa, üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

15.* Uzynlyklary 2, 3, 4, 5 we 6-a deň kesimlerden näçe dürli üçburçluk gurmak mümkin?

16. Tekizlikdäki üç A, B, C nokatlar üçin $AB+BC \geq AC$ deňsizlik ýerine ýetirilse, AB, BC we AC kesimler nähili geometrik figurany aňladar?

17.* Üçburçlugyň medianasy üçburçlugyň ýarym perimetrinden (perimetriniň ýarysyndan) kiçi bolýandygyny subut ediň.

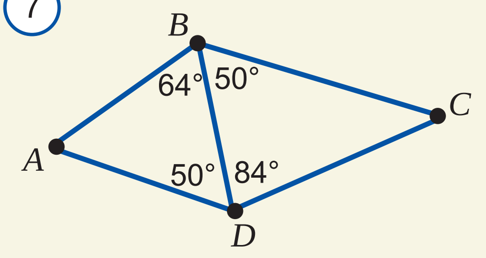
18. ABC üçburçlukda $AB=12$ cm, $BC=10$ cm, $CA=7$ cm bolsa, üçburçlugyň iň uly we iň kiçi burçlaryny tapyň.

19. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki burçy 62° bolsa, onuň haýsy tarapy uly bolýar? 58° bolsa haýsy?

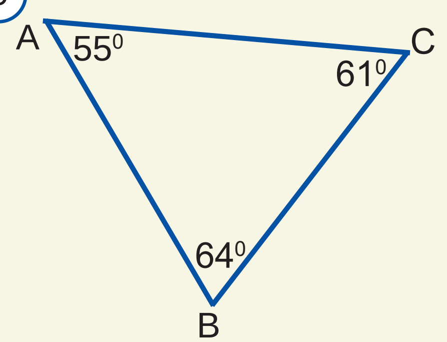
20. ABC üçburçlukda: a) $\angle A>\angle B>\angle C$; b) $\angle A=\angle B<\angle C$ bolsa, üçburçluk taraplaryny deňeşdiriň.

21. Deň taraply üçburçlugyň iki bissektrisasy kesişende emele gelýän burçlary tapyň.

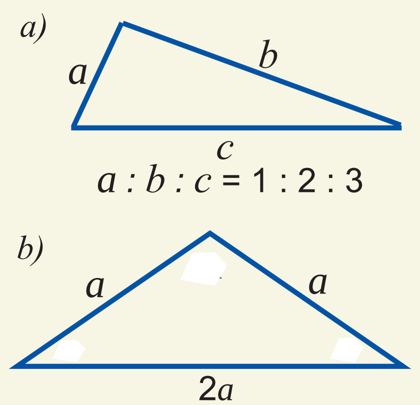
7



8



9



22*. ABC üçburçlukda $AB>BC$ we $\angle A=60°$ bolsa, B burç nähili bahalar kabul edilmegi mümkin?

23.* Üçburçlugyň α, β we γ burçlary üçin $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?

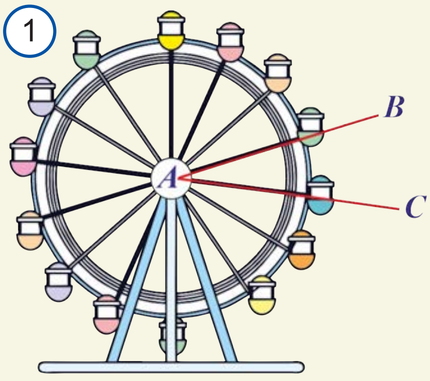
24.* 7-nji suratdan iň uly we iň kiçi kesimleri görkeziň. Jogabyňyzy düşündiriň.

25. 8-nji suratdaky üçburçlugyň iň kiçi tarapyny tapyň.

26. Şeýle üçburçluklar barmy? Meseläniň berlişi dogrumy (*9-njy surat*)?

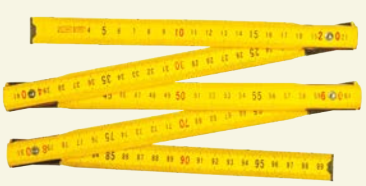
27. Perimetri 20 cm, bir tarapy ikinji tarapyndan 2 cm uzyn, üçünji tarapyndan bolsa 4 cm gysga üçburçluk barmy?

22 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ

1


2


3


4


22.1. Amaly gönükme we ulanma

1. Adam üçburçluk şeklindäki meýdan boýunça hereketlenip, ilkibaşda duran ýerine gaýdyp gelse, ol jemi näçe gradusa öwrülen bolýar? Eger kwadrat şeklindäki meýdan boýunça hereketlense nähili?

2. 1-nji suratda suw degirmeni şekillendirilen. Degirmeniň bir bölegi ABC üçburçluk şeklinde bolup, onda $\angle A=30°$, $AB=AC$. $\angle B$ we $\angle C$-ni tapyň.

3. Sim böleginiň uzynlygy bitin santimetrlerde ölçenýär. Ondan üçburçluk ýasalýar. Üçburçlugyň bir tarapy 1 cm, ikinji tarapy 10 cm. Üçburçlugyň üçünji tarapynyň uzynlygy näçe bolar?

4. Kagyza burç çyzyldy we onuň depesi ýyrtyp taşlandy. Şu burçuň bissektrisasyny gurup bilersiňizmi?

5. Listi eplemek arkaly parallel göni çyzyklary almak mümkinmi?

6. 2-nji suratda şekillendirilen «Stop» ýol belgisiniň şekliniň taraplary deň bolan sekizburçluk görnüşinde. Onuň içki we daşky burçlarynyň jemini tapyň.

7. 3-nji suratda şekillendirilen awtomobil tigiriniň bir sektorynyň gradus ölçegini tapyň.

8. Uzynlyk ölçeg guraly ýygma metriň *(4-nji surat)* kömeginde nähili üçburçluklary gurup bilersiňiz?

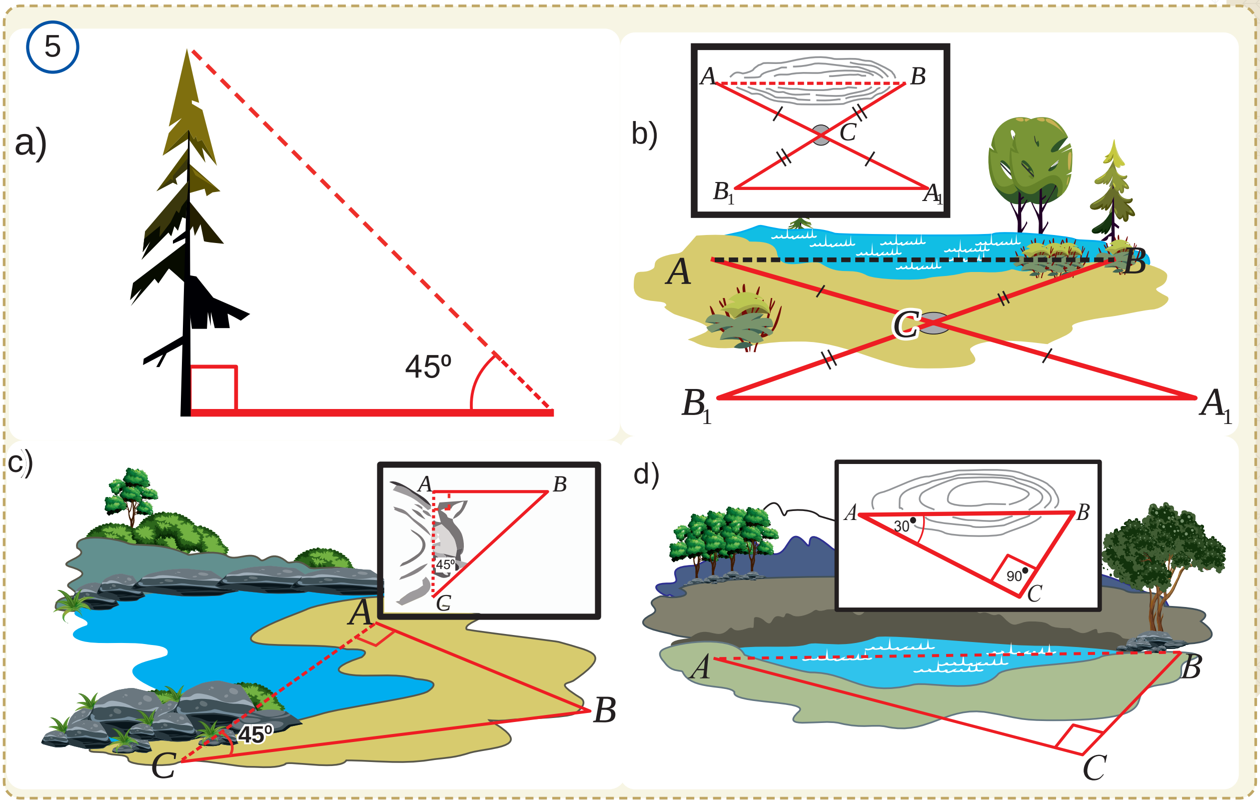
9. Şu bapda özleşdiren bilimleriňiz esasynda 5-nji suratda şekillendirilen agajyň, kölüň we jarlyklaryň gönüden-göni ölçäp bolmaýan ölçegleriniň uzynlygyny anyklamak algoritmini düzüň we esaslandyryň.

10. Gönüburçly üçburçluklaryň deňligi nyşanyndan peýdalanyp, 6-njy suratda şekillendirilen derýanyň giňligini anyklamak üçin ýerine ýetirilen gurmak işlerini düşündiriň we derýanyň giňligini tapmagyň usulyny beýan ediň.

11. Gurluşykçylar göni çyzykly tunneli bir wagtda dagyň iki tarapyndan başlap oýup gelýärler *(7-nji surat)*. Ölçegleriň $\angle A_1 = 50°10'$, $\angle B_1 = 48°20'$ we $\angle C = 80°5'$ bolýandygyny görkezýän bolsa, gurluşykçylar dogry ugry saýlapdyrlarmy?

Gyzykly geometriýa

1. 8-nji suratda şekillendirilen iki taraply, ýagny iki tarapyndan hem peýdalanyp göni çyzyk çyzmak mümkin bolan, adaty okuw çyzgyjyndan peýdalanyp:



a) berlen burçy deň ýarpa bölüň;

b) berlen kesimi deň ýarpa bölüň;

ç) berlen burçdan iki esse uly burçy guruň;

d) berlen kesimden iki esse uzyn kesimi guruň;

e) göni çyzygyň nokadyna perpendikulýar geçiriň;

ä) berlen göni çyzyga parallel we berlen nokatdan geçýän göni çyzygy çyzyň;

f) berlen nokatdan berlen göni çyzyga perpendikulýar geçiriň.

2. Kwadraty diňe:

a) bir tarapy;

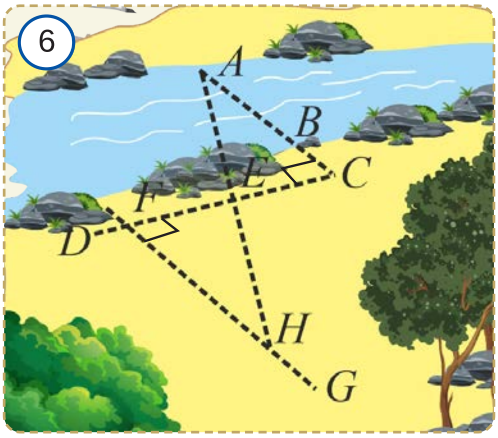
b) diagonali;

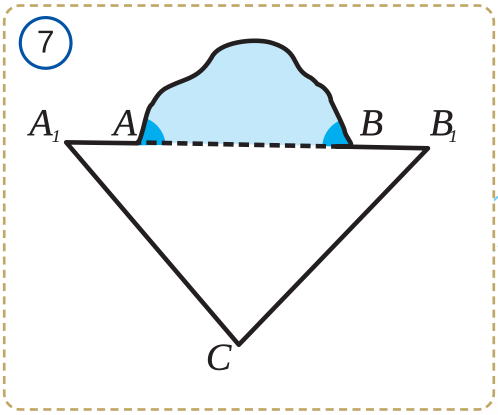
ç) iki garşylykly taraplarynyň ortalary;

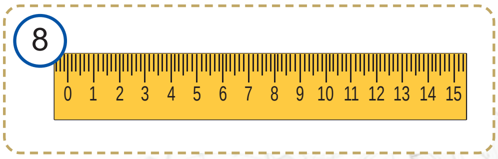
d) iki goňşy taraplarynyň ortalary;

e) bir gapyrgasy we merkezi;

ä) merkezi we bir tarapynda berlen iki nokadyna görä nähili dikeltmek mümkin?







22.2. Bilimiňizi synaň

1. Jümlede boş galdyrylan ýerleri logiki taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Üçburçlugyň içki burçuna .... üçburçlugyň daşky burçy diýip atlandyrylýar.

2. Üçburçluk .... 180°-a deň.

3. Iki burçunyň jemi 90°-a deň bolan üçburçluk .... bolýar.

4. Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk .... -a deň.

5. Eger üçburçlugyň bir burçy kütek bolsa, galan iki ....

6. Gönüburçly üçburçlugyň burçlary .... bolup bilmeýär.

7. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplaryň jeminden ....

8. Iki gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we .... deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.

9. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, ol .... bolýar.

10. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna geçirilen .... şu gipotenuzanyň ýarysyna deň.

11. Gönüburçly üçburçlugyň kateti .... bolsa, ol 30°-ly burçuň garşysynda ýatýar.

12. Burç taraplaryndan deň aralykda uzaklaşan nokat şu burçuň ....ýatýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň.

1. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzasy we birden burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.

2. Üçburçlugyň içki we daşky burçlarynyň jemi 180°-a deň.

3. Üçburçlugyň daşky burçy iki içki burçlarynyň jemine deň.

4. Üçburçlugyň uly tarapy garşysynda kiçi burç, uly burçunyň garşysynda kiçi tarap ýatýar.

5. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplary tapawudyndan kiçi.

6. Gönüburçly üçburçlugyň diňe bir beýikligi bar.

7. Gönüburçly üçburçlugyň kateti gipotenuzanyň ýarysyna deň.

8. Gönüburçly üçburçlugyň beýikligi gipotenuzanyň ýarysyna deň.

9. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzalary deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.

10. Üçburçlugyň içki burçy onuň galan iki içki burçunyň jeminden hemişe kiçi bolýar.

11. Üçburçlugyň daşky burçlary hemişe kütek bolýar.

12. Gönüburçly üçburçluklaryň beýiklikleri onuň gönüburçly depesinde kesişýär.

13. Burçuň taraplaryndan deň aralyga uzaklaşan nokatlar burçuň bissektrisasynda ýatýar.

14. Burçuň bissektrisasy burçuň taraplaryndan deň aralyga uzaklaşan nokatlaryň geometrik ýerleşişinden ybarat.

3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk gelýän geometrik düşünjeleri ýazyň.

1	Içki burçlarynyň jemi 180°-a deň	
2	Ýiti burçlarynyň jemi 90°-a deň	
3	Taraplary kesimlerden ybarat	
4	Üçburçlugyň taraplarynyň arasyndaky gatnaşyk	
5	Gipotenuzanyň ýarysyna deň	
6	Üç beýikligi hem bir depede kesişýär	
7	Katetden hemişe uly	
8	Nokatlary burçuň taraplaryndan deň uzaklaşan	

4. Testler.

1. Eger üçburçluk burçlary 2:3:4 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň burçlaryny tapyň.

A) 20°, 30°, 40° B) 40°, 60°, 80° Ç) 36°, 54°, 90° D) 18°, 27°, 36°

2. Eger üçburçluk burçlary 3:2:1 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

A) ýiti burçly B) kütek burçly

Ç) gönüburçly D) anyklap bolmaýar

3. Eger üçburçlugyň bir daşky burçy ýiti bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

A) ýiti burçly B) kütek burçly

Ç) gönüburçly D) anyklap bolmaýar

4. Eger üçburçlugyň bir burçy onuň galan iki burçlarynyň jeminden uly bolsa, onuň görnüşini anyklaň.

A) ýiti burçly B) kütek burçly

Ç) gönüburçly D) anyklap bolmaýar

5. Haýsy üçburçlugyň beýiklikleri onuň bir depesinde kesişýär?

A) deňýanly üçburçluk

B) deň taraply üçburçluk

Ç) gönüburçly üçburçluk

D) şeýle üçburçluk ýok

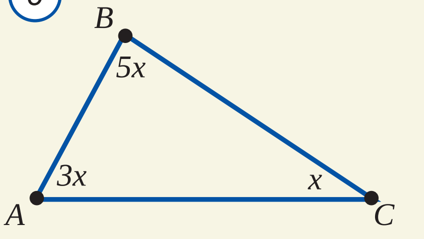
6. ABC üçburçlukda A depedäki daşky burç 120°-a, C depesindäki içki burç bolsa 80°-a deň. B depesindäki daşky burçy tapyň.

A) 120° B) 140° Ç) 160° D) 40°

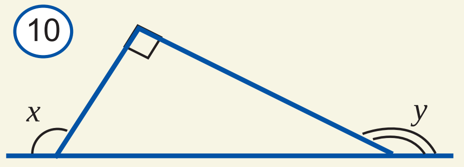
7. Üçburçlugyň daşky burçlaryndan biri 120°-a, şu burça goňşy bolmadyk içki burçlarynyň tapawudy 30°-a deň. Üçburçlugyň içki burçlaryndan ulusyny tapyň.

A) 70° B) 75° Ç) 85° D) 90°

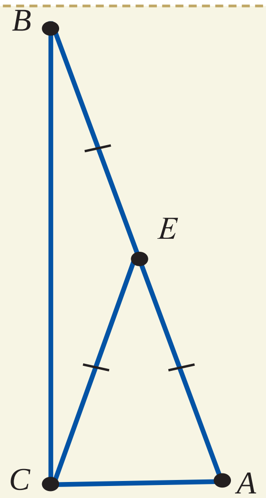
9



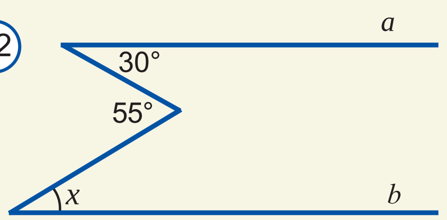
10



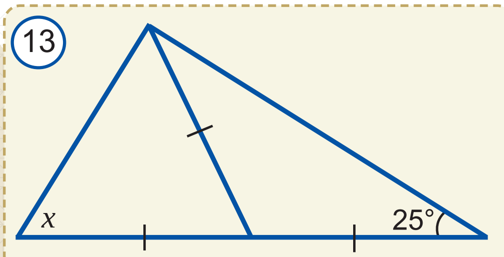
11



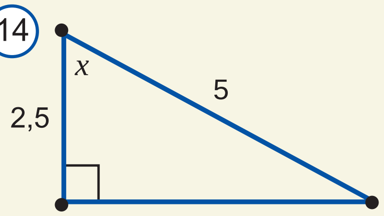
12



13



14



8. Üçburçlugyň iki burçunyň bahalarynyň gatnaşygy 1:2 ýaly. Üçünji burçy şu burçlaryň kiçisinden 40° uly. Üçburçlugyň uly burçuny tapyň.

A) 105° B) 75° Ç) 80° D) 90°

9. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48-e deň. Onuň taraplaryndan biri 12-ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.

A) 18; 12 B) 16; 16 Ç) 18; 24 D) 18; 18

10. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektrisa we beýiklik çykarylan bolup, olaryň arasyndaky burç 24°-a deň. Üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.

A) 21° B) 24° Ç) 36° D) 16°

11. 9-njy suratdaky $\angle A$-ny tapyň.

A) 10° B) 20° Ç) 60° D) 100°

12. Uzynlyklary 3, 5, 7 we 11-e deň kesimlerden näçe sany dürli taraply üçburçluk gurmak mümkin?

A) 2 B) 3 Ç) 5 D) 6

13. 10-njy suratdaky $x + y$ -i tapyň.

A) 90° B) 180° Ç) 270° D) anyklap bolmaýar.

14. 11- suratdaky $\angle BCA$-ny tapyň.

A) 90° B) 96° Ç) 144° D) 84°

15. 12-nji suratda $a||b$ bolsa, x-i tapyň.

A) 35° B) 45° Ç) 25° D) 20°

16. 13-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 60° B) 55° Ç) 65° D) 70°

17. 14-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 30° B) 45° Ç) 15° D) 75°

18. Uzynlygy 2 cm, 3 cm, 4 cm we 5 cm bolan kesimlerden näçe sany dürli taraply üçburçluk gurmak mümkin?

A) 1 sany B) 2 sany Ç) 3 sany D) 4 sany.

19. Üçburçlugyň islendik tarapy onuň galan iki tarapynyň tapawudyndan

A) uly B) kiçi Ç) deň D) uly ýa-da deň bolýar.

5. Meseleler.

1. Bogunlarynyň uzynlygy 1 m, 2 m, 4 m, 8 m we 16 m bolan ýapyk döwük çyzyk gurmak mümkinmi?

2. Eger üçburçlugyň taraplary bitin sanlar bolup, perimetri 15-e deň bolsa, onuň taraplaryny anyklaň.

3. Üçburçlugyň beýikligi onuň taraplaryndan hemişe kiçi bolarmy?

4. Uly tarapy 36-a deň bolan üçburçlugyň burçlary 1:2:3 ýaly gatnaşykda bolsa, şu üçburçlugyň kiçi tarapyny tapyň.

5. Üçburçlugyň esasyna geçirilen beýiklik onuň gapdal taraplary bilen 27° we 36°-ly burçlary düzýär. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

6. Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we B_1D_1 bissektrisalar we $\angle B=\angle B_1$, $BD=B_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

7. 15-nji suratdaky x-i tapyň.

8. 16-njy suratdaky $\angle ABC$-ny tapyň.

9. 17-nji suratda $AB||CD$ bolýandygyny subut ediň.

10. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy 100°-a deň. Üçburçlugyň galan burçlaryny tapyň.

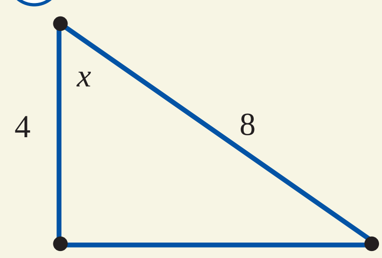
11. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri 60°-a deň bolsa bu üçburçluk deň taraply bolarmy?

12. Esasy AC we B burçy 36°-a deň bolan deňýanly ABC üçburçlugyň AD bissektrisasy geçirilen. CDA we ADB üçburçluklaryň deňýanly bolýandygyny subut ediň.

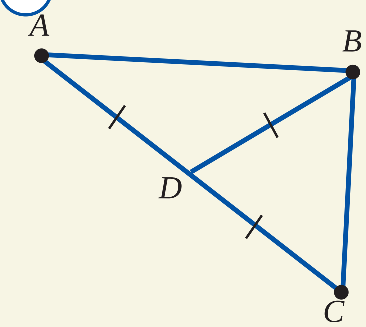
13. Bir üçburçluk 60° we 38°-ly burçlara, ikinji üçburçluk bolsa 38° we 82°-ly burçlara eýe. Bu üçburçluklaryň deň bolmagy mümkinmi?

14. 18-nji suratda $BD = CD = 10$ bolsa, AB-ni tapyň.

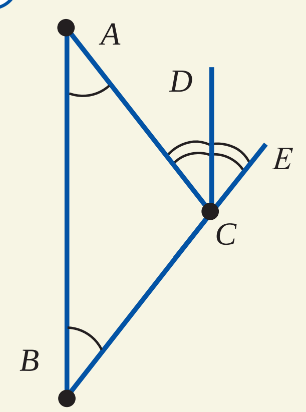
15



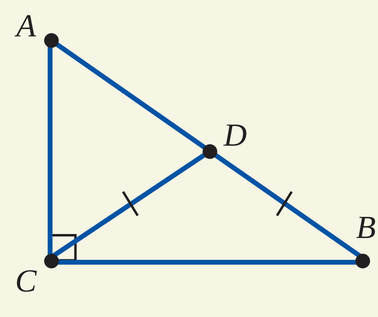
16



17



18



15. Üçburçlugyň perimetri taraplaryndan 14 *cm*, 16 *cm* we 24 *cm* uly bolsa, üçburçlugyň iň uly tarapyny tapyň.

16. Gönüburçly ABC üçburçlugyň göni burçy depesinden CD beýiklik geçirilen. Eger a) $A = 24°$; b) $A = 70°$ bolsa, CDB burçy tapyň.

17. Deňýanly üçburçlugyň bir daşky burçy 70°-a deň. Onuň içki burçlaryny tapyň.

18. ABC üçburçlugyň A we C depelerinden geçirilen beýiklikler N nokatda kesişýär. Eger $\angle A = 50°$ we $\angle C = 84°$ bolsa, ANC burçy tapyň.

19. ABC üçburçlukda BD mediana AC tarapyň ýarysyna deň. Üçburçlugyň B burçuny tapyň.

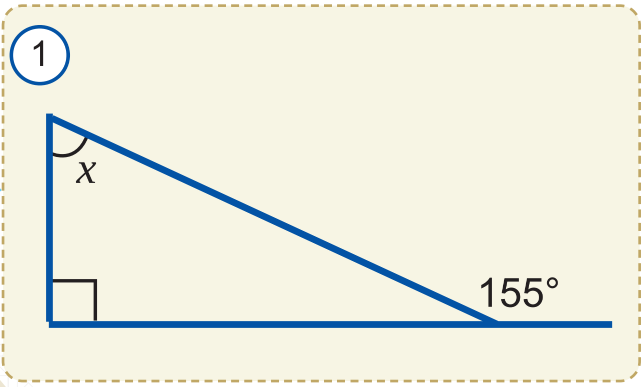
20. Perimetri 23 *m*, bir tarapy ikinji tarapyndan 2 *m* gysga, üçünji tarapyndan bolsa 1 *m* uzyn üçburçluk barmy?

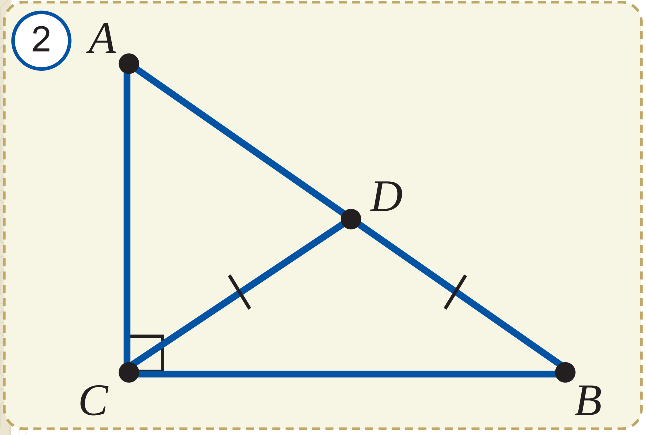
21. ABC üçburçlukda A burç B burçdan 3 esse kiçi, C burçdan bolsa 15°-a uly. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

22*. Üçburçlugy” iki beýikliginiň ikisi-de kesişme nokadynda deň ikä bölünmeýänligini subut ediň.

23*. Üçburçlugy dört parallel göni çyzyk kesip geçýär. Olaryň iň bolmanda biri üçburçlugyň depesinden kütekligini subut ediň.

5-nji barlag işiniň nusgasy





Nusga barlag işi iki bölekden ybarat:

1. 125-nji sahypadaky testlere meňzeş 5 test;

2. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele «bäş» baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. Nämälim burçy tapyň *(1-nji surat)*.

2. Üçburçlugyň daşky burçy 120° bolup, oňa goňşy bolmadyk içki burçy 1:2 gatnaşykda bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

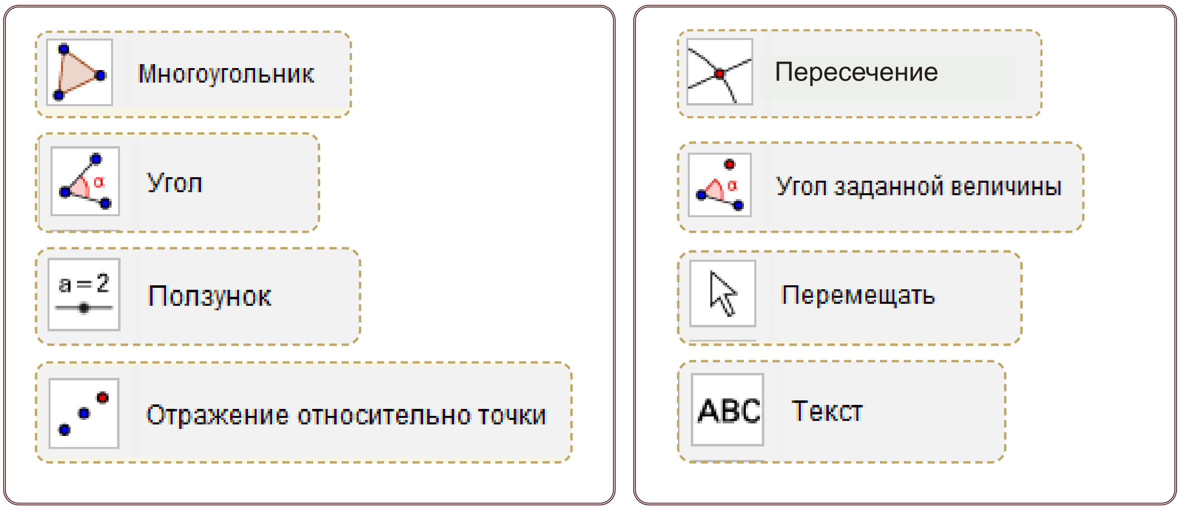
3. Eger 2-nji suratda $\angle ACB=90°$, $CD=BD$ we $AB=$ 24 *cm* bolsa, CD kesimi tapyň.

4. ABC üçburçlugyň BD bissektrisasy AC tarapy 100° burç astynda kesýär. Eger $BD=DC$ bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

Elektron resurslara degişli
Amaly ýumuş

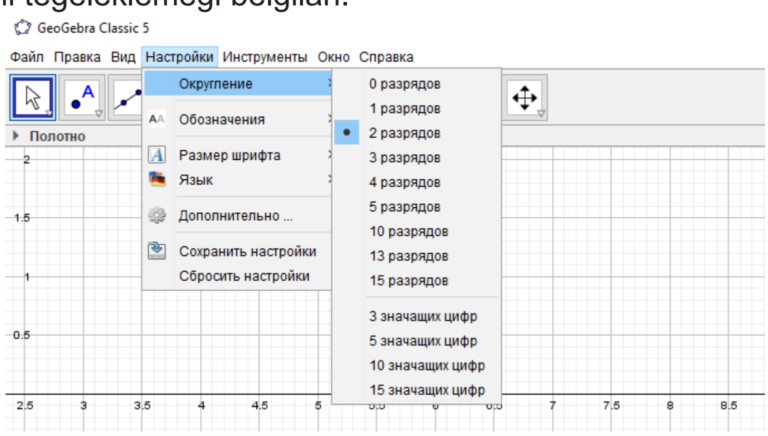
Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini wizuallaşdyrmak

Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini wizuallaşdyrmak üçin aşakdaky serişdeler gerek bolýar.

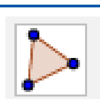
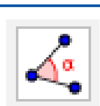


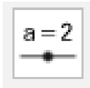
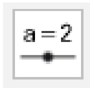
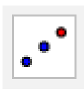
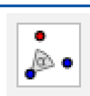
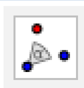
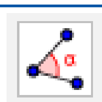
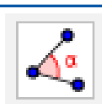
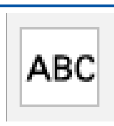
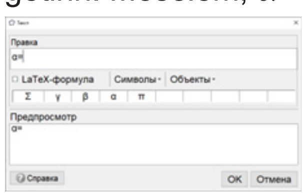
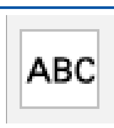
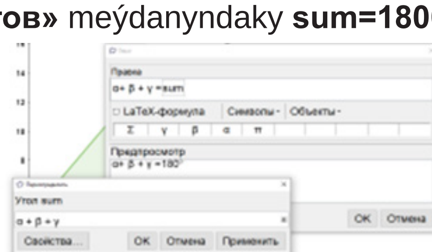
Gerekli komponentler:

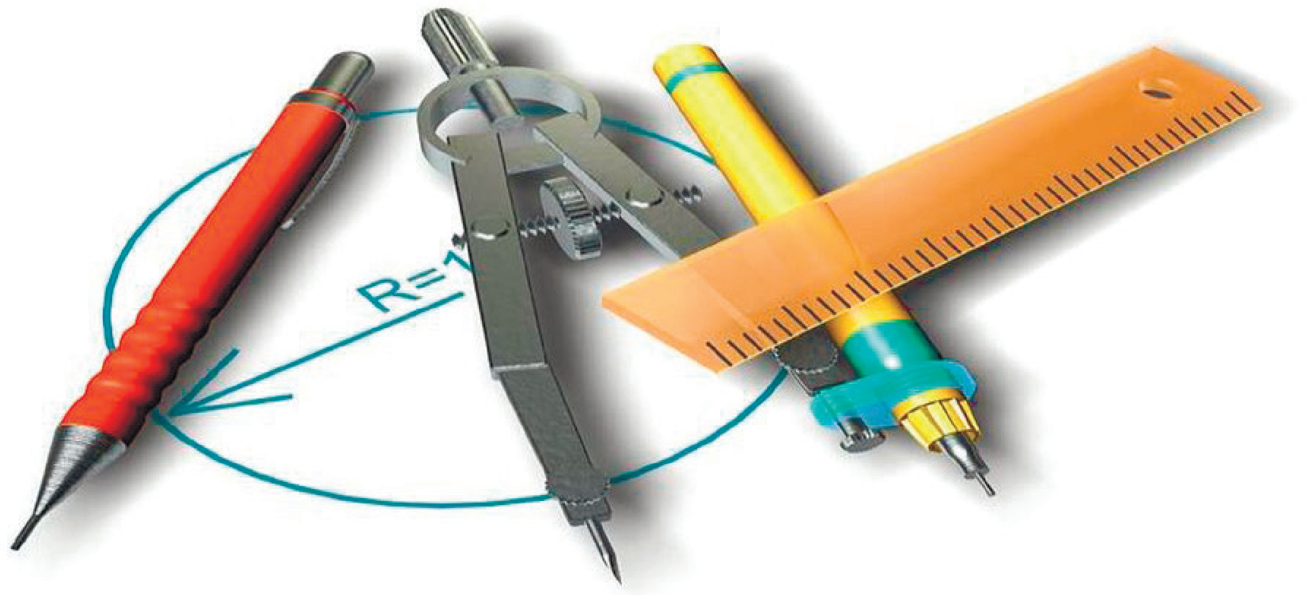
- ***GeoGebra**da* täze penjire açyň.
- ***GeoGebra*** interfeýsini **«Настройки»** –  **«Геометрия»** görnüşine geçiriň.
- **«Вид»** menýusy arkaly **«Строка ввода»** (Giriziji setir) meýdanyny işjeňleşdiriň.
- **«Настройки»** menýusyndan **«Округление – 0 разрядов»** ýagny sanyň onluk drob bölegini tegeleklemegi belgiläň.



Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini wizuallaşdyrmak algoritmi

1		Islendik *ABC* üçburçlugy syçany sagat stelkasyna garşy ugurda hereketlendirmek arkaly guruň.
2		*ABC* üçburçlugyň *α, β* we *γ* burçlaryny belgiläň.

3		δ burç üçin 00-dan 1800 aralykda 100 ädim süýreniji (ползунок) emele getiriň.
4		ε burç üçin 00-dan 1800 aralykda 100 ädim süýreniji (ползунок) emele getiriň.
5		AC kesimiň ortasy – D we AB kesimiň ortasy E nokatlary emele getiriň.
6		Üçburçlugy D emele getiriň δ burça öwüriň (sagat strelkasynyň ugrunda).
7		Üçburçlugy E emele getiriň ε burça öwüriň (sagat strelkasynyň ugruna garşy).
8		Iki – δ we ε süýrenijileri (ползунок)1800-e üýtgediň.
9		A^' C^' B^' burçy ζ emele getiriň.
10		C_1^' B_1^' A_1^' burçy η emele getiriň.
11		Obýektiň üstünde syçanyň sag düwmesini basyň we kontekst menýudan **«Свойства»** buýrugyny saýlaň. Obýektiň reňki, görnüşi, çyzygyň galyňlygy ýalylary üýtgediň.
12		Üçburçlugyň içki burçlaryny suratlandyrýan dinamiki teksti emele getiriň. Meselem, α= **«Объекты»** bölüminden α-ny saýlaň. 
13		**«Ввод»** – Giriziji setire sum= α+ β + γ-ny girizmek arkaly üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini hasaplaň.
14		Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini dinamiki tekst görnüşinde şekillendiriň: α+ β + γ = tekstini giriziň, soň «**Панель объектов»** meýdanyndaky **sum=1800**° üstüne basyň. 
15		Üçburçlugyň burçlarynyň we onuň atlarynyň reňkini we görnüşini üýtgediň.



V BAP

GEOMETRIK GURMAGA DEGIŞLI MESELELER

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

Bilim:

– sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde geometrik gurmaga degişli meseleleri çözende berjaý edilýän ýörite düzgünler;

– geometrik gurmaga degişli meseleleri çözmegiň basgançaklary.

Amaly başarnyklar:

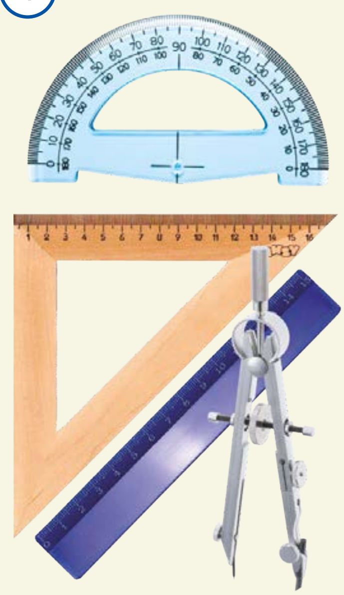
– çyzgyçdan we sirkuldan dogry peýdalanmak;
– berlen burça deň burçy gurup bilmek;
– burçuň bissektrisasyny gurup bilmek;
– perpendikulýar göni çyzyklary gurup bilmek;
– kesimi deň ikä bölmek;
– berlen elementlerine görä üçburçluklary gurup bilmek.

23 SIRKULYŇ WE ÇYZGYJYŇ KÖMEGINDE GEOMETRIK GURMAGA DEGIŞLI MESELELER

23.1. Geometrik gurmaga degişli düzgünler

Gurmaga degişli meseleleri diňe ýönekeý çyzgyç we sirkul arkaly çözmek – logiki pikir ýöretmek ukybyny ösdürip, ol Gadymy Gresiýada sungat derejesine ýetipdir. Şu wagta çenli dürli esbaplaryň kömeginde dürli geometrik figuralary gurup geldik. Meselem, çyzgyjyň kömeginde göni çyzyk, şöhle, kesim, üçburçluk we başga figuralary çyzdyk. Çyzgyjyň we transportiriň kömeginde dürli burçlary gurduk. Sirkulyň kömeginde bolsa töwerekleri we ýaýlary şekillendirdik *(1-nji surat)*.

1



2

Mälim bolşy ýaly, ençeme geometrik figuralary diňe *ýönekeý çyzgyç we sirkulyň(2-nji surat)* kömeginde gurmak mümkin eken. Ýönekeý çyzgyç diýende masştably bölünmelere eýe bolmadyk we bir tarapy tekiz bolan çyzgyja düşünýäris.

Şu sebäpden geometriýada şu iki esbabyň kömeginde gurmaga degişli meseleler ýörite aýratynlandyrylyp görkezilýär. Bu iki esbapdan peýdalanmagyň ýörite düzgünleri bar.

Olar arkaly diňe aşakdaky işleri ýerine ýetirmäge rugsat berilýär:

Ýönekeý çyzgyjyň kömeginde diňe:

- *islendik göni çyzyk çyzmak;*
- *kesgitli nokatdan geçýän göni çyzyk çyzmak;*
- *iki nokatdan geçýän göni çyzygy çyzmak mümkin.*

Sirkulyň kömeginde diňe:

- *islendik töwerek çyzmak;*
- *merkezi berlen nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzmak;*
- *kesgitli radiusly, merkezi bolsa islendik nokatda bolan töwerek çyzmak;*
- *merkezi berlen nokatda, radiusy berlen kesimden ybarat töwerek çyzmak;*
- *berlen kesime deň kesimi, göni çyzyga onuň belgilenen nokadyndan başlap iki ugurda hem goýmak mümkin.*

Başga islendik geometrik gurmaklar ynha şu amallara getirilmelidir. Gurmaga degişli meselelerde diňe bir käbir geometrik figurany gurmagyň ýoluny, usulyny tapmak talap edilmän, eýsem emele gelen geometrik figurany hakykatdan hem berlen şertleri kanagatlandyrýandygyny esaslandyrmaly, ýagny subut etmeli hem bolýar.

Şu sebäpli gurmaga degişli käbir çylşyrymlyrak meseleleri çözen mahalda beýany gaty uzyn bolmagy mümkin. Şonuň üçin gurmaga degişli meseleleriň içinden esasy, daýanç meseleleri bölýäris we olary çözmek prosesini doly düşündirişi bilen getirýäris.

Çylşyrymlyrak meseleleri çözende şeýle meselelere duşsak, gysgalyk üçin olaryň häsiýetnamasyny doly getirmeýäris.

23.2. Geometrik gurmaga degişli esasy meseleler

1. Berlen burça deň burçy gurmak

Gurmak. A burç berlen. Oňa deň burç gurýarys, ýagny O şöhlä *(3-nji surat)* A burça deň burç goýýarys.

1-nji ädim. Merkezi A nokatda bolan islendik töwerek çyzýarys *(3-4-nji surat)*. Bu töwerek berlen A burç taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçsin.

2-nji ädim. Radiusy çyzylan töwerek radiusyna deň we merkezi O nokatda bolan töwerek çyzýarys *(4-nji surat)*. Bu töweregi O şöhle bilen kesişme nokady D bilen belgileýäris.

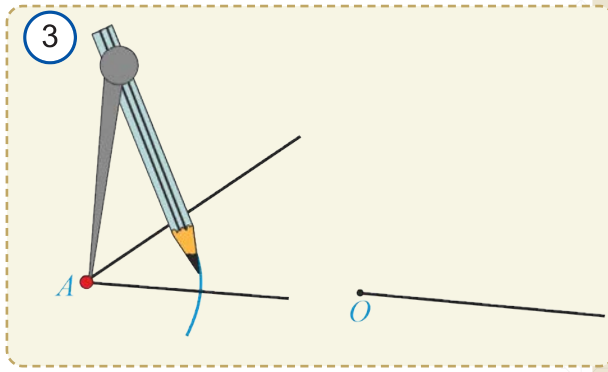
3-nji ädim. Merkezi D nokatda, radiusy bolsa BC-ä deň bolan üçünji töwerek çyzýarys *(5-nji surat)*. Onuň ikinji töwerek bilen kesişme nokatlaryndan birini, aýdaly, ýokary ýarymtekizlikde ýatýanyny E bilen belgileýäris *(6-njy surat)*.

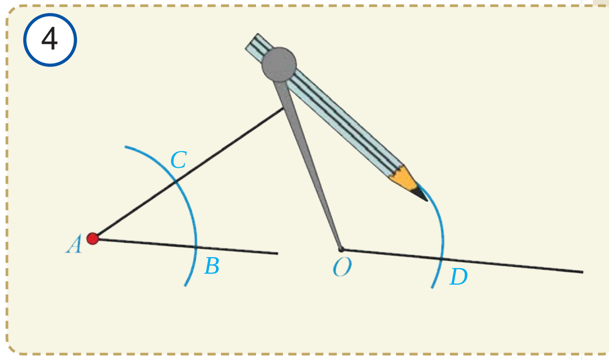
4-nji ädim. OE şöhläni geçirýäris *(6-njy surat)*. Emele gelen EOD burç O şöhlä goýlan, berlen A burça deň burç bolýar.

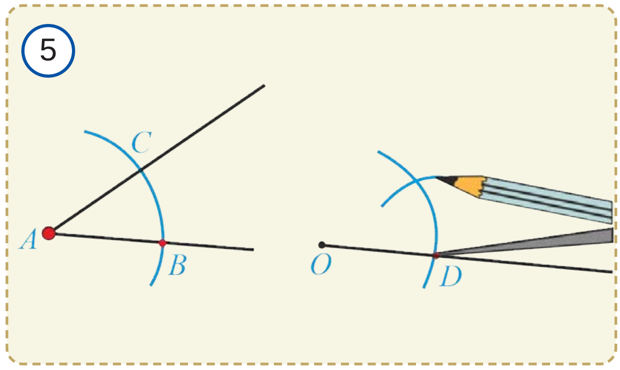
Esaslandyrma. 7-nji suratda şekillendirilen ABC we ODE üçburçluklarda gurmaga görä: $AB=OD$, $AC=OE$ we $BC=DE$.

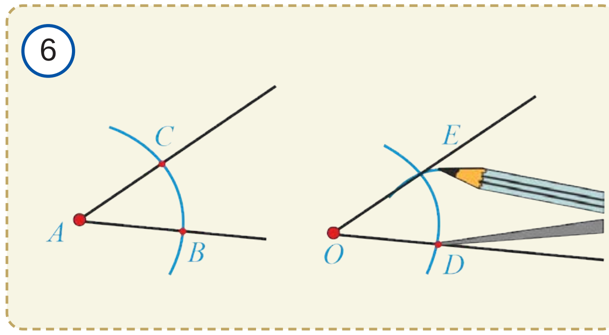
Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä: $\Delta ABC = \Delta ODE$. Hususan-da, $\angle DOE = \angle A$.

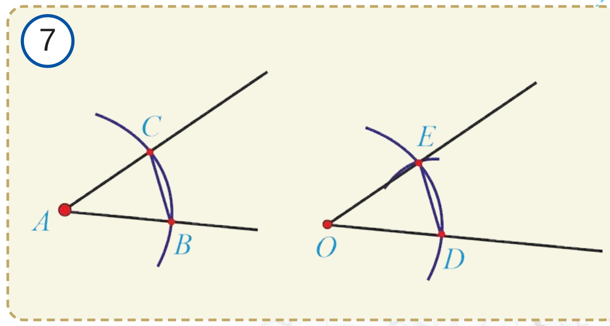
Ýatlatma. *Bu mesele iki çözüwe eýe bolup, çözüwler 3-nji ädimde* **O** *şöhle ýatýan göni çyzyk bölen haýsy ýarymtekizligiň alnyşyna bagly bolýar.*

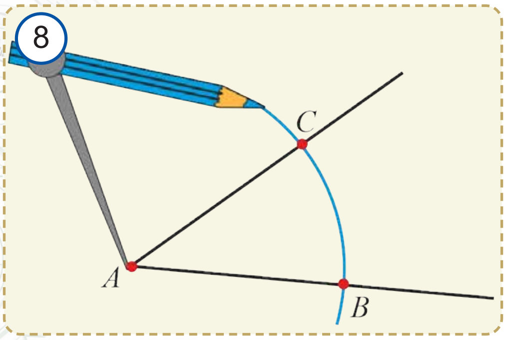


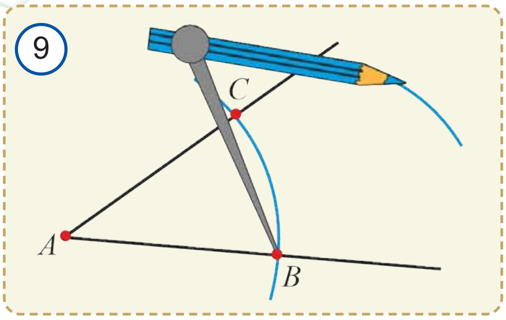


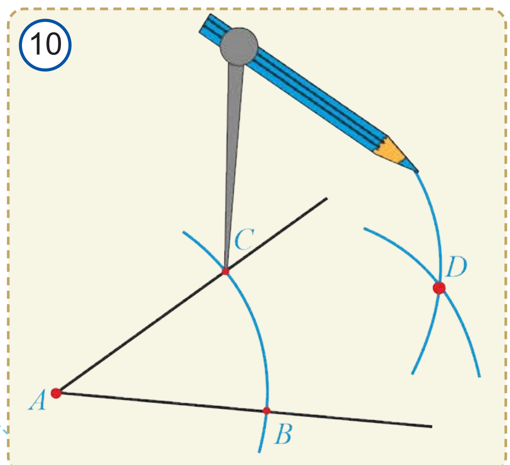


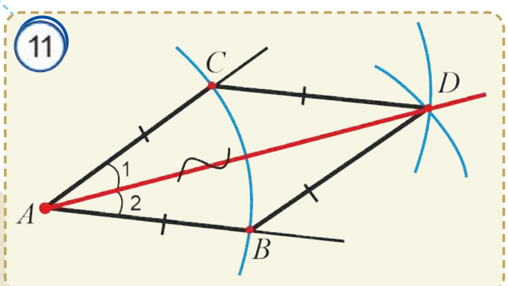


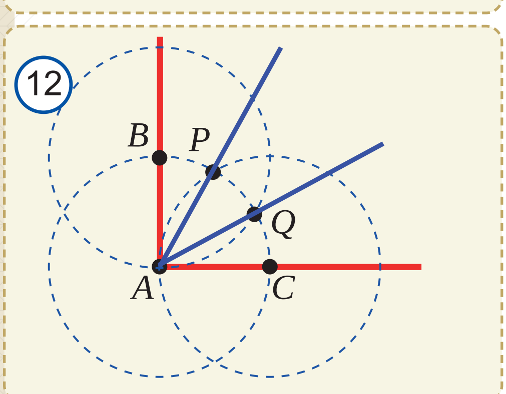












2. Burçuň bissektrisasyny gurmak

Aýdaly, A burç berlen bolsun. Bu burçy deň ýarpa bölmek, ýagny onuň bissektrisasyny gurmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:

Gurmak.

1-nji ädim. Merkezi A nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzylýar *(8-nji surat)* we onuň burç taraplary bilen kesişme nokatlary B we C belgilenýär.

2-nji ädim. Radiusy üýtgetmezden, merkezleri B we C nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar (*9-njy surat*). Bu iki töweregiň kesişmeginden emele gelen D nokat belgilenýär *(10-njy surat)*.

3-nji ädim. A we D nokatdan geçýän AD şöhle geçirilýär *(10–11-nji suratlar)*.

AD şöhle –berlen burç bissektrisasy bolýar.

Esaslandyrma. ABD we ACD üçburçluklarda *(11-nji surat)*

1) gurmaga görä $AB = AC$;

2) gurmaga görä $BD = CD$;

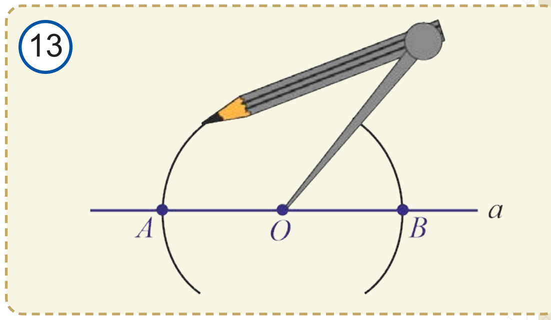
3) AD – umumy tarap.

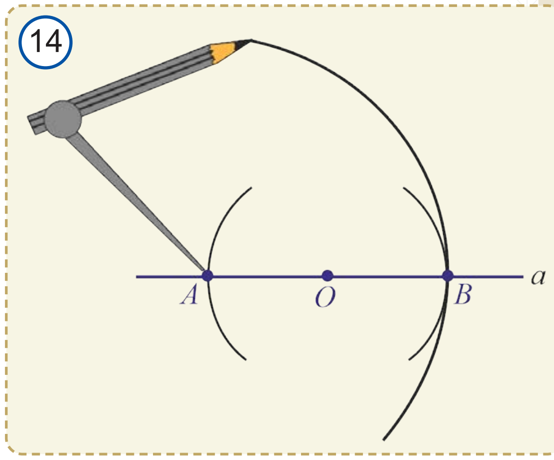
Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä, $\Delta ABD = \Delta ACD$. Hususan-da, $\angle BAD = \angle CAD$.

Mesele. Berlen göni burçy deň üçe bölüň.

Çözülişi. $\angle A$ göni burç berlen bolsun. Onuň depesini merkez edip, islendik radiusly töwerek çyzýarys *(12-nji surat)*. Töwerek göni burçuň taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçsin. Radiusy üýtgetmezden merkezi B we C nokatlarda bolan ýene iki töwerek çyzýarys. Bu töwerekler birinji töwerek bilen kesişen nokatlardan göni burçuň içinde ýatýanlaryny P we Q bilen belgileýäris. AP we AQ şöhleleri çyzýarys. Bu şöhleler berlen göni burçy üç deň burça bölýär. Bu tassyklamanyň dogrudygyny özbaşdak esaslandyryň.

Ýatlatma. *Berlen islendik burçy üçe bölmek meselesi örän gadymy we meşhur mesele bolup, bu hakda köp alymlar kelle döwüpdirler. Diňe XIX asyra gelip, käbir burçlar kadadan çykma hökmünde bolup, adatda burçy deň üçe bölüp bolmaýanlygy subut edilen. Meselem, 60°-ly burçy deň üçe bölüp bolmaýar. Gürrüň, elbetde, ýönekeý çyzgyç we sirkul bilen anyk gurmak barada gidýär. Bu esbaplar bilen örän uly takyklykda takmyny gurmak ýa-da başga esbaplardan peýdalanyp anyk gurmak ýerine ýetirilmegi mümkin.*





3. Berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk gurmak

Berlen A göni çyzyga onuň O nokadyndan geçýän perpendikulýar göni çyzygy gurýarys.

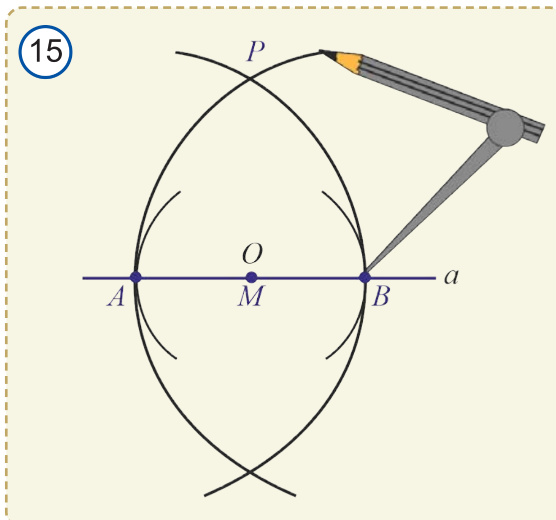
Gurmak.

1-nji ädim. O nokady merkez edip islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy A we B nokatlarda kesip geçsin *(13-nji surat)*.

2-nji ädim. A we B nokatlary merkez edip, radiusy AB deň töwereklar çyzýarys *(14–15-suratlar)*. Bu töwerekleriň kesişme nokatlaryndan birini P diýip belgileýäris.

3-nji ädim. P we O nokatlardan geçýän OP göni çyzygy gurýarys *(15–16-njy surat)*.

OP göni çyzyk berlen A göni çyzyga onuň O nokadyndan geçýän perpendikulýar bolýar.



Esaslandyrma. AOP we BOP üçburçluklara seredeliň. Olarda gurmaga görä:

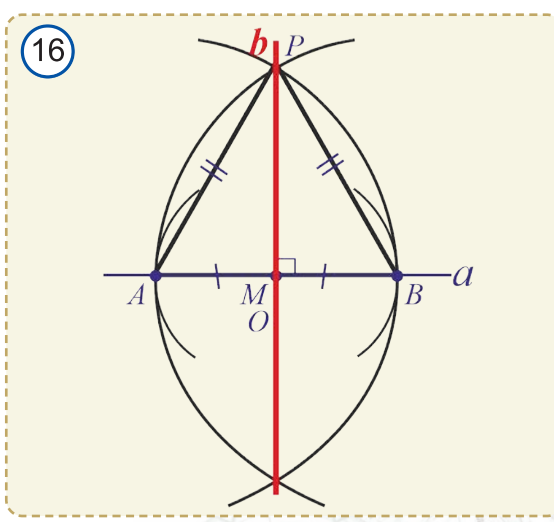
1) $AO = BO$;

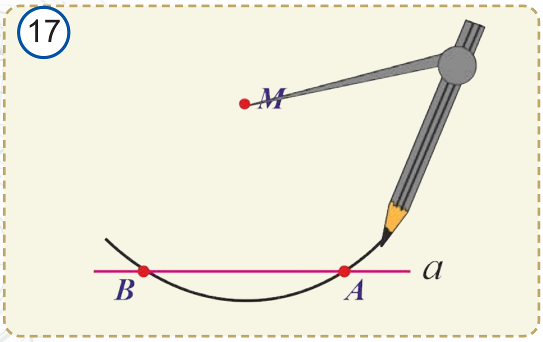
2) $AP = BP$;

3) PO bolsa umumy tarap.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyna görä: $\Delta AOP = \Delta BOP$. Onda, $\angle AOP = \angle BOP$. Ýöne $\angle AOP + \angle BOP = 180°$. Mundan $\angle AOP = \angle BOP = 90°$ bolýadygy gelip çykýar.

Diýmek, hakykatdan hem $OP \perp a$.





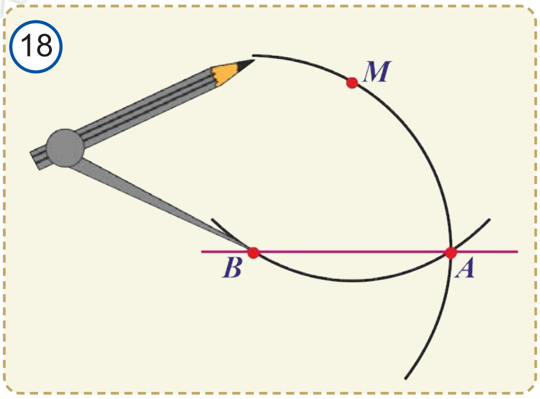
4. Berlen göni çyzyga onda ýatmaýan nokatdan perpendikulýar geçirmek

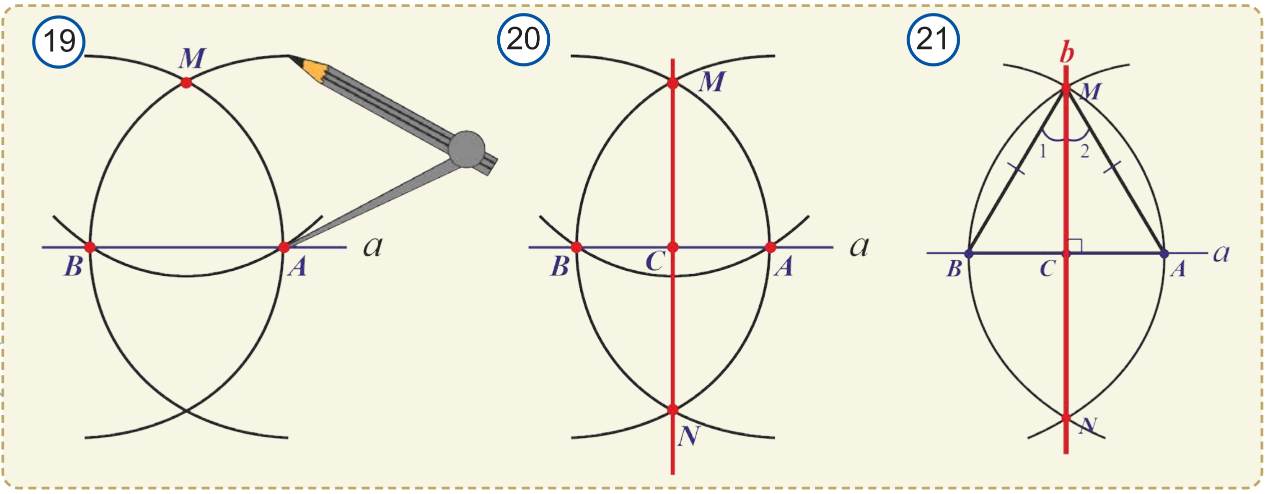
Berlen A göni çyzyga onda ýatmaýan M nokatdan geçýän perpendikulýar göni çyzygy gurýarys.

Gurmak.

1-nji ädim. Merkezi M nokatda bolan, A göni çyzygy kesip geçýän islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy A we B nokatlarda kesip geçsin *(17-njy surat)*.

2-nji ädim. Merkezleri A we B nokatda bolan, radiusy birinji çyzylan töweregiň radiusyna deň töwerekleri çyzýarys*(18–19-njy suratlar)*. Bu töwerekleriň kesişme nokatlaryndan biri M nokat bolýar. Ikinjisini N bilen belgileýäris *(20-njy surat)*.





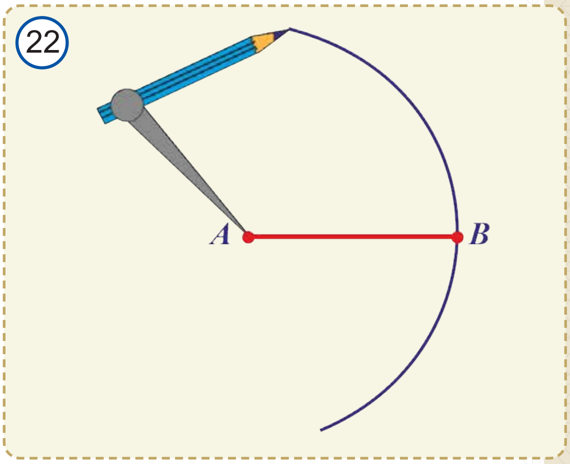
3-nji ädim. M we N nokatlardan geçýän göni çyzyk çyzýarys. MN berlen A göni çyzyga perpendikulýar we onda ýatmaýan M nokatdan geçýän göni çyzyk bolýar.

Esaslandyrmany 21-nji surat esasynda özbaşdak ýerine ýetiriň.

Bu meseläni çözüp, A göni çyzykdan daşardaky nokat arkaly A göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin diýen netijä gelýäris. Mundan we 14-nji dersde getirilen teoremanyň netijesinden aşakdaky teoremanyň ýerliklidigi gelip çykýar.

Teorema. **Göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly bu göni çyzyga perpendikulýar bolan ýeke-täk göni çyzyk geçirmek mümkin.**

5. Berlen kesimi deň ýarpa bölmek



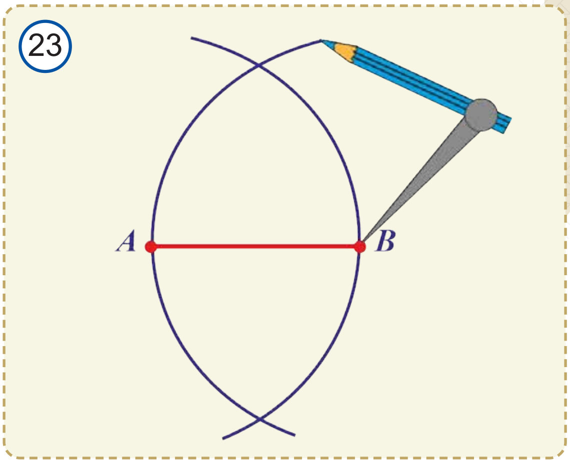
Gurmak:

Aýdaly, AB kesim berlen bolsun. Bu kesimi deň ýarpa bölýän nokady tapmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:

1-nji ädim. Radiusy berlen AB kesime deň bolan, merkezleri bolsa A we B nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar *(22-nji surat)*.

2-nji ädim. Töwerekler kesişen P we D nokatlary kesim bilen utgaşdyrylýar *(23-nji surat)*. PD göni çyzyk we AB kesimiň kesişme nokady O berlen kesimiň ortasy bolýar.

O nokadyň hakykatdan hem AB kesimiň ortasy bolýandygyny özbaşdak esaslandyryň.



6. Berlen kesimiň orta perpendikulýaryny gurmak

Gurmak. AB kesim berlen bolsun. Merkezleri A we B nokatlarda bolan AB radiusly töwerekleri çyzýarys *(24-nji surat)*. Bu töwerekler P we D nokatlarda kesişýär we gurmaga görä:

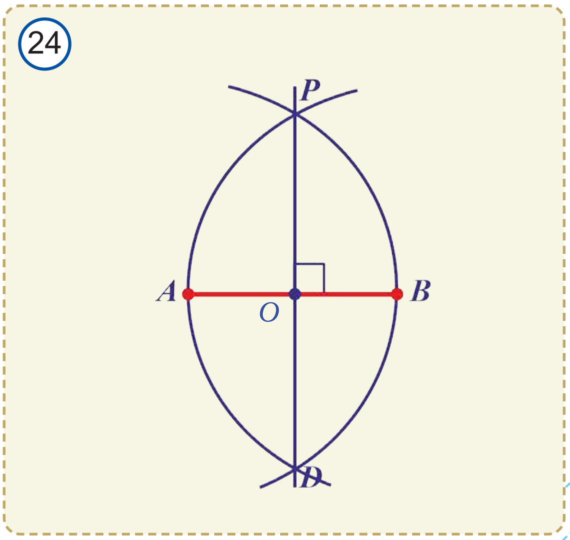
$AP=AD=BP=BD$ bolýar.

PD göni çyzygy geçirýäris.

Bu göni çyzyk AB kesimiň orta perpendikulýarydyr.

Esaslandyrma. P we D nokatlar AB kesimiň uçlaryndan deň uzaklykda ýatany üçin şu kesimiň ortasyndan geçýän perpendikulýarda ýatýar.

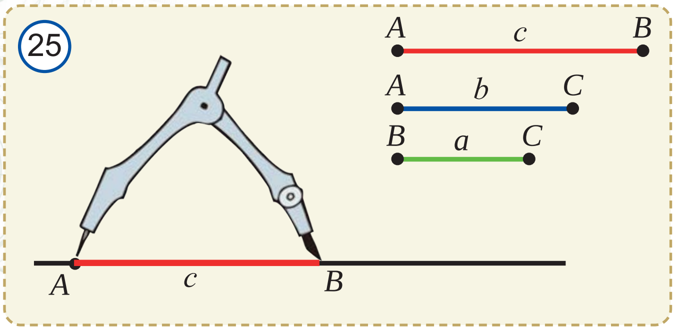
Diýmek, bu nokatlardan geçýän göni çyzyk berlen kesimiň orta perpendikulýary bolýar.

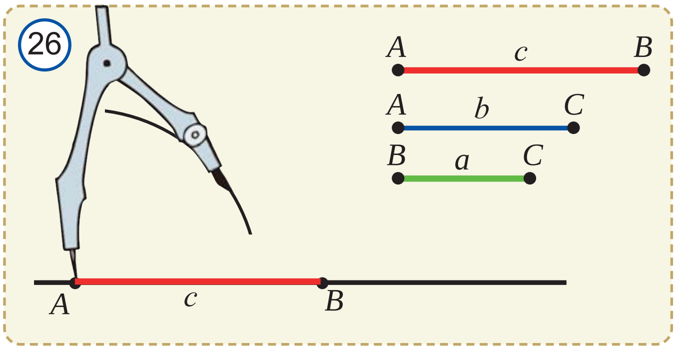


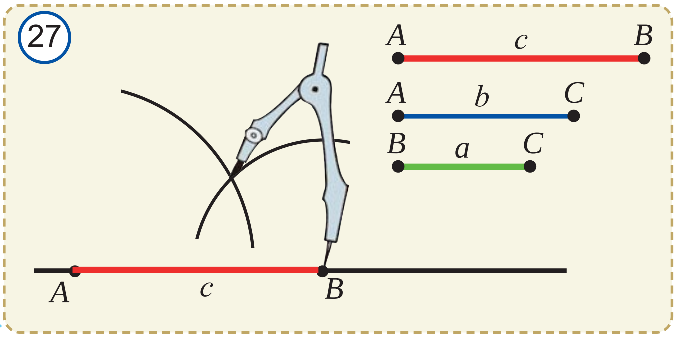
Geometrik tapmaça

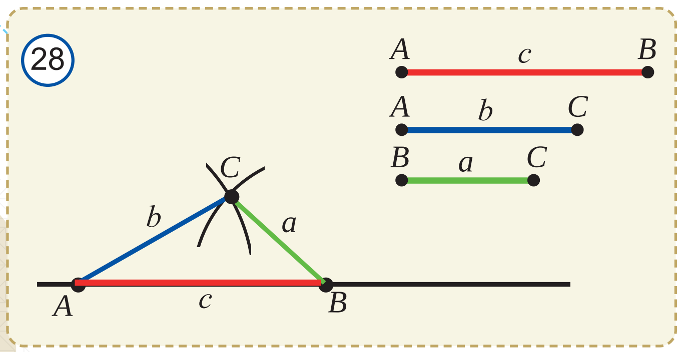
Serdar töwerek çyzyp bolansoň, onuň merkezini galam bilen belgilemegi ýatdan çykarandygyny aňypdyr. Içini ýakaýyn diýen ýaly, depderde sirkulyň yzy-da galmandyr. Ýöne töweregiň radiusy 12 cm ekenligi onuň ýadyndadyr. Şu maglumatdan peýdalanyp, diňe sirkulyň kömeginde çyzylan töweregiň merkezini tapyp bolarmy?

7. Üçburçlugy berlen üç tarapyna görä gurmak









Aýdaly, 24-nji suratda şekillendirilişi ýaly, uzynlyklary degişlilikde a, b we c deň kesimler berlen bolup, c olardan iň ulusy bolsun. Taraplary degişlilikde $AB = c$, $BC = A$ we $AC=b$ bolan üçburçluk gurmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşýäris:

1-nji ädim. Islendik göni çyzyk çyzýarys. Göni çyzykda uzynlygy c -e deň bolan AB kesimi sirkulyň kömeginde bölýäris *(25-nji surat)*.

2-nji ädim. A we C nokatlar arasyndaky aralyk b-ge deň bolmaly. Mundan peýdalanyp, merkezi A nokatda radiusy b -e deň bolan töwerek çyzýarys *(26-surat)*.

3-nji ädim. B we C nokatlaryň arasyndaky aralyk bolsa A deň bolmaly. Mundan peýdalanyp, merkezi B nokatda, radiusy A deň bolan ýene bir töwerek çyzýarys *(27-njy surat)*.

4-nji ädim. Bu töwerekleriň kesişme nokadyny C bilen belgileýäris. C nokady A we B nokatlar bilen utgaşdyrýarys (27-nji surat). Gurmaga görä: $AC = b$ we $BC = A$ bolýar. Onda emele gelen ABC üçburçlugyň taraplary degişlilikde a, b we c -e deň bolýar.

Analiz. Gurmakdan görnüşi ýaly, eger 2-nji we 3-nji ädimde gurlan töwerekler kesişse çözüwi bar. Munuň üçin $A + b > c$ bolmaly.

Ýatlatma. *Şu usuldan peýdalanyp, berlen üçburçluga deň üçburçlugy hem gurmak mümkin. Onda* ***a, b*** *we* ***c*** *kesimler uzynlygy sirkulyň ujuny berlen üçburçlugyň degişli depelerine goýup anyklanýar.*

Şonuň ýaly-da, 1-nji bentdäki berlen burça deň burçy gurmak meselesini hem ýokardaky usulyň kömeginde çözmek bolýar. Munuň üçin berlen ***A*** *burçuň taraplarynda degişlilikde* ***B*** *we* ***C*** *nokatlar saýlanyp,* ***ABC*** *üçburçluk alynýar. Soň ýokarda getirilen usul bilen şu üçburçluga deň üçburçluk gurulýar. Üçburçluklar deň bolany üçin olaryň degişli burçlary hem deň bolýar.*

23.3. Geometrik gurmaga degişli çylşyrymlyrak meseleleri çözmek

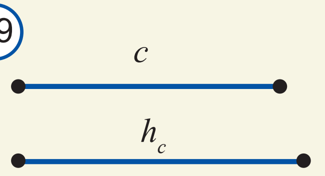
Geomerik gurmaga degişli meseleleri çözmek prosesi *analiz, gurmak, esaslandyrma we barlag* ýaly basgançaklardan ybarat.

Geometrik gurmaga degişli meseleleri çözmegiň basgançaklary	
1. Analiz basgançagy	Gurulýan figuranyň takmyny çyzgysy çyzylýar. Onuň elementleri bilen meseläniň şertinde berlen elementleriň arasyndaky gatnaşyklar anyklanýar. Geometrik figurany gurmagyň meýilnamasy düzülýär.
2. Gurmak basgançagy	Geometrik figura düzülen meýilnamasyna görä gurulýar.
3. Esaslandyrma basgançagy	Gurlan figuranyň meseläniň ähli şertlerini kanagatlandyryşy subut edilýär.
4. Barlag basgançagy	Meseläniň çözüwiniň barlygy, çözüwler sany anyklanýar ýa-da çözüwiň ýoklugy, ýagny şeýle figurany gurup bolmaýanlygy görkezilýär.

Eger mesele ýönekeýräk bolsa, gurmak basgançagyndan başga käbir basgançaklar dilden ýerine ýetirilýär. Kä halatlarda barlag basgançagy çuňrak, 8-9-njy synpda geçilýän bilimleri talap etse ony wagtlaýyn düşürip galdyrýarys.

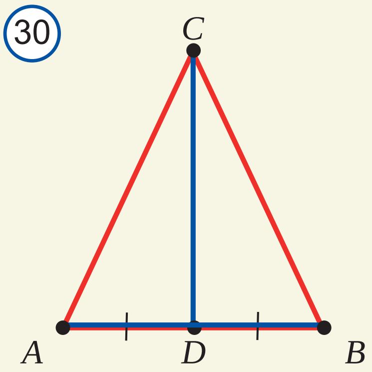
Mesele. Deňýanly üçburçlugy onuň esasy we esasa geçirilen beýiklige görä guruň *(29-nji surat)*.

29



Gurmak. $AB=c$ esas we $CD=h_c$ beýiklik gurulýan ABC deňýanly üçburçlugyň berlen elementleri bolsun *(30-njy surat)*.

30



1. Analiz basgançagy. Aýdaly, ABC üçburçluk gurlan bolsun. Onuň AB esasy berlenligi üçin A we B depeleriniň orny mälim. C depäniň ornuny tapsak, mesele çözülýär. Mälim bolşy ýaly CD beýiklik deňýanly üçburçlugyň esasynyň ortasyna düşýär.

Diýmek, berlen AB esasyň ortasy D nokady tapyp, şu nokatdan esasa perpendikulýar geçirsek we perpendikulýarda D nokatdan başlap berlen beýiklik kesimini aýyrsak C nokadyň ornuny tapan bolarys.

2. Gurmak basgançagy: *a)* berlen AB kesimiň ortasy D nokady tapýarys; b) D nokatdan geçýän we AB kesime perpendikulýar bolan göni çyzygy geçirýäris; ç) perpendikulýara D nokatdan başlap h_c beýiklik kesimini goýýarys; d) C nokady A we B nokatlar bilen utgaşdyrýarys.

3. Esaslandyrma basgançagy. Emele gelen ABC üçburçlugyň esasy we beýikligi berlen kesimlere deň hem-de ol deňýanly, çünki onuň beýikligi esasyna perpendikulýar. Diýmek, gurlan üçburçluk gözlenýän üçburçlukdan ybarat.

4. Barlag basgançagy. Islendik kesimiň ortasyna ýeke-täk perpendikulýar geçirmek mümkinligi üçin mesele ýeke-täk çözüwe eýe bolýar.

Tema degişli soraglar

1. Gurmaga degişli meseleleri çözende ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde nähili işleri amala aşyrmak mümkin?

3. Näme sebäpden gurmaga degişli meseleleri çözende ýerine ýetirilen gurmagy esaslandyrmaly?

4. Geometrik gurmaga degişli esasy meseleleri sanaň.

5. Geometrik gurmaga degişli çylşyrymlyrak meseleleri çözmegiň nähili basgançaklary bar?

Amaly gönükmeler we ulanmalar

1. a) 30°; b) 60°; ç) 15°; d)120°; e) 45°-ly burçlar berlen. Ýönekeý çyzgyçdan we sirkuldan peýdalanyp, olara deň burçlary guruň.

2. a) 75°; b) 90°; ç) 135°-ly burçlar berlen. Ýönekeý çyzgyçdan we sirkuldan peýdalanyp, olara deň burçlary guruň.

3. $\angle A=\alpha$ we $\angle B=\beta$ burçlar berlen ($\alpha>\beta$). Ölçegi: a) 2α; b) $\alpha-\beta$; ç) $2\alpha+\beta$ bolan burçlary guruň.

4. 45° we 30° burçlar berlen. Ölçegi: a) 15°; b) 75°; ç) 105°; d) 120° bolan burçlary guruň.

5. Burç çyzyň we ony dört sany deň burça bölüň.

6. Ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde: a) 90°; b) 60°; ç) 30°-ly burçlary deň ýarpa bölüň.

7. 45°-ly burçy üç sany deň burçlara bölüň.

8*. 36°-ly burç berlen. Sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 99°-ly burç guruň.

9*. 54°-ly burç berlen. Sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde bu burçy deň üçe bölüň.

10. Kesimi deň ýarpa bölmegiň nähili usulyny bilýärsiňiz? Kesim çyzyň we ony deň ýarpa bölüň.

11. Göni çyzykda A we B nokatlar berlen. BA şöhlede B nokatdan başlap şeýle BC kesimi goýuň, ýagny $BC=2AB$ bolsun.

12. A we B nokatlar berlen. Diňe sirkuldan peýdalanyp şeýle C nokat guruň, ýagny $AC=3AB$ bolsun.

13. a we b uzynlykdaky kesimler berlen: $(a>b)$. a) $a+b$; b) $a-b$ uzynlykdaky kesimleri guruň.

14. Uzynlygy 12 cm we 5 cm bolan kesimler berlen. Uzynlygy a) 17 cm; b) 7 cm; ç) 12 cm; d) 22 cm; e) 29 cm bolan kesimleri guruň.

15*. A we B nokatlardan birmeňzeş uzaklaşan hem-de a göni çyzykda ýatýan nokady tapyň.

16. Diňe çyzgyjyň kömeginde a göni çyzykda ýatmaýan M nokat arkaly a göni çyzyga parallel bolan b göni çyzygy geçiriň.

17. Berlen kesimi dört sany deň bölege bölüň.

18. Aşakdakylara görä ABC üçburçluk guruň: a) $AB=3$; $BC=5$; $\angle B=45°$; b) $AB=9$; $BC=5$; $AC=12$; ç) $AB=22$; $\angle A=30°$; $\angle B=56°$.

19. Aşakdakylara görä ABC üçburçluk guruň: a) $AB=7$; $BC=3$; $\angle B=38°$; b) $AB=3$;

$BC = 8$; $AC = 6$; c) $AB = 9$; $\angle A = 90°$; $\angle B = 50°$.

20. Taraplary $A = 3$ *cm*, $b = 8$ *cm* we $c = 9$ *cm* bolan üçburçluk guruň.

21. a) Taraplary $A = 3$ *cm*, $b = 4$ *cm* we $c = 7$ *cm* bolan üçburçluk gurmak mümkinmi? b) Üçburçluk gurmak üçin onuň a, b we c taraplary nähili şerti kanagatlandyrymaly?

22. Berlen uly tarapy we ýiti burçy boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.

23. Üçburçluk çyzyň. Onuň beýikliklerini guruň.

24. Berlen üçburçlugyň medianalaryny guruň.

25. Göni burçy nähili gurmak mümkin?

26. Berlen göni çyzyga parallel göni çyzyk çyzyň.

27. Esasy we oňa geçirilen beýikligi boýunça deňýanly üçburçluk guruň.

28*. Iki tarapy we olaryň arasyndaky burç boýunça üçburçluk guruň.

29*. Berlen tarap boýunça kwadrat guruň.

30*. Bir tarapy we oňa sepleşýän burçlar boýunça üçburçluk guruň.

31*. Gipotenuza we kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.

32*. Bir tarapy we oňa sepleşýän burçy we şu tarapa geçirilen beýiklige görä üçburçluk guruň.

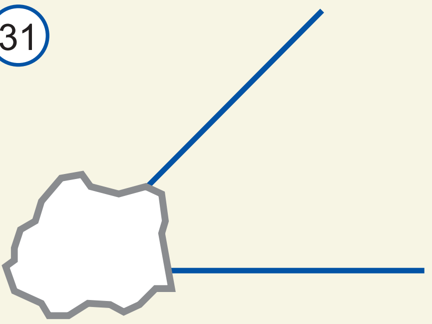
33*. Bir tarapy we oňa sepleşýän burçunyň we galan iki tarapyň jemine görä üçburçluk guruň.

34*. Bir tarapy we oňa sepleşýän burçunyň we galan iki tarapynyň tapawudyna görä üçburçluk guruň.

Geometrik tapmaça

Şahjahan kakasynyň ýazuwlarynyň içinden 31-njy suratda şekillendirilen çyzgyny tapdy. Gynansak-da, bu burçuň bir bölegine syýa dökülip, öçüp giden eken. Şahjahan bu burçuň bissektrisasyny gurup bilermi?

31



24 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ

1. Testler.

1. Kesimleriň uzynlyklary a, b we c-leriň haýsy bahalarynda şu kesimlerden üçburçluk gurmak mümkin däl?

A) $A = 1$, $b = 2$, $c = 3$ B) $A = 2$, $b = 3$, $c = 4$

Ç) $A = 3$, $b = 4$, $c = 5$ D) $A = 6$, $b = 4$, $c = 3$

2. Geometrik gurmagy ýerine ýetirmek üçin haýsy okuw gurallaryndan peýdalanmaga rugsat edilýär?

A) Transportir B) Transportir, çyzgyç

Ç) Sirkul, çyzgyç D) Sirkul, transportir

3. Geometrik gurmagy ýerine ýetirende çyzgyçdan nähili wezipeleri ýerine ýetirmäge rugsat edilýär?

A) Kesimi ölçemäge

B) Kesim, göni çyzyk çyzmaga

Ç) Nokatdan geçýän we berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzygy çen bilen çyzmaga

D) Kesimi ölçäp, onuň ortasyny tapmaga

2. Meseleler.

1. a we b uzynlykdaky kesimler berlen: $(a>b)$. a) $2a + 3b$; b) $2a - b$ uzynlykdaky kesimleri guruň.

2. Diňe bir ýarymtekizlikde gurmak işlerini ýerine ýetirip, berlen kesimi deň ýarpa bölüň.

3. Diňe üçburçly çyzgyçdan peýdalanyp berlen kesimi deň ýarpa bölüň.

4. AB kesimiň ortasyny gönüden-göni anyklamak mümkin bolmasa, onuň ortasyndan geçýän perpendikulýary gurmak mümkinmi?

5. $\angle A=\alpha$ we $\angle B=\beta$ burçlar berlen: $(\alpha>\beta)$. Ölçegi: a) 3α; b) $\alpha+2\beta$; ç) $3\alpha+\beta$ bolan burçlary guruň.

6. Ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde: a) 124°; b) 68°; ç) 46°-ly burçlary deň ýarpa bölüň.

7. Eger töwerekden daşardaky nokatdan töweregiň iň ýakyn we uzak nokatlaryna çenli bolan aralyklar degişlilikde 2 cm we 10 cm bolsa, töwerek radiusyny tapyň.

8. Berlen gipotenuza boýunça deňýanly gönüburçly üçburçluk guruň.

9*. Uzynlygy $a+b$, $b+c$ we $a+c$ kesimler berlen. Taraplary a, b, c bolan üçburçluk guruň.

10*. Iki kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.

11. a göni çyzyk we üçburçluk berlen. Bir tarapy a göni çyzykda ýatýan we berlen üçburçluga deň bolan üçburçluk guruň.

12. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmaýan nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk çyzyň.

13. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmaýan nokat belgiläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga parallel göni çyzyk guruň.

6-njy barlag işiniň nusgasy

Nusga barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

1. Nazary 5 test.

2. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele «bäş» baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. 120°-ly burç berlen. Sirkulyň we çyzgyjyň kömeginde oňa deň burç guruň.

2. Taraplary a= 5 cm, b = 6 cm we c= 7 cm bolan üçburçluk guruň.

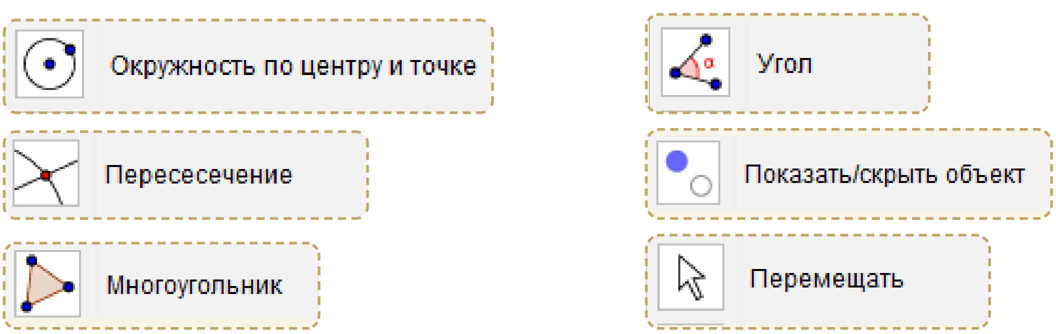
3. 2-nji meselede gurlan üçburçlugyň a tarapyna mediana geçiriň.

4. Üçburçlugy onuň esasy, bir tarapy we esasa geçirilen beýikligine görä guruň.

“GeoGebra”da amaly ýumşy ýerine ýetirmek

1. Dogry altyburçluk gurmak

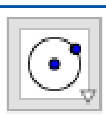
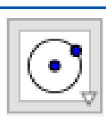
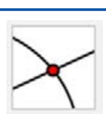
Dogry altyburçluk gurmak üçin aşakdaky serişdeler gerek bolýar.

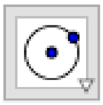
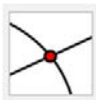
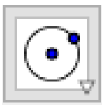
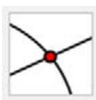
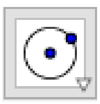
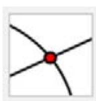
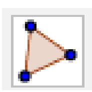
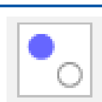
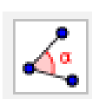
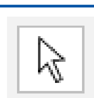


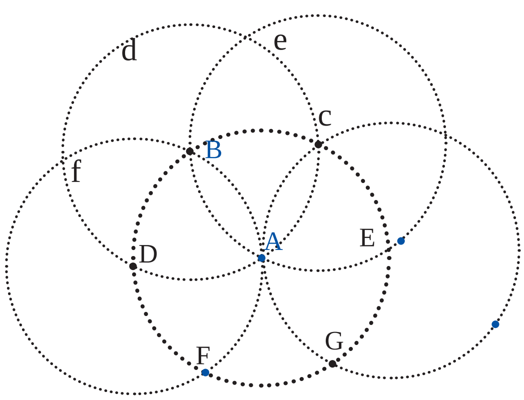
Gerekli komponentler:

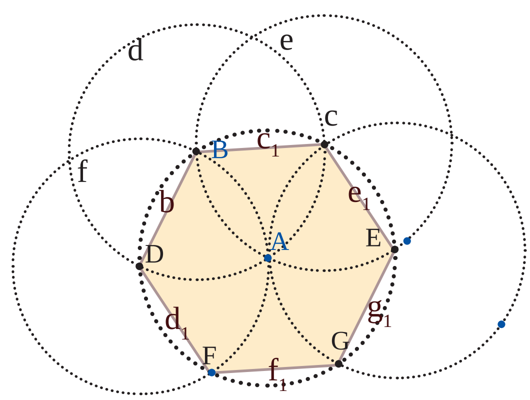
- ***GeoGebra***da täze penjire açyň.
- ***GeoGebra*** interfeýsini **«Настройки» –** **«Геометрия»** görnüşine geçiriň.
- **Täze nokat üçin sazlamalary üýtgediň.**

Dogry altyburçluk gurmagyň algoritmi

1		Merkezi A nokatda we B nokatdan geçýän c töweregi çyzyň.
2		Merkezi B nokat we A nokatdan geçýän täze d töweregi çyzyň.
3		c we d töwerekleriň kesişme nokatlary C we D-ni, ýagny dogry altyburçlugyň depelerini belgileýäris.

4		Merkezi C nokat we A nokatdan geçýän täze – e töweregi çyzyň
5		e we c töwerekleriň kesişme nokadynda dogry altyburçlugyň E depesini belgileýäris.
6		Merkezi D nokat we A nokatdan geçýän täze f töweregi çyzyň.
7		f we c töwerekleriň kesişme nokadynda dogry altyburçlugyň F depesini belgileýäris.
8		Merkezi E nokat we A nokatdan geçýän täze – g töweregi çyzyň.
9		g we c töwerekleriň kesişme nokadynda dogry altyburçlugyň G depesini belgileýäris.
10		Dogry $FGECBD$ altyburçlugy guruň.
11		Töwerekleri gizlin ýagdaýa geçiriň.
12		Altyburçlugyň içki burçlaryny görkeziň.
13		Altyburçlugyň dogry gurlandygyny barlaň





Ýumuş. Altyburçlugyň gurluş prosesini düşündirmäge synanyşyň.

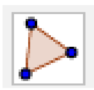
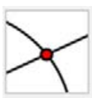
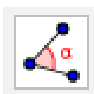
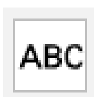
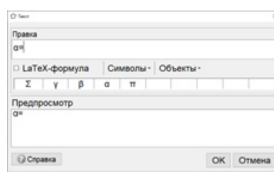
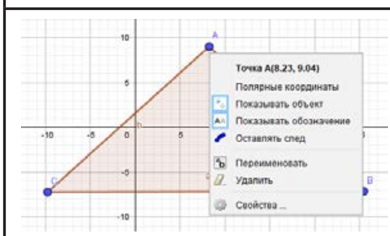
Töweregiň radiusy nähili bolmaly we näme üçin? Jogabyňyzy düşündiriň.

2. Geometrik düşünjeleri we maglumatlary wizuallaşdyrmak

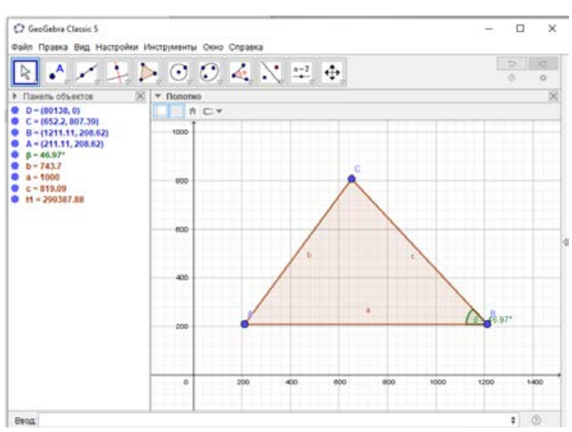
1-nji ýumuş

Teorema. ***Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk iki içki burçlarynyň jemine deň.***

Teoremany ***GeoGebra***dan peýdalanyp wizuallaşdyrýarys. Aşakda getirilen amallar yzygiderligini ýerine ýetiriň.

	ABC üçburçlugy guruň
	AB şöhläni geçiriň.
	Üçburçlugyň A we C içki burçlaryny, şonuň ýaly-da, B daşky burçy belgiläň.
	$\beta=\alpha+\gamma$ – üçburçlugyň iki içki burçlarynyň jemini suratlandyrýan dinamiki teksti emele getiriň. Meselem, **β= «Объекты»** bölüminden α we γ-ny saýlaň. 
	Üçburçlugyň burçlaryny we onuň atlarynyň reňkini we görnüşini üýtgediň. Obýektiiň üstünde syçanyň sag düwmesini basyp, «**Свойства**»... buýrugyny saýlaň.

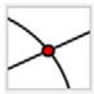
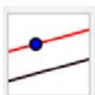
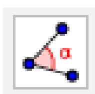
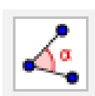
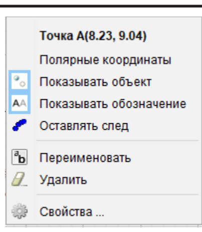
Netijede aşakdaky görnüşdäki dinamiki çyzgy emele gelýär. Munda üçburçlugyň şeklini üýtgedilmegi mümkin, ýöne B daşky burç hemişe A we C içki burçlarynyň jemine deň bolýar.



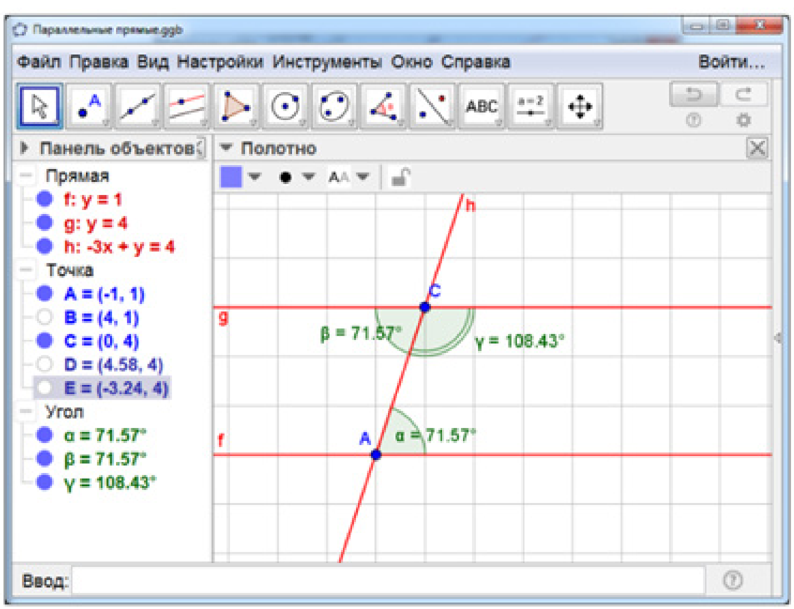
2-nji ýumuş

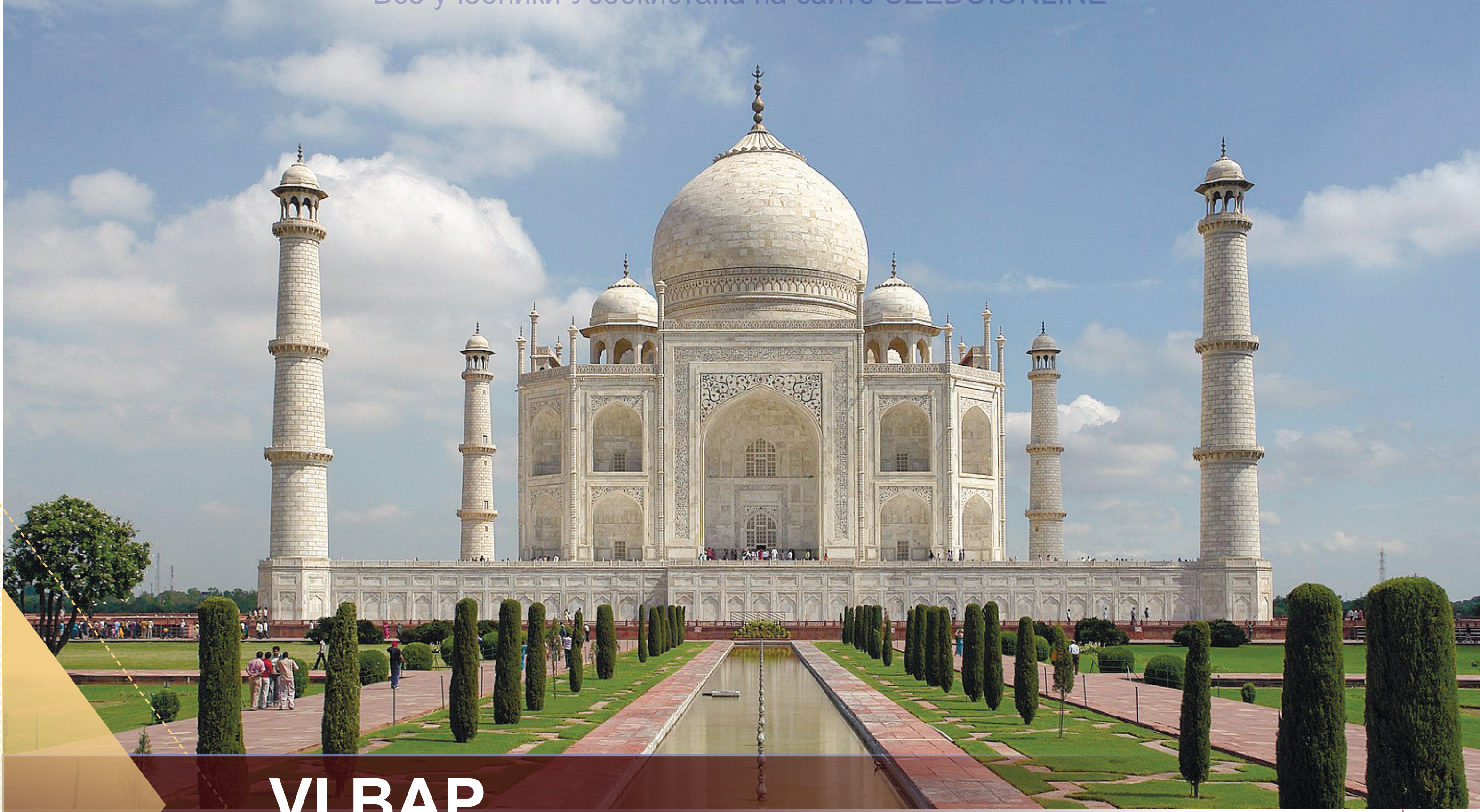
Teorema. Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolýar.

Teoremany ***GeoGebra***dan peýdalanyp wizuallaşdyrýarys. Aşakda getirilen amallar yzygiderligini ýerine ýetiriň.

	AB göni çyzygy geçiriň.
	C nokady saýlaň we ol arkaly AB göni çyzyga parallel göni çyzyk geçiriň.
	A we C nokatlar arkaly parallel çyzyklary kesiji h göni çyzygy geçiriň.
	Içki birtaraplaýyn we oňa goňşy burçlary belgiläň.
	Göni çyzyklaryň we burçlaryň reňkini we görnüşini üýtgediň. Obýektiň üstünde syçanyň sag düwmesini basyp, «**Свойства»** buýrugyny saýlaň.

Netijede aşakdaky görnüşdäki dinamiki çyzgy emele gelýär. Munda kesijiniň we parallel çyzyklaryň ornuny üýtgetmek mümkin, ýöne kesişýän çyzyk emele getiren birtaraplaýyn burçlaryň jemi hemişe 180^0 -a deň bolýar.





VI BAP

GAÝTALAMAK

Şu baby öwrenenden soň, aşakdaky bilimlere we amaly başarnyklara eýe bolarsyňyz:

Bilim:

– geometrik meseleleri çözmegiň basgançaklary;
– geometrik meseleleriň görnüşleri;
– meseleler çözende duşýan käbir tipik ýalňyşlyklar.

Amaly başarnyklar:

– geometrik meseleleri görnüşlere bölmek we çözmek basgançaklaryna görä işi guramak;
– meseleler çözende duşýan ýalňyşlaryň öňüni almak;
– planimetriýa boýunça ýyllyk jemleýji barlag işine taýýar bolmak.

25 GAÝTALAMAGA DEGIŞLI MESELELER

25.1. Geometrik meseleleri çözmegiň basgançaklary

Geometrik meseleleri çözende aşakdakylara üns bermeli:

1) Geometriýanyň esasy düşünjelerini, olaryň häsiýetlerini gowy bilmek we ýatda saklamak;

2) Dürli geometrik figuralaryň häsiýetleri baradaky teoremalary subut etmek usullaryny eýelemek;

3) Berlen geometrik meseläniň manysyna düşünmek.

Adatda geometrik meseleleri çözmek prosesi aşakdaky basgançaklardan ybarat bolýar:

1-nji basgançak: *meseläni düşünmek.* Bu basgançakda meseläniň şerti we netijesi aýratyn bölüp alynýar. Nämeler berlendigi, nämäni tapmalydygy, subut etmelidigi ýa-da gurmalydygy anyklanýar. Meselä degişli çyzgy çyzylýar. Çyzgynyň uly we anyk bolmagy maksada laýyk. Berlen ähli maglumatlar çyzgyda belgilenýär.

2-nji basgançak: *meýilnamalaşdyrmak.* Bu basgançakda meseläni çözmek usuly saýlanýar. Ony ulanmak üçin nähili goşmaça maglumatlar zerurlygy anyklanýar. Kömekçi figuralar çyzylýar.

3-nji basgançak: *çözülişi.* Bu basgançakda mesele gönüden-göni, berlen meýilnama esasynda çözülýär.

4-nji basgançak: *barlamak.* Bu basgançakda meseläniň tapylan çözüwi gönüden-göni barlanylýar. Çözmek prosesine tankydy nazar taşlanýar. Eger ýalňyş anyklansa, ol düzedilýär. Düzetmek mümkin bolmasa, meseläni çözmegiň başlangyç basgançagyna gaýdylýar we hemme iş gaýtadan ýerine ýetirilýär.

Mesele çözmegi öwrenmek üçin köpräk mesele çözmek zerur!
Meselä degişli çyzgyny dogry çyzmak – meseläniň ýarysyny çözmek diýmekdir.

Geometrik meseleler goýluşyna we manysyna görä üç görnüşde bolmagy mümkin:

1) hasaplamaga degişli meseleler;

2) subut etmäge degişli meseleler;

3) gurmaga degişli meseleler.

Geometrik meseleler çözmek diňe nähilidir geometrik figuranyň häsiýetini öwrenmekden ybarat iş däl, elbetde. Ol dogry pikirlenme, logiki pikir ýöretmek we olaryň esasynda dogry we akyla laýyk kararlary kabul etmek, netije çykarmak başarnyklaryny we endiklerini hem şekillendirýär. Şeýle başarnyklar we endikler diňe matematikada däl, eýsem gündelik durmuşda duşýan meseleleri çözmekde hem kömek edýär.

Elbetde, meseläni çözmek – bu diňe dogry jogaby tapmak diýeni däl. Meseleler çözmek dowamynda mälim häsiýetleri, teoremalary we olaryň netijelerini ulanyp bilmek, dürli usullardan peýdalanyp bilmegi başarmak zerur bolýar.

Aşakdaky meseläniň çözüliş prosesine seredeliň.

Mesele. Depeleri deň taraply üçburçlugyň taraplarynyň ortalary bolan üçburçlugyň deň taraply bolýandygyny subut ediň.

ΔABC –deň taraply, K –AB tarapyň ortasy, N –BC tarapyň ortasy, L –AC tarapyň ortasy ⇨ ΔKNL –deň taraply

1. Meseläni düşünmek basgançagy.

Meseläniň şertleri esasynda çyzgy çyzyp alýarys *(1-nji surat)*.

2. Meýilnamalaşdyrmak basgançagy. Deň taraply üçburçlugyň häsiýetinden we üçburçlugyň TBT nyşanyndan peýdalanýarys.

3. Çözmek basgançagy. Şerte görä,

$LA=AK=KB=BN=NC=CL$ we $\angle A=\angle B=\angle C=60°$. Onda ΔLAK-nyň AL, AK taraplary we A burçy ΔKBN-iň BK, BN taraplary we B burçuna hem-de ΔNCL-iň CN, CL taraplaryna we C burçuna degişlilikde deň.

Diýmek, $\Delta LAK=\Delta KBN=\Delta NCL$. Onda bu üçburçluklaryň üçünji taraplary hem özara deň bolýar: $KL=KN=NL$.

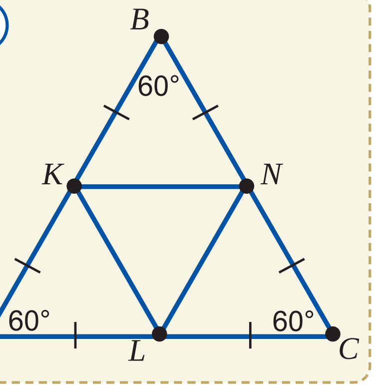
Diýmek, ΔKNL –deň taraply.

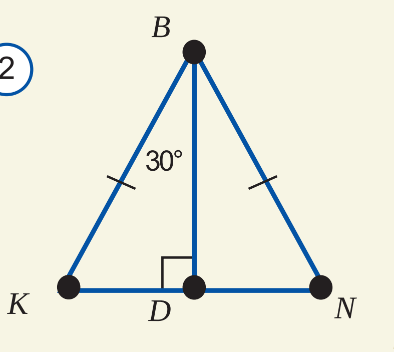
4. Barlamak basgançagy.

Meseläniň çözüliş prosesini ýene bir gezek gözden geçirip, onda her bir pikir ýöretme logiki dogry alnyp barlandygyny barlaýarys.

Bu meseläni başga usulda hem çözmek mümkin. Munda depesindäki burçy 60° bolan deňýanly üçburçlugyň häsiýetinden peýdalanýarys. ΔKBN deňýanly üçburçlugyň BD beýikligini geçirýäris *(2-nji surat)*. BD bissektrisa hem bolany üçin $\angle KBD=60°:2=30°$ we $\angle BKD=\angle BND=90°-30°=60°$ bolýar.

Diýmek, ΔKBN deň taraply üçburçluk. Şeýdip ΔKAL we ΔNCL-ler hem deň taraply üçburçluklardygy anyklanýar we $BK=KN=NL=LK$ mälim bolýar. Mundan bolsa ΔKNL-iň diňe bir deň taraply üçburçluk däl, eýsem, $\Delta KNL=\Delta KBN=\Delta NCL=\Delta KAL$ bolýanlygy-da mälim bolýar.

1


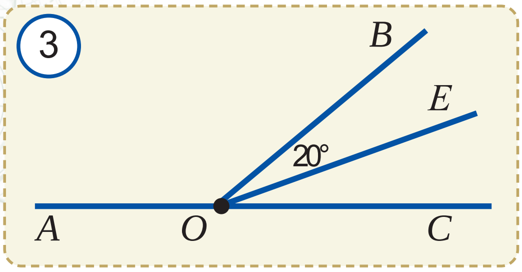
2


25.2. Hasaplamaga degişli meseleler

Hasaplamaga degişli meseleler arifmetik we algebraik meselelere meňzäp gidýär. Dürli geometrik formulalaryň kömeginde, berlen sanly ululyklar esasynda yzygider hasap işleri ýerine ýetirilýär we gözlenýän ululyk tapylýar.

Bu meselelerde köplenç çyzgyny dogry çyzyp bilmek we gerekli belgilemeleri girizmek işi esli aňsatlaşdyrýar.

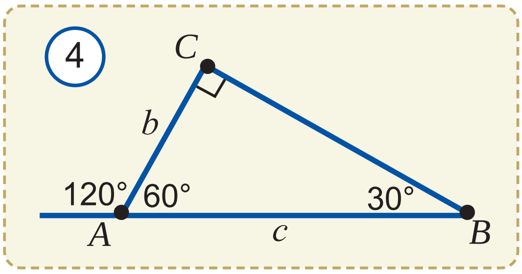
1-nji mesele. Goňşy burçlardan biriniň bissektrisasy ikinji burçuň taraplaryndan biri bilen 20°-ly burç emele getirýär. Şu burçlary tapyň.



Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris *(3-nji surat)*. Mundan OE bissektrisa ýiti burçuň bissektrisasydygy mälim bolýar. Diýmek, $\angle BOC$=2·20°=40°, $\angle AOB$=180°–40°=140° bolýar.

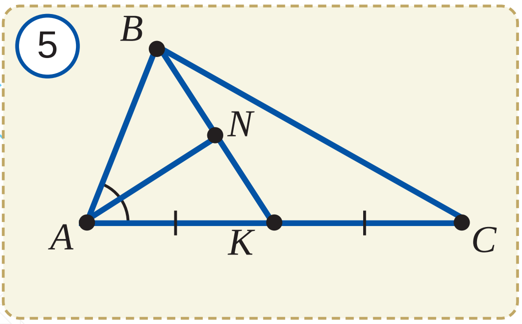
2-nji mesele. ABC gönüburçly üçburçlukda $\angle C$ – göni burç, A depesindäki daşky burç 120°-a deň. Eger $AC+AB$ = 18 cm bolsa, üçburçlugyň gipotenuzasyny tapyň.

Çözülişi. Meseläniň şertine görä çyzgyny şekillendirýäris *(4-nji surat)*. Üçburçlugyň daşky burçunyň kesgitlemesinden $\angle A$ = 180°–120° = 60°, $\angle B$=90°– $\angle A$=30° bolýandygyny kesgitleýäris. AC = b, AB = c bolsun. Onda $b+c$ = 18. Ýiti burçy 30°-a deň bolan gönüburçly üçburçlugyň häsiýetine görä, c=2b bolýar. Mundan $b+c=b+2b$ = 18, ýagny b = 6. Onda c = 12 bolandygy mälim bolýar.



Jogaby: 12.

3-nji mesele. ABC üçburçlukda AB=1, A burçuň bissektrisasy B depeden geçirilen mediana perpendikulýar. Eger BC tarapyň uzynlygy bitin san bilen aňladylsa, üçburçlugyň perimetrini tapyň.



Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris *(5-nji surat)*: $AK=KC$. $AN \perp BK$. $\Delta ANB=\Delta ANK$ bolýandygyny kesgitleýäris, çünki AN katet umumy we birden burçlary deň (katet we oňa sepleşýän ýiti burç boýunça). Mundan bolsa $AB=AK=KC$=1, ýagny AC=1+1=2 bolýandygy mälim bolýar.

$BC=x$ – bitin san, üçburçlugyň deňsizligine görä 2+1> x we x+ 1>2, ýa-da x< 3 we x>1, ýagny l< x< 3 bolmaly. 1 bilen 3-üň arasynda bir bitin san bar: 2. Diýmek. BC=2 we P_{ABC}= 1+2+2=5.

Jogaby: 5

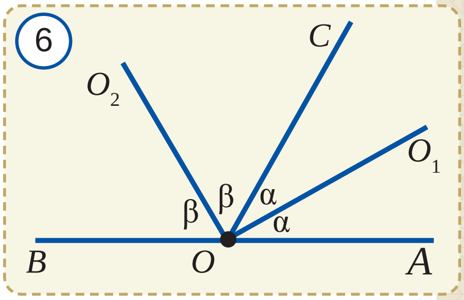
25.3. Subut etmäge degişli meseleler

Subut etmäge degişli meseleler özboluşly kiçi teoremalardyr. Olary çözmek meselede getirilen tassyklamany subut etmekden ybarat bolýar. Mysal hökmünde aşakdaky meselelere seredeliň.

1-nji mesele. Goňşy burçlaryň bissektrisalary özara perpendikulýar bolýandygyny subut ediň.

$\angle AOC$ we $\angle BOC$ – goňşy burçlar, OO_1 we OO_2 – bissektrisalar *(6-njy surat)* ⇒ $OO_1 \perp OO_2$.

Subudy. OO_1 we OO_2 bissektrisalar bölen burçlary degişlilikde (1-nji suratda şekillendirilişi ýaly) α we β diýip belgileýäris. Onda $2\alpha + 2\beta = 180°$, ýa-da $\alpha+\beta = 90°$, ýagny $\angle O_1OO_2 = \alpha+\beta = 90°$. Diýmek, $OO_1 \perp OO_2$. Şony subut etmek talap edilipdi.

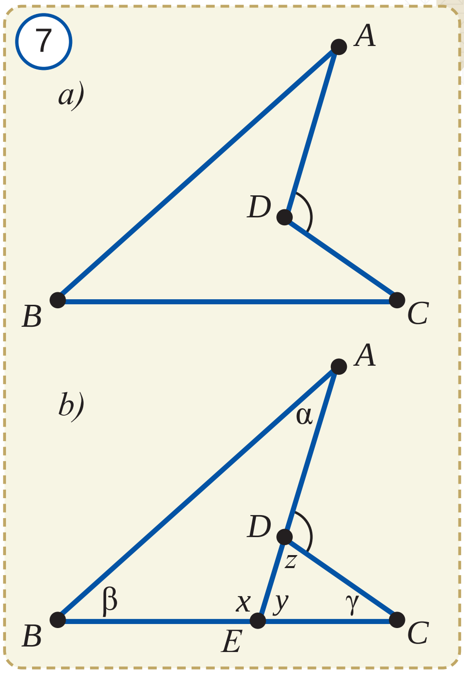


2-nji mesele. 7-nji a suratda şekillendirilen $ABCD$ dörtburçlukda $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ bolýandygyny subut ediň.

Subudy. AD göni çyzygyň BC tarap bilen kesişen nokadyny E bilen belgileýäris (AD tarapy dowam etdirýäris) we burçlar üçin zerur belgilemeleri girizýäris *(7-nji b surat)*. Mälim bolşy ýaly, $\alpha+\beta+x = 180°$ we $y+z+\gamma = 180°$. Bu deňlikleri goşup, $\alpha+\beta+\gamma+x+y+z = 360°$ deňlige eýe bolarys. Goňşy burçuň häsiýetine görä, $x+y = 180°$ bolany üçin $\alpha+\beta+\gamma + 180° + z = 360°$ ýa-da $\alpha+\beta+\gamma = 180° - z = \angle D$, ýagny:

$\angle D = \alpha+\beta+\gamma = \angle A + \angle B + \angle C$ bolýar.

Deňlik subut edildi.



Ýokardaky iki meseläni taýýar çyzga daýanyp işledik, 2-nji meselede goşmaça gurmak we zerur belgilemeleri amala aşyrdyk, bu bolsa meseläni aňsat çözmegimize kömek edýär.

Soraglar, meseleler we ýumuşlar

1. AB kesimiň uzynlyklary 1 : 2 : 3 : 4 ýaly gatnaşykdaky kesimlere (şu yzygiderlikde) bölünen. Eger çetki kesimleriň ortalarynyň arasyndaky aralyk 15 cm-e deň bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

2. $\angle ABC = 160°$ bolan burçuň depesinden şu burçuň taraplarynyň arasynda ýatýan BO we BE şöhleler çykarylan. Eger BO şöhle berlen burçy deň ýarpa, BE şöhle bolsa 3 : 5 ýaly gatnaşykda bolsa, OBE burçy tapyň.

3. AOB burç OC şöhle arkaly biri ikinjisinden 30°-a uly bolan iki burça bölünen. Berlen burçuň bissektrisasy bilen OC şöhläniň arasyndaky burçy tapyň.

4. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçy 30°-a deň. Şu üçburçlugyň gapdal tarapy we ikinji gapdal tarapyna geçirilen beýikligiň arasyndaky burçy tapyň.

5. Üçburçlugyň bir daşky burçy 100°, oňa goňşy bolmadyk burçlar gatnaşygy 2:3 ýaly. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

6. A, B, C, D nokatlar görkezilen tertipde bir göni çyzykda ýatýar we $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K nokat BC kesimde şeýle ýerleşen, ýagny ol BC we AD kesimleri birmeňzeş gatnaşykdaky böleklere bölýär: $BK : KC = AK : KD$. Bu gatnaşyklary tapyň.

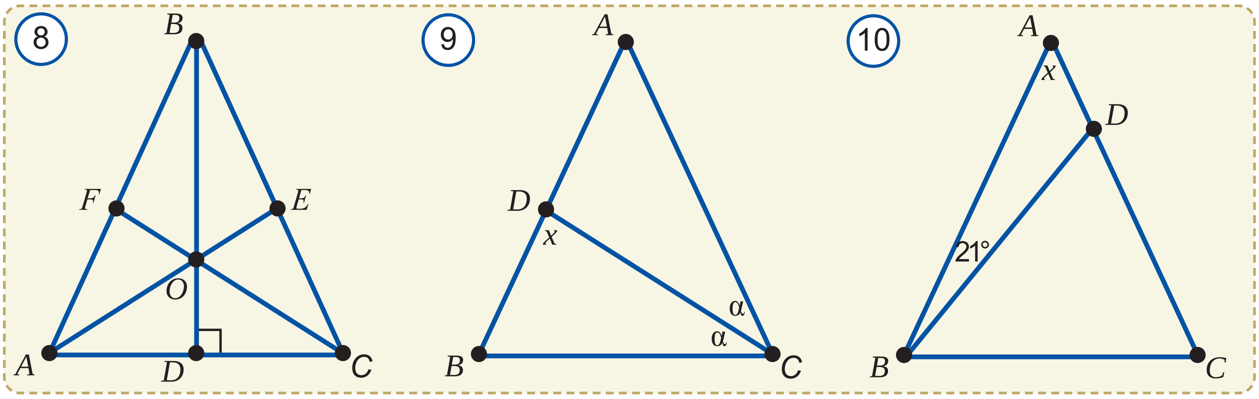
7. Üçburçlugyň iki burçunyň bissektrisalarynyň kesişmeginden emele gelen burç 128°-a deň. Üçburçlugyň üçünji burçuny tapyň.

8. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki burçy 96°-a deň. Esasyndaky burçlaryň bissektrisalarynyň kesişmeginden emele gelen ýiti burçy tapyň.

9. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektrisa we beýiklik çykarylan bolup, olaryň arasyndaky burç 24°-a deň. Üçburçlugyň galan burçlaryny tapyň.

10. Eger 8-nji suratda $AB = BC$, $\angle ABC = 50°$, AE we FC – bissektrisalar bolsa, AOB, EOC burçlary tapyň.

11. Eger 9-njy suratda $AB=AC$, $AD=DC$ bolsa, x-i tapyň.



12. Eger 10-njy suratda $AB=AC$, $BD=BC$ bolsa, x-i tapyň.

13. Üçburçlugyň bir burçy özüne goňşy bolmadyk daşky burçlaryň tapawudyna deň. Bu üçburçlugyň gönüburçly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

14. Bir burçy 150° bolan deňýanly üçburçlugyň esasyndaky depelerinden geçirilen beýiklikleri deň bolýandygyny subut ediň.

15. Deň taraply üçburçlugyň medianalary kesişme nokadynda 2 : 1 gatnaşykda bolýandygyny subut ediň.

16. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki daşky burçunyň bissektrisasy üçburçlugyň esasyna parallel bolýandygyny subut ediň.

17. 4-nji meselä ters teoremany aňladyň we ony subut ediň.

18. Deň taraply üçburçlugyň islendik iki medianasy 60°-ly burç astynda kesişýändigini subut ediň.

19*. Üçburçluklaryň deňligini olaryň iki tarapy we üçünji tarapa geçirilen medianasy boýunça subut ediň.

20*. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BM we B_1M_1 medianalar geçirilen. Eger $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$ we $BM=B_1M_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

21*. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda AD, A_1D_1 – bissektrisalar. Eger $AB=A_1B_1$, $BD=B_1D_1$ we $AD=A_1D_1$ bolsa, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.

22. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BH we B_1H_1 beýiklikler geçirilen. Eger $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$ we $BH=B_1H_1$ bolsa, $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

23*. Üçburçlugyň iki beýikligi deň bolsa, onuň deňýanly üçburçluk bolýandygyny subut ediň.

24*. 11-nji suratda $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90°$ bolýandygyny subut ediň.

25*. 12-nji suratda $\alpha < \beta < \gamma$ bolýandygyny subut ediň.

26. Iki parallel göni çyzyk we kesiji emele getiren atanak ýatýan burçlaryň bissektrisalary parallel bolýandygyny subut ediň.

27. Üçburçlugyň islendik bir tarapy onuň galan iki tarapy tapawudyndan uly bolýandygyny subut ediň.

28. Üçburçlugyň α, β we γ burçlary üçin $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?

29. Berlen iki nokatdan geçýän töwerek guruň. Mesele näçe sany çözüwe eýe?

30. ABC üçburçlugyň AA_1 we BB_1 bissektrisalary O nokatda kesişýär. Eger: a) $\angle AOB = 136°$; b) $\angle AOB = 111°$ bolsa, ACB burçy tapyň.

31. 13-nji suratdaky kubda $BD = 6$ bolsa, BE, DE, AC kesimler we $\angle BED$-ni tapyň.

32. Perimetri 42 cm bolan ABC üçburçlugyň medianasy ony perimetri 33 cm we 35 cm bolan iki üçburçluga bölýär. Medirananyň uzynlygyny tapyň.

33. Gönüburçly üçburçluk ýiti burçlarynyň bissektrisalary nähili burç astynda kesişýär?

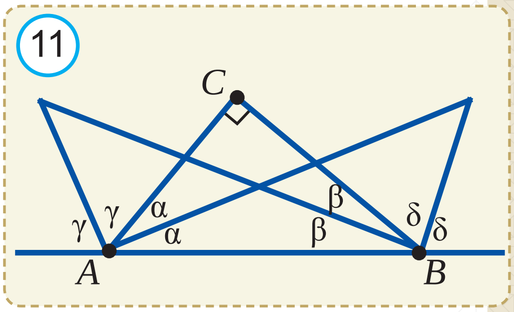
34. 14-nji suratda $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny subut ediň.

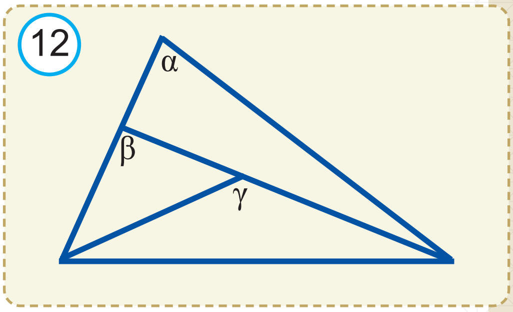
35. MN we NM şöhleleriniň umumy bölegi nähili figura bolýar?

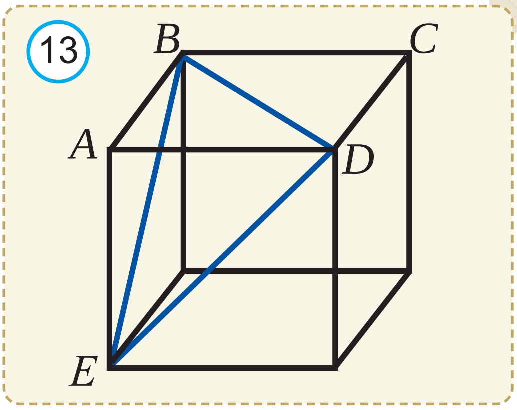
36. Töweregiň özara perpendikulýar diametrlerini guruň.

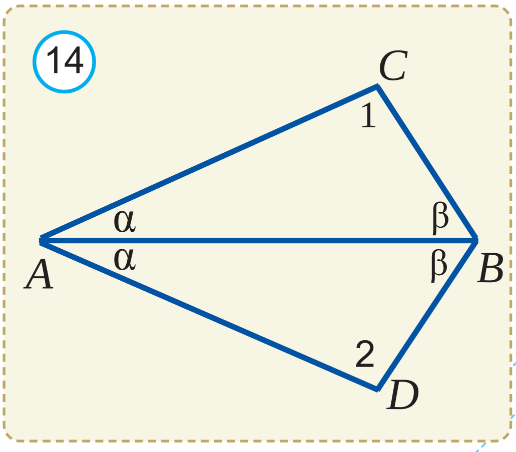
37. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 4 esse kiçi bolsa, şu burçlardan ulusyny tapyň.

38. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlaryň gatnaşygy 7 : 3 -e deň. Şu burçlardan kiçisini tapyň.









39. A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. BC kesimiň uzynlygy AC kesimiň uzynlygyndan 3 esse uly, AB kesimiň uzynlygy bolsa BC uzynlygyndan 3,6 cm gysga. AC kesimiň uzynlygyny tapyň.

40. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende daşky birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180°-a deň bolsa, bu göni çyzyklaryň özara parallel bolýandygyny subut ediň.

26 AMALY GÖNÜKME WE ULANMA. BILIMIŇIZI SYNAŇ. JEMLEÝJI BARLAG IŞI

1. Geometrik diktant. Jümleleri manysyndan ugur alyp dolduryň.

1. Tekizlikde .... arkaly bir göni çyzyk geçirmek mümkin.

2. Burçuň .... burçy iki özara deň burça bölýär.

3. Kesimi ortasy ony iki .... bölýär.

4. Tekizlikde göni çyzyga degişli bolan .... hem, degişli bolmadyk .... hem bar.

5. Eger üçburçluk deňýanly bolsa, ... burçlary deň bolýar.

6. Iki deň üçburçluklaryň degişli .... we degişli .... deň bolýar.

7. Deň taraply üçburçlugyň her bir .... gradusa deň.

8. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti .... 90°-a deň.

9. Ýazgyn burç bissektrisasy ony iki .... burça bölýär.

10. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk .... bolýar.

11. Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk .... bolýar.

12. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende, emele gelen içki birtaraplaýyn burçlar .... bolýar.

13. Kesim depelerinden deň .... kesimiň orta perpendikulýarynda ýatýar.

14. Töwerekdäki nokatlar töweregiň merkezinden deň ....

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň.

1. Tekizlikde iki nokat arkaly iki göni çyzyk geçirmek mümkin.

2. Göni burç 180°-a deň bolýar.

3. Goňşy burçlar deň bolýar.

4. Wertikal burçlaryň jemi 180°-a deň.

5. Üçburçlugyň depesi bilen şu depesiniň garşysyndaky tarapynyň ortasyny utgaşdyrýan kesime üçburçlugyň bissektrisasy diýilýär.

6. Üçburçlugyň perimetri diýip onuň burçlarynyň jemine aýdylýar.

7. Üçburçluk taraplarynyň jemi 180°-a deň.

8. 90°-a deň burç astynda kesişen göni çyzyklar parallel diýilýär.

9. Parallel göni çyzyklar bir nokatda kesişýär.

10. Töweregiň diametri radiusyna deň.

11. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, onuň kiçi burçy 30°-a deň bolýar.

12. Deňýanly üçburçlugyň her bir burçy 60°-a deň.

13. Burçuň bissektrisasynda ýatýan nokatlar burçuň depelerinden deň uzaklykda ýatýar.

3. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik figurany sag sütündäki degişli hatara ýazyň.

1.	Uzynlygy 5 cm	
2	Nokat we depeleri şu nokatlarda bolan iki şöhleden ybarat	
3	Kesişmeýän göni çyzyklar	
4	Depesinden çykan beýikligi hem medianasy hem bissektrisasy bolýar	
5	Hemme taraplary deň üçburçluk	
6	Iki tarapy deň üçburçluk	
7	Burçy iki deň burça bölýär	
8	Iki kateti bar	
9	Iki burçunyň jemi 90°-dan uly bolan üçburçluk	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjelere ikinji sütünden degişli häsiýetleri ýa-da düşündirişleri goýuň.

Geometrik düşünjeler	Häsiýet ýa-da düşündirişler
1. Perpendikulýar göni çyzyklar	(A) kesgitli uzynlyga eýe
2. Deň taraply üçburçluk	(B) iki burçy deň
3. Töwerek	(Ç) gipotenuzanyň ýarysyna deň
4. Burçuň bissektrisasyndaky nokat	(D) depesi bilen garşysyndaky tarapyň ortasyny utgaşdyrýar
5. Üçburçlugyň beýikligi	(E) bir içki burçuna goňşy we galan iki burçuň jemine deň
6. 30°-ly burçuň garşysyndaky katet	(Ä) kesişmeýär
7. Mediana	(F) 90°-ly burç astynda kesişýär
8. Üçburçlugyň daşky burçy	(G) taraplary deň
9. Deňýanly üçburçluk	(H) nokatlary merkezinden deň uzaklaşan
10. Kesim	(J) onuň taraplaryndan deň uzaklykda ýatýar
11. Parallel göni çyzyklar	(Ž) bir depesinden geçýär we bir tarapyna perpendikulýar

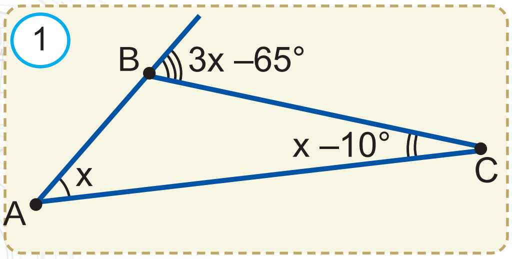
5. Testler.

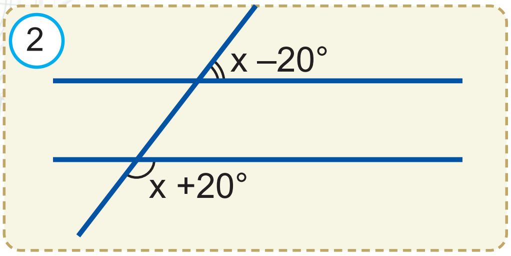
1. Berlen nokatdan berlen göni çyzyga parallel edip näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin?

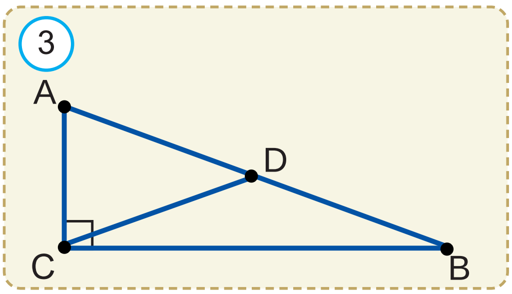
A) 1 B) 2 Ç) 3 D) 4

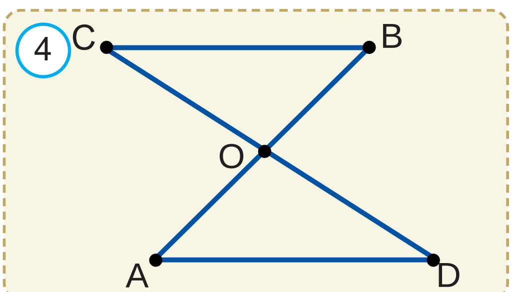
2. Ýazgyn burç näçe gradusa deň?

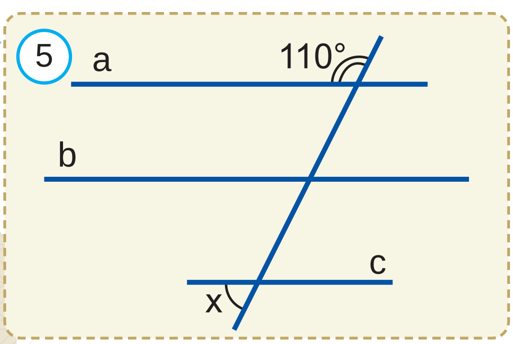
A) 90° B) 90°-dan uly Ç) 90°-dan kiçi D) 180°

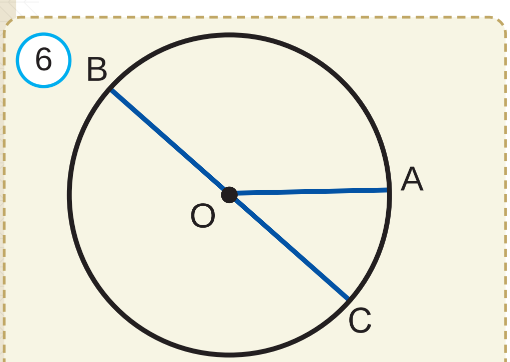












3. 1-nji suratdaky $\angle BCA$ burçy tapyň.

A) 25° B) 35° Ç) 45° D) 55°

4. 2-nji suratdaky x-i tapyň.

A) 80° B) 90° Ç) 100° D) 70°

5. Eger ABC üçburçlukda $\angle B$= 30°, $\angle C$ = 90° we AC = 10 cm bolsa, AB gipotenuzasyny tapyň.

A) 10 cm B) 12 cm Ç) 15 cm D) 20 cm

6. ABC üçburçlukda $AB = BC$, $AB = AC + 7(cm)$. Eger ABC üçburçluk perimetri 23 cm bolsa, üçburçlugyň kiçi tarapyny tapyň.

A) 3 cm B) 5 cm Ç) 7 cm D) 9 cm

7. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden üç esse uly. Şu burçlaryň tapawudyny tapyň.

A) 45° B) 60° Ç) 75° D) 90°

8. Töweregiň radiusy 3,2 cm. Onuň diametrini tapyň.

A) 3,2 B) 5,2 Ç) 6,4 D) 1,6

9. ABC – gönüburçly üçburçluk (*3-nji surat*), $\angle C$ = 90°, CD – mediana. $\angle BDC$ = 130° bolsa, $\angle A$-ny tapyň.

A) 45° B) 65° Ç) 75° D) 85°

10. ABC deňýanly üçburçlugyň depesindäki B burçy 80°-a deň. Onuň A depesindäki daşky burçuny tapyň.

A) 130° B) 120° Ç) 110° D) 100°

11. Eger $A \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplardan haýsysy dogry?

A) $a||c$ B) $b \perp d$ Ç) $a||d$ D) $b||c$

12. Eger 4-nji suratda $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5\,cm$ we $AO + OC = 7$ cm bolsa, AOD üçburçlugyň perimetrini tapyň.

A) 5 cm B) 7 cm Ç) 12 cm D) 17 cm

13. Eger 5-nji suratda $a||b$ we $b||c$ bolsa, x = ?

A) 60° B) 70° Ç) 80° D) 90°

14. ABC üçburçlukda $\angle A$= 50° we $\angle B$= 70° bolsa, onuň uly tarapyny anyklaň.

A) AB B) BC Ç) AC D) anyklap bolmaýar.

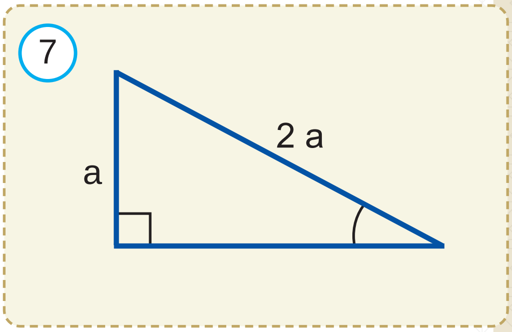
15. Eger 6-njy suratda O töweregiň merkezi, AO = 4 cm bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň.

A) 4 cm B) 5 cm Ç) 2 cm D) 8 cm

16. 7-nji suratda şekillendirilen üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.

A) 30° B) 45° Ç) 60° D) 90°

17. Üçburçlugyň bir beýikligi ony perimetrleri 25 *cm* we 29 *cm* bolan üçburçluklara bölýär. Eger berlen üçburçlugyň perimetri 40 *cm* bolsa, onuň beýikligini tapyň.



A) 10 *cm* B) 7 *cm* Ç) 5 *cm* D) 9 *cm*

18. 120°-a deň burça goňşy burçlaryň jemini tapyň.

A) 30° B) 45° Ç) 180° D) 120°

19. ABC üçburçlugyň C burçy 70°-a deň bolsa, A we B burçlarynyň bissektrisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

A) 55° B) 60° Ç) 65° D) 75°.

20. $ABCD$ gönüburçlugyň A we D depelerinden çykarylan bissektrisalar BC tarapy 3 sany deň bölege bölýär. Eger gönüburçlugyň taraplary bitin sanlardan ybarat bolup, AB = 5 bolsa, onuň perimetrini tapyň.

A) 20 B) 30; Ç) 40 D) 80.

6. Meseleler

1. Deňýanly ABC üçburçlugyň depesinden AB esasyna geçirilen bissektrisasy ony iki üçburçluga bölýär. Şu üçburçluklaryň deňligini subut ediň.

2. Perimetri 30 *cm* bolan üçburçlugyň bir tarapy ikinji tarapyndan 2 *cm* uly, üçünji tarapyndan bolsa 2 *cm* kiçi. Üçburçlugyň uly tarapyny tapyň.

3. Üçburçlugyň esasyna geçirilen medianasy ony perimetri 18 *cm* we 24 *cm*-e deň iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň kiçi gapdal tarapy 6 *cm-e* deň. Üçburçlugyň uly gapdal tarapyny tapyň.

4. Üçburçlugyň 5-e deň bolan beýikligi ony perimetri 18 we 26 bolan iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň perimetrini tapyň.

5. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 7,6 *cm*-e, esasy bolsa 2 *cm*-e deň. Gapdal tarapyny tapyň.

6. AB we CD göni çyzyklar O nokatda kesişýär. BOC we AOD burçlaryň jemi 194°-a deň. AOC burçy tapyň.

7. ABC üçburçlukda A burç C burça deň, AD beýiklik bolsa BC tarapy deň ikä bölýär. Eger BD = 7,8 *cm* bolsa, AC-ni tapyň.

8. Deňýanly üçburçlugyň gapdal tarapyna geçirilen beýikligi bilen ikinji gapdal tarapynyň arasyndaky burç 20°-a deň. Üçburçlugyň esasyndaky burçuny tapyň.

9. B burçuň bissektrisasynda ýatýan D nokatdan burçuň taraplaryna DA we DC perpendikulýarlar geçirilen. DA = DC bolýandygyny subut ediň.

10. Eger A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatyp, AC = 7 *m* we BC = 9 *m* bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

11. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 18° kiçi. Şu burçlary tapyň.

12. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelen burçlardan biri 55°-a deň. Galan burçlaryny tapyň.

13. A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger $AB = 2\ cm$, $BC = 3\ cm$ we A=5 cm bolsa, B nokat AC kesime degişli bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.

14. A nokat BC göni çyzygyň B we C nokatlary arasynda ýatýar. Eger $BC = 15\ cm$, AC kesim bolsa AB kesimden 3 cm gysga bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

15. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 5 esse uly bolsa, şu burçlardan ulusyny tapyň.

16. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlaryň gatnaşygy 5:4 -e deň. Şu burçlardan kiçisini tapyň.

17. A, B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. BC kesimiň uzynlygy AC kesimiň uzynlygydan 2 esse kiçi, AB kesimiň uzynlygy bolsa BC uzynlygyndan 5,3 cm uzyn. AC kesimiň uzynlygyny tapyň.

18. Deňýanly üçburçlugyň depesindäki burçy 42°-a deň. Esasyndaky burçlaryň bissektrisalarynyň kesişmeginden emele gelen ýiti burçy tapyň.

19. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelen burçlardan biri 109°-a deň. Galan burçlaryny tapyň.

7. Çylşyrymly meseleler

1. Ýerden Güne çenli bolan aralyk takmynan 149 500 müň km, Ýerden Aýa çenli bolan aralyk bolsa 400 müň km. Günden Aýa çenli bolan aralyk: a) Aýyň; b) Günüň doly tutulan wagtynda näçäni düzýär?

2. C nokat AB kesimiň ortasy. AB kesimde şeýle D nokady tapyň, ýagny ol

$DA = 1{,}5\ (DB + DC)$ bolsun.

3. Goňşy burçlardan biri olaryň tapawudyndan 4 esse uly. Bu burçlary tapyň.

4. D nokat ABC üçburçlugyň içki ýaýlasynda ýatyr. ABC burçuň ADC burçdan kiçi bolýandygyny görkeziň.

5. Berlen ýiti burçdan 25°-a uly bolan burçy guruň.

6. Üçburçlugyň perimetri onuň bir tarapyndan a, ikinji tarapyndan b we üçünji tarapyndan c uly. Üçburçlugyň perimetrini tapyň.

7. Üçburçlugyň medianalarynyň jemi onuň perimetrinden kiçi, ýöne onuň ýarym perimetrinden uly bolýandygyny subut ediň.

8. Islendik üçburçlugy birnäçe sany deňýanly üçburçluklara bölmek mümkinligini subut ediň.

9. Eger BB_1 kesim ABC üçburçlugyň bissektrisasy bolsa, $AB > AB_1$ we $BC > B_1C$ bolýandygyny subut ediň.

10. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $AC=AO=BO=BD$ bolsa, $OC=OD$ bolýandygyny subut ediň.

11. Üçburçlugyň beýiklikleri kesişme nokadynda deň ikä bölünmegi mümkinmi?

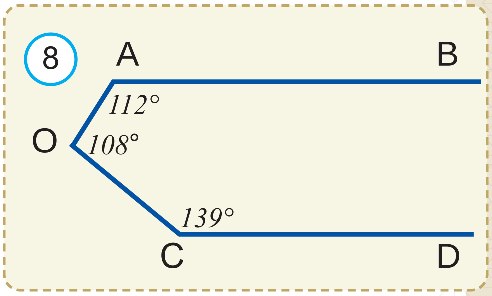
12. A, B, C we D nokatlar tekizlikde şeýle ýerleşen, $AB=BC=CA$ we $DA=DB=DC$. ADB burç gradus ölçegini tapyň.

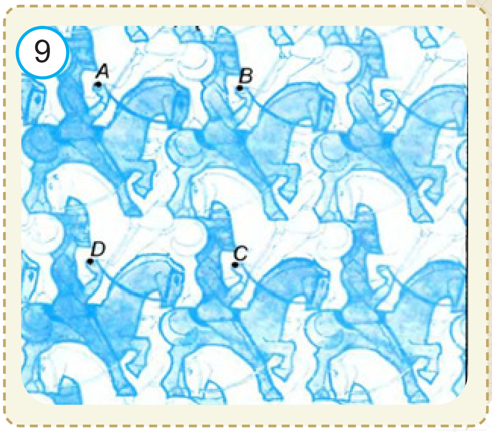
13. 8-nji suratdaky AB we CD kesimler özara parallel bolarmy?

14. Kütek burçuň gradus ölçegi α -a deň. Onuň taraplaryna perpendikulýar iki şöhle geçirilen. Bu şöhleler özara gradus ölçegi β -a deň burç emele getirýär. $\alpha+\beta=180°$ bolýandygyny subut ediň.

15. 9-njy suratda getirilen atly-çapyksuwarlaryň suraty deň figuralardan ybarat. Eger $ABCD$ meýdany S-e deň bolan dörtburçluk bolsa, bir atlynyň şekliniň meýdanyny anyklaň.

16. ABC deňýanly üçburçlukda $AB=AC$, M nokat – AB tarapyň ortasy, N nokat bolsa AC tarapyň ortasy. N nokatdan çykýan perpendikulýar AB tarapy L nokatda, M nokatdan çykýan perpendikulýar AC tarapy K nokatda kesip geçýär: $MK \perp AB$ we $NL \perp AC$. $\angle NLK = \angle MKL$ bolýandygyny subut ediň.





Jemleýji barlag işi

Jemleýji barlag işi iki bölekden ybarat bolýar. Birinji bölekde öňki derslerde seredilen geometrik diktant we test soraglaryna meňzeş 5 diktantyň soraglary we 10 testi çözmek hödürlenýär. Barlag işiniň ikinji böleginde aşakdaky wariantda berlen meselelere meňzeş 6 mesele berilmegi mümkin.

Jemleýji ýazuw barlag işiniň nusgasy

1. Eger 1-nji suratda $a||b$ we $\angle 1$ = 45° bolsa, $\angle 2$, $\angle 3$ we $\angle 4$ -i tapyň.

2. ABC üçburçlukda $\angle A$ = 32°, B burç A burçdan 12° kiçi bolsa, C burça daşky bolan burçy tapyň.

3. 2-nji suratda berlen maglumatlar esasynda

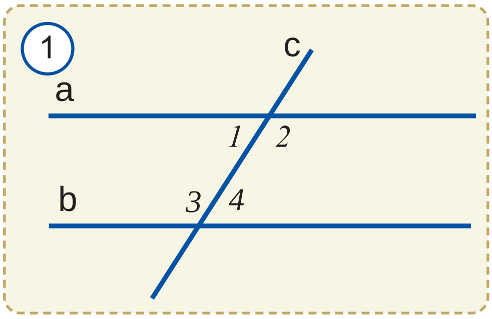
a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ bolýandygyny subut ediň;

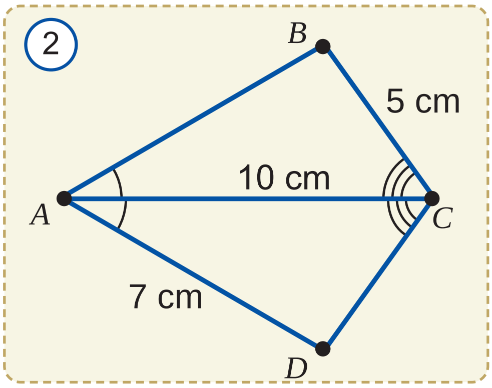
b) ACD üçburçlugyň perimetrini tapyň.

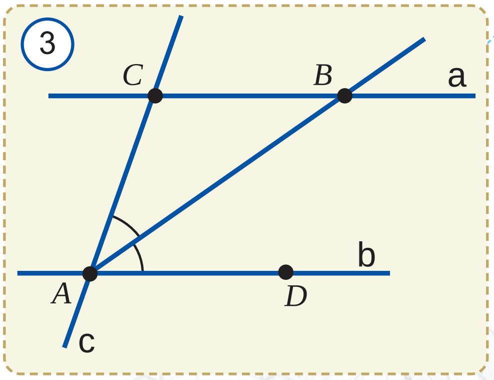
4. 3-nji suratda $a||b$ we AB – CAD burç bissektrisasy, AC = 7 cm. BC kesimiň uzynlygyny tapyň.

5. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan geçirilen beýikligi onuň bissektrisasy hem bolýar. Şu üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

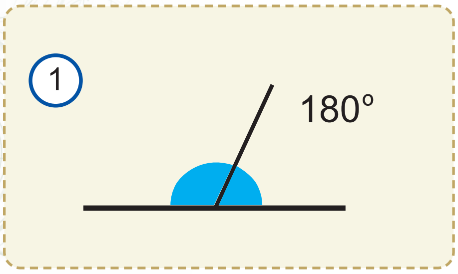
6. Berlen burça deň burç we onuň bissektrisasyny guruň.







7-nji SYNPDA GEOMETRIÝA DEGIŞLI ESASY MAGLUMATLAR

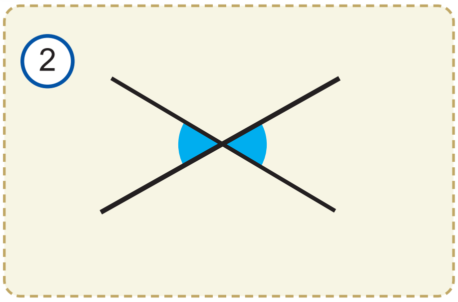


Goňşy we wertikal burçlar

Goňşy burçlaryň jemi 180°-a deň. *(1-nji surat)*

Goňşy burçlaryň bissektrisalary özara perpendikulýar.

Wertikal burçlar deň. *(2-nji surat)*



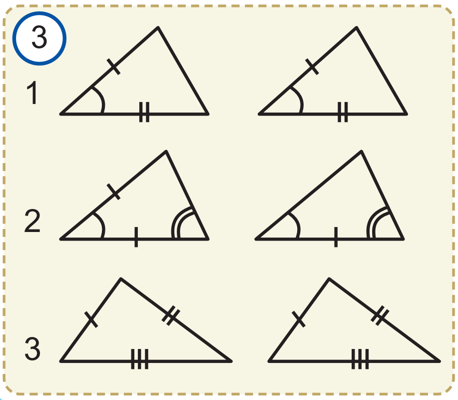
Üçburçluklar

Üçburçluklaryň deňlik nyşanlary *(3-nji surat)*:

1) (TBT) iki tarapyna we olaryň arasyndaky burça görä;

2) (BTB) tarapa we oňa sepleşýän iki burça görä;

3) (TTT) üç tarapa görä.



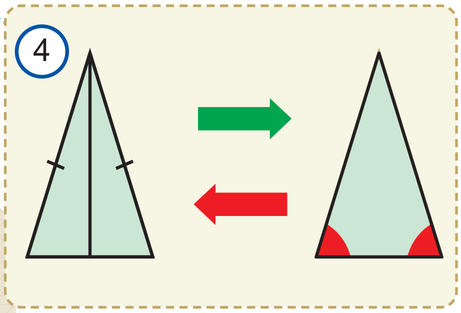
Deňýanly üçburçluklar

Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlary deň bolýar *(4-nji surat)*.

Eger üçburçlugyň iki deň burçy bolsa, ol deň taraply üçburçluk bolýar *(4-nji surat)*.

Deňýanly üçburçlugyň depesinden esasyna geçirilen bissektrisa onuň beýikligi we medianasy hem bolýar.

Eger üçburçlugyň beýikligi onuň bissektrisasy ýa-da medianasy hem bolsa, bu üçburçluk deň taraply bolýar.

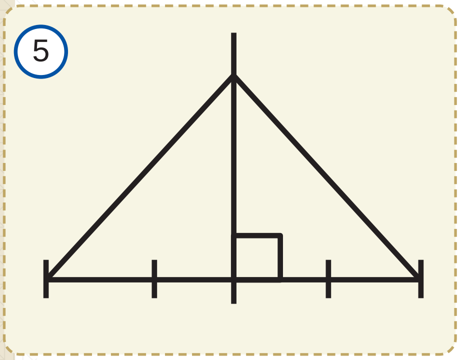


Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýeti

a. Kesim orta perpendikulýarynyň islendik nokady şu kesimiň uçlaryndan deň aralykda ýerleşen *(5-nji surat)*.

b. Eger nokat kesimiň uçlaryndan deň aralykda ýerleşen bolsa, ol kesimiň orta perpendikulýarynda ýatýar.

ç. Orta perpendikulýar – kesimiň uçlaryndan deň aralykda ýerleşen nokatlaryň geometrik ýerleşişi.



Parallel göni çyzyklar

Üçünji göni çyzyga parallel iki göni çyzyk özara parallel bolýar.

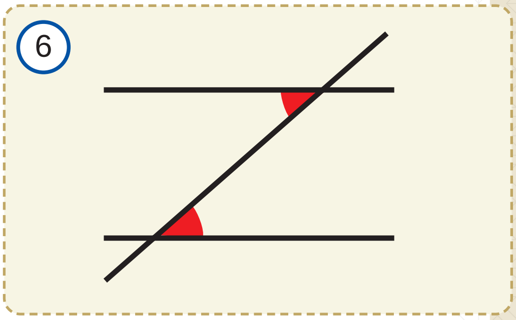
Eger atanak ýatýan burçlar deň bolsa, onda göni çyzyklar parallel we tersine *(6-njy surat)*.

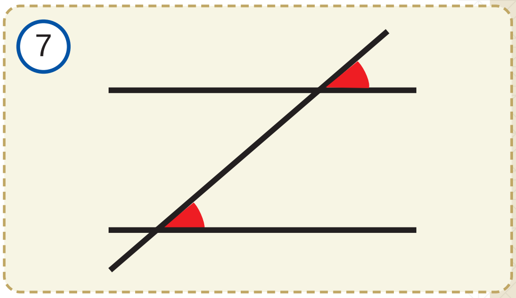
Eger degişli burçlar deň bolsa, onda göni çyzyklar parallel we tersine *(7-nji surat)*.

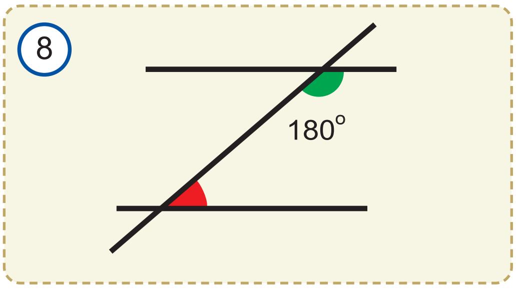
Eger birtaraplaýyn burçlar jemi 180 ° bolsa, onda göni çyzyklar parallel we tersine *(8-nji surat)*.

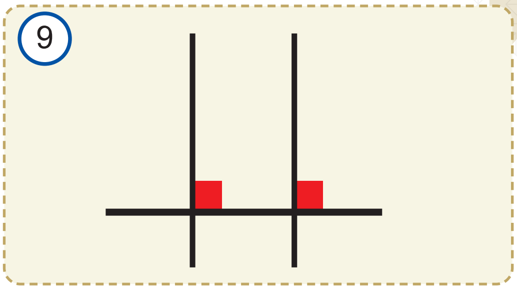
Üçünji göni çyzyga perpendikulýar iki göni çyzyk bir-birine parallel bolýar *(9-njy surat)*.

Parallel çyzyklardan birine perpendikulýar bolan göni çyzyk olaryň ikinjisine hem perpendikulýar bolýar.









Üçburçluk taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar

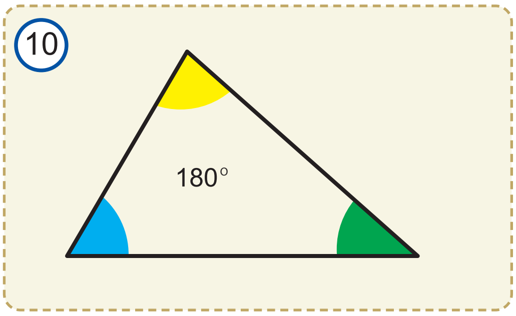
Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180°-a deň *(10-njy surat)*.

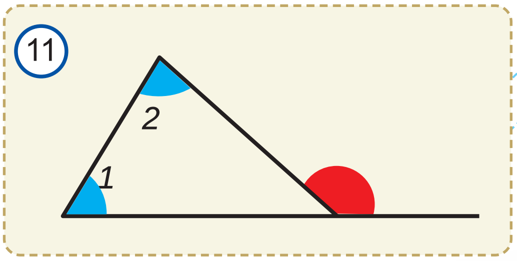
Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk iki içki burçlaryň jemine deň. *(11-nji surat)*

Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk islendik içki burçdan uly.

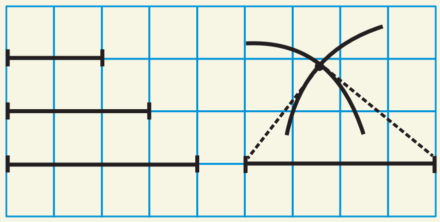
Üçburçlugyň islendik tarapy onuň galan iki tarapynyň jeminden kiçi.

Üçburçlukda uly burçuň garşysynda uly tarap, uly tarapyň garşysynda bolsa uly burç ýatýar.

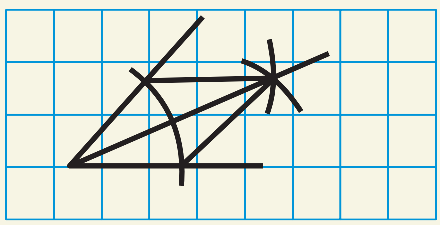




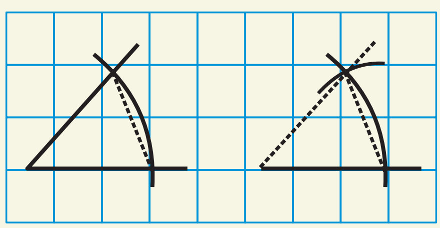
12



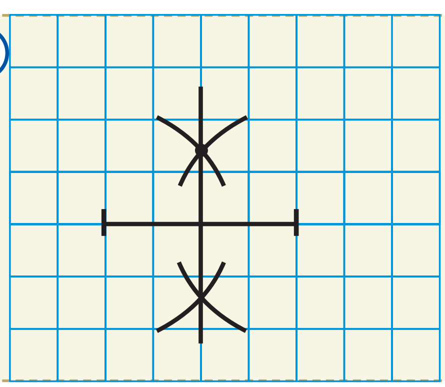
13



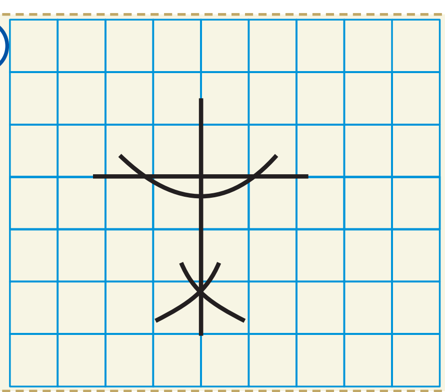
14



15



16



Gönüburçly üçburçluklar

a. Gönüburçly üçburçlugyň iki ýiti burçunyň jemi 90°-a deň.

b. Gönüburçly üçburçlukda 30° burçuň garşysynda ýatýan katet gipotenuzanyň ýarysyna deň.

ç. Gönüburçly üçburçlugyň kateti gipotenuzasyndan kiçi.

d. Gönüburçly üçburçluklaryň deňliknyşanlary:

1) (KK) iki katete görä;

2) (KB) katete we oňa sepleşýän ýiti burça görä;

3) (GB) gipotenuza we ýiti burça görä;

4) (GK) katete we gipotenuza görä.

Burçuň bissektrisasynyň häsiýeti

a. Burçuň bissektrisasynyň islendik nokady burçuň taraplaryndan deň aralykda ýerleşen.

b. Eger burçuň içki ýaýlasyndaky nokat burçuň taraplaryndan deň aralykda ýerleşen bolsa, ol burçuň bissektrisasynda ýatýar.

ç. Bissektrisa - burçuň taraplaryndan deň aralykda ýerleşen burçuň içindäki nokatlaryň geometrik ýerleşişi.

Gurmaga degişli esasy meseleler

Üç tarapa görä üçburçluk gurmak *(12-nji surat)*;

Burçuň bissektrisasyny gurmak *(13-nji surat)*;

Berlen burça deň burçy gurmak *(14-nji surat)*;

Kesimiň ortasyny gurmak *(15-nji surat)*;

Berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzygy gurmak *(16-nji surat)*.

10-dan 99 çenli bolan natural sanlaryň kwadratlarynyň jedweli									
Onluk / Birlik	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
2	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
3	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
4	196	576	1156	1936	2916	4036	5476	7056	8836
5	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
6	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
7	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
8	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
9	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801

Grek elipbiýi

Ýazylyşy	Okalyşy
$A \ \alpha$	alfa
$B \ \beta$	betta
$\Gamma \ \gamma$	gamma
$\Delta \ \delta$	delta
$E \ \varepsilon$	epsilon
$Z \ \zeta$	dzeta
$H \ \eta$	eta
$\Theta \ \theta$	teta
$I \ \iota$	ýota
$K \ \kappa$	kappa
$\Lambda \ \lambda$	lýambda
$M \ \mu$	mýu
$N \ \nu$	nýu

Ýazylyşy	Okalyşy
$\Xi \ \xi$	ksi
$O \ o$	omikron
$\Pi \ \pi$	pi
$P \ \rho$	ro
$\Sigma \ \sigma$	sigma
$T \ \tau$	tau
$Y \ \upsilon$	epsilon (ipsilon)
$\Phi \ \varphi$	fi
$X \ \chi$	hi
$\Psi \ \psi$	psi
$\Omega \ \omega$	omega

Jogaplar we görkezmeler

1

2. a) $\begin{cases} O \in a \\ O \in b \end{cases}$ Eger kesişýän göni çyzyklaryň her birine degişli nokat olaryň kesişme nokadydyr we ol birdir; b) nokatlar diňe göni çyzyga degişli. B we E nokatlar diňe göni çyzyga degişli; ç) F, H, G, K nokatlar göni çyzyga hem göni çyzyga degişli däl.

3. a) $\begin{cases} O \in a \\ O \in b \end{cases}$ nokat göni çyzyga hem göni çyzyga hem degişli ýagny olaryň kesişme nokadydyr;

b) nokat diňe göni çyzyga degişli. ç) $\begin{cases} A \notin a \\ A \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} C \notin a \\ C \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} D \notin a \\ D \notin b \end{cases}$; $\begin{cases} E \notin a \\ E \notin b \end{cases}$

A; C; D; E nokatlar göni çyzyga hem göni çyzyga degişli däl.

4. a) A, O, E nokatlar göni çyzyga degişli; b) nokatlar göni çyzyga degişli; ç) nokat göni çyzyga hem degişli; d) nokatlar göni çyzyga degişli, göni çyzyga degişli däl; e) nokatlar göni çyzyga degişli, göni çyzyga degişli däl; ä) nokatlar göni çyzyga hem göni çyzyga degişli däl. **5.** nokat hem degişli. **6.** 1 sany ýa-da çäksiz köp. **7. Ýatmaýar. 8.** a) islendikçe; b) 1 sany; ç) 1 sany ýa-da 3 sany. **9.** 2 sany, 3 sany, 4 sany. **10.** 2 sany, 7 sany. **11.** 6 sany göni çyzyk. Bu göni çyzyklar tekizligi 12 sany bölege bölýär.**12.** a) 3 sany; b) 6 sany. **13.** 6 sany; 10 sany. **14*.** Mümkin däl.

2

1. 6 sany. **2.** 6 sany: AB,BC,CD; AC; AD; BD. **3.** Dolduryjy şöhleler: 1) AB we AE ; 2) AC we AF ; 3) AD we AH. **4.** a) C nokatdan çykýan şöhleler: CA,CD,CB,CM,CN;

dolduryjy şöhleler: CA we CD ýa-da CA we CB; b) D nokatdan çykýan şöhleler: DC,-DA,DB,DQ,DP; dolduryjy şöhleler: DC we DB ýa-da DA we DB. **5.** 4 sany, 6 sany. **7.** a) b we d, p we q, n we u ; b) 2 we 5; 6 we 9. **8.** 3 we 14; 4 we 10; 6 we 9; 5 we 12. **9*.** a) 2 sany; b) 3 sany; ç) 4 ta; d) 11 sany. **10.** 2 sany; 4 sany; 7 sany; 11 sany. **11.** Hawa. **12.** 5 sany; **13.** 29 bölege bölýär. **14.** 26,8 cm.

15. 1 birlik; 2 birlik ; $\frac{1}{2}$ *birlik* ; $\frac{2}{3}$ *birlik* ; **16.** 4 cm; 5 cm; 6,5 cm; 1 cm; 2,5 cm; 1,5 cm.

17. a) 6,6; b) 1; ç) 9. **18.** 12,8 cm. **19.** 0,8. 21. 2 ýagdaýyň bolmagy mümkin. B nokat AC kesimde bolsa, AC=800 m. C nokat AB kesimde bolsa, AC=400 m. **22.** 5. **23.** 46 cm. **24.** a) 24 cm; b) 14 cm. **25.** 5. **26.** a) 2 sany; b) 1 sany. **27.** a) 4 cm; b) 1,6 cm; ç) 0,4 cm; d) 2,6 cm. **28.** 26.

29. $CD = \frac{AB}{2} + 46\ cm$ **31.** a) 5 cm; b) 7,8 m; d) 2,8 km. **32.** a) 70 cm; b) 186 dm; c) 82 m.

33. a) AC=5 cm ; BC=4 cm; b) AC=11 cm ; BC=2 cm; c) AC=10 cm ;BC=1 cm . **35.** B nokat

A we C nokatlar arasynda ýatýar. **36.** a) 5,9 cm; b) 9,5 cm. 37. a) 3AB; b) $\frac{3AC}{2}$ c) $\frac{3AE}{4}$

39. Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokadyň diňe biri galan ikisiniň arasynda ýatýar. 40. Islendik iki nokatdan diňe bir göni çyzyk geçýär.

3

1. a) Burçuň üç: N; Burçuň taraplary NM we NL; b) Burçuň üç: B; Burçuň taraplary: BA we BO. **2.** Burçlary: ∠BAC,∠BAD,∠CAD ; Burçuň depesi: A; Burçuň taraplary: AB, AC, AD. **3.** a) ∠AOC, ∠COD, ∠BOD, ∠AOD, ∠AOB, ∠COD. b) ∠AOB, ∠BOC, ∠COD,∠DOE, ∠AOE, ∠AOC, ∠AOD, ∠BOD, ∠COE, ∠BOE. **4.** a) Hawa; b) ýok. **5.** 1) ∠AOC=30°; ∠BOC=30°. 2) ∠AOC=88°; ∠BOC=88°. **6.** 1) 24,5° ; 2) 39,5°; 3) 71°. **7.** 1) a we b; 2) c,d,e,g; 3) b we f. **8.** a) hawa; b) hawa; ç) ýok. **9.** a) 87°56^'; b) 128°29^' 47^"; ç) 1°47^' 29^". **11.** a) 72° ; b) 60°19^'; ç) 55°45^'. **12.** 1) ∠CBF; 2) ∠DBF. **14.** ∠POQ>∠ABC. **15.** a) Hawa; b) Ýok; ç) Ýok. **16**. 176°. **17*.** 61°. **18*.** a) 90°; b) 180°. **19.** ∠AOB=60°, ∠AOC=90°, ∠AOD=130°, ∠BOC=30°, ∠BOD=70°; ∠COD=40°. Bissektrisalary: 1) 30°; 2) 45°; 3) 65°; 4) 15°; 5) 35°; 6) 20° burçlardan geçýär. **20.** 3) 15°; 2) 22,5°; 5) 30°; 6) 45°; 1) 90°; 4) 135°.

4 **7.** a) Daşkent we Fergana şäherleriniň arasyndaky aralyk 148 km. b) Daşkent we Termiz şäherleriniň arasyndaky aralyk 444 km. ç) Daşkent we Jyzzah şäherleriniň arasyndaky aralyk 126 km. d) Daşkent we Gülüstan şäherleriniň arasyndaky aralyk 90 km. e) Daşkent we Samarkant şäherleriniň arasyndaky aralyk 183 km. f) Daşkent we Karşy şäherleriniň arasyndaky aralyk 280 km. g) Daşkent we Nowaýy şäherleriniň arasyndaky aralyk 319 km. h) Daşkent we Ürgenç şäherleriniň arasyndaky aralyk 704 km. i) Daşkent we Nukus şäherleriniň arasyndaky aralyk 777 km. j) Daşkent we Garagalpagystanyň arasyndaky aralyk 1019 km. 8. 246 çakyrym. **9.** 1) 120°; 2) 6 sagat. **10.** 1) 38,1 cm; 2) 43,18 cm; 3) 48,26 cm. **11.** 1) Ýerden Güne çenli 149637000 km. 2) Weneradan Güne çenli 107803000 km. 3) Merkuriýden Güne çenli 57924000 km. 4) Marsdan Güne çenli 226869000 km. 5) Ýupiterden Güne çenli 777147000 km. 6) Saturndan Güne çenli 1427183000 km. 7) Urandan Güne çenli 2 868 847 000 km. 8) Neptundan Güne çenli 4 498 764 000 km. **12.** a) 2235 m; b) 7822,5 m; ç) 10 877 m.

1 -nji barlag işi: 1. BC=3 cm. 2. BC=12 cm. 3. ∠BOC=35°. 4. ∠O=150°.

5 **3.** 45°. **4.** a) 8 sany; b) 8 sany; ç) 8 sany; d) 8 sany. **5.** 5 ýiti; 1 kütek. **6.** Iki gezek eplemek arkaly almak mümkin. **7.** 3^00, 9^00 . **8.** a) 105°; b) 75°; ç) 105°. **9.** a) 30°; b) 180°; ç) 1°. **10.** a) 160°; b) 90°; ç) 35°; d) 171°. **11.** A) 146°; b) 71°; ç) 175°; d) 13°. **12.** ∠AOB=135°,∠BOC=45°. 13. ∠AOB=36°, ∠BOC=144°. **14.** a) Ýok; b) hawa; ç) ýok. **15.** a) 140°; b) 137°. **16.** a) 45°; b) 45°; ç) 53°. **17.** Hawa, eger iki burç hem 90°-dan ybarat bolsa. **18.** a) 40°; 140°; b) 55°; 125°; ç) 18°; 162°. **19.** 140°, 40°, 140°.

20.

∠1	34°	62°	48°	19°	175°
∠2	146°	118°	132°	161°	5°

21.

∠1	12°	162°	120°	15°	45°
∠2	168°	18°	60°	165°	135°

22. 1) 110°; 2) 50°; 3) 50°. **23.** 149°; 2) 59°; 3) 59°. **24.** a) 45°; 135°; b) 60°; 120°; ç) 30°; 60°; 90°. **25.** a) 75°; 105°; b) 100°; 80° ; ç) 108°; 72°. **26.** a) 120°; b) 80°; ç) 60°; 60°; 60°. **27.** d) 90°; 90°; 90°; ç) 75°; 105°; 75°; d) 46°; 46°; 134°. **28.** 135°. **29.** 135°. **30.** a) ∠3=∠4; ∠9=∠10; b) ∠1 we ∠2 . **31.** OC şöhle ∠AOD-niň; OD şöhle ∠COE-niň; OE şöhle ∠DOB-niň; OD şöhle ∠AOB niň bissektrisasy bolýar. **32.** A nokat B we C nokatlaryň arasynda ýatýar.

6 **3.** 30°. 5. AO=1 cm ,AB=2 cm, AC=1 cm. **6.** 13700 km. **7.** a) B nokat galan ikisiniň arasynda ýatýar; b) A nokat galan ikisiniň arasynda ýatýar. **8.** 90°. 10. Şöhlelerden OC galan ikisiniň arasynda ýatýar. **11.** 60°; 60°. **12.** 80°, 100°, 80°, 100°. **13.** OE we OF bir göni çyzykda ýatýar. **6 – testler: 1.** D; **2.** Ç; **3.** Ç; **4.** A; **5.** D; **6.** B; **7.** D; **8.** D; **9.** B; **10.** A; **11.** A; **12.** Ç; **13.** D; **14.** B; **15.** A; **16.** A; **17.** B; **18.** D

7 **2.** 90°. **3.** 60°. **4.** Ýok. **5.** Mesele 2 çözüwe eýe: 1) 65°; 2) 15°. **6.** 15°. **7.** a) ∠AOC=45°; ∠BOC=45°; b) ∠AOC=30° ; ∠BOC=30°; ç) ∠AOC=25° ; ∠BOC=25°; d) ∠AOC=10°; ∠BOC=10°. **8.** ∠DOE=60°. **9.** Ýok. **10.** Mesele iki çözüwe eýe: 1) 0,5 m; 2) 5,9 m. **11.** a) AC=9m, BC=6 m; b) AC=7,5 m, BC=7,5 m; ç) AC=6 m, BC=9m. **13.** a) 15 ; b) 21; c) 45 . **15.** 1,3. **16.** 6 . **17.** 4.30 ýa-da 7.30. **18.** 6. **19.** ∠AOB=110°, ∠BOC=70°; b) ∠AOB=36°,

∠BOC=144°; ç) ∠AOB=112°, ∠BOC=68°; d)∠AOB= 150°, ∠BOC=30°. **20.** 50°, 130°, 50°, 130°. **21.** a) C∈AB; b) A∈BC. **22.** a) x=180°-α ; y=α . b) x=90° ; y=90°; ç) x=180°-α ; y=α. **23.** a) 6 sany; b) 10 sany; c) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ *ta* 2 sany. **24.** $b_{50}=\frac{2^{49}}{10}$ *mm.*

8 **6.** . 1,2,3,4,5,7 sifr belgileri döwük çyzyk bolýar. **7.** a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; ç) c, f. **9.** a) göni; b) ýiti; ç) deňýanly; d) deň taraply; e) kütek burçly. **10.** a) gönüburçly üçburçluk, b) ýiti burçly üçburçluk, ç) deň taraply üçburçluk, d) deňýanly üçburçluk, e) kütek burçly üçburçluk. **11.** a) 12,2 dm; b) 102,4 m. **12.** a) 139,6 mm; b) 102,4 m. **14.** Her bir burçy 60°. **15.** a) 3 sany; b) 3 sany; ç) 3 sany. **16.** 1) ABE-kütek; 2) ACE, BCE, DCE-göni; 3) BED-deňýanly; 4) AED-dürli taraply. **20.** Beýiklik, bissektrisa, mediana we içki burçlar. **21.** Göni burçly üçburçluk. **22.** Hawa. **23.** 3. **24.** 9. **25.** 16. **27.** ΔKLM- gönüburçly üçburçluk, ML=5 cm. **28.** 18 cm; 24 cm; 30 cm. Bu gönüburçly üçburçluk. **29.** a=36 mm; b=48 mm; c=60 mm.

9 **3.** AB=BA; BC=AC; AC=BC. **4.** ∠MNL= ∠LMN; ∠MLN=∠LNM; ∠NML=∠MLN. **5.** ∠B=80°; ∠D=52°; ∠F=48°. **6.** AB=LM=5; BC=MN=8; AC=LN=9. **7.** x=5. **12.** e) ∠D=35°, ∠C=62°. **13.** 85°. **15.** Ýok.

10 **1.** 10 cm. **2.** a=12 ; b=8. **8.** AB=8 cm; BC=8 cm; AC=11 cm.

11 **2.** 4. **3.** ∠E=∠N=35°; ∠D=∠L=135°; ED=NL=7. **10.** AC=BD=7.

12 **5.** 6 sany. ΔABN=ΔCAK; ΔABC=ΔCNK; ΔBNK=ΔBCK; ΔBNC=ΔCKN; ΔBAC= ΔKAN; ΔBAN= ΔKAC. **8.** 3 ta. ΔABD=ΔACD; ΔABC=ΔBCD; ΔAOB=ΔCOD. **10.** 10,4 cm. **12.** 8 cm. **15.** $\angle C_1=90°$, $\angle A_1=30°$, $\angle B_1=60°$. **16.** 10 sm, 10 cm.

13 **5 – testler: 1.** B; **2.** A; **3.** B; **4.** E; **5.** D. **6.** A. **7.** D; **8.** A; **9.** B; **10.** D; **11.** A; **12.** B; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A. **6 – meseleler:** 1. 1) Deň taraply üçburçluk;2) Gönüburçly üçburçluk. 3) Ýiti burçly üçburçluk; 4) Deňýanly üçburçluk; 5) Kütek burçly üçburçluk. 2. 1) Üçburçluklar deň däl. TBT nyşanyna degişli däl. 2) Üçburçluklar deň. TBT nyşanyna görä deň. 3) Üçburçluklar deň däl. TBT nyşanyna degişli däl. 4) Üçburçluklar deň. BTB nyşanyna görä deň. 5) Üçburçluklar deň. TTT nyşanyna görä deň. 6) Üçburçluklar deň däl. TBT nyşanyna degişli däl. **7.** Hawa. **8.** ΔABD=ΔCAD; ΔAED=ΔAFD; ΔBED=ΔCFD. **11.** 58°. **12.** 48°. **13.** 120°.

3 – barlag işi: 1. 10. **3.** $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$, $3\frac{11}{15}$.

14 **2.** a∥b; c∥d. **4.** Hawa. **6.** 1) a∥b, 3 bölek emele gelýär. 2) a∦b, 4 bölek emele gelýär. **8.** a) Wertikal burçlar: ∠1 we ∠4; ∠2 we ∠3; ∠5 we ∠7; ∠6 we ∠8 . b) Goňşy burçlar: ∠1 we ∠2; ∠2 we ∠4; ∠4 we ∠3; ∠3 we ∠1; ∠5 we ∠6; ∠6 we ∠7; ∠7 we ∠8; ∠8 we ∠5. **9.** ∠1=∠6=63°; ∠2=∠3=∠5==∠7=117°. b) ∠2=∠3=∠5=∠7=117°; ∠4=∠8=63°. **10.** ∠1=∠3==∠5=∠7=117°; ∠4=∠8=63°. **11.** ∠2=∠4=∠6=∠8=58°; ∠3=∠5=122°. **12.** 98°, 82°, 98°; 70°, 110°, 70°. **13.** ∠2=148°; ∠3=148°; ∠4=32°; ∠6=46°; ∠7=134°; ∠8=46°. **14.** ∠3=∠5 içki atanak ýatýan; ∠2=∠8 Daşky atanak ýatýan; ∠4=∠6 içki atanak ýatýan burçlar deň. **15.** Deňliklar ýerine ýetirilýär. **16.** Mümkin. **17.** ∠1+∠8=180°; ∠2+∠7=180°; ∠4+∠5=180°; ∠3+∠6=180°. **18.** atanak ýatýan burçlar özara deň bolýar.

15 **1.** x=150°. **3.** x=60°; y=120°. **8.** a) Hawa; b) Ha. **9.** a) Ýok; b) Hawa. **11.** 1 sanysy kesmezligi mümkin ýa-da hemmesi kesip geçýär. **12.** AD∥BC . **13.** a) a∦b; b) a∥b. **14.** x=116°. **15.** ∠2=75°; ∠3=105°; ∠4=75°; ∠6=75; ∠7=105°; ∠8=75°. **16.** ∠1=60°; ∠2=120°; ∠4=120°; ∠5=60°; ∠6=120°; ∠7=60°. **17.** ∠2 = ∠4 = ∠6 = ∠8 = 75°. **18.** a) BC ∥ AD; AB ∥ CD. б) AD ∥ BC; в) AD ∥ BD

16 **1.** a) nädogry; b) nädogry; ç) nädogry; d) nädogry; e) nädogry; f) nädogry; g) nädogry; h) nädogry. **2.** a) dogry; b) dogry; ç) dogry. **3.** a) dogry; b) dogry; ç) dogry. **4.** $\angle 2=45^\circ$; $\angle 3=135^\circ$; $\angle 4=45^\circ$; $\angle 5=135^\circ$; $\angle 6=45^\circ$; $\angle 7=135^\circ$; $\angle 8=45^\circ$. **5.** $\angle 1=131^\circ$; $\angle 3=131^\circ$; $\angle 4=49^\circ$; $\angle 5=131^\circ$; $\angle 6=49^\circ$; $\angle 7=131^\circ$; $\angle 8=49^\circ$. **9.** 45°. **10.** $x=11^\circ$. **14.** $\angle 2 = \angle 3 = 53^\circ$. **15.** $\angle 1=73^\circ$, $\angle 2=73^\circ$. **16.** 70°, 110°. **19.** 70°, 110°. **20.** a) mümkin b) mümkin. **21.** a) mümkin b) mümkin. **23.** $x=105^\circ$. **24.** $x=35^\circ$. **25.** $\angle 1=78^\circ$; $\angle 2=102^\circ$; $\angle 3=78^\circ$; $\angle 4=102^\circ$; $\angle 5=78^\circ$; $\angle 6=102^\circ$; $\angle 7=78^\circ$; $\angle 8=102^\circ$. **26.** $\angle 1=64^\circ$; $\angle 2=116^\circ$; $\angle 3=64^\circ$; $\angle 4=116^\circ$; $\angle 5=64^\circ$; $\angle 6=116^\circ$; $\angle 7=64^\circ$; $\angle 8=116^\circ$. **27.** Ýok. **28.** $x=42^\circ$. **29.** 8 ta burçdan 4 -si kütek bolýar. Eger şeýle bolmasa, burçlaryň hemmesi 90°-a deň bolýar. $a\perp c$; $b\perp c$; $a\parallel b$ bolýar. **30.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=50^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=130^\circ$. **32.** $\angle D=98^\circ$

17 **5 – testler: 1.** A; **2.** B; **3.** A; **4.** Ç; **5.** Ç; **6.** Ç; **7.** Ç; **8.** D; **9.** B; **10.** B; **11.** Ç; **12.** D; **13.** A; **14.** B; **15.** D; **16.** A. **6 – meseleler: 1.** Hawa. **2.** Hawa. **3.** $\angle 4=\angle 7=118^\circ$; $\angle 2=\angle 3=\angle 6=\angle 8=62^\circ$. **4.** $a\nparallel b$. **5.** $x=55^\circ$. **6.** 128°. **8.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=42^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=133^\circ$. **9.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=20^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=160^\circ$. **10.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=75^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=105^\circ$. **11.** 59°. **12.** $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=72^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=108^\circ$. **4 – barlag işi: 1.** $\angle 3=\angle 5=\angle 7=34^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=146^\circ$. **2.** 52°.

18 **1.** a) 80°; b) 25°; ç) 45°; d) 45°. **2.** a) 63°; b) 90°; ç) 113°, d) 15°. **3.** 102°. **4.** a) 80°, 50°; b) 30°; 60°; 90°; ç) 50°, 60°, 70°. **5.** a) 65°; b) 45°; 90°; 45°. **6.** a) 79°; b) 105°. **7.** $x=20^\circ, y=50^\circ$. **9.** $x+y=270^\circ$. **10.** 60°. **11.** 60°, 60°, 60°. **12.** 45°, 45°, 90°. **13.** a) 65°, 65; b) 60°; 60°; ç) 37,5°; 37,5°. **14.** 60°, 45°, 75°. **15.** 30°, 120°. **16.** a) 75°; b) 34°; 68°; ç) 50°. **17.** a) 128° ; b) 51°. **18.** $x+y+z==540^\circ-(\alpha+\beta+\gamma)$. **19.** 50°; 90°; 40°. **20.** a) 90°; b) 50°; ç) 110°, d) 60°. **21.** 60°; 48°. **22.** 540°. **23.** 24°, 36°, 60°. **25.** a) 30°, 30°; b) 55°, 55°. **26.** a) 15°, 150°; b) 75°, 30°. **28.** $\angle AOB=122{,}5^\circ$; $\angle EOC=65^\circ$. **29.** 30°. **30.** 67,5°. **31.** Hawa. **32.** Mümkin däl. **33.** $\angle A=80^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C= 70^\circ$. **34.** $\angle A=35^\circ$; $\angle B=35^\circ$. **35.** a) 70°; b) 75°; ç) 80°; d) 72°; e) 120°; ä) 80°; f) 36°

19 **1.** a) AB; b) AB. **2.** a) PR; b) PR. **3.** $\angle A=67^\circ$; $\angle B=23^\circ$; $\angle C=90^\circ$. **4.** a) 78°; 12°; 90°; b) 47°; 43°; 90°. **5.** $\angle A=60^\circ$; $\angle B=30^\circ$; $\angle C=90^\circ$; $AC=17$; $BC=17\sqrt{3}$. **6.** 60°, 30°, 90°. **7.** 1) 4; 2) 6; 3) 60°. **8.** a) 5; b) 13,5; ç) 9. **9.** 1) 35°; 2) 130°; 3) 90°; 4) 130°; 5) 100°; 6) 90°. **10.** a) Ýok; b) ýok; ç) Hawa; d) ýok.

20 **1.** a) bolýar; b) bolýar; ç) bolýar; d) ýok; e) ýok. **2.** a) bolýar; b) bolýar; ç) bolýar; d) ýok; e) bolýar. **6.** 7 cm. **7.** 7 cm, 7 cm. **11.** 180°. **12.** 270°. **13.** 6. **14.** 8 cm. **17.** $\angle B=80^\circ$.

21 **1.** BC; **2.** AB we BC (AB=BC). **3.** a) $\angle A$ ýa-da $\angle C$; b) $\angle B$. **4.** a) $\angle C$; b) $\angle B$. **5.** a) Mümkin; b) mümkin däl. **6.** Mümkin däl; b) mümkin. **7.** a) bar; b) ýok; ç) bar; d) bar. **8.** a) 7; b) 10; ç) 8 ýa-da 5. **9.** a) Mümkin. Üçburçlugyň iki tarapynyň jemi üçünji tarapyndan uly bolmaly. Deň hem, kiçi hem bolmaly däl. Tersine üçburçluk emele gelmeýär. b) Mümkin däl.Üçburçluk emele gelmeýär. c) Mümkin däl. Üçburçluk emele gelmeýär. 10. a) Mümkin. Üçburçlugyň iki tarapynyň jemi üçünji tarapyndan uly bolmaly. Deň hem, kiçi hem bolmaly däl. Tersine üçburçluk emele gelmeýär. b) Mümkin däl.Üçburçluk emele gelmeýär. ç) Mümkin däl. Üçburçluk emele gelmeýär. **11.** a) Iň uly burç A, iň kiçi burç C. b) Iň uly burç A,iň kiçi burç C ýa-da B. c) Iň uly burç A ýa-da B. iň kiçi burç C. **12.** a) $BC<AB<AC$; b) $BC=AB<AC$; c) $BC=AC=AB$. **14.** 7; 7; 11. **15.** 7 ta. **16.** Üçburçluk ýa-da kesim. **18.** iň ulusy $\angle ACB$, iň kiçisi $\angle ABC$. **19.** Esasy, gapdal tarapy. **20.** a) $BC>AC>AB$; b) $BC=AC<<AB$. **21.** 60°; 120°; 60°; 120°. **22.** $0^\circ<\angle B<60^\circ$. **23.** Ýiti burçly üçburçluk. **24.** Iň ulusy BC, iň kiçisi AB. **25.** Üçburçlugyň iň kiçi tarapy BC. **26.** a) Üçburçluk ýok. b) Üçburçluk ýok. **27.** Üçburçluk ýok.

22 **1.** 1) 180°; 2) 360°. **2.** ∠B=75°; ∠C=75°. **3.** c=10 cm. **6.** Içki burçlary* jemi α=1080°-a deň. Daşky burçlaryň jemi β=360°-a deň . **7.** 72°.**8.** a=20 cm, b=40 cm, c=40 cm. **9.** a) ∠A=∠B=45° ly bolany üçin agajyň uzynlygy onuň kölegesiniň uzynlygyna deň; b) AB=A_1 B_1 bolany üçin AB kölüň giňligi şonça bolýar; c) AB näçe uzynlykda bolsa, AC köl uzynlygy oňa deň bolar; d) gaýanyň uzynlygy AB=2BC bolar. **10.** kölüň uzynlygy AB=AC-CB -a deň. **11.** Ýok.

4 – testler: 1. B; **2.** C; **3.** B; **4.** B; **5.** D; **6.** B; **7.** B; **8.** B; **9.** E; **10.** A; **11.** D; **12.** A; **13.** D; **14.** A; **15.** D; **16.** D; **17.** D; **18.** D. **19.** A.

5 – mesele. 1. Mümkin däl. **2.** 1) a=1; b=7 ; c=7. 2) a=2; b=6; c=7. 3) a=3; b=5; c=7. 4) a=4; b=4; c=7. 3. Ýok, h_b>b; h_b=a; h_b=b. 4. 18. 5. 63°, 63°, 54°. 7. 60°. 8. 90°. 10. 40°, 40°, 100°. 11. Deň bolýar. **13.** Hawa. **14.** 20. **15.** 13. **16.** 1) 24°; 2) 70°. 17. 35°, 110°, 35°. **18.** 134°. **19.** 90°. **20.** Hawa. **21.** 39°,117°,24°.

5-barlag işi: 1. 65°. **2.** 40°,60°,80°. **3.** 12 cm. **4.** 40°,60°,80°.

23 **Testler: 1.** A; **2.** D; **3.** B.

24 **1.** 20 cm. **2.** 20°. **3.** 15°. **4.** 30°. **5.** 40°; 60°; 80°. **6.** 1:2. **7.** 76°. **8.** 42°. **9.** 21°, 69°. **10.** ∠AOB=122,5°. **11.** 72°. **12.** 46°. 28. Ýiti burçly. **30.** a) 92°; b) 42°. **31.** 6; 6; 6; 60°. **33.** 45°. **35.** Kesim. **37.** 144°. **38.** 54°. **39.** 3,6 cm.

25 **5 – Testler: 1.** A; **2.** D; **3.** Ç; **4.** B; **5.** D; **6.** A; **7.** D; **8.** Ç. **9.** B. **10.** A. **11.** A; **12.** Ç; **13.** B; **14.** Ç; **15.** D; **16.** A; **17.** B; **18.** D; **19.** A; **20.** Ç. **6 – Meseleler: 2.** 12 cm. **3.** 12 cm. **4.** 34. **5.** 2,8 cm. **6.** 83°. **7.** 15,6 cm. **8.** 55°. **10.** 2 m ýa-da 16 m. **13.** Hawa. **14.** 9 cm. **15.** 30°, 150°. **16.** 80°, 100°. **17.** 5,3 cm. **18.** 69°. **19.** 109°; 71°; 71°; 71°; 109°; 109°; 71°; 109° **7. Çylşyrymly meseleler: 1.** a) 149900 müň km. b) 149100 müň km. **2.** D nokat.

3. $\alpha = \frac{540°}{7}$; $\beta = \frac{720°}{7}$. **6.** $P = \frac{a+b+c}{2}$. **11.** Ýok. **12.** 120°;. **13.** Ýok.

Jemleýji barlag işi: 1. 135°,135°,45°. **3.** b) 22 cm. **4.** 7 cm. **5.** ∠B=45°; ∠C=45°.

Dersligi düzmekde peýdalanylan we goşmaça öwrenmäge hödürlenýän okuw-metodik edebiýatlar we elektron resurslar

1. *A'zamov A., Haydarov B.* Matematika sayyorasi. Toshkent: "O'qituvchi", 1993.
2. *Saitov Y.* "Matematika va matematiklar haqida". Toshkent: "O'qituvchi", 1992.
4. *Afonina S. I.* Matematika va qo'zallik. Toshkent: "O'qituvchi", 1986.
6. *Ismailov A., Xaydarov B., Karimov N., Sh.Ismailov.* Xalqaro tadqiqotlarda o'quvchilarning matematik savodxonligini baholash, metodik qo'llanma. – Toshkent, 2019.
8. *Погорелов А. В.* "Геометрия 7-9", учебник, Москва: "Просвешение", 2004.
9. *Атанасян С.* "Геометрия 7-9 классы", учебник, Москва: "Просвешение", 2002.
10. *Шарыгин Ф.* "Геометрия 7-9 классы", учебник, Москва: "Дрофа", 2000.
11. *Штейнгауз Г.* Математический калейдоскоп, Москва: "Наука", 1993.
12. *Перельман Я. И.* Қизиқарли геометрия, Тошкент: Ўқитувчи, 1981.
13. *Кордемский Б. А.* Математическая смекалка. Москва: "Наука", 1991.
16. *Бевз Г. П.* и др. "Геометрия 7" учебник, Киев: "Вежа", 2007.
17. *Александров А. Д.* "Геометрия -7" учебник, Москва. "Просвешение", 2013.
18. *Johannes Paasonen* "Ahaa mathematiikkaa 7", Porvoo-Helsinki-Juva, 1993.
19. *Daniel C. Alexander*, Elementary geometry for college students. Canada, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.
20. http://www.uzedu.uz – Xalq ta'limi vazirligining rasmiy sayti, axborot ta'lim portali
21. http://centeroko.ru. – Ta'lim sifatini baholash markazi (Rossiya) sayti.
22. http://www.markaz.tdi.uz – Ta'lim sifatini baholash bo'yicha xalqaro tadqiqotlarni amalga oshirish milliy markazi sayti.
23. http://www. avloniy.uz – A. Avloniy nomidagi ilmiy-tadqiqot instituti sayti.
24. http://www. masofa.uz – A. Avloniy nomidagi ilmiy-tadqiqot instituti masofadan o'qitish portali.
25. http://www.onlinedu.uz – A.Avloniy nomidagi ilmiy-tadqiqot instituti "Uzluksiz kasbiy ta'lim" elektron platformasi.
26. http://www.ziyonet.uz – Ziyonet ijtimoiy ta'lim portali.
27. http://www.rtm.uz – Respublika ta'lim markazi sayti.
28. http://dr.rtm.uz – yangi darsliklar, o'qituvchilar uchun uslubiy qo'llanmalarning elektron shakllari, taqdimotlar, multimedia ilovalari, videodarslar va raqamli resurslar platformasi.
29. http://www.maktab.uz – 1–11-sinflar uchun onlayn maktabi hamda maktab o'quv dasturi bo'yicha videodarslar va boshqa materiallar platformasi.
30. http://www.stesting.uz – O'quvchilar uchun "Xalqaro baholash tadqiqotlariga tayyorlanish" elektron platformasi (o'zbek tilida).
31. http://www.skillsgrover.uz – Finlandiyaning matematikani o'rganish va o'quvchilar bilimlarini baholash platformasi (o'zbek tilida).
32. http://www.khanakademy.org – "Xon akademiyasi" masofaviy ta'lim sayti (ingliz tilida).
33. http://www.xanakademiyasi.uz – matematika, informatika, kimyo, fizika, iqtisodiyot, biologiya va astronomiya kabi fanlar bo'yicha videodarslar platformasi (o'zbek tilida).
34. http://www.school.edu.ru – umumta'lim portali (rus tilida).
35. http://www.problems.ru/ – matematikadan masalalar izlash tizimi (rus tilida).
36. http://geometry.net/ – algebra va geometriyadan o'quv materiallari (ingliz tilida).
37. http://mathproblem.narod.ru/ – matematik to'garaklar va olimpiadalar (rus tilida).
38. http://www.ixl.com – Masofadan turib o'qitish matematika ta'limi portali (ingliz tilida)
39. http://www.mathkang.ru – "Kenguru" xalqaro matematik tanlov sayti (rus tilida).
40. http://www.olimpia.uz – "Kenguru" xalqaro matematik tanlov sayti (uzbek tilida).
41. http://www.brilliant.org – Matematikadan masofaviy ta'lim sayti (ingliz tilida).
42. http://www.geogebra.com – geometriya va algebra fanlari bo'yicha dinamik ("jonli") chizmalar yaratish imkoniyatini beradigan bepul dastur.
43. http://www. yaklass.ru – Maktab o'quvchilari va o'qituvchilar uchun online ta'lim platformasi.
44. www.schulen-ans-netz.de – Germaniya "Internet-Maktab" sayti (nemis tilida).
45. www.studienkreis.de – Germaniya o'quv to'garaklari sayti (nemis tilida).

O‘quv nashri

GEOMETRIYA

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Turkman tilida)

Terjime eden K. Hallyýew
Redaktor A. Hayrullayewa
Tehniki redaktor A. Suleýmanow
Korrektor A. Alymjanowa
Sahypalaýjy I. Salohitdinow
Suratçy U. Suleýmanow

Original-maketden çap etmäge 2022-nji ýylyň 26-njy awgustynda rugsat edildi. Möçberi 60×84 1/8. «Arial» garniturasy. Ofset çap ediliş usuly. Şertli çap listi 22,32. Neşir çap listi 15,69. 0000 nusgada çap edildi. Buýurma N______.

Kärendesine berlen dersligiň ýagdaýyny görkezýän jedwel

T/n	Okuwçynyň ady, familiýasy	Okuw ýyly	Dersligiň alnandaky ýagdaýy	Synp ýolaşçy-synyň goly	Dersligiň tabşyrylan-daky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly
1						
2						
3						
4						
5						

Derslik kärendesine berlip, okuw ýylynyň ahyrynda gaýtarylyp alnanda ýokardaky jedwel synp ýolbaşçysy tarapyndan aşakdaky baha bermek ölçeglerine esaslanylyp doldurylýar:

Täze	Dersligiň birinji gezek peýdalanmaga berlendäki ýagdaýy.
Ýagşy	Sahaby bütin, dersligiň esasy böleginden aýrylmandyr. Ähli sahypalary bar, ýyrtylmadyk, goparylmadyk, sahypalarynda ýazgylar we çyzyklar ýok.
Kanagatlanarly	Kitabyň daşy ýenjilen, ep-esli çyzylan, gyralary gädilen, dersligiň esasy böleginden aýrylan ýerleri bar, peýdalanyjy tarapyndan kanagatlanarly abatlanan. Goparylan sahypalary täzeden ýelmenen, käbir sahypalary çyzylan.
Kanagatlanarsyz	Kitabyň daşy çyzylan ýyrtylan, esasy böleginden aýrylan ýa-da bütinleý ýok, kanagatlanarsyz abatlanan. Sahypalary ýyrtylan, sahypalary ýetişmeýär, çyzylyp taşlanan. Dersligi dikeldip bolmaýar.